

# OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL CONOCIMIENTO PROBABILÍSTICO

## EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES IN THE PROBABILISTIC KNOWLEDGE

\*Clemente Ramón Osorio Flores

[cosorio122@hotmail.com](mailto:cosorio122@hotmail.com)

Facultad de Ciencias de la Educación

**Universidad de Carabobo**

Estado Carabobo, Venezuela

## ARTÍCULO

---

\*Licenciado en Educación mención Educación Comercial. Magíster en Investigación Educativa. Candidato a Doctor en Educación. Profesor Asistente de la cátedra de Estadística de la FaCE de la Universidad de Carabobo. Profesor del área de Postgrado de FaCE y de UNITEC.

---

**Recibido:** 14 de Octubre de 2015

**Aprobado:** 18 de Febrero de 2016

### Resumen

El presente artículo está fundamentado en la revisión bibliográfica relacionada con los obstáculos epistemológicos que puedan tener los estudiantes de estadística en el conocimiento probabilístico, abordando el origen del aprendizaje en el hombre, se hace un breve paseo por la historia de la estadística para luego definir su objeto de estudio. Se explora, la concepción de obstáculos epistemológicos, para finalmente concluir con la presentación de su trama central, los errores en el conocimiento probabilístico. Desarrollando el por qué se evidencian estos errores y como se clasifican. Dando importancia, no solo, a la identificación del error por parte del estudiante, sino, que logre aprender de ellos, para su futuro inmediato. A modo de conclusión, todos los docentes, no importa el área en el que se desenvuelvan, deberían dedicar espacios para trabajar con el tratamiento de las dificultades, como contenido conceptual y procedimental.

**Palabras clave:** Obstáculos epistemológicos, conocimiento probabilístico, estadística, errores

### Abstract

This paper is based on a bibliographical review related to the epistemological obstacles that statistics students have in the probabilistic knowledge, taking part of the beginning of the man learning, doing a review for statistic history to define the object of study. It is necessary to explore the meaning of epistemological obstacles to conclude with the central topic, epistemological errors in the probabilistic knowledge. Developing why are common these errors and how they are classified. Giving importance not only to the identification of errors from the student, but to how they achieve to learn about them, to their immediate future. As a conclusion, all teachers, regardless of the area in which they develop, should devote spaces to work with the treatment of difficulties, such as conceptual and procedural content.

**Keywords:** Epistemological Obstacles, Probabilistic Knowledge, Statistic, Errors.

## Introducción

El estudio de la estadística tiene entre sus objetivos, conocer los fenómenos aleatorios que se presentan en la cotidianidad. Tradicionalmente, la mayoría de los procedimientos mostrados en el estudio de la probabilidad se refieren al campo de los juegos del azar. Sin embargo, si se quiere que el estudiante valore el papel de la probabilidad y de la estadística en la toma de decisiones, es importante que los problemas que se manejen en la clase hagan ver de la forma más amplia posible este fenómeno e incluyan aplicaciones de su contexto educativo.

La Estadística se ha desarrollado de manera increíble, ha pasado a considerarse una de las ciencias metodológicas y base del método científico experimental. Una de las razones por la cual se le está dando gran énfasis a la educación estadística es la gran utilidad que se le ha encontrado, es posible utilizarla en múltiples áreas, como es el caso de investigaciones, en diversos ámbitos de la vida cotidiana, en donde al poder analizar la validez de sus resultados y ver si la información es fiable, se ha requerido para la toma de decisiones acertadas desde el nivel micro hasta el nivel macro, esto quiere decir que se toman decisiones concretas ya sea en lo político, económico y social de un país en vía de desarrollo

El conocimiento de la estadística está incorporado al sistema educativo para formar razonamiento lógico, analítico e interpretativo de los estudiantes, también tiene como finalidad cultivar el conocimiento básico de estadística que permita a los individuos ser capaces de analizar e interpretar las informaciones necesarias para la transformación social. En la enseñanza de las probabilidades y desde luego de todo lo concerniente al contenido de estadística, los estudiantes suelen encontrar inconvenientes a la hora de resolver y realizar ejercicios. Las probabilidades juegan un papel importante en la toma de decisiones a nivel estadístico, es por ello la preocupación porque los estudiantes comprendan y aprendan de esos errores para poder superarlos.

El estudio de los errores que puedan cometer los estudiantes en el conocimiento probabilístico, supone la clave dentro del ámbito de la enseñanza de la resolución de problemas a la hora de mejorar no sólo las técnicas de aprendizaje sino también el mismo proceso de enseñanza. El obstáculo; por otra parte, no siempre implica un resultado positivo y por ello se

hace aún más necesario su análisis y estudio cuando el objetivo es el de establecer las implicaciones pedagógicas pertinentes.

