

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN AMBIENTES TECNOLÓGICOS

RESUMEN

El presente artículo surge de la preocupación por indagar acerca de la formación inicial del profesor de matemáticas. Se considera la competencia de planificación de la enseñanza como parte del conocimiento necesario para enseñar y aprender a enseñar matemáticas. De esta manera, el punto de partida de esta indagación es la modelización, vista como una estrategia de enseñanza. El modelo implícito dentro de esta estrategia va orientado hacia la comprensión y resolución de problemas derivados de situaciones cotidianas reales. Adicionalmente, el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el aprendizaje de los estudiantes depende del adecuado diseño y desarrollo de actividades significativas para los estudiantes. De allí la importancia de integrar su utilización en los programas formativos durante la formación inicial de profesores de matemáticas. Esto contribuye a la integración de tareas de modelización con la utilización de herramientas tecnológicas, lo cual conduce a que los alumnos realicen actividades de exploración e investigación, que les permitan abordar distintos conceptos matemáticos.

Palabras clave: Modelización matemática, Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Formación de Profesores de Matemáticas.

Autores:

***Ángela Mora**

Universidad de Los Andes
ammzuluaga@gmail.com

****José Ortiz**

Universidad de Carabobo
ortizbuitrago@gmail.com

NUCLEO UNIVERSITARIO

Dr. Pedro Rincón Gutierrez
San Cristobal Estado Tachira

Universidad de Carabobo

Recibido: 16-05-2011

Aprobado: 10-05.2012

**Licenciada en Educación
mención Matemática ULA.
Dr. En Matemática Universidad
de Granada España, Doctora
en Educación ULA. Profesora
agregada de la ULA adscrita al
Departamento de Ciencias.*

***Licenciado y magister
en Matemática, USB, Dr. En
Matemática Universidad de
Granada España, Programa de
doctorado en didáctica de la
Matemática. Profesor titular de la
UC. Director de Proyectos de la
Unidad de Investigación del Ciclo
Básico FACES, Campus la Morita.*

MATHEMATICS TEACHERS' TRAINING AND MODELING IN TECHNOLOGICAL ENVIRONMENTS

ABSTRACT

This article analyses the initial training of a Mathematics teacher. The educational planning competence is understood as part of the knowledge needed to teach, and learn to teach Mathematics. Thus, the starting point of this study is modeling as a teaching strategy; its underlying statement is oriented towards understanding and problem solving of real life situations. Additionally, the use of Information and Communication Technology in student's learning depends on appropriate design and development of meaningful activities. Hence the importance of integrating their use in education programs during the initial training of Mathematics teachers, so that students carry out research activities which enable them to approach different mathematical concepts.

Key words: Modeling. Information and Communication Technologies. Mathematics Teacher Training.

INTRODUCCIÓN

La formación de profesores y en particular de profesores de matemáticas constituye un campo reciente de estudio e investigación (Ortiz, 2002; Niss, 2003; Rico, 2004; García, 2005; Llinares, 2004; Gómez, 2009; Lubiáñez, 2009), en el cual, se ha hecho evidente la preocupación por establecer las competencias propias de la actividad del profesor de matemáticas a desarrollar durante su formación inicial. Como en cualquier otro campo de formación profesional, los profesores de matemáticas requieren de una formación inicial que les permita desarrollar las competencias, capacidades y habilidades para ejercer de modo idóneo su labor.

Por esta razón, los investigadores se han preocupado por el conocimiento que los futuros profesores adquieren y desarrollan en los programas formativos en los cuales están inmersos y por esto, están siendo objeto de investigación. En este estudio se asumirán las conceptualizaciones de programa de formación inicial o programa educativo o formativo propuestas por Pérez-Juste (2000) y Ortiz (2002).

Para Pérez-Juste un programa de formación es “un plan de acción, por tanto una actuación planificada, organizada y sistemática, al servicio de metas educativas valiosas” (p. 268). Por su parte, Ortiz lo asume como “un plan sistemático elaborado intencionalmente y diseñado por el educador para el logro de metas educativas...con el propósito de abordar una problemática educativa identificada en un contexto determinado” (p. 107). Un programa de formación o programa formativo es entonces, un plan sistemático, diseñado, planificado y organizado por el docente con el propósito de atender una necesidad y lograr una meta educativa en un contexto concreto.

En este contexto, la formación inicial del profesor de matemáticas se concibe como la etapa donde se desarrolla una práctica educativa intencionada, situada, sistemática, organizada y multidimensional. Esta etapa tiene como finalidad, en primer lugar, preparar a los futuros profesores para el desempeño de su labor, propiciando la construcción de conocimientos teóricos y prácticos, desde una visión socio-cultural. En segundo lugar, el desarrollo de competencias que les permitan ejercer su práctica profesional. Esta formación se lleva a cabo en instituciones educativas específicas del nivel universitario y proporciona la formación que acredita legalmente para ejercer el trabajo docente.

El carácter constructivo del conocimiento en esta concepción de la formación inicial del profesor de matemáticas visualiza al aprendizaje como un proceso en el cual los profesores en formación interpretan experiencias y situaciones de aprendizaje utilizando sus estructuras conceptuales para ampliar, modificar, construir o reconstruir su conocimiento. El carácter socio-cultural del aprendizaje lo sitúa como un fenómeno social, como el producto de la interacción entre grupos de personas, con sus culturas en comunidades de aprendizaje y comunidades de práctica.

El carácter situado del conocimiento subraya el proceso de construcción de conocimiento en contextos de resolución de problemas similares a aquellos donde éste puede ser utilizado, “el proceso de aprender a enseñar matemáticas puede ser considerado como un proceso de aprendizaje contextualizado” (García, 2005, p. 160). Los programas formativos en la formación inicial de profesores de matemáticas, además de estructurarse tomando en cuenta las características anteriores deben posibilitar, a los

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

profesores en formación, formas de participación en comunidades de aprendizaje que los capaciten para desarrollar prácticas sociales y permitan su integración, trabajo y desarrollo en comunidades de práctica.

Competencia de planificación de la enseñanza del profesor de matemáticas

En los últimos años, y como parte del conocimiento que debe desarrollar el profesor de matemáticas en su formación inicial, se ha venido trabajando y desarrollando el área de las competencias del profesor de matemáticas. Estas competencias han sido organizadas por diversos autores, el Cuadro 1 recoge algunas propuestas sobre este tema.

Sin embargo, pese al esfuerzo que implica la organización de las competencias del profesor de matemáticas mostrada en el Cuadro 1, según lo expresado por Lubiáñez (2009) persisten imprecisiones sobre la estructura y jerarquía de las competencias profesionales del profesor de matemáticas y sobre cómo puede lograrse un desarrollo sólido y articulado de estas competencias desde los planes y programas formativos en la formación inicial.

Cuadro 1. Competencias profesionales del profesor de matemáticas.

<i>Autor</i>	<i>Competencias profesionales del profesor de matemáticas</i>
Niss (2003)	<p>Curriculum: analizar, evaluar, implantar y crear currículos.</p> <p>Enseñanza: diseñar, planificar, organizar y gestionar la enseñanza.</p> <p>Aprendizaje: interpretar y analizar el aprendizaje matemático de los estudiantes, junto con sus creencias y actitudes.</p> <p>Evaluación: identificar, evaluar, caracterizar y comunicar los resultados del aprendizaje, en términos de competencias, de los estudiantes.</p> <p>Colaboración: colaborar con colegas de todas las disciplinas, padres, autoridades y otros acerca de la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>Desarrollo profesional: desarrollo de la propia competencia como profesor de matemáticas, reflexionar sobre la enseñanza y mantenerse al día con las tendencias y desarrollos en la investigación y la práctica.</p>
Llinares (2004)	<p>Organizar el contenido matemático para enseñarlo.</p> <p>Analizar e interpretar las producciones matemáticas de los alumnos.</p> <p>Gestionar el contenido matemático del aula.</p>
Rico (2004)	<p>Competencias generales:</p> <p>Dominio de los contenidos matemáticos de educación secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza y aprendizaje.</p> <p>Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.</p> <p>Capacidad para análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.</p> <p>Capacidad de gestión del conocimiento matemático en el aula.</p> <p>Competencias Específicas:</p> <p>Conectar los conocimientos matemáticos de la educación secundaria con los fenómenos que los originan, reconociendo los aspectos formales implicados junto con su presencia en situaciones cotidianas y aquellas otras que proceden de ámbitos multidisciplinares.</p> <p>Reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los oriente, diagnosticar sus errores, y promover los correspondientes procesos de intervención.</p> <p>Seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar y analizar los diversos problemas que surgen en situaciones de aprendizaje.</p> <p>Disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático.</p>

Fuente: Elaboración propia.

Como núcleo común de las competencias mencionadas en el Cuadro 1 se tiene la competencia de planificación de la enseñanza como parte del conocimiento necesario para enseñar y aprender a enseñar matemáticas. Por ende, se considera una de las competencias a desarrollar durante la formación inicial del profesor de matemáticas y debe formar parte de las

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

finalidades de los programas formativos. Cuando el futuro profesor desarrolla la tarea de la planificación de la enseñanza, moviliza y pone en práctica conocimientos, capacidades, destrezas e intuiciones que conforman su competencia profesional en este tipo de tarea.

Para Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), la planificación como competencia clave del profesor de matemáticas requiere del desarrollo de unas capacidades específicas que le permitan identificar, organizar, seleccionar, y priorizar los significados de los conceptos mediante el análisis de su contenido, con la finalidad de establecer las expectativas de aprendizaje, diseñar las tareas y su respectivo análisis, elegir los materiales y recursos, y seleccionar las estrategias de evaluación.

Para Gómez (2007) esta competencia tiende a organizarse de acuerdo con las capacidades necesarias para gestionar las cuatro dimensiones del currículo: contenido, aprendizaje, enseñanza y evaluación. Estas dimensiones, a su vez, organizan los componentes que conforman lo que Gómez denomina análisis didáctico, conceptualizado como el “procedimiento ideal para la planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas” (p. 130).

En este sentido, el análisis didáctico constituye un marco conceptual apropiado para explorar la competencia de planificación de la enseñanza, a través de las capacidades que la caracterizan, y constituye un organizador de la planificación de la enseñanza.

El término planificación se asume en su nivel local, relacionado con el diseño de una unidad didáctica sobre una estructura matemática específica o contenido matemático específico. Para Segovia y Rico (2001) el término unidad didáctica hace referencia a una “unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos” (p. 87). La planificación de una unidad didáctica es un problema diario enfrentado por el profesor y en este sentido el análisis didáctico representa para Gómez (2007) un procedimiento para organizar la enseñanza de las matemáticas.

El análisis didáctico está conformado por cuatro análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación,

que se interrelacionan y conforman un ciclo mutuamente recursivo. Otro concepto importante para la planificación de la enseñanza lo constituyen los organizadores del currículo. Cada uno de los análisis que conforman el análisis didáctico está relacionado con unos organizadores de currículo específicos.

Rico (1997) define los organizadores de currículo como “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas” (p. 45). Los organizadores del currículo constituyen herramientas conceptuales y metodológicas, las cuales permiten al profesor recabar, seleccionar y organizar la información necesaria para la planificación y diseño de unidades didácticas. Además, en opinión de Ortiz (2002) ofrecen un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas y un espacio de reflexión que permite visualizar la complejidad de la construcción del conocimiento matemático y proporciona criterios para abordarla.

El análisis de contenido representa la dimensión conceptual del currículo, pues en su desarrollo el profesor selecciona y organiza los conceptos y los significados de los conceptos considerados relevantes en la enseñanza de un determinado contenido. También selecciona sus focos conceptuales, sus sistemas de representación, y los fenómenos, problemas y aspectos históricos relacionados con éste. Por esto, algunos de los organizadores de currículo que configuran este análisis son: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. Cada uno de éstos organizadores ha sido tratado ampliamente en Gómez (2007).

El análisis cognitivo se relaciona con la dimensión cognitiva del currículo, pues aborda la problemática del aprendizaje de un contenido matemático por parte de los alumnos. Partiendo del análisis de contenido, el profesor enuncia y organiza las expectativas de aprendizaje sobre un contenido matemático escolar en términos de objetivos de enseñanza y competencias. Para esto, los objetivos de enseñanza constituyen finalidades a corto plazo, posibles de lograr en un programa formativo y las competencias constituyen finalidades a mediano y largo plazo, desarrolladas durante la formación, mediante la contribución de varios programas formativos.

Además, analiza las posibles limitaciones que pudieran tener incidencia en el aprendizaje de los estudiantes en términos de errores y dificultades.

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

También selecciona y diseña las tareas u oportunidades de aprendizaje que presentará a los estudiantes y por último identifica los posibles caminos de aprendizaje o secuencias de capacidades mediante las cuales los estudiantes llevarán a cabo las tareas u oportunidades de aprendizaje diseñadas por el docente. En este sentido, los organizadores del currículo relativos al análisis cognitivo son: expectativas de aprendizaje, errores y dificultades, tareas u oportunidades de aprendizaje, y caminos de aprendizaje. Los primeros son tratados en LUPIÁÑEZ (2009) y el último en GÓMEZ (2007), y GÓMEZ y LUPIÁÑEZ (2007).

El análisis de instrucción está relacionado con la dimensión formativa del currículo, en la cual el profesor aborda la organización, adecuación, complejidad y secuenciación de las tareas a utilizar para lograr las expectativas de aprendizaje. Además analiza los diferentes materiales y recursos didácticos mediante los cuales desarrollará sus clases y actividades de aula, tomando en cuenta los contenidos, objetivos y competencias que espera desarrollar en sus estudiantes. Por último, delimita los criterios e instrumentos de evaluación.

En este análisis, además de lo anterior, el docente organiza los elementos del entorno para la ejecución de las tareas: tipos de interacción en el aula, métodos de trabajo, papel del profesor, entre otros. Los organizadores del currículo relativos al análisis de instrucción son: análisis de tareas, recursos y materiales didácticos, y estrategias de evaluación, tratados en MARÍN (2005).

Como ya se mencionó, la planificación de la enseñanza tiende a organizarse de acuerdo con las capacidades necesarias para gestionar las dimensiones del currículo: contenido, aprendizaje, enseñanza y evaluación. Estas dimensiones a su vez, organizan los componentes del análisis didáctico. Desde la perspectiva de los procedimientos involucrados en el análisis didáctico es posible identificar las capacidades que debe desarrollar el profesor de matemáticas en formación para llevar a cabo la planificación de un contenido matemático escolar o diseñar una unidad didáctica.

Estas capacidades caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza. Algunas de ellas han sido identificadas como resultado de las investigaciones realizadas por un grupo de investigadores dirigidos por el Dr. Luis Rico del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España. Con respecto al análisis de contenido,

la caracterización de esta competencia puede consultarse en Gómez, Lupiáñez, Rico y Marín (2007), y Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008). Para el análisis cognitivo pueden revisarse los trabajos de Gómez, Lupiáñez, Rico y Marín (2007) y Lupiáñez (2009). Finalmente, para el análisis de instrucción puede tomarse en cuenta el trabajo de Marín (2005).

La modelización matemática en