

**ERRORES MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA.  
Caso: Estudiantes del primer año de educación media**

MATHEMATICAL ERRORS IN THE RESOLUTION OF  
PROBLEMS OF MATHEMATICAL MODELING.  
Case: Students in the first year of higher education

**\*Fabiola Guerrero**  
[fabiolaaguerrero2010@hotmail.com](mailto:fabiolaaguerrero2010@hotmail.com)

Facultad de Ciencias de la Educación  
**Universidad de Carabobo**  
Estado Carabobo, Venezuela

## **INVESTIGACIÓN**

---

\*Magister en Educación mención enseñanza de la Matemática. Profesora Agregado a Tiempo Completo de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, adscrita al Departamento de Matemática y Física. Coordinadora de la Unidad de Apoyo al Investigador de la Dirección de Investigación y producción Intelectual. Docente de Matemática Educación Media General y Universitaria. Docente investigadora activa en educación matemática adscrita a la línea de investigación: Enseñanza y Aprendizaje en Educación Matemática

---

**Recibido:** 06 de Abril 2015

**Aprobado:** 30 de Junio de 2015

### **Resumen**

La presente investigación tiene como propósito clasificar los errores cometidos por los estudiantes de primer año cuando resuelven problemas de Modelización Matemática, se abordó bajo un enfoque cualitativo, teniendo por diseño un estudio de caso; la información fue recogida a través de un cuestionario con tres problemas reales aplicado a treinta (30) estudiantes de primer año de Educación Media; con edades entre 12 a 14 años y la técnica de la observación participante. Se analizaron las producciones y sus respuestas a las entrevistas para concluir, los errores más comunes son: la particularización, originado en la ausencia de sentido, pues el sistema viejo es insuficiente para dotar de significado algunos aspectos del sistema nuevo, es decir, no le encuentran sentido al uso del lenguaje algebraico, pues siguen pensando numéricamente; y el modelo incompleto debido a un descuido al resolver parcialmente los problemas, originado en las actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática.

**Palabras clave:** modelización matemática; errores y resolución de problemas.

## Abstract

The present research aims to classify the errors committed by first year students when they solve problems of Mathematical Modelling, was approached under a qualitative approach, having a case study design; The information was collected through a questionnaire with three real problems applied to thirty (30) freshmen of Middle Education; With ages between 12 to 14 years and the participant observation technique. We analyzed the productions and their answers to the interviews to conclude, the most common errors are: particularization, originated in the absence of sense, because the old system is insufficient to give meaning to some aspects of the new system, That is, they do not find meaning in the use of algebraic language, since they continue to think numerically; And the incomplete model due to an oversight in partially solving problems, originated in affective and emotional attitudes toward mathematics.

**Keywords:** Mathematical modeling; errors and troubleshooting

## Introducción

La Educación debe garantizarle a los estudiantes, como miembros de la sociedad, la capacidad de tomar decisiones acertadas y dar respuestas apropiadas a los problemas de su entorno; de manera que puedan conducir inteligentemente los cambios, avances y desafíos de su cotidianidad, en el estudio PISA (2009) se encuentra una clara apuesta por el conocimiento útil a la vida, evaluándose por primera vez el concepto de competencia básica. El cual está relacionado con la capacidad de los estudiantes para extrapolar lo aprendido y aplicar sus conocimientos ante nuevas circunstancias. Al respecto, Guerrero (2012) considera propicio adecuar la educación que reciban los estudiantes, contextualizándola y adaptándola a sus necesidades, además incorporando actividades de resolución de problemas que le permitan acostumbrarse y adquirir habilidades para esta actividad.

La Matemática es considerada un área fundamental dentro del curriculum escolar por su importancia en el desarrollo del análisis y la comunicación de las ideas; además permite desarrollar en el estudiante importantes aspectos: la creatividad, la capacidad de análisis y síntesis y el razonamiento crítico, entre otros. (Luengo González, R., Blanco Nieto, L., Mendoza García, M., Sánchez Pesquero, C., Márquez Zurita, L. y Casas García, L.M. 1997). Por tal motivo, y a pesar de su alto grado de abstracción, precisión y formalidad, debe ser enseñada y aprendida de manera dinámica y abierta, propiciando la construcción de su conocimiento, con la

realización de actividades concretas, con objetos reales y sobre objetos reales, y a partir de la propia realidad del educando.

La visión del estudio PISA (2009), sobre los objetivos de la enseñanza de la Matemática, destaca la necesidad de desarrollar competencias para aplicarla fuera de la escuela. En este sentido, la Educación Matemática debería estar más orientada a la realidad y ocuparse más de ejemplos en donde, como describen Kaiser y Schwarz (2010), los estudiantes comprendan la importancia de la Matemática y adquieran competencias capacitándolos para resolver problemas reales de matemática, incluidos los problemas en su vida diaria, su medio ambiente y la ciencia.

Por lo tanto, la búsqueda de una educación Matemática de calidad, donde el proceso de enseñanza y aprendizaje sea significativo y les proporcione a los estudiantes competencias para la apropiación de los conceptos matemáticos, requiere ofrecerles situaciones concretas, permitiéndoles organizar información, describir relaciones matemáticas, enfrentar problemas con soluciones múltiples y comprender la aplicabilidad de los conceptos y propiedades propias de la matemática. (Aravena, Caamaño, y Giménez, 2008); (Biembengut y Hein, 1999).

Sin embargo, Jaime y Gutiérrez (1990) manifiestan que los estudiantes no logran comprender nuevos conceptos, y en el caso de hacerlo, sólo son capaces de usarlos con ejemplos idénticos a los resueltos con la ayuda del profesor. Además pueden resolver problemas concretos con bastante habilidad, pero cuando les corresponde realizar esos mismos problemas en otros contextos carecen de ideas y no pueden resolverlos, y por último tienden a memorizar las demostraciones y las formas de resolver los ejercicios, para aprobar las evaluaciones; demostrando la fisura entre la manera cómo se ha estado enseñando la Matemática y el trabajo requerido en las escuelas.

Partiendo de esta visión y de acuerdo a lo señalado por Cadenas (2007), los estudiantes que ingresan a la Educación Diversificada, Profesional y Superior no dominan los conocimientos matemáticos ni las estrategias generales para resolver planteamientos y dar respuesta a interrogantes de un nivel muy elemental. Todo esto conduce a dificultades en el estudio de los programas de Matemática en estos niveles educativos.

El estudio de la Matemática en los primeros años de educación media se basa de en la realización de actividades ajenas al estudiante, mediante la aplicación reitera de axiomas,

definiciones y teoremas y a través de la resolución de problemas escolarizados (Guerrero y Ortiz, 2012). Dichos problemas, están preparados por los docentes para arrojar una solución única (Correcta o incorrecta) y siguiendo el ejemplo visto en clase. Lo que, en algunas oportunidades, no requiere de un mayor esfuerzo por parte de los estudiantes y por lo general, están descontextualizados de su realidad social y alejados de sus intereses.

Todo ello conlleva a un inadecuado aprendizaje de esta área y a la formación de un potencial escenario para la memorización y la resolución de problemas sin tener, en muchas oportunidades, un verdadero dominio sobre los conceptos matemáticos abordados; facilitándoles el camino a los estudiantes hacia los errores matemáticos e incidiendo de manera negativa en su formación y en su rendimiento académico.

Si bien es cierto, el aprendizaje de la Matemática genera a los estudiantes dificultades de distintas naturalezas, y al presentarla como un montón de técnicas aisladas y procedimientos formales y mecánicos aplicados para resolver un problema, sin hacer énfasis en la vinculación y su aplicación con el mundo real, se está diseñando un espacio propicio donde se formen obstáculos, los cuales se manifiestan, según Socas (1997), en forma de errores, estos últimos se entienden como: la formación en los estudiantes de esquemas cognitivos inadecuados. (Socas, 1997).

De acuerdo a Guerrero (2012), estos errores pueden llevar a los estudiantes al poco éxito escolar, reflejados en bajo promedio, altos índices de repitencia, deserción escolar y muchas inasistencias de los estudiantes menos aventajados a las clases de matemática. por lo que, la enseñanza de la matemática en las instituciones escolares debe buscar el tratamiento de los errores y procurar su eliminación.

Lo anteriormente planteado muestra, una gran brecha entre lo esperado de la Educación Matemática y lo que realmente ocurre en las aulas clase, por ende, se hace necesario contextualizarla; enseñarla y aprenderla en base a objetos reales y sobre objetos reales. Y es allí donde radica la importancia de la Modelización Matemática, por ser el vínculo, el puente entre la Matemática y el mundo real. Algunos Autores entre los que destacan Bienbengut y Hein (1999), Kaiser (2007) la consideran una gran herramienta de enseñanza que permite a los estudiantes desarrollar capacidades y competencias para utilizar acertadamente las matemáticas

en sus vidas diarias. De acuerdo a Castro y Castro (1997), la Modelización Matemática es un proceso en el cual se construye y se desarrolla un modelo matemático de una situación de la vida real. Por lo tanto, es una manera de resolver un problema, que exige considerarlo como un todo, poner en práctica un gran número de habilidades matemáticas para llegar a una solución describiendo la conducta del fenómeno considerado.

La Modelización, permite a los estudiantes resolver en sus aulas problemas no escolarizados, propios de su mundo físico y social, que le permitirán apropiarse de conceptos y objetos matemáticos y de una mayor comprensión de su entorno, además les ayude a comprender y valorar la aplicabilidad de la Matemática en su entorno social. Lo anteriormente expuesto permite afirmar, los estudiantes de primer año no se apropian de los conceptos matemáticos, ni conciben la utilidad de la Matemática en sus vidas cotidianas, conduciéndolos a un aprendizaje aparente, memorístico y a la formación de esquemas cognitivos inadecuados, los cuales se traducen en errores. El interés de esta investigación fue Clasificar los errores cometidos por los estudiantes de primer año cuando resuelven problemas del mundo físico y social. En este sentido, este trabajo pretende dar respuesta a la siguiente interrogante: ¿Qué tipo de errores cometen los estudiantes de 1er año cuando resuelven problemas reales?

## **Bases teóricas**

### **Modelización matemática**

La importancia de la inclusión de la Modelización en las aulas de clase de Matemática ha sido bien aceptada por docentes e investigadores, Aravena, Caamaño y Giménez (2008); Biembengut y Hein (1999), consideran la Modelización una estrategia propicia de enseñanza, pues, vincula la matemática con el mundo real y les ofrece a los estudiantes situaciones concretas, permitiéndoles organizar información, describir relaciones matemáticas, enfrentar problemas con soluciones múltiples, entender la aplicabilidad de los conceptos y procesos matemáticos, entre otros.

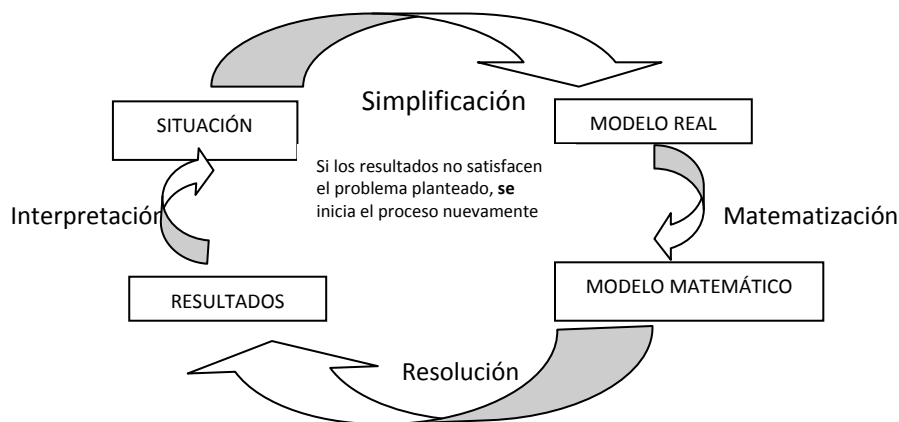
En relación a esto, la Modelización Matemática se define como el estudio de problemas y situaciones reales con el uso de la Matemática y del lenguaje para su comprensión, donde la

simplificación y resolución de un objeto de estudio se realiza con el fin de revisar o modificar el problema (Bassanezi, 2004)

Por su parte Blum (1991) detalla la Modelización Matemática es un proceso cíclico que comienza con una situación del mundo real; esta situación es observada minuciosamente con la finalidad de obtener datos importantes sobre los elementos involucrados y luego, es simplificada o estructurada con la finalidad de obtener un modelo del fenómeno a estudiar. Una vez hecho esto, ese modelo del mundo real es matematizado; es decir, traducido o trasladado a la matemática, construyendo así un modelo matemático que responda a la situación original.

Una vez obtenido el modelo matemático, se realizan las operaciones y procesos matemáticos correspondientes dentro del modelo, estos producirán resultados numéricos puntuales, los cuales deben ser reinterpretados en base a la situación real. Finalmente son validados o evaluados. Si la solución encontrada satisface el problema, el proceso ha concluido; si por lo contrario no la satisface se inicia nuevamente

**Figura Nro 1. Modelo del Proceso de Modelización planteado por Blum (1991)**



En cuanto a las fases o etapas que se deben llevar a cabo en el Proceso de Modelización Matemática, Blomhoj y Hojgaard (2003) plantean llevar a cabo seis subprocesos: 1) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada. 2) Sistematización: Selección de las relaciones, objetos relevantes etc. Resultantes de dominio de inquiry, and idealisation of these in order to make possible a mathematical investigación, y de la idealización de estos con el fin de hacer posible una representación. (c) Translation of these

objects and relations from their initial mode of appearance<sup>3</sup>) Traducción de estos objetos y las relaciones de su modo de aparición inicial to mathematics. a las matemáticas. (d) Use of mathematical methods to achieve mathematical results and conclusions.<sup>4</sup>) Utilización de métodos matemáticos para lograr resultados y las conclusiones matemáticas.(e) Interpretation of these as results and conclusions regarding the initiating domain 5) Interpretación de los resultados y conclusiones con respecto al dominio de investigación inicial.of inquiry.(f) Evaluation of the validity of the model by comparison with observed or predicted 6) Evaluación de la validez del modelo en comparación con los datos observados o previstos, con los conocimientos basados en las teorías y los de experiencias personales y compartidas. (p.125)

Dentro de estas etapas, necesarias para realizar un proceso de Modelización exitoso, la construcción del Modelo Matemático, es una de las más importantes, pues es en él, donde se verá reflejado el análisis, la síntesis y la traducción que realizaron los estudiantes del problema o en términos de Blum (1991) de la situación original, hacia la Matemática.

## **Los errores**

Para Del Puerto y Minnaard (2004) el error es posible en todo proceso de adquisición y consolidación de conocimiento, debido a la inexactitud del conocimiento humano, porque junto a la capacidad de conocer y aprender, está siempre presente la posibilidad de que los conceptos, y procedimientos deficientemente desarrollados, y hasta totalmente equivocados, sean considerados verdaderos.

El estudio de los errores planteado en esta investigación, tomó en consideración la definición desarrollada por Socas (1997), para quien los errores van a tener procedencias diferentes, pero, en cualquier situación, van a ser considerados como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como la consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste.

Los errores según Socas (1997) tienen su origen en dos causas principales: “los obstáculo y la ausencia de significados; estos últimos pueden ser por la complejidad de los objetos, los procesos de pensamiento y por las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática” (p.143). Sin embargo para facilitar su estudio, Socas (1997) resume estas

causas en tres ejes, no separados unos de los otros y que sirven para analizar y situar el origen de los mismos, estos tres ejes son: “los errores que tienen su origen en un obstáculo, los que tienen su origen en la ausencia de sentido, y los que tienen su origen en las actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática”. (p.143)

En lo sucesivo se definirán cada uno de los orígenes de los errores descritos por Socas (1997). Los obstáculos de acuerdo con Bachelard, (1938) y Brousseau (1983) – citados por Socas (1997)-

Son aquellos conocimientos que han sido en general satisfactorios durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas. (p.131)

De acuerdo a Socas (1997), un obstáculo es un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento que tiene un dominio de eficacia, pues el alumno lo utiliza para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto en el que el dominio de este conocimiento es eficaz y adecuado, pero cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas inadecuadas, incluso incorrectas y el dominio resulta falso.

Estos autores coinciden en que los obstáculos, no son falta de conocimiento, reflejan un conocimiento útil en algunos momentos y en contextos específicos, pero proporcionan vacíos cuando se incorporan nuevos conocimientos; provocando que los estudiantes no logren asimilarlos, ni acomodarlos en sus esquemas cognitivos.

Por su parte, la ausencia de sentido se origina, según Socas (1997), en los distintos estadios del desarrollo que se dan en los sistemas de representación:

El semiótico, en el cual el sistema nuevo toma todo significado en el sistema antiguo y no tiene aún ningún tipo de estructura; el estructural, donde el sentido unas veces se obtiene con ayuda del sistema antiguo, y otras, donde el sistema antiguo es insuficiente para dotar de significado a ciertos aspectos del sistema nuevo. Y el autónomo, en el que el sistema nuevo adquiere significado en sí mismo y a veces adoptando ciertas convenciones que se dan en los sistemas de representación. (p.144)

Y finalmente, las actitudes afectivas y emocionales hacia a Matemática; en esta categoría pueden ubicarse todos los aspectos emocionales que se ponen de manifiesto cuando se está frente a la resolución de un problema: temor al fracaso, estrés, miedos, también están asociadas a despistes, excesiva confianza, entre otros (Socas, 1997).

Una vez determinado el origen del error, las estrategias de solución deben ir dirigidas a superar esos obstáculos, a dar sentido a los objetos y conceptos matemáticos y a crear una actitud racional hacia las matemáticas. Pues de acuerdo a Ruano, Socas y Palarea (2008) independientemente del origen del error, la superación del mismo requiere una participación activa de estudiante, inducida por el docente quien debe provocar conflictos en la mente del alumno a partir de la inconsistencia de sus propios errores.

### **Consideraciones metodológicas**

El estudio tuvo como foco central, clasificar los errores matemáticos en el proceso de Modelización puesto en práctica por un grupo de treinta (30) estudiantes de primer año de Educación Media; con edades comprendidas entre 12 a 14 años, quienes no tenían ninguna experiencia en el proceso de Modelización, cuando resuelven problemas del mundo físico y social. La investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo, con un diseño de estudio de caso, fue llevada a cabo en un Liceo Público ubicado en la parroquia Tocuyito, Municipio Libertador del Estado Carabobo.

Los estudiantes fueron agrupados en siete (7) equipos de trabajo, para la recogida de la información se les suministró a cada grupo un cuestionario contentivo de tres (3) problemas relacionados con su entorno sociocultural, los cuales fueron abordados en dos (2) sesiones de clases. Además se recurrió a la observación participante, teniendo como centro de atención las diferentes fases del proceso de Modelización, específicamente la realización de los modelos matemáticos, pues es allí donde se realizó el estudio de los errores.

### **Algunos ejemplos de modelización**

*En el Municipio Libertador del estado Carabobo, el suministro de agua blanca es inestable, razón por cual la mayoría de las familias utilizan tanques de agua para abastecer las*

*necesidades de los hogares. Si el agua blanca llega un día sí y un día no ¿Cuál es la capacidad mínima que debe tener el tanque de agua de una determinada familia para abastecer las necesidades del hogar? ¿De qué factores va a depender la capacidad del tanque?, ¿Qué pasaría si el agua se va por dos o tres días?, si una familia no tiene tanque, ¿qué cantidad de agua se debe almacenar para abastecer las necesidades del hogar?* Según datos nacionales, el consumo diario de litros de agua por persona varía dependiendo de la edad: niños recién nacidos consumen 20 litros, niños 300 litros, adultos 400 Litros y los ancianos 180 Litros.

En este ejemplo, se esperaba que los estudiantes escogieran una familia hipotética y establecieran las edades de sus integrantes, y de esta manera calcularan la cantidad en litros de agua de su consumo y así obtener la capacidad mínima de almacenamiento del tanque de agua. Este problema fue de gran dificultad para la mayoría de los grupos.

De los siete (7) grupos sólo tres (3) dieron respuestas acertadas al problema planteado, uno de ellos no lo resolvió y los otros tres grupos no dieron respuestas factibles, en virtud de esto, se puede pensar que no comprendieron claramente el problema o no lograron organizar la información y establecer hipótesis necesarias para la solución del problema planteado.

En su mayoría, los grupos consideraron familias pequeñas conformadas por tres (3) personas, dos adultos y un niño, solamente el primer equipo consideró una familia conformada por once (11) personas, un (1) recién nacido, tres (3) niños, cinco (5) adultos y dos (2) ancianos, éste equipo construyó un modelo matemático, aunque muy simple y poco elaborado pero válido de acuerdo a lo planteado por Biembengut y Hein (1999), pues les permitió hallar una solución viable al problema, dicho modelo consistía en una tabla de datos de una entrada, mientras los otros dos grupos cuyas respuestas fueron consideradas como válidas, hicieron uso de la aritmética usando un Modelo matemático numérico.

Aunado a esto, ninguno de los equipos que resolvió el problema, tomó una segunda hipótesis, ni halló otra solución, sin embargo si interpretaron los resultados matemáticos obtenidos de acuerdo a la situación original y dieron respuestas acertadas a las interrogantes planteadas.

**Figura Nro 2. Evidencia del trabajo realizado por equipo 1 en el problema 1**

En mi familia conforma 1 recién nacido, 3 niños, 5 adultos y 2 ancianos.

Personas	Consumo de Litros
1 recién nacido	→ 20 Litros
3 Niños	→ 900 Litros
5 Adultos	→ 2000 Litros
2 Ancianos	→ 360 Litros

20	
900	3280
2000	52
360	<hr/>
3280	6560

Un segundo problema: *El Liceo Nacional El Molino, necesita comenzar a construir la cerca perimetral, para impedir que personas ajenas a la institución tengan acceso a ella. Si el perímetro del Liceo es de 102 metros y se necesita una cerca de por lo menos un metro de alto. ¿Cuánto dinero cuesta hacer la cerca?, ¿Es posible reducir los gastos? Y si el liceo no cuenta con los recursos suficientes para costear la cerca ¿Cómo se puede financiar la cerca perimetral? Buscar el costo por metro cuadrado.*

En este problema se les pedía a los estudiantes obtener el presupuesto del costo de la cerca perimetral del plantel, además de eso debían explicar si era posible reducir los gastos y diseñar un mini plan de financiamiento para la construcción debido, a la falta de recursos de la institución. Obtener el presupuesto no fue de gran dificultad, pues, dos de los estudiantes trabajan como ayudante de albañilería con sus padres los fines de semana, y uno de ellos le explicó al resto de sus compañeros que construir una pared de un metro cuadrado tenía un valor de 40bs. De allí, cinco (5) de los equipos de trabajo consideraron hacer la cerca perimetral utilizando el bloque rojo como material principal, uno de los equipos no dio respuestas al problema y el otro considero que la cerca debía ser de alfajol.

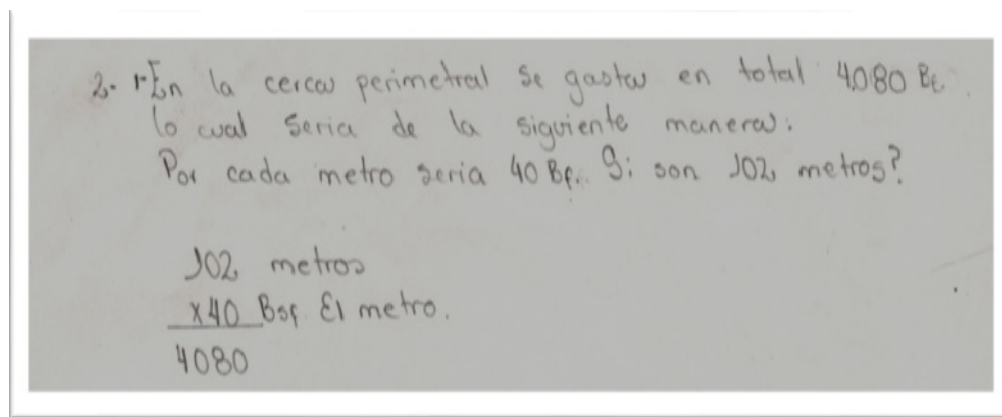
Además del costo de los materiales, otra variable importante es el pago de los trabajadores, sólo dos (2) de los grupos, consideraron el pago de los albañiles y del maestro de obra. Por otro lado, el problema plantea una cerca perimetral de por lo menos un metro de alto, pero los estudiantes pudieron considerar que la cerca debía ser más alta, si lo que se busca es el

resguardo de la institución, sin embargo solamente uno de los grupos trabajó con una altura de más de un metro.

En cuanto al financiamiento de la cerca perimetral cuatro (4) de los equipos consideraron solicitar una colaboración a los estudiantes y a los docentes, para ello consultaron con el Departamento de Evaluación del Liceo, la matrícula total de estudiantes y así establecieron el monto total de su colaboración, otra de las propuestas observadas, fue que cada estudiante podía ayudar donando 3 bloques y así minimizar los gastos.

Los seis equipos que realizaron el trabajo, demostraron comprender el problema y construir un modelo de la realidad, aunque cuatro (4) de ellos no tomaron en cuenta el pago de los trabajadores y esa es una variable importante a considerar. Sólo dos de los grupos interpretaron los resultados obtenidos y buscaron otras alternativas para construir la cerca perimetral, siendo esto un aspecto importante dentro del proceso de Modelización.

**Figura Nro 3 . Evidencia del trabajo realizado por el equipo 2 en el problema 2**



El tercer problema presentado fue: *Los cambios climáticos traen consigo problemas a los países, en los que la energía eléctrica se deriva de la energía hidráulica, tal es el caso de Venezuela, quien en los últimos tiempos se ha visto afecta por estos cambios. Podría usted calcular ¿Cuánta energía eléctrica se consume diariamente en su hogar?, ¿Cuánto estimarías que se consume en tu cuadra? Elabora un plan de ahorro de energía para reducir el consumo de la energía eléctrica en sus hogares. Tomando en cuenta la cantidad de watts por hora consumidos*

*diariamente, en porcentaje, ¿de cuánto sería el ahorro mínimo que podrías hacer y cuanto sería el máximo? Ejemplo*

Artefacto	Cantidad	Capacidad en Watts	Horas de uso	Consumo total en watts
Bombillo 60 watts	1	60	4	240
Televisor	1	250	5	1250

En el momento en el que se llevó a cabo la investigación, se estaban viviendo serios inconvenientes con el abastecimiento de la energía eléctrica en Venezuela, se creyó de vital importancia crear consciencia del uso adecuado de la energía eléctrica y así contribuir a solventar un problema real del país. Para resolver la situación planteada, los grupos de trabajo se vieron en la necesidad de seleccionar el hogar de uno de los integrantes y así obtener mediante procedimientos matemáticos su consumo en watts por hora.

Todos los grupos de estudiantes, que dieron respuesta al problema, calcularon el consumo diario de energía en sus hogares y la mayoría estimó cuánto podría ser el de su cuadra residencial, en función de la cantidad de viviendas, y tomando como referencia su consumo diario; de igual manera, todos ellos dieron sugerencias de cómo pueden ahorrar la energía, y algunos llegaron a estimar cuanto sería el consumo diario aplicando el plan de ahorro de energía elaborado, sólo un grupo estableció en porcentajes el ahorro mínimo y el máximo. Por la naturaleza del problema, el modelo matemático se desprendía del ejemplo mostrado, fue evidente que los equipos trabajaran con una tabla de datos para resolver el problema.

El proceso matemático no estuvo bien desarrollado en la mayoría de los equipos, presentaron inconvenientes para calcular el consumo de watts por hora de artefactos cuyo uso diario era menor a una hora, esto condujo a que las soluciones obtenidas se vieran alteradas y no respondieran al problema planteado. De igual manera, la mayoría de los planes de ahorro de energía se basaban en disminuir el uso de aires acondicionados y televisores, desconectar los electrodomésticos en desuso y finalmente encender las bombillas después de las seis (6) de la tarde, aprovechando en las primeras horas de la tarde la luz solar.

Sólo dos (2) de los seis (6) equipos estimaron ¿Cuánto podía ser el consumo eléctrico de su cuadra?, sin embargo, uno de ellos no informó el número de viviendas con las que se realizó la estimación, por tanto es difícil determinar si la respuesta dada es realmente válida o sólo se basó en una suposición. Por otra lado, tres (3) de los equipos interpretaron los resultados obtenidos de acuerdo a la situación planteada, mientras el resto se limitó a hallar una solución matemática. Además, se evidencio que escasamente un equipo intento cambiar sus soluciones y llevar a cabo otros procesos. Finalmente, en todos los problemas presentados y en el trabajo realizado por los estudiantes, se observa una fase de validación de los resultados muy simple y elemental, sin embargo tomando en consideración la falta de experiencia previa de los estudiantes en el proceso de modelización y siendo esta la primera vez que se enfrentan a problemas de esta naturaleza, el desarrollo del trabajo en general estuvo bastante aceptable.

**Figura Nro 4. Evidencia de la producción del equipo 4 en el problema 3**

Artefacto	Cantidad	Capacidad en Watts	Horas de uso	Consumo total en watts
Bombillos de 100	8	100	6	4800
Microondas	1	385	1	385
Nevera	1	300	24	7200
Refrigerador	—	320	—	—
Plancha	1	1000	1	1000
Televisor	3	250	5	1250
Licuada	1	380	2	760
radio	1	80	2	160
Lavadora	1	500	708	4000
Tostador	—	1100	—	—
Computadora	—	200	—	—
Aire acondicionado	1	1800	8	14400

### Discusión de los resultados

En el siguiente apartado se muestra la clasificación de los errores cometidos por los grupos de estudiantes en las representaciones elaboradas; de acuerdo a lo planteado por Socas (1997). El estudio de los errores se realizó a partir de los modelos matemáticos desarrollados o utilizados por los estudiantes.

### Problema N° 1

El cuadro Nro 1 muestra los errores cometidos por los estudiantes en el problema del suministro de agua blanca del Municipio Libertador, los cuales en su mayoría se nombran modelo incompleto. Ruano, Palarea y Socas (2008), agrupan bajo esta denominación aquellos errores cometidos por los estudiantes que han realizado correctamente el análisis de las variables y las relacionaron correctamente, pero no resolvieron el problema, es decir, lo resolvieron parcialmente. En el caso de esta investigación, los estudiantes debían determinar la capacidad mínima de un tanque de agua para abastecer las necesidades de una determinada familia por dos días. Los grupos N° 4 y 7 obtuvieron la capacidad en litros del tanque sólo por un día; dependiendo del número de integrantes de la familia y de las edades de cada uno, pero no lo hicieron para para el tiempo solicitado. Este tipo de error podría deberse a un descuido por parte de los estudiantes y tendría su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática.

**Cuadro Nro 1. Errores cometidos por los estudiantes en la resolución del problema N° 1**

Error	Grupos
Modelo incompleto	6,7
Error de adición	5

**Fuente:** Guerrero (2012)

### Problema N° 2

En este problema, el error más cometido es la particularización, el cual para Socas (1997); tiene su origen en la ausencia de sentido, los estudiantes no encuentran sentido al uso del lenguaje algebraico; no saben cómo trabajar con letras-símbolos o no tienen significados para ellos. Por tal motivo buscaron respuestas utilizando un lenguaje numérico. Esto demuestra que los estudiantes siguen pensando numéricamente.

Otro error frecuente fue el de modelo incompleto, los estudiantes plantearon el costo de materiales y mano de obra y finalmente no lo suman o no hallaron el costo total de los materiales, entre otros. Como ya se mencionó este tipo de error podría deberse a un descuido por parte de los estudiantes y tendría su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. Un tercer error se debe a la relación incorrecta de variables, y es aquel en el cual los estudiantes calcularon mal la cantidad de “bloques” necesarios para construir la cerca perimetral; multiplicaron el costo del “bloque” por el perímetro de liceo. Este tipo de error puede deberse a un descuido o a un error procedimental, en cuyo caso el primero tiene su origen en actitudes afectiva y emocionales hacia la matemática y el segundo en una ausencia de sentido.

Finalmente los errores por cantidades mal expresadas o uso incorrectos de éstas; se refieren al trabajo de los estudiantes con cantidades expresadas en la escala monetaria anterior y en la escala monetaria vigente simultáneamente, o realizan cálculos aritméticos con cantidades expresadas en ambas escalas lo que evidentemente proporciona resultados incorrectos. Este tipo de error puede deberse a un descuido por parte de los grupos o a un obstáculo debido a la falta de asimilación de la nueva escala monetaria.

**Cuadro Nro 2. Errores cometidos por los estudiantes en la resolución del problema N° 2**

Error	Grupos
Particularización	1,2,4,5,6,7
Modelo Incompleto	1,4
Error al expresar cantidades	1
Uso incorrecto de cantidades	4,7
Relación incorrecta de variables	1
No contestó	3

**Fuente:** Guerrero (2012)

### Problema N° 3

En este problema el error más común fue el no convertir las unidades: los estudiantes debían calcular el consumo en watts por hora de cada artefacto electrodoméstico; el error se presentó en artefactos como la plancha o el horno microondas que son utilizados por escasos minutos, los

estudiantes no realizaron la conversión de minutos a horas por lo tanto, el consumo obtenido es muy elevado y no corresponde a la realidad. Este error puede deberse a una ausencia de sentido producto de un desconocimiento del procedimiento. Un segundo error fue por cambio de unidad, un grupo de manera arbitraria sustituyó la unidad de potencia eléctrica, watts por hora, por una unidad energética, el btu. Este tipo de error puede deberse a un despiste de los estudiantes o a un descuido, dado que en ese momento estaban hablando de un aire acondicionado de doce (12) btu. Y tiene su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática.

Los errores de Modelo incompleto y cantidades mal expresadas fueron explicados en los problemas anteriores al igual que sus posibles orígenes. En último lugar, los errores de adición son estrictamente aritméticos, simplemente la suma fue incorrecta, este error puede deberse a una falta de concentración en el trabajo y puede tener su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática.

**Cuadro Nro 3. Errores cometidos por los estudiantes en la resolución del problema N° 3**

Error	Grupos
Modelo Incompleto	4
Error al expresar cantidades	7
No conversión de unidades	5,6
Cambio de unidad	7
Error de adición	4

**Fuente:** Guerrero (2012)

Finalmente, cada uno de los errores cometidos por los equipos en cada una de las situaciones problemas, fueron organizados de acuerdo a sus orígenes tomando en cuenta lo propuesto por Socas (1997), estos orígenes son: Obstáculos, ausencia de sentido y actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática. El cuadro Nro 4 resume todos los errores con sus respectivos orígenes, incluyendo los problemas en donde fueron hallados y los equipos que lo presentaron.

**Cuadro Nro 4. Errores cometidos por los estudiantes en la resolución de las situaciones problemas y su respectivo origen de acuerdo a la teoría de Socas (1997)**

Origen	Errores	Problemas	Equipos
Obstáculo	Error al expresar cantidades	2,3	1 y 7
	Uso incorrecto de cantidades	2	4 y 7
Ausencia de Sentido	Relación incorrecta de variables	2	1
	Particularización	2	1,2,4,5,6,7
	No convirtieron unidades	3	5 y 6
Actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática	Modelo Incompleto	1 y 2	1, 4, 6 y 7
	Error al expresar cantidades	2,3	1 y 7
	Uso incorrecto de cantidades	2	4 y 7
	Cambio de unidad	3	7
	Error de adición	1 y 3	4 y 5

**Fuente:** Guerrero (2012)

### Conclusiones

Los errores más comunes en los grupos de estudiante son, la particularización y el modelo incompleto, el primero producido por no encontrarle sentido al uso del lenguaje algebraico o ignorar cómo trabajar con algoritmos, es decir, los estudiantes siguen pensando numéricamente. Lo cual está relacionado con vacíos dejados por la aritmética al momento de incorporar los conocimientos algebraicos, de acuerdo a Socas (1997), producto de presentar el álgebra como una simple generalización de la aritmética. Y el segundo se debe a un descuido, los estudiantes resuelven parcialmente el problema, pero no consideran elementos importantes o se les olvida realizar algún proceso, lo cual corresponde a las actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. Estos resultados son similares a los encontrados por Ruano, Socas y Palarea (2008), quienes afirman: “en actividades de Modelización los errores más frecuentes son: Particularización y Modelo Incompleto”. (p.)

Otro error común en los estudiantes es en la representación de cantidades, es decir, los estudiantes trabajaban simultáneamente con cantidades expresadas en dos sistemas monetarios diferentes o realizan cálculos aritméticos con cantidades expresadas en ambas escalas lo que evidentemente proporciona resultados incorrectos. Este tipo de error pudo deberse a un descuido

o excesiva confianza por parte de los grupos o a un obstáculo, ya que, para el momento en que se realizó la investigación los estudiantes no habían asimilado la nueva escala monetaria, producto de la costumbre arraigada en ellos. En el primer caso este error tiene su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática y en segundo en una ausencia de sentido.

Se considera relevante prestar una especial atención a la prevención y tratamiento de estos errores para favorecer el aprendizaje del lenguaje algebraico, fijando mayor atención, como lo recomienda Ruano, Socas y Palarea (2008), “en el origen de los mismos, haciendo uso de la Modelización Matemática y Creando una actitud racional hacia la matemática.”(p.73)

### Recomendaciones

Abordar los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas reales, que preparen a los estudiantes para conocer su entorno, mediante actividades de Modelización y haciendo énfasis en la construcción del Modelo Matemático con la ayuda del docente. La resolución de problemas se debería centrar en la modelización como el enlace entre la Matemática y la realidad del educando y debería ser una prioridad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática el uso y tratamiento de los errores como un organizador curricular, de modo que, tal como lo sugiere Rico (1997) los estudiantes al comprender su propio error, proceda a su eliminación. Continuar investigando sobre el potencial de la modelización matemática en la educación media, a fin de continuar la búsqueda de mejoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en este nivel educativo

### Referencias

- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos Matemáticos a través de Proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 11. 49-92. [Documento en línea] Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33511103.pdf>
- Bassanezi, R. (2004). Modelling as a Teaching-Learning Strategy. *For the Learning of Mathematics*, 14 (2), 31-35.

- Biembengut, M. y Hein, N. (1999). Modelación Matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación Matemática*. 11(1), 119-134
- Blomhøj, M. y Hojgaard, T. (2003). Developing Mathematical Modelling Competence: Conceptual Clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its applications*, 22 ( 3), 123-139.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching. A review of argument and instructional aspects. En Niss, M., Blum, W. Y Huntley, I. (Eds). *Teaching of Mathematical Modelling and applications*. Pp. 10-29. Ellis Horwood Chichester.
- Cadenas, R. (2007). Carencias, Dificultades y Errores en los Conocimientos Matemáticos en Alumnos del Primer Semestre de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes. *Revista Orbis/ Ciencias Humanas*. 2 (6), 68-84. [Documento en Línea]. Disponible en: <http://www.revistaorbis.org.ve/6/6art4.pdf>
- Castro, E. y Castro E. (1997). Representaciones y Modelización, en L, Rico (Coord). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. (cap. 4, pp 95-122,) Barcelona: Horsori.
- Del Puerto, S. y Minnaard, C. (2004). Análisis de los Errores: una Valiosa Fuente de Información acerca del Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*. [Documento en Línea] Disponible en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto>.
- Guerrero (2012) Algebra y Modelización Matemática en Educación Media (Trabajo de Maestría) Universidad Pedagógica Experimental Libertador- Maracay, Aragua, Venezuela.
- Guerrero y Ortiz (2012). Modelización matemática en educación media. Un estudio de competencias en un grupo de estudiantes. *Epsilon* 2012, 29 (2) nº 81, pp. 27-40
- Jaime, A y Gutiérrez, A (1990). Una propuesta de fundamentación para la Educación de la Geometría: El Modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M. Sánchez (Coord.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática*, pp. 295-384 (Fragmentos). Alfar: Sevilla, Spain
- Kaiser, G. (2007) Modelling and Modelling Competencies in School, en. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum and S. Khan (eds). *Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and Economics*. cap. 3.3, pp. 111 -119
- Kaiser, G. y Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education— Examples and Experiences. *J Math Didakt* (2010) 31: 51–76. Springer.

- Luengo González, R., Blanco Nieto, L., Mendoza García, M., Sánchez Pesquero, C., Márquez Zurita, L. y Casas García, L.M. (1997). *Proporcionalidad Geométrica y Semejanza*. Madrid: Ed. Síntesis, S.A.
- PISA (2009) Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos OCDE. Informe español. Ministerio de Educación Gobiernos de España. Disponible en: [www.educacion.es/cesces/actualidad/pisa-2009-informe-espanol.pdf](http://www.educacion.es/cesces/actualidad/pisa-2009-informe-espanol.pdf).
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En Rico, L. Dir., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M.M. (Coords). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Ice – Horsori, pp. 39 – 59.
- Ruano, R; Socas, M. y Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de los errores cometidos por los alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en Álgebra. *PNA* 2(2). 61-74. [Documento en Línea] Disponible en: <http://www.pna.es/Numeros/pdf/Ruano2008Analisis.pdf>
- Socas, M. (1997). Dificultades, Obstáculos y errores en el aprendizaje de la Matemática en la Educación Secundaria. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (cap. 5, pp.125-154). Barcelona: Horsori.