Lo importante de este artículo, es que las personas pueden interpretar datos de una manera correcta, podrían también tomar decisiones acertadas a nivel poblacional. Es por esto, se le ha dado gran importancia a la Educación Estadística, puesto que cada vez está llegando a más sectores de la población, a través de los currículos escolares donde se está incorporando, tanto en la enseñanza de la educación primaria y de la educación media general. En la cotidianidad también encontramos datos estadísticos ya sea en la televisión, en los periódicos, en las revistas y en casi todos los medios de comunicación.

### **Primeros pasos del hombre por aprender**

El hombre es curioso en esencia, gracias a esa curiosidad por conocer el mundo, el ser humano ha desarrollado la capacidad de investigar el cómo, cuándo, dónde, por qué y el para qué; de la naturaleza de los objetos y seres que se encuentran a su alrededor. En tiempos remotos, cuando el hombre inició sus procesos de aprendizaje, lo hizo de manera espontánea y natural con el propósito de adaptarse al medio ambiente.

Al respecto Pérez-Taylor (2012) comenta “cabe pensar que cualquier animal desvinculado parcial o temporalmente del entorno que permitió su emergencia evolutiva, para acceder y sobrevivir a y en otros entornos, y apropiarse de ellos, tienen que exponerse y arriesgarse a la aventura” (p.121). El hombre primitivo comenzó a estudiar los alrededores de su vivienda, explorar las áreas donde conseguir agua, alimentos y orientarse para lograr volver a su morada. En un sentido más resumido, el hombre no tenía la preocupación del estudio, lo importante para él era sobrevivir a su entorno.

Tener un entendimiento acerca de los cambios del entorno hace al hombre un ser con mayor capacidad para entender y resolver las problemáticas de la realidad. En el ser humano, la capacidad de aprendizaje ha llegado a constituir un factor que sobrepasa a la habilidad común en las mismas ramas evolutivas, consistente en el cambio conductual en función del entorno dado; en este sentido, Pérez-Taylor (Ob. cit.) plantea: “consecuentemente, al tiempo que se

hominizaban, ciertas formas primates no sólo debían adecuarse y adaptarse a los azares y a los cambios del entorno, tenían que innovarse y provocar otros cambios” (p.121).

De este modo, a través de la continua adquisición de conocimiento, la especie humana ha logrado hasta cierto punto el poder independizarse de su contexto ecológico e incluso de modificarlo según sus necesidades. El proceso fundamental en el aprendizaje es la imitación, de esta forma, el hombre aprende las tareas básicas necesarias para subsistir y desarrollarse en una comunidad.

El aprendizaje requiere un cambio relativamente estable de la conducta del individuo, este cambio es producido tras asociaciones entre estímulo y respuesta. Al pasar los siglos, surge la enseñanza intencional, surgió la organización y se comenzaron a dibujar los conocimientos en asignaturas. Hubo entonces la necesidad de agruparlas y combinarlas en sistemas de concentración y correlación. En suma, el hombre se volvió hacia el estudio de la geografía, química, matemática, física y otros elementos de la naturaleza mediante el sistema de asignaturas que se había ido modificando y reestructurando con el tiempo.

Es por ello, que el homo faber (hombre del hacer), al descubrir que es más atinado observar las manifestaciones naturales antes de vincularse con ellas, para que de esta forma pueda anticipar sus acciones y aprovechar al máximo los recursos naturales que necesita para sobrevivir. Y así optó por condensar la realidad social en una realidad abstracta de conocimiento a través de asignaturas que facilitan la comprensión del mundo.

Es allí, donde surge el poder del hombre en dominar las situaciones sociales a través del conocer y medir la realidad abstracta como ventaja para predecir los hechos sociales y de esta manera genera un entorno más seguro de aprendizaje para él. El ser humano evoluciona, renueva su lógica, y genera nuevas interrogantes, lo que provoca en él, la necesidad de disciplinarse administrando su tiempo y sus espacios.

### **Aparición de la estadística en la sociedad del hombre**

De esta forma, el proceso de aprendizaje lleva al hombre a involucrarse, formándose en las distintas disciplinas del saber, guiándolo al estudio de las diversas asignaturas por tanto al

estudio de las matemáticas, al tiempo que fue descubriendo información que estaba relacionada con esta área del saber, con procedimientos de registro diferentes, con cifras de conteo que recopilaban y analizan datos. Sobre las bases de las ideas expuestas, Alcalá (2012) comenta:

En sus orígenes, se puede decir que las antiguas civilizaciones: China, Egipcia, Hebrea, Griega, etc., utilizaron la Estadística, aunque de una manera rudimentaria y asistemática, en los recuentos de población y riquezas. Se puede revisar el Antiguo Testamento (La Biblia), en el libro de los Números, el cual contiene informes sobre levantamientos de censos. Los chinos también efectuaron censos hace más de cuarenta siglos, así como los griegos con fines tributarios, sociales (división de tierras) y militares (cálculo de recursos y hombres disponibles. (p.17)

Es tan antigua como la civilización, su significado desde entonces, fue extendido posteriormente para incluir toda colección de información de cualquier tipo, y prueba de ello la tenemos en los censos realizados por los egipcios, griegos, romanos; así como inventarios sobre tierras, soldados, tributos o impuestos, todo ello obviamente de una forma elemental y sencilla.

Las repúblicas italianas a fines de la Edad Media y del renacimiento comenzaron a presentar documentos con contenidos estadísticos a fines del siglo XIII. A partir del siglo XVII aumentó la cantidad de datos oficiales y la Estadística cobró mayor significación como la descripción de las cosas notables del Estado. En efecto, en la sociedad francesa de este siglo, los juegos de azar, tales como dados y barajas eran considerados como una tónica o símbolo de buen gusto. Fueron Pierre Fermat y Blaise Pascal, los que hacen los primeros tratados de resolver problemas relacionados con los juegos de azar; Cristian Huygens se planteó determinar la probabilidad de ganar un juego.

En relación a los juegos de azar y a los principios de las probabilidades, Alcalá (Ob. cit.) plantea: “El cálculo de probabilidades se incorpora rápidamente como instrumento de análisis extremadamente poderoso para el estudio de fenómenos económicos y sociales, y en general para el estudio de fenómenos no deterministas” (p.20). Es así, como en el transcurrir del siglo XIX, y sobre todo en el siglo XX, la Teoría de Probabilidades alcanza su mayor auge, a tal punto de ser considerada en la actualidad como la base matemática de la Estadística Moderna.

En efecto, la teoría de probabilidades, aparte de ser el fundamento de los procedimientos de decisión clásico para la estimación, es un instrumento indispensable para toda clase de

estudios que contenga incertidumbre. En este sentido, Mendenhall, Beaver y Beaver (2013) afirman: “La Probabilidad y la Estadística se relacionan de una manera importante. La probabilidad se emplea como una herramienta; permite evaluar la confiabilidad de las conclusiones respecto a la población cuando sólo tiene información muestral” (p.128)

La teoría de probabilidades ha sido desarrollada y usada para tratar y resolver problemas importantes; se relaciona con el periodo de vida, con los fenotipos de las descendencias y con el cruce de dos especies de plantas; está vinculada a la construcción de modelos econométricos, a las decisiones administrativas sobre planeamiento y control, a los accidentes de todo tipo, y es usada en discusiones acerca del sexo de un feto. Mendenhall, Beaver y Beaver (Ob. cit.) describe: “El concepto de probabilidad se emplea no solamente en diversos tipos de investigación científica, sino también en muchos problemas de la vida diaria” (p.129).

### **El estudio de las probabilidades en la Facultad de Ciencias de la Educación**

La asignatura Estadística Aplicada a la Educación pertenece a la Cátedra de Estadística del Departamento de Evaluación y Medición, dentro del tronco común de Formación Profesional en el pensum de estudio de la Licenciatura en Educación. La primera Unidad de contenido de la asignatura denominada “Introducción a la Teoría de las Probabilidades” comprende desde los conocimientos básicos de probabilidad, tipos de eventos, variable aleatoria discreta y continua, hasta los modelos probabilísticos, que luego serán de aplicación en los problemas de toma de decisiones bajo riesgo y de inferencia estadística. Según el Programa Analítico (2003), el objetivo de la unidad de Probabilidades es aplicar los basamentos teóricos de las probabilidades en situaciones hipotéticas de investigaciones planteadas en el campo educativo.

El aprendizaje de la probabilidad se aborda a través de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales; con la conceptualización de las probabilidades, a partir de la interpretación clásica, como la frecuencia relativa. Se relacionan las diferentes interpretaciones sobre el concepto de probabilidades, analizando la importancia de la probabilidad. Se define experimento aleatorio y espacio muestral, se construyen espacios muestrales; se definen y calculan las probabilidades para los diferentes tipos de eventos. Diferenciación entre los tipos de variables aleatorias. Elaboración de distribuciones de probabilidades para variables aleatorias

discretas, interpretación del valor esperado y la varianza de variables aleatorias discretas. Aplicación de los modelos binomial y normal en la solución de problemas educativos en forma manual.

Para el aprendizaje de las probabilidades en los estudiantes que cursan la asignatura, se tienen estrategias metodológicas que ayudan a consolidar el aprendizaje; como las siguientes: se realizan investigaciones acerca de la importancia de las probabilidades en el estudio de fenómenos educativos, se incentivan discusiones acerca de los diferentes enfoques sobre probabilidad y los conceptos básicos utilizados en el estudio de la misma. Se proponen ejemplos en los que se diferencian con claridad los tipos de variables aleatorias; se suministran datos que permitan la construcción de distribuciones de probabilidades, suministro de datos educativos con el fin de seleccionar el modelo de probabilidad adecuado en la solución de problemas hipotéticos de investigación.

Por otra parte, la asignatura es requisito obligatorio para la culminación de la carrera, y además es pre-requisito en dos de las menciones para seguir avanzando, en la mención Educación para el Trabajo Sub-Área Comercial es prelación de la asignatura Estrategias de Aprendizaje en Educación para el Trabajo (EC0704) del séptimo semestre y en la mención Educación Física, Deporte y Recreación es prelación de la asignatura Principios y Evaluación del Entrenamiento Deportivo (EF0802) del octavo semestre.

### **Obstáculos epistemológicos en el conocimiento probabilístico**

En la enseñanza de la Estadística los obstáculos epistemológicos evidenciados en los estudiantes representan una mortificación recurrente para los profesores en el proceso de enseñanza de la Estadística que es parte del conocimiento matemático, el estudio de las dificultades cognitivas presentadas por los estudiantes ayudan a buscar soluciones y ubicar una postura racional hacia el aprendizaje de la Estadística. Profundizando en el tema de los obstáculos, Brousseau (1983), ha identificado tres tipos de obstáculos en el aprendizaje de la estadística:

**Obstáculos ontogénicos** (a veces llamados obstáculos psicogenéticos): son debidos a las características del desarrollo del niño. Por ejemplo, para comprender la idea de

probabilidad se requiere un cierto razonamiento proporcional, por lo que un niño muy pequeño no puede comprender la probabilidad. **Obstáculos didácticos:** resultan de alguna forma inadecuada de enseñar un concepto. Por ejemplo, la introducción de un nuevo simbolismo tal como:  $\Sigma x_i/n$ , para la media, en lugar de facilitar la comprensión del significado de la media, puede oscurecerlo, en caso de alumnos con poca base matemática. Sería mejor con estos alumnos trabajar con ejemplos concretos o comparaciones, tal como comparar la media con el punto de equilibrio o centro de gravedad. **Obstáculos epistemológicos:** Relacionados intrínsecamente con el propio concepto y conteniendo parte del significado del mismo. Por ejemplo, las circularidades que se presentan en las diferentes definiciones del significado de la probabilidad (clásica, frecuencial, subjetiva) que mostraron en su día la necesidad de una definición axiomática. (p.8)

Dentro de este marco, el autor manifiesta la presencia los obstáculos en los individuos, ya sean por la evolución psicología, la manera de aprender o los procesos mentales por los cuales deben pasar las personas, en general todos están en el riesgo o en la fortuna de presenciar el efecto de algunos de estos obstáculos. Ahora bien, como afecta cómo afecta, o mejor cuales son las razones por las cuales estos obstáculos se aferran en el aprendizaje de la estadística en los individuos. En este sentido, Garfield y Alhgren (1988) señalan las siguientes razones que caracterizan algunas de las dificultades que surgen en la enseñanza de la Estadística:

Algunos conceptos estocásticos, tales como el de probabilidad, correlación, necesitan del razonamiento proporcional, que ha demostrado ser un tópico difícil en diversas investigaciones.

Existen falsas intuiciones que los alumnos llevan consigo al empezar la enseñanza. Aunque estas intuiciones son mejor conocidas para el caso de la probabilidad (Piaget e Inhelder, 1951; Fischbein, 1975) aún han sido poco estudiadas para los conceptos estadísticos.

A veces los alumnos muestran una falta de interés hacia la estadística, porque se les ha enseñado en forma muy abstracta en edades tempranas. (p.12)

De todo lo dicho anteriormente, los estudiantes se enfrentan a situaciones inesperadas en el aprendizaje de la Estadística, llámese errores u obstáculos y que estos siempre están presentes en el quehacer educativo. Haciendo referencia a la primera premisa de los autores sobre el aprendizaje de las probabilidades, tópico principal para la toma de decisiones estadísticas en la realización de inferencias a poblaciones estudiadas, en donde se observa la preocupación por las



dificultades percibidas por los estudiantes ante los planteamientos de problemas de probabilidades. Aunado a la situación, Mohamed, Ortiz y Serrano (2014) acotan lo siguiente:

Este estudio indica que una gran mayoría de los profesores en formación de Educación Primaria posee un conocimiento insuficiente de la probabilidad y, a veces, basan sus respuestas en unas creencias o conocimientos informales, que pueden influir en una incorrecta asignación de probabilidad a los sucesos. (p.142)

Por esta razón, se puede afirmar que los estudiantes cuando comienzan una carrera universitaria llegan con deficientes conocimientos sobre Matemática, Estadística y Probabilidades, y por ende; se les dificulta la comprensión de los conceptos de inferencia estadística que permite la toma de decisiones. Sobre el asunto, son interesantes las cifras aportadas por el Departamento de Evaluación y Medición mediante las actas de calificaciones emanadas por la Oficina de Control de Estudios Local de la Facultad de Ciencias de la Educación entre el primer periodo del año 2004 y el segundo periodo del año 2011, que fueron tabuladas arrojando como resultado un promedio del 39,9% de estudiantes reprobados en la asignatura Estadística Aplicada a la Educación

Por lo tanto, existe un factor de riesgo que se está haciendo habitual en los últimos tiempos en el récord académico de los estudiantes que cursan Estadística Aplicada a la Educación en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, estos datos permiten afirmar que a dichos estudiantes se les hace difícil reconocer y resolver problemas en esta asignatura, problemática que ha sido observada y estudiada en las distintas reuniones realizadas en el Departamento de Evaluación y Medición. Atendiendo a estas consideraciones, cuya importancia fue el criterio considerado para realizar una investigación que pudiera arrojar luces sobre la problemática en sí, y sobre la existencia de posibles soluciones.

Por lo antes expuesto, se evidencia la importancia de estudiar los obstáculos encontrados por los estudiantes en la materia y la necesidad de encontrar soluciones para superar y aprender de ellos; y así, puedan aprobar y seguir avanzando sin problemas en los estudios de la carrera. Al respecto, Batanero (2006), destaca “El estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas que permitirá orientar mejor la tarea de enseñanza y evaluación del aprendizaje”. (p.10)

De este modo, utilizando los indicadores propuestos por Batanero en su trabajo “La Cultura Estadística” se realizó un diagnóstico entre los estudiantes que cursan la asignatura Estadística Aplicada a la Educación en el segundo periodo del año 2010, más específicamente en la unidad de probabilidades, en el cual se consultó a los estudiantes acerca de las causas para obtener un bajo rendimiento en la unidad de probabilidades

Del Diagnóstico se obtuvieron los siguientes resultados: el 28% por Falta de interés de los alumnos en el salón de clases, el 50% por Poca comprensión de los contenidos del programa, el 48% por Carencia de hábitos de estudio, el 48% por Desconocimiento de las Operaciones básicas de matemática, el 72% por Análisis e interpretación del enunciado del problema (comprensión lectora), el 55% por Fobia a la asignatura Estadística, el 28% por Incomodidad del Profesor con la asignatura, el 45% por Limitación del tiempo para asimilar el contenido, el 30% por Aprendizaje memorístico, el 35% por Discrepancia de lo enseñado por el Profesor y lo reforzado por los Preparadores.

Siendo el punto de partida el aprendizaje de las probabilidades que son base del contenido restante de la asignatura, se le da mayor atención al desconocimiento de las operaciones básicas de matemática que son esenciales en las ecuaciones de probabilidades, como una de las principales causas para obtener un bajo rendimiento en los conocimientos de probabilidades; así como los obstáculos que se les presenta a los estudiantes con la comprensión de los conceptos de probabilidades y su aplicación al momento de resolver problemas de probabilidades en los fenómenos educativos; otra de las limitaciones detectadas en los estudiantes es la mala interpretación de los enunciados de los ejercicios propuestos, que trae como consecuencias que realicen operaciones distintas a las requeridas; al incorrecto manejo de los datos numéricos que se encuentran en los planteamientos presentados.

Se resalta la importancia de identificar los obstáculos a los que se enfrentan los estudiantes en el conocimiento probabilístico. Sobre el asunto, Astolfi (1998) señala, “El objetivo último del trabajo didáctico no es la superación del obstáculo, sino más bien su identificación como tal por parte del alumno, y el control vigilante que ejercerá a partir de entonces sobre el mismo”. (p.165)

En las concepciones actuales, el error ha dejado de ser algo a penalizar para convertirse en una fuente valiosa de información, en una señal de hacia dónde se debe reorientar el proceso de

enseñanza. Es también un recurso de motivación, una Oportunidad para que el estudiante argumente y discuta sus conocimientos, para lograr una mejor comprensión y una mayor familiaridad con el razonamiento probabilístico. Ante este planteamiento y en función a las premisas mencionadas se manifiestan las siguientes interrogantes: ¿Cómo se puede aprovechar el error en el aprendizaje de las probabilidades? ¿Qué importancia tiene la identificación de los errores en el conocimiento probabilístico? ¿Cuáles serían los beneficios pedagógicos de una teoría para tratar el error en el conocimiento de las probabilidades? ¿Cómo se facilitaría la comprensión del conocimiento probabilístico desde el uso del error para el aprendizaje de la Estadística Aplicada?

Lo más importantes es, identificar los posibles errores presentes en los estudiantes en el contenido de probabilidades de la asignatura Estadística Aplicada a la Educación. Cuantificando la presencia de las dificultades epistemológicas en las pruebas de evaluación del contenido de probabilidades, la trascendencia de ubicar la presencia de estos errores, la resumen claramente, Ruano, Socas y Palarea (2008) al afirmar: “para el profesor, es importante conocer los errores básicos cometidos por los alumnos puesto que le provee de información sobre la forma en que éstos interpretan los problemas y sobre cómo utilizan los diferentes procedimientos”. (p.61). Esto le permite conocer los diferentes obstáculos que están presentes en los estudiantes al momento de aplicar sus conocimientos en las situaciones planteadas sobre probabilidades.

Clasificar las dificultades epistemológicas identificadas, facilita al profesional de la docencia planificar y desarrollar estrategias, de acuerdo al tipo de obstáculo identificado, guiadas a la superación de los errores. En este sentido, Noda (2000) refiere: “tras observar las dificultades existentes para hacer clasificaciones precisas de los problemas, ya que muchos de ellos presentan aspectos comunes en las diferentes categorías” (p.40). Los autores consultados hacen referencia a clasificaciones de los errores cometidos por estudiantes en contenidos de matemática y en estadística pero en otros contenidos, por lo tanto, sería novedoso la elaboración de la clasificación de los obstáculos epistemológicos ejecutados en el conocimiento probabilístico. Para esta clasificación se pudiera tomar como criterio la por Brousseau (1983) (Obstáculos ontogénicos, Obstáculos didácticos, □ Obstáculos epistemológicos).

Luego de la identificación y la clasificación de las dificultades, se debe analizar las causas que llevan a los estudiantes a cometerlos, con el fin de obtener insumos suficientes de sus

características. En concordancia, Ruano, Socas y Palarea (2008) afirman que “a partir de las respuestas a un cuestionario, realizamos una clasificación de los errores cometidos y se analizan sus posibles orígenes” (p.61). A modo de finalizar el proceso didáctico, se deben elaborar estructuras teóricas que faciliten la construcción de una didáctica del uso de las dificultades en el conocimiento probabilístico. Del Puerto, Minnaard y Seminara (2004) sugieren que: “una vez comprobada la presencia de un error, el docente podrá diseñar actividades ad hoc que ayuden a los alumnos a sortear el obstáculo, de manera de hacer fructífero el proceso de aprendizaje” (p.7). Asimismo Ruano, Socas y Palarea (2008) ratifican “finalmente, formulamos algunas consecuencias didácticas que se derivan de estos resultados” (p.62).

### **Presencia de los errores en el aprendizaje**

El proceso de aprendizaje es una actividad individual que se desarrolla en un contexto social y cultural. Es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones (hechos, conceptos, procedimientos), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron. A juicio de Briceño (2011), dentro de este Aprendizaje, pueden aparecer trastornos y dificultades en la atención o el cálculo. Estos afectan la capacidad para interpretar lo que se ve o escucha, o para integrar esta información, estas limitaciones se pueden manifestar en la interpretación de enunciados, en operaciones lógicas matemáticas, en los análisis de datos y en la redacción de conclusiones.

Equivocarse es parte esencial de todo ser humano; cotidianamente las personas tienden a errar en las tareas más sencillas o tal vez más difíciles que les toca realizar, tal vez por desconocimiento de la situación planteada o descuido en el proceso de realización de los objetivos solicitados. Al respecto Collazo (2008) por su parte, “se define error humano como ese comportamiento de las personas que excede el límite de tolerancia definido para una tarea en particular”. (p.13). Igualmente Juran (1996) afirma que “por naturaleza, los seres humanos tenemos tendencias a cometer errores, somos incapaces de mantener la atención o hacer ejercicios musculares permanentemente, recordar todos los acontecimientos pasados, o tomar siempre decisiones correctas”. (p.253). Pareciera entonces que los individuos a lo largo de sus

vidas cometen equivocaciones sin preocuparse por enmendar la situación. Sin embargo, los seres humanos tenemos la capacidad de rectificar las fallas cometidas e incluso de anticipar y reconocer las situaciones erradas hasta aprender de ellas. En relación a este tema Miller (1995) comenta:

Todos cometemos errores; errar no es distintivamente humano. Pero, aunque muchos otros seres vivos, los animales e incluso las plantas, tienen habilidad parcial para anticipar algunos de sus errores, reconocerlos y hasta aprender de ellos, al parecer sólo los seres humanos obran activamente en este sentido. (p.9).

Los individuos no permanecen ajenos a la naturaleza, en ciertos momentos son ellos mismos quienes insisten en buscar las oportunidades de cometer algún tipo de error, de someterse a situaciones donde no tengan las respuestas correctas, pero que poseen las herramientas necesarias para solucionarlo. Miller (Ob. cit.) señala, “no podemos permitirnos cometer errores incorregibles, irrevocables o incontrolables”. (p. 9). De acuerdo a estas opiniones debemos, entonces reconocer la importancia de errar y de estar en frente de acciones que lleven a los sujetos a entrar en contacto con escenarios donde se activen los procesos cognitivos para avanzar en las posibles soluciones.

En relación a la clasificación de los errores, Collazo (2008) distingue cuatro categorías: la primera, errores de omisión: cuando algo no se hace o se omite un paso en el proceso; la segunda, errores comisión: cuando se desvía la acción de lo esperado, hacer de más o de menos; en la tercera categoría entrarían errores voluntarios: cuando se comete el error a conciencia; y la cuarta categoría abarca los errores involuntarios: cuando se comete el error inconscientemente.

Con referencia a los tipos de errores, Juran (1990) plantea lo siguiente “toda percepción humana está sometida a errores humanos, que surgen de varias fuentes: descuido, falta de técnica, errores conscientes”. (p.149). Dicho esto resulta evidente que los errores humanos están presentes en todas las situaciones, sean de trabajo, de convivencia, de liderazgo o educacionales. Estos últimos, de gran importancia, siempre en el ámbito educativo se debe aprender de los errores. Los obstáculos que se puedan presentar en el proceso de aprendizaje, sirviendo no sólo, para penalizar; sino para escrudiñar, descubrir que motivó al estudiante a cometer el error y así, contribuir con él a superarlo.

Para despertar el interés por el estudio de los errores cognitivos se realiza una síntesis por la evolución de los errores matemáticos a nivel mundial; por su parte, Cantu (2008) en su artículo titulado Revisión de la literatura sobre errores matemáticos. Una aproximación a la investigación en Latinoamérica, comenta:

En Alemania ha existido interés por la investigación de los errores, Weiner (1922) es considerado como el fundador de la investigación didáctica, trató de encontrar patrones que explicaran las equivocaciones individuales en todas las materias y en todas las edades, diferenció entre equivocación, falsificación y error. Seseman (1931) dio una fundamentación psicológica. Kiessling (1925) investigó sobre la tendencia al error, la predisposición de algunas personas a equivocarse. Rose (1928) buscó las causas del error. Schlaak (1968) investigó el error en la resolución de problemas en una prueba; Glück (1971) trabajó sobre los errores de cálculo, Pippig (1977) ha dado una interpretación de las deficiencias en el cálculo aritmético desde el punto de vista psicológico en los problemas aritméticos principalmente. (p.3).

Las evidencias anteriores corresponden a estudios realizados en Europa, también en Oceanía, más específicamente en Australia, se han realizado estudios sobre el tema, de lo cual Cantu (Ob. cit.) expresa:

Se ha investigado sobre los errores matemáticos en Australia, comienza a partir de los años setenta y agregan una variable más, la afectividad. Newman (1977) desarrolla un modelo para jerarquizar los errores en las tareas escritas, citado en Ellerton & Clements (1992). Ellerton, Clements y Watson, utilizan el modelo jerárquico de Newman en estudiantes tanto en el continente australiano como el asiático. Su línea de investigación son los problemas razonados, es decir, escritos. (p.3).

Pero no sólo en Europa y Oceanía se han preocupado por el estudio de los errores cometidos por los estudiantes en matemática, en los Estados Unidos también consideran importante ubicar las causas y proponer soluciones coherentes que logren superar las dificultades cognitivas que muestran los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas; sobre el asunto, Cantu (Ob. cit.) señala:

En Estados Unidos, la investigación en torno a los errores matemáticos comienza con Thorndike (1917) con un trabajo muy completo; Buswell (1925) incluyó observaciones en el aula y entrevistas para el diagnóstico. Brueckner (1935) y otros investigadores se enfocaron en clasificar e interpretar los errores detectados;

continuaron Engelhard (1975), Lankford (1972) y Cox (1975). Después continúa con Radatz (1985), Resnick (1989). (p.4)

En cuanto al territorio latinoamericano países como Argentina, Colombia y Venezuela, han desarrollado estudios al respecto tal como lo expone Cantu (Ob. cit.):

En Argentina, Pochulu (2005) investiga sobre los errores y va más allá entrevistando a los profesores y así comparar los errores de los alumnos y lo expresado por los docentes en su experiencia. Del Puerto, Minnaard, & Seminara (2006) investigaron sobre los errores en alumnos de educación media, terciaria y universitaria, una de sus conclusiones es que los alumnos universitarios tienen mayor cantidad de errores porque tienen un bagaje de información mayor. La investigación en Colombia comienza a principios de los años setenta con investigadores franceses cuando se propone un currículo más experimental. La investigación matemática comienza a mediados de los ochenta con algunas líneas de investigación como el aprendizaje de la aritmética elemental, el aprendizaje de la geometría. (Vasco, 1998). En Venezuela se ha investigado sobre habilidades y destrezas matemáticas en alumnos que ingresan a la Escuela de Educación, basado en la teoría del procesamiento de la información y encontraron que los alumnos carecen del dominio matemático y tienen dificultades para utilizar un lenguaje simbólico. (González, Luque, & Ríos, 2006). (p.4)

Terminado el paseo epistemológico por los principales países del mundo dedicados al estudio de los errores matemáticos, se concentra la disertación en este momento a las dificultades manifestadas por los estudiantes en el aprendizaje de la estadística como conocimiento matemático.

En este sentido, hay que hacer mención de las dificultades que existen en la actualidad en el proceso de aprendizaje de la Estadística por parte de los estudiantes en todos los niveles educativos. Partiendo de los supuestos anteriores, Batanero (2001) comenta: “Muchos profesores precisan incrementar su conocimiento, no sólo sobre la materia, también sobre los aspectos didácticos del tema. Esta preparación debería incluir también el conocimiento de las dificultades y errores que los alumnos encuentran en el aprendizaje de la estadística”. (p.117)

### **A modo de conclusión**

Los errores en estadística son la manifestación externa de un proceso complejo de enseñanza y aprendizaje. La investigación sobre el tema de los errores en el proceso de aprendizaje es un tema importante de la Educación estadística que no ha sido investigado en

profundidad. Los errores representan una fuente incansable de información significativa para inventar y reinventar estrategias de aprendizaje que ayuden garantizar a los estudiantes una enseñanza de calidad en su formación profesional. Los obstáculos epistemológicos ofrecen a los docentes de las diferentes áreas curriculares especialmente a los profesores de estadística, un procedimiento sistemático para ayudar a los estudiantes a organizar y reforzar conceptos nuevos que están asimilando en las diferentes disciplinas. En este artículo se indican algunas propuestas que se realizan para transformar experiencias negativas de errores en estadística en experiencias positivas de actuación en clase en el marco bien conocido del planteamiento y resolución de problemas de probabilidades.

Por ello, todos los docentes, no importa el área en el que se desenvuelvan, deberían dedicar espacios para trabajar con el tratamiento de las dificultades, como contenido conceptual y procedimental. La puesta en práctica de estas estrategias permite al estudiante desarrollar un pensamiento analítico, lógico y crítico que conduzca a la adquisición de habilidades y aptitudes tanto materiales como intelectuales en la captación del conocimiento estadístico. En forma paralela otorgar al Docente la oportunidad de profundizar en temas de mayor nivel y profundidad práctico – teórica para crear en el educando una base firme en la búsqueda del conocimiento a través de la ejecución de los problemas de probabilidades.

## Referencias

- Alcalá O. (2012) *Tópicos de estadística aplicados a las ciencias sociales*. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Astolfi J. (1998). *El Tratamiento Didáctico de los Obstáculos Epistemológicos*. Conferencia dictada en el marco del Primer Congreso de Enseñanza de la Física celebrado en la Universidad de Antioquia, 1998. Nombre del texto en francés: "Le traitement didactique des obstacles épistémologiques" *Traducción: Tomás Cortés Sánchez*. REVISTA EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA VOL. XI No. 25.
- Batanero C (2001). *Didáctica de la Estadística. España. Grupo de Investigación en Educación Estadística*, España. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.



- Batanero C. (2006). *Los retos de la cultura estadística*. Comunicación presentada en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística. Buenos Aires, 2005 [En línea] Disponible en: <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones%20index.htm> [Consulta: 01 de diciembre de 2012]
- Briceño T. (2011) *El uso del error en el aprendizaje. Una posible construcción pedagógica argumentativa*. Valencia, Venezuela: Universidad de Carabobo.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- Cantu M, (2008) *Revisión de la literatura sobre errores matemáticos. Una aproximación a la investigación en Latinoamérica* [En línea] Disponible en: <http://redesoei.ning.com/profiles/blog/list?user=0an9bdbenn959> [Consulta: 05 de diciembre de 2012]
- Collazo G. (2008) *Error Humano: Modelo de determinación de Raíz Causa*. San Juan, Puerto Rico. Edición Digital.
- Del Puerto, Minnaard y Seminará (2004) *Errores en el aprendizaje de las Matemáticas*, IV Conferencia Argentina de Educación Matemática, Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). Buenos Aires, Argentina.
- Juran J. (1996). *Juran y La Calidad por el Diseño: Nuevos pasos para Planificar la calidad de bienes y de servicios*. Madrid – España: Díaz de Santos. Versión digital. [Consulta: 17 de diciembre de 2012]
- Mendenhall W., Beaver R. y Beaver B. (2013). *Introducción a la Probabilidad y Estadística*. Décimo tercera edición. Thomson Editores. México. DF.
- Miller D. (1995). *Popper: Escritos selectos* (compilaciones). México D.F. Fondo de Cultura Económica.
- Mohamed N, Ortiz J y Serrano L (2014). Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesores. Edita: Juan J. Ortiz. Capítulo 9: Evaluación del conocimiento y las creencias de profesores en formación sobre la Probabilidad [En línea] Disponible en: <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones%20index.htm> [Consulta: 01 de diciembre de 2016]

Noda M. (2000) *Aspectos Epistemológicos y Cognitivos de la Resolución de Problemas de Matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del Primer Ciclo de la Eso y maestros en formación*. Universidad de la Laguna España.

Pérez-Taylor R. (2012). *Antropología y Complejidad*. Barcelona, España: Gedisa

Ruano, R., Socas, M. y Palarea, M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. *PNA* 2(2), 61-74. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Granada: Editorial Universidad de Granada.