Revista Ciencias de la Educación
Vol. 33, Nro. 62, Julio-Diciembre 2023. Online ISSN 2665-0231 • Print ISSN 1316-5917

Investigación

Pertinencia del uso de la distribución Weibull en aplicaciones del mantenimiento industrial

Relevance of the use of the Weibull distribution in industrial maintenance applications

Franklin Ángel Moreno Sequera
https://orcid.org/0009-0007-0242-720X
Universidad Politécnica Territorial de Valencia.
Valencia, Venezuela.
fmoreno26@gmail.com

Resumen

En algunas instituciones educativas superiores del país, el Mantenimiento Industrial es una asignatura optativa, lo que lleva a que los egresados subestimen su importancia estratégica. Este estudio examina la literatura especializada en Mantenimiento Industrial, destacando las contribuciones de Stephens (2010) y Moubray (2000) sobre Productividad y Mantenimiento Centrado en la Confiabilidad (RCM), así como la teoría de Confiabilidad de Sistemas de Rausand y Hoyland (2004). El objetivo es promover la comprensión de la distribución de Weibull para diseñar y optimizar planes de mantenimiento industrial, mejorando la confiabilidad y eficiencia de equipos y sistemas en entornos industriales. Utilizando una metodología cuantitativa, se busca explicar cómo la Distribución de Weibull puede ser aplicada para regular políticas de mantenimiento. A tal efecto, se presenta un caso de estudio sobre una unidad de bombeo de agua marina para enfriamiento en condensadores de una planta eléctrica, que experimentó fallas sucesivas durante 24 meses. El análisis reveló un proceso de desgaste con una tasa de fallos creciente ($1<\beta<2$). Esto sugiere la necesidad de implementar una política de mantenimiento general para mejorar la confiabilidad del equipo.

Palabras clave: Distribución Weibull, Mantenimiento Industrial, Confiabilidad.

Abstract

In some higher education institutions in the country, Industrial Maintenance is an elective course, which leads graduates to underestimate its strategic importance. This study examines the specialized literature on Industrial Maintenance, highlighting the contributions of Stephens (2010) and Moubray (2000) on Productivity and Reliability-Centered Maintenance (RCM), as well as the System Reliability theory by Rausand and Hoyland (2004). The objective is to promote the understanding of the Weibull distribution to design and optimize industrial maintenance plans, improving the reliability and efficiency of equipment and systems in industrial environments. Using a quantitative methodology, it seeks to explain how the Weibull Distribution can be applied to regulate maintenance policies. To this end, a case study on a seawater pumping unit for cooling in the condensers of an electric plant, which experienced successive failures over 24 months, is presented. The analysis revealed a wear process with an increasing failure rate ($1<\beta<2$). This suggests the need to implement a general maintenance policy to improve the equipment's reliability.

Keywords: Weibull Distribution, Industrial Maintenance, Reliability.

Recibido: 14/04/2023 **Enviado a árbitros:** 14/04/2023 **Aprobado:** 24/06/2023

Introducción

El mantenimiento industrial puede ser clasificado como una disciplina científica, dado que cumple con los criterios establecidos en la definición de ciencia expresada por Hernández-Sampieri, Fernández-Collado & Baptista-Lucio (2014) donde describe la ciencia como "un sistema estructurado de conocimientos y métodos que se enfoca en los fenómenos naturales y sociales, con el propósito de describirlos, explicarlos y predecirlos" (p. 4). En este sentido, los profesionales en mantenimiento reconocen esta función como una de la más dinámica dentro de una planta debido a la gran cantidad de equipos que deben mantenerse y la variedad de protocolos de mantenimiento específicos para cada uno. Estos incluyen lineamientos y políticas de mantenimiento desde diversas perspectivas como el Mantenimiento Productivo Total (TPM), el Análisis de Modo y Efecto de Falla (AMEF) y el Mantenimiento Centrado en la Confiabilidad (RCM), entre otras.

Según SKF Reliability Systems, el objetivo del RCM es preservar la función más importante del equipo o sistema con la confiabilidad y disponibilidad requeridas al menor costo de mantenimiento. Esto coincide con las opiniones de autores como Selvik & Aven (2011), quienes argumentan que, además de reducir los costos de mantenimiento, el RCM aumenta la seguridad y la confiabilidad.

Desde una perspectiva ingenieril y matemática, existen varios modelos que pueden aplicarse para estudiar la confiabilidad, permitiendo analizar el comportamiento de los productos durante su desarrollo y vida útil. Según Acuña (2003), el estudio de la probabilidad de falla ayuda a estimar la vida útil de los productos, lo cual es un elemento decisivo para cualquier sistema de calidad orientado a lograr la satisfacción del cliente.

Entre estos modelos, se encuentran las familias de distribuciones normal, gama (incluida la exponencial) y uniforme, que proporcionan una amplia variedad de modelos de probabilidad para variables aleatorias continuas. Sin embargo, hay muchas situaciones prácticas en las cuales estos modelos no se ajustan bien a los datos observados.

O'Connor (2002, como se citó en Gutiérrez, 2009) indica que los datos analizados mediante estas distribuciones pueden responder a diferentes características según el tipo y evento de estudio, como el tiempo de funcionamiento del equipo (MTTF), el tiempo de operación del sistema (MTBF), o el tiempo que tarda en repararse un equipo después de fallar (MTTR). Estos tiempos de vida pueden medirse en horas, millas, ciclos de falla, ciclos de tensión u otras unidades que evalúan la vida o exposición del ítem.

Para determinar si un conjunto de datos se distribuye según alguna distribución teórica, Acuña (Ob. cit., p.44) menciona que "(…) existen diversas pruebas de bondad de ajuste como la chi-cuadrado para muestras grandes ($N > 30$) con datos agrupados, Kolmogorov-Smirnov para datos no agrupados y Shapiro-Wilk para muestras pequeñas ($N < 30$). También se pueden emplear herramientas estadísticas como SAS®, MINITAB® y ARENA® (DeVore, 2008).

En este contexto, estadísticos e investigadores han desarrollado otras familias de distribuciones adecuadas para diversas aplicaciones prácticas. En experiencias de tipo aleatorio, donde los resultados dependen del tiempo (o del espacio), los estudios de confiabilidad consideran el tiempo como una variable aleatoria crucial. De acuerdo con Acuña (Ob. cit.), cuando los productos o máquinas tienen fallas tempranas o fallas frecuentes en su edad madura, la fiabilidad del sistema es claramente función de la edad del mismo. Con este propósito, se pueden emplear modelos de distribución normal, lognormal o Weibull, y también el modelo exponencial si la tasa de fallos es constante.

Según Walpole, Meyers, Myers y Ye (2012) y Rodrigo (2022), la distribución de Weibull, al igual que las distribuciones gamma y exponencial, es aplicable a problemas de confiabilidad y pruebas de vida, como el tiempo de operación antes de la falla o la duración de vida de un componente o sistema mecánico, medida desde un tiempo específico hasta su falla.

Propósito de la Investigación

Las principales características de la Distribución Weibull la hacen muy útil en la modelación de fallas de componentes y equipos. Esta utilidad podría ser un elemento de interés que acerque a los estudiantes de ingeniería y otras disciplinas al mundo de la probabilidad y la estadística, así como las aplicaciones de las ecuaciones logarítmicas y exponenciales, a estudiantes de diversos ámbitos científicos y de ingeniería. Por tal motivo, el objetivo es promover la comprensión de la distribución de Weibull para diseñar planes de mantenimiento industrial que mejoren la confiabilidad y eficiencia de equipos y sistemas en entornos industriales

Descripción del Enfoque Teórico

Una distribución de probabilidad es un modelo matemático que asocia los diversos valores que puede tomar una variable aleatoria con la frecuencia de ocurrencia de cada uno de esos valores. Este modelo queda completamente definido al determinar sus parámetros. En esencia, las distribuciones de probabilidad permiten organizar la información sobre las variables investigadas a partir de registros aleatorios de experimentos u observaciones (Yáñez, Gómez & Valbuena, 2004). Gutiérrez (2009) afirma que "La representación numérica y gráfica de eventos de mantenimiento y/o producción, mediante el uso de distribuciones, es un instrumento avanzado de mantenimiento útil para el análisis, el estudio, la comprensión y la toma de decisiones en cualquiera de los cuatro niveles de mantenimiento (instrumental, operativo, táctico y estratégico). Su aplicación permite observar el comportamiento en el tiempo de cualquier fenómeno".(p.315)

Las experiencias documentadas revelan diversas situaciones tales como:

- El comportamiento de la lluvia basado en datos hidroclimatológicos (Epidat 4, s.f.).

- La caracterización del comportamiento estadístico de las dimensiones de los cereales y otros granos (Moreno, Aguilar, Hernández y Soto, s.f.).

- La descripción de una variedad amplia de distribuciones de biomasa en pastizales (Remington, Bonham y Reich, 1994).

- La función de densidad de la velocidad del viento para optimizar el diseño de turbinas eólicas y evaluar la energía extraíble (Segura, 2020).

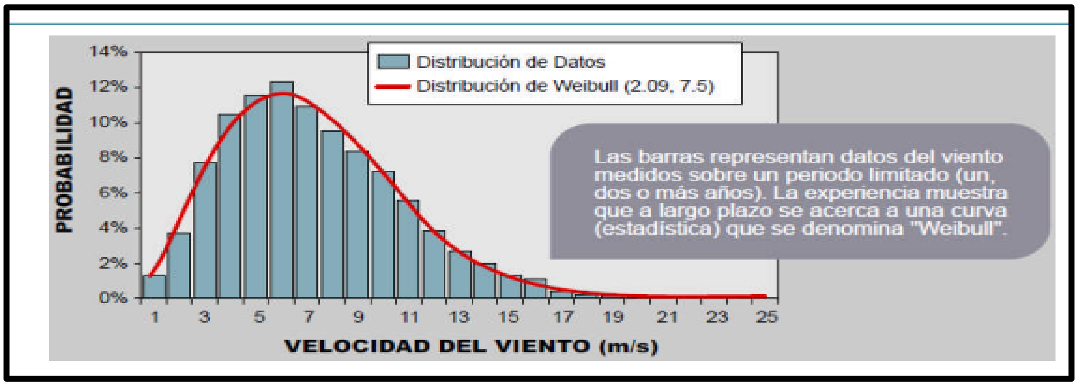
En este contexto, Waloddi Weibull (1887-1979) demostró en 1951, basado en evidencia empírica, que su distribución (de ahí el nombre) es útil para estudiar los esfuerzos a los que se someten los materiales, proporcionando un modelado adecuado mediante el empleo de esta distribución. En análisis estadísticos es frecuente trabajar con funciones de densidad de probabilidad continuas (*fdp*) que se ajusten a datos experimentales y medibles, generalmente representados en un histograma de frecuencias.

La adecuación del modelo de probabilidades de Weibull con sus parámetros (γ, η, β) al histograma que describe los datos derivados de la experimentación/observación resulta ser una aproximación muy útil para estimar la media, desviación estándar y probabilidades específicas. Por ejemplo, en el Figura Nº 1 se analiza la producción eólica de un emplazamiento particular mediante la adecuación de una fdp Weibull (2.1;7.5), obteniendo una velocidad media del viento de 7.5 metros por segundo, con la forma de la curva determinada por un parámetro de forma β=2.

La estimación de los parámetros de la distribución se realiza una vez seleccionado el modelo de distribución que describe los datos. Existen dos tipos de estimaciones: la estimación puntual, que busca el mejor cálculo del parámetro a partir de los datos disponibles, y la estimación del intervalo, que mide los límites superior e inferior del parámetro desconocido.

Figura 1.

Análisis Producción Eólica un región particular.



Fuente: https://biblus.us.es/bibing. Universidad de Sevilla, España (s.f)

Es evidente que a mayor cantidad de datos disponibles, la estimación del parámetro se aproxima más al valor verdadero (Lewis, 1995, como se citó en Gutiérrez, 2009). Sin embargo, según Reliasoft@ (2008), los métodos para estimar los parámetros de una distribución varían desde los más sencillos hasta los más sofisticados y robustos. Entre estos se incluyen el método gráfico y los métodos analíticos como la máxima verosimilitud y los momentos. A pesar de que los métodos analíticos ofrecen una mejor aproximación a los parámetros, su complejidad hace que no se apliquen con frecuencia. Sin embargo, método Figura puede ser útil como una técnica exploratoria o de visualización para comprender la distribución de los datos y examinar la linealidad de la función acumulada. Con fines didácticos, este último enfoque será el utilizado en este artículo.

Cuando se utiliza de manera eficaz con datos de campo recopilados adecuadamente, el análisis de Weibull es una poderosa herramienta. Este análisis facilita la toma de decisiones relacionadas con las actividades de intervención y manejo de riesgos en una organización. Según Shigley y Mischke (1990), la distribución de Weibull es una función estadística versátil que puede cambiar fácilmente. Es asimétrica y presenta diferentes valores para la media y la mediana. Esta distribución se puede aproximar a una normal o representar una exponencial.

Reliasoft@ (2008) comenta que las situaciones de tipo tiempo-fallo pueden proporcionar información útil para modelar tiempos de vida o realizar análisis de supervivencia. Estos análisis permiten estimar valores de probabilidad de fallo, éxito o confiabilidad, así como la vida media y otros parámetros importantes de una distribución. Esta información es aplicable en estrategias y acciones concretas de mantenimiento e ingeniería en empresas de manufactura. En efecto, según O'Connor (2002, como se citó en Gutiérrez, 2009), los datos analizados proporcionan evidencia empírica. Al ser examinados mediante distribuciones, estos datos pueden responder a diferentes características según el tipo de estudio y el evento observado. Por ejemplo, pueden analizar el tiempo de funcionamiento del equipo (MTTF), el tiempo de operación del sistema (MTBF) o el tiempo que tarda en repararse un equipo después de fallar (MTTR). Estos tiempos de vida pueden medirse en horas, millas, ciclos de fallo, ciclos de tensión o cualquier otra medida que evalúe la vida o exposición del ítem.

Fundamentos de la Distribución de Weibull

La distribución de Weibull es una familia de distribuciones caracterizada, en su forma general, por tres parámetros: γ, η y β. Esta configuración le confiere una notable flexibilidad, permitiendo obtener ajustes superiores en comparación con otras distribuciones cuando se selecciona y ajusta adecuadamente (Rojas, 1975, como se citó en Gutiérrez, 2009). En el contexto del mantenimiento industrial, la distribución de Weibull se emplea para analizar los fallos de dispositivos industriales a lo largo de sus etapas de vida útil: la etapa inicial de montaje y acoplamiento, la etapa de funcionamiento y la etapa de desgaste. Según el Manual del Ingeniero de Mantenimiento, una variable aleatoria t se dice que sigue una distribución Weibull con parámetros η ≥0 y β ≥0 si la expresión matemática de su función de densidad de probabilidad es de la forma $f(t, \gamma$, η, β), es decir;

$$f(t;\gamma,\eta,\beta) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad t > 0;\ \eta\,,\beta > 0 \qquad (\mathbf{Ec.\,1})$$

Donde; $t - \gamma \geq 0$

β es el parametro de forma;

η es el parametro de escala;

γ es el parametro de posición, valor umbral o tiempo de garantia

Esta distribución se caracteriza por tres parámetros que le confieren su flexibilidad y capacidad de ajuste. El parámetro *gamma (γ)*, también conocido como parámetro de posición o de traslación, localiza la abscisa a partir de la cual se inicia la distribución. *Eta (η)*, el parámetro de escala o característica de vida útil, es crucial para determinar la vida útil del producto o sistema. Este parámetro representa el tiempo en el cual la probabilidad acumulada de fallo es del 63.2%. Finalmente, el parámetro *beta (β)* refleja la dispersión de los datos y determina la forma de la distribución, permitiendo a la distribución de Weibull adoptar diversas formas (Gutiérrez, 2009, p.142).

La integración de la función de densidad de probabilidad $f(t, \gamma$, η, β), o simplemente $f(t)$, permite obtener la función de distribución acumulada (FDA) de una variable aleatoria t de Weibull con parámetros η y β. La función de densidad acumulada aumenta gradualmente a medida que t aumenta, lo que indica una mayor probabilidad de ocurrencia de eventos a medida que aumenta el tiempo de vida. Es por ello que, comúnmente para modelar tiempos de vida de sistemas y para predecir la probabilidad de fallo en un momento dado. Su aplicación adecuada puede mejorar la toma de decisiones en diversas áreas donde se requiere el análisis de datos de tiempo de vida y supervivencia.

Función de Distribución Acumulada (FDA):

La FDA de Weibull modela la probabilidad acumulada de falla o fracaso de un componente o sistema a lo largo del tiempo. Representa la probabilidad de que un elemento falle antes de un tiempo t específico.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad \textbf{(Ec. 2)}$$

Cuadro 1.

Parámetro de forma (β) de Weibull.

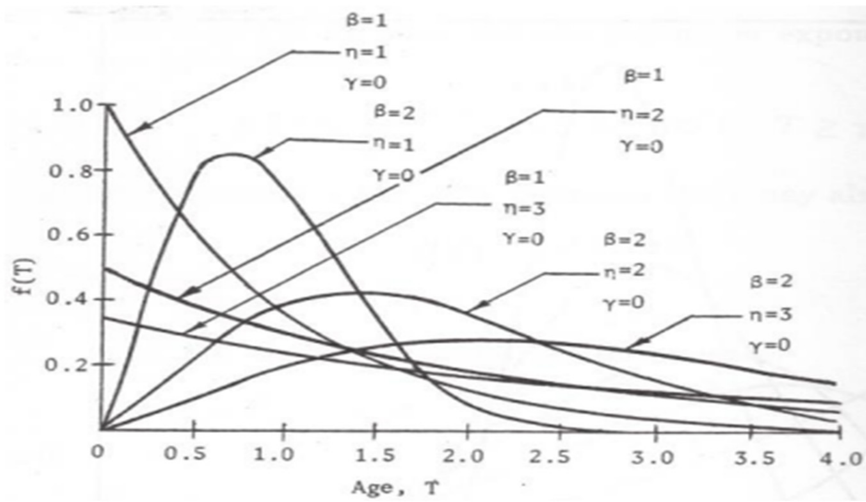
Valor de beta (β)	Efecto
0 < β < 1	Tasa de fallo decreciente
β =1	Distribución Exponencial
1 < β < 2	Tasa de falla creciente, cóncava
β = 2	Distribución Rayleigh
β > 2	Tasa de falla creciente, convexa
3 < β < 4	Tasa de fallo ceciente, se aproxima a la distribución nrmal; simétrica

Fuente: Gutiérrez (2009, p.143)

Al analizar los diferentes efectos asociados con los valores de beta (β) en la distribución de Weibull, en el Cuadro 2, se proporciona una visión detallada de cómo varía la distribución de Weibull en función del parámetro de forma β, lo que resulta fundamental para interpretar y modelar datos relacionados con fiabilidad y supervivencia en diversas aplicaciones estadísticas. En otras palabras, el valor del parámetro β en la distribución Weibull tiene un impacto significativo en la forma en que la tasa de fallo, $\lambda(t)$, evoluciona con el tiempo, lo que permite ajustar el modelo a diferentes situaciones y fenómenos del mundo real de manera más precisa.

Figura 2.

Función de densidad de Probabilidades de Weibull.



Fuente: Kececioglu (1991, citado por Moreno,et.al, s.f)

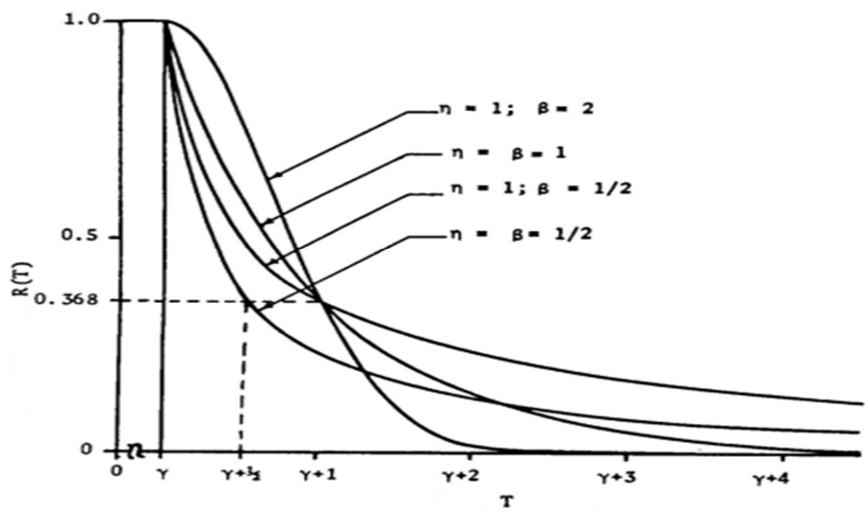
Función de Supervivencia o Confiabilidad

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad \textbf{(Ec. 3)}$$

El Figura 3 ilustra la función de confiabilidad para distintos valores de los parámetros β y η. El parámetro de localización, γ, se utiliza cuando existe una probabilidad muy baja de falla durante un periodo de tiempo inicial, tal como se observa en el inicio de la distribución en dicho Figura. Cuando el parámetro de localización es negativo, esto indica que el equipo puede presentar fallas incluso antes de ser puesto en funcionamiento. la función de supervivencia, $R(t)$, permite el análisis de datos de tiempo de vida y en el estudio de eventos que evolucionan a lo largo del tiempo. Proporciona información valiosa sobre la probabilidad de que un evento no haya ocurrido hasta un determinado tiempo, lo que permite tomar decisiones informadas en diversos contextos y disciplinas.

Figura 3.

Función de Confiabilidad de Weibull según β *y* η *.*



Fuente: Moreno et.al (s.f)

Por otro lado, la función de riesgo permite analizar el comportamiento de la tasa de fallos. Este análisis explica las distintas formas que la función de riesgo puede adoptar en función del parámetro de forma, β, tal como se muestra en el Figura 4.

Función de Riesgo (Curva de la Bañera)

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad \textbf{(Ec. 4)}$$

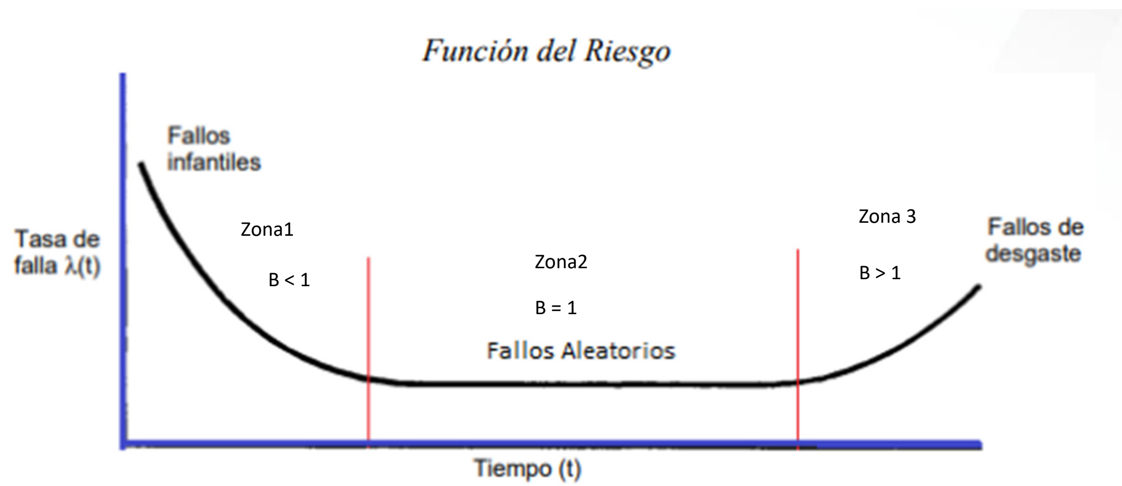
Para Infraspeak Team (2020), el rendimiento de cada activo varía a lo largo de su vida, hasta que finalmente llega a la edad de ser reemplazado. Hay varios indicadores que permiten seguir esta evolución, como la densidad de probabilidad de fallo, la tasa de fallos y la probabilidad acumulada de fallo. En este artículo hablaremos de la curva de la tasa de fallos, también conocida como "*bathtub curve*" o "curva de la bañera" debido a su forma. (Ver Figura 4)

La descripción de la función de confiabilidad de Weibull o Curva de la Bañera se inicia en la zona 1 (β < 1), partiendo de la premisa de que todos los equipos se encuentran en buenas condiciones al comienzo de su misión. Conforme pasa el tiempo, la confiabilidad disminuye, como se muestra en el Figura 4. Para valores de β menores a 1, la función de confiabilidad decrece de manera asintótica. Similar a la función de densidad, cuando β es igual a 1, la función de confiabilidad adopta una forma exponencial.

Para calcular la media (μ) y la varianza (σ^2) de la distribución de Weibull, es necesario utilizar la función gamma.

Figura 4.

Función del Riesgo de la Bañera.



Fuente: Reliability Engineering Resources (2022)

$$\mu = E(t) = \gamma + \eta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad \textbf{(Ec. 5)}$$

$$\sigma^2 = \eta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right] \quad \textbf{(Ec. 6)}$$

Estimación de Parámetros de la Distribución de Weibull

La primera aplicación de la distribución de Weibull, como se mencionó anteriormente, utiliza métodos específicos para calcular sus parámetros. En este caso, se recurre al método analítico de los mínimos cuadrados para determinar los parámetros de forma (β) y escala (η). Este método implica aplicar álgebra de logaritmos a la función de distribución acumulada (Ec.2) hasta transformarla en una expresión doble logarítmica, equivalente a una ecuación lineal de regresión.

A continuación, se presenta el proceso para linealizar esta expresión, partiendo de la función de distribución acumulada de la distribución de Weibull, según la Ec.2:

Determinación de la ecuación lineal de regresión

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad ==> \quad e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} = 1 - F(t)$$

$$\frac{1}{e^{\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}} = 1 - F(t) \quad ==> \quad \frac{1}{1 - F(t)} = e^{\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

$$ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = ln\left(e^{\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}\right) \quad ==> \quad ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}$$

$$ln\left[ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right] = \beta ln(t-\gamma) - \beta \ln(\eta) \qquad (\mathbf{Ec.\,6})$$

La ecuación Nº 7 se corresponde con una ecuación lineal de la forma: $\boldsymbol{y = mx - b}$

$y = ln\left[ln\left(\frac{1}{1-F(t)}\right)\right]$ es el término dependiente

$m = \beta$ es la pendiente de la recta de regresión

$x = ln(t-\gamma)$ es el término independiente

$b = -\beta \ln(\eta)$ es el intercepto con el eje "y" (**Ec. 7**)

Mediante la analogia anterior se puede concluir ciertas correspondencias, por ejemplo:

- La pendiente de la recta de regresión es el parámetro de forma (β)
- El intercepto de la recta de regresión está en función de parámetro de forma

(β) y del parámetro de escala (η)

De la ecuación Ec.#8 se puede deducir: $\eta = e^{-\frac{b}{\beta}}$ (**Ec. 8**)

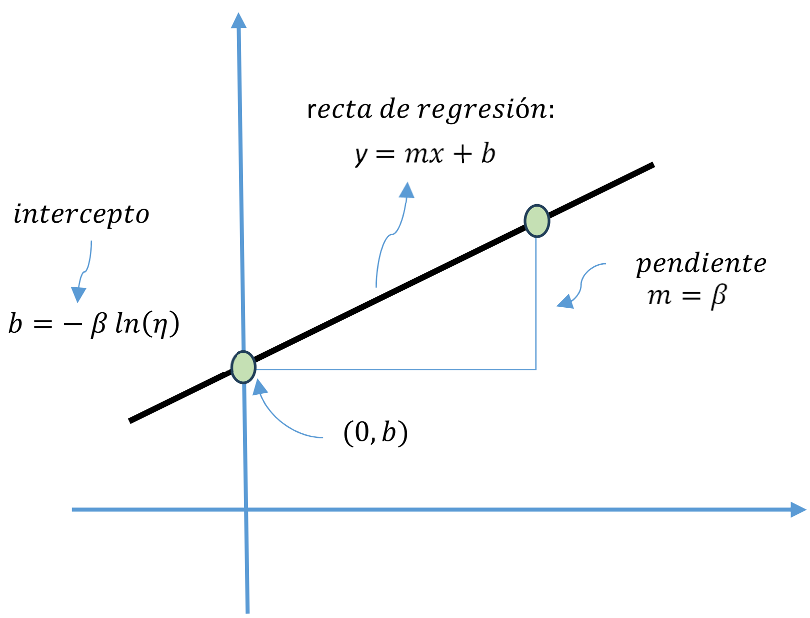
Haciendo un procedimiento similar con la ecuación de supervivencia (Ec. 3)

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

Se despeja el tiempo (t): $t = \gamma + \eta * ln\left[\frac{1}{R(t)}\right]^{\frac{1}{\beta}}$ (**Ec. 9**)

Figura 5.

Recta de regresión y sus partes.



En la recta de regresión del Figura 4, destaca la pendiente m, que coincide con el parámetro de forma β y define la inclinación de la recta. Además, se observa un desplazamiento o intersección, denotado con el símbolo b que determina el punto donde la línea cruza el eje y, en el caso de la distribución de Weibull, esta intersección está en función de β y η

Para trazar la recta de regresión, el siguiente paso es calcular un estimador matemático para la función de distribución acumulativa $F(x)$. Este estimador, conocido como Rango de Mediana (RM), es un estimador no paramétrico basado en el orden de las fallas y en el tamaño de la muestra. Esto implica que los datos de la muestra deben organizarse en orden ascendente (de menor a mayor) (Londoño, Mora, & Benavides, 2022). Según el método Bernard[1] (Crespo, Moreu & Sánchez, 2004), se pueden utilizar diferentes expresiones para el RM, de acuerdo al tamaño de la muestra, como se describe a continuación:

- Menor o igual a 20 datos: $F(i) = \frac{i+0,3}{N+0,4}$ (**Ec. 10**)
- Mayor de 20 y menor de 50 datos: $F(i) = \frac{i}{N+1}$ (**Ec., 11**)
- Mayor o igual a 50 datos: $F(i) = \frac{i}{N}$ (**Ec. 12**)

i : *número ordinal consecutivo*

n : *tamaño de muestra*

$F(i)$: *rango de mediana aplicable*

[1] El Método de Bernard de aproximación de rango de medianas" es un enfoque utilizado en estadística para estimar el rango de la mediana de un conjunto de datos de una manera más sencilla, aunque un poco menos precisa que otros métodos más complejos

Para obtener las coordenadas de linealización, según Daniels (2002), se deberían utilizar las siguientes expresiones:

$$y = \ ln\left[ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right]$$

$F(t) = F(i)$ es el rango de medianas o tiempo operativo entre fallos, y

$x = \ ln(t - \gamma)$ γ es la vida característica.

Recorrido Metodológico

Este estudio se enmarca en una investigación documental con fines didácticos dirigida a estudiantes de distintos ámbitos científicos y de ingeniería. Su propósito es el objetivo es promover la comprensión de la distribución de Weibull para diseñar y optimizar planes de mantenimiento industrial, mejorando la confiabilidad y eficiencia de equipos y sistemas en entornos industriales. En este contexto, se fijó la situación de un equipo de bombeo al cual se le levantó un historial de fallos, posteriormente analizado mediante el método de mínimos cuadrados. De este análisis se derivaron dos aplicaciones que pueden emplearse en técnicas de mantenimiento industrial:

1. Cálculo de la fiabilidad basada en ensayos probabilísticos.

2. Estimaciones de los tiempos de reemplazo de componentes en función de la fiabilidad que se pretende alcanzar.

Para ejemplificar la metodología de estimación de parámetros mediante la aplicación del método de mínimos cuadrados en una distribución, con el apoyo de Excel, se deben seguir los siguientes pasos:

a) Contabilizar el tamaño de la data (N).

b) Estructurar los datos en dos columnas: en la primera, numerar las corridas i según el evento de fallo i que aparezca; es decir, la corrida 1 corresponde a la aparición del fallo 1, y así sucesivamente. En la siguiente columna, colocar el tiempo entre fallos (TEF) asociado a dicho fallo, y continuar hasta cubrir la totalidad de los datos disponibles.

c) Asumir γ igual a cero, lo que significa que el levantamiento de la distribución de Weibull iniciará con la primera corrida.

d) Ordenar los datos de TEF de mayor a menor. Esto implicará que el orden inicial de las corridas se alterará, probablemente. Por tanto, reasignar este orden basado en el criterio descendente del TEF.

e) En función de N, usar la expresión adecuada para el cálculo del rango asociado a la corrida i.

Este procedimiento se aplicó en el análisis de una unidad de bombeo de agua de mar utilizada para el enfriamiento en los condensadores de una planta eléctrica. Los TEF, expresados en horas, se registraron durante un período de 24 meses.

Usando el procedimiento antes descrito, se tiene:

Paso a) Tamaño de muestra: N=12

Paso b) Numeración de corrida y sus TEF (Tabla Nº 1)

Tabla 1.

Numeración de corrida y sus TEF. Datos originales.

Corrida Nº	TEF (Hrs)	Corrida Nº	TEF (Hrs)	Corrida Nº	TEF (Hrs)
1	1140	5	600	9	1890
2	1407	6	1767	10	1950
3	834	7	1260	11	1140
4	1179	8	1800	12	600

Paso c) Se asume γ igual a cero, $(\gamma = 0)$ significa que se está considerando una distribución de Weibull de dos parámetros, simplificar el modelo matemático y hacer que el ajuste a los datos sea más sencillo.

Paso d) Ordenamiento de la data, en función del TEF. Al ordenar los datos en función del TEF, es posible identificar patrones temporales (de tendencia o comportamiento repetitivo en los intervalos de tiempo entre fallos) en la ocurrencia de fallas en el equipo de bombeo.

Tabla 2.

Datos ordenados según TEF.

Corrida i	TEF (Hrs)	Corrida i	TEF (Hrs)
1	1950	7	1179
2	1890	8	1140
3	1800	9	1140
4	1767	10	834
5	1407	11	600
6	1260	12	600

Paso d) Cálculo del rango de mediana *i* (RM*i*), mediante la **Ec.11** (N≤20)

Tabla 3.

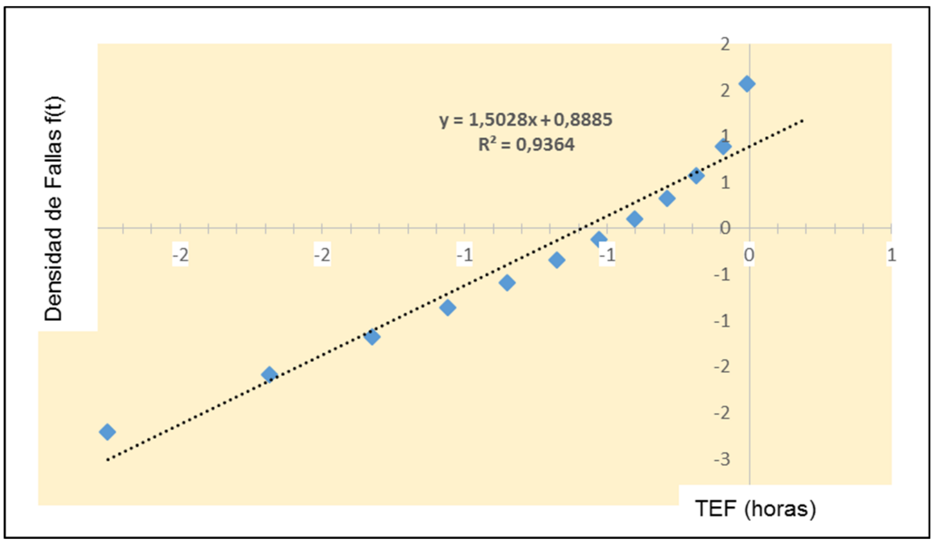
Cálculo del rango de mediana i (RMi).

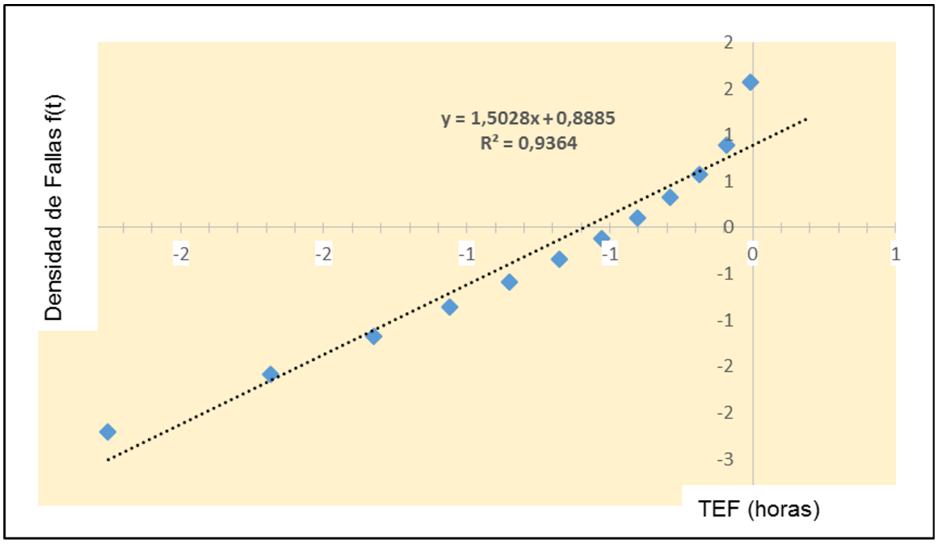
Corrida i	TEF (Hrs)	F(i)	Corrida i	TEF (Hrs)	F(i)
1	1950	0,104839	7	1179	0,588710
2	1890	0,185484	8	1140	0,669355
3	1800	0,266129	9	1140	0,750000
4	1767	0,346774	10	834	0,830645
5	1407	0,427419	11	600	0,911290
6	1260	0,508065	12	600	0,991935

El coeficiente de correlación, r, indica una excelente relación lineal entre los datos, dado que su valor está muy cercano a uno. Por otra parte, el coeficiente de determinación, r^2, revela que el 93.64% de la variabilidad de los datos sobre la densidad de fallas $\lambda(t)$ y el tiempo entre fallas (TEF) expresadas en horas, puede explicarse mediante una relación lineal. En este contexto, un alto valor de R^2 sería deseable, ya que indicaría una fuerte correlación entre el modelo de distribución de Weibull y los datos reales de fallos del equipo de bombeo, lo que a su vez aumentaría la confianza en las predicciones y en las estrategias de mantenimiento asumidas.

Figura 6.

Estimación de Parámetros de Weibull. Método de Mínimos Cuadrados.





De los resultados mostrados en la figura 6, se puede hacer las siguientes deducciones:

$\boldsymbol{y = 1.5028 * x + 0,885}$ **(**Recta de Regresión)

Cuadro 2.

Cuadro Resumen de resultados.

Parámetro de forma (β)	Intecepto con eje y (b)	Parámetro de escala (η^*)	Bondad de Ajuste	
			r	R^2
1.5028	0.8885	0.5536	0.9677	0.9364

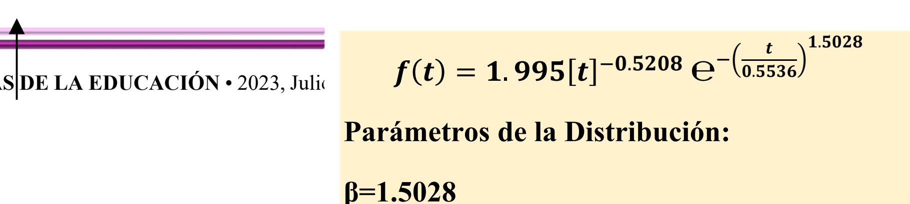
(*) valor deducido de ec#8

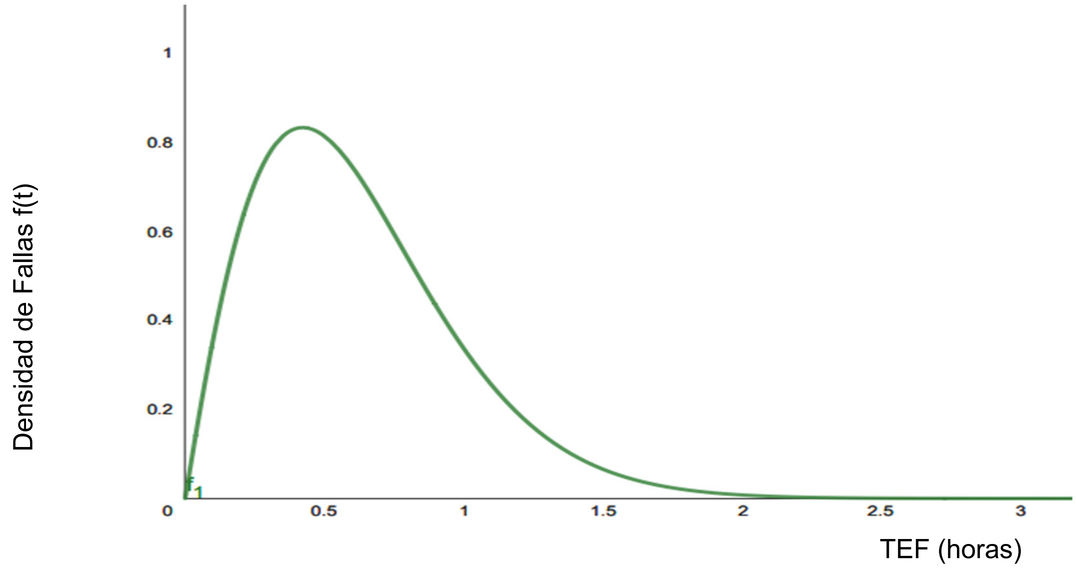
Estos resultados sugieren que existe un buen ajuste (r = 0.9677, R^2 = 0.9364) de los parámetros de la distribución de Weibull para modelar los datos de fallos del equipo de bombeo, por tanto, el modelo de distribución de Weibull ajustado es válido y útil para el análisis de los fallos en el equipo de bombeo y se puede tener confianza en las predicciones realizadas sobre la vida útil restante de este equipo y en la implementación de estrategias de mantenimiento asumidas.

De acuerdo al cuadro 3 la fdp de Weibull toma la forma que se muestra en la figura 7.

Figura 7.

Función de densidad de Weibull.

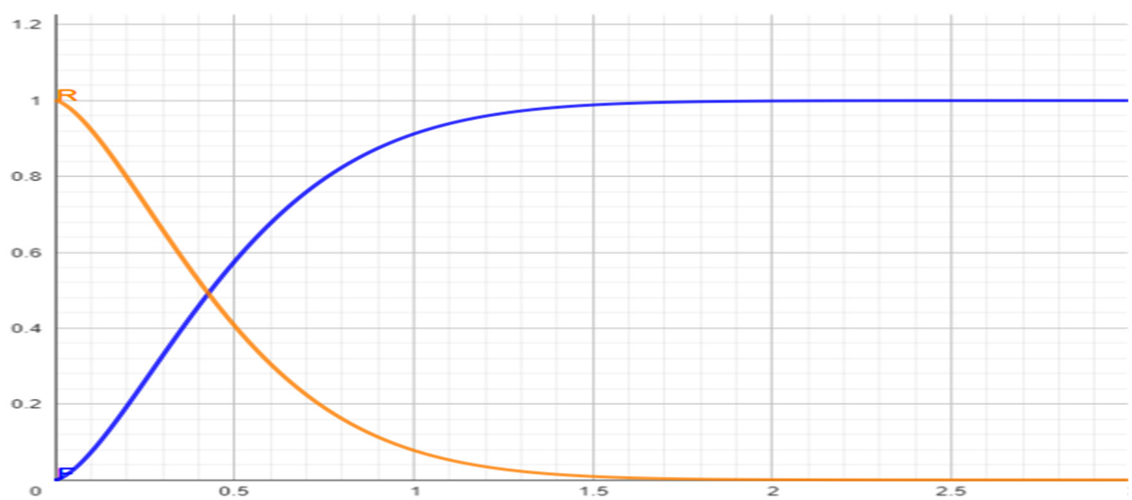




La figura 7 indica que la función de Weibull tiene un parámetro de forma mayor que 1 y un parámetro de escala menor que 1. Esto significa que la función de Weibull tiene un máximo en un punto dado y luego disminuye gradualmente a cero.

Figura 8.

Confiabilidad vs. Probabilidad de Falla.



Segunda aplicación de la distribución de Weibull es estimar el tiempo de reemplazo de un componente y sustituyendo los valores de los parámetros en la ecuación Nº 10

$$t = \gamma + \eta * ln\left[\frac{1}{R(t)}\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

Tomando en cuenta los valores η = 0.5536 y β = 1.508, calculados en la sección anterior, y estimando una fiabilidad del 95% para un determinado modo de fallo, se obtiene un tiempo estimado de reemplazo del componente.

$$t = 0 + 0.5536 * ln\left[\frac{1}{0.95}\right]^{\frac{1}{1.5028}} = 0.077\ hrs$$

El valor de t indica que el equipo de bombeo está en una situación de fallo inminente. Por lo tanto, se recomienda realizar una intervención general del equipo a la mayor brevedad posible.

Resultados y Discusión

Interpretación del parámetro β: Un parámetro $\beta \geq 1{,}5$, es particularmente revelador. Este valor, siendo mayor que 1 pero menor que 2, indica que el equipo se encuentra en la fase de desgaste de su ciclo de vida. Específicamente, está en una etapa de desgaste acelerado, lo que sugiere que las fallas están ocurriendo con una frecuencia creciente. Este hallazgo es crítico para la planificación del mantenimiento, ya que señala la necesidad urgente de intervención para prevenir fallas catastróficas. Ante esta situación, se deben considerar varias acciones: a) evaluar el costo del reemplazo, dada la criticidad del equipo en el proceso de enfriamiento; b) realizar una reparación prematura, teniendo en cuenta la alta probabilidad de falla en servicio; o c) programar un mantenimiento preventivo si se justifica en términos de costos.

2. *Análisis del parámetro* η: El valor de η = 0.5536 representa el tiempo característico de falla. En este caso, indica que aproximadamente el 63.2% de las unidades fallarían antes de las 0.5536 horas (aproximadamente 33 minutos) si no se toman medidas correctivas. Este valor extremadamente bajo sugiere que el equipo está en un estado crítico y requiere atención inmediata.

3. *Implicaciones para la confiabilidad*: La función de confiabilidad R(t) derivada de estos parámetros muestra una caída rápida en la confiabilidad del equipo. Esto implica que la probabilidad de que el equipo funcione sin fallos disminuye rápidamente con el tiempo, lo que podría llevar a interrupciones frecuentes en el proceso de enfriamiento de la planta eléctrica.

4. Implicaciones económicas: El estado crítico del equipo sugiere que los costos de mantenimiento correctivo podrían estar aumentando significativamente. Es probable que sea más económico a largo plazo reemplazar el equipo o realizar una reparación mayor que continuar con reparaciones menores frecuentes.

5. *Consideraciones operativas*: Dado que este equipo es crucial para el enfriamiento de los condensadores, su estado actual representa un riesgo significativo para la operación continua de la planta eléctrica. Las interrupciones frecuentes podrían llevar a pérdidas de producción y posibles daños en otros equipos dependientes del sistema de enfriamiento.

6. *Estrategias de mantenimiento recomendadas*: Basado en estos resultados, se recomienda:

a) Implementar un plan de mantenimiento preventivo más agresivo.

b) Considerar seriamente el reemplazo del equipo.

c) Realizar un análisis de causa raíz para identificar los factores que están acelerando el desgaste.

d) Implementar un sistema de monitoreo continuo para detectar signos tempranos de falla.

7. *Limitaciones del análisis:* Es importante notar que este análisis se basa en datos recopilados durante 24 meses. Sería valioso extender el período de observación para confirmar si

este patrón de fallas es consistente a largo plazo o si hay factores estacionales o cíclicos que no se han capturado en este período.

Los indicadores de fiabilidad y tiempo de reemplazo nos proporcionan información importante para dirigir nuestros esfuerzos hacia una conservación adecuada de las funciones de los equipos. Estas acciones deben enfocarse en prolongar los intervalos entre fallas y disminuir los tiempos de reparación, mejorando así las políticas de mantenimiento preventivo. De esta manera, la distribución de Weibull también sirve para comparar la calidad de los equipos en función de su confiabilidad. Sin embargo, según la literatura, es importante complementar estas estrategias con otras metodologías proactivas para la toma de decisiones, tales como el Análisis de Causa Raíz, el Análisis de los Modos y Efectos de Fallo, el Mantenimiento Centrado en Fiabilidad y el Análisis de Pareto, entre otras.

8. Desde una perspectiva didáctica, este artículo ofrece varias oportunidades para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos estadísticos y de mantenimiento industrial:

9. Contextualización: Se contextualiza la distribución de Weibull en aplicaciones del mundo real, específicamente en el mantenimiento industrial. Esto ayuda a los estudiantes a ver la relevancia práctica de los conceptos estadísticos que están aprendiendo.

10. Interdisciplinariedad: Se conectan conceptos de estadística, matemáticas y mantenimiento industrial, mostrando cómo diferentes disciplinas se integran en aplicaciones prácticas. Esto puede ayudar a los estudiantes a desarrollar un pensamiento más holístico e integrado.

11. Uso de ejemplos concretos: Se proporciona un ejemplo detallado de cómo aplicar la distribución de Weibull a un caso real de una unidad de bombeo. Esto ayuda a los estudiantes a ver cómo se aplican los conceptos teóricos en situaciones prácticas.

12. Visualización: Los Figuras incluidos en el artículo (como la curva de la bañera y la función de densidad de Weibull) son herramientas visuales útiles que pueden ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos abstractos.

13. Paso a paso: Se desglosa el proceso de cálculo en pasos claros y manejables, inclusive los despejes para determinar de la función lineal a partir de la expresión de F(t), lo que puede ser útil para los estudiantes para que aprecien la aplicación de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas que están aprendiendo estos conceptos por primera vez.

14. Relevancia práctica: también se enfatiza cómo estos análisis pueden informar decisiones reales en el mantenimiento industrial, lo que puede aumentar la motivación de los estudiantes al ver la aplicabilidad de lo que están aprendiendo.

15. Fomento del pensamiento crítico: no solo presenta los cálculos, sino que también discute cómo interpretar los resultados y qué acciones tomar basadas en ellos, fomentando así el pensamiento crítico y la toma de decisiones.

Referencias

Acuña, J. (2003). Ingeniería de Confiabilidad. *Editorial Tecnológica de Costa Rica*. Costa Rica.

Crespo, A., Moreu, P., & Sánchez, A. (Eds.). (2004). Ingeniería de mantenimiento. *Aenor*.

Daniels. (2022). Reliabilityweb.com. https://reliabilityweb.com

DeVore, J. (2008). Probabilidad y Estadísticas para Ingeniería y Ciencias. *Gengage Learning*. Séptima Edición. México

Epidat 4. (2014). *Ayuda de Distribución de Probabilidades.* http//dxsp.sergas.es soporte.epidat@sergas.es

Gutiérrez, A. (2009). Mantenimiento: Planeación,Ejecución y Control. Editorial *Alfa Omega.* Primera Edición. México.

Infraspeak Team. (noviembre 26, 2020). La curva de la bañera: Cómo adaptar el mantenimiento al ciclo de vida de los activos. *Gestión de Activos.* https://blog.infraspeak.com/es/la-curva-de-la-banera/

Londoño, C., Mora, F. & Benavides, F. (2022). Aplicaciones de la distribución de Weibull en el estudio de la fiabilidad. Vol. 5 No 3, pp. 48 – 67. *Revista Conciencia Digital.* https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v5i3.2203

Moreno, R., Aguilar, A., Hernández, E y Soto, F. (s.f.). Aplicaciones de la Distribución Weibull en ingeniería. Memoria del XXI Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría. *Colmeme UAN*. México. Págs 148-161.

Real Academia Española. (2008). Diccionario del habla castellana [en línea]. RAE.

Reliasoft@. (2008). Reliasoft [en línea]. Reliasoft http://www.reliasoft.com/support/faq.htm

Remington K., Bonham,C. y Reich,R. (1994). *Modeling the distribution of Agropyron cristatum biomass in a grazed pasture using the Weibull distribution. J. Jpn. Grassl. Sci.* 40: 190-197

Rodrigo, P. (2022). *Gestión Moderna de Mantenimiento*. Versión 2.0.Chile

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación. (6a. Ed.). *McGraw-Hill.*

Selvik J. & Aven, T. (2011). A framework for reliability and risk centered maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 96, no. 2, pp. 324-331, 2.

Segura, J. (2020). *Distribución de Weibull para determinar el Potencial Eólico*. https://es.linkedin.com/pulse/distribuci%C3%B3n-de-weibull-para-determinar-el-potencial-tapia-segura

Shigley, E. & Mischke, R. (1990). Diseño en Ingeniería Mecánica. Quinta Edición. *McGraw-Hill.* México. 1990.

Yáñez, M., Gómez, H., & Valbuena, G. (Eds.). (2004). Ingeniería de la confiabilidad y análisis estadístico del riesgo. *Reliability and Risk Management, S. A.*

Walpole, R., Meyers, R., Myers, S. & Ye, K. (2012). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Novena edición. *Editorial Pearson*. https://biblus.us.es/bibing. Universidad de Sevilla, España.

Weibull, W. (1951). Una función de distribución estadística de amplia aplicabilidad. *Journal of Applied Mechanics.*

Franklin Ángel Moreno Sequera:

Master en Procesos Manufactura y Materiales. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. Cuba (2017). Magister En Educación Matemática. Univ. Carabobo. Valencia (2010). Ingeniero Industrial. Univ. Carabobo. Valencia (1994). T.S.U. Mantenimiento Mecánico. I.U.T.I. Valencia (1991). Profesor Asociado PNF IMI de la U.P.T. Valencia desde 2004. Doctorante en Ciencias de la Educación. U.P.E.L. Convenio TH. Valencia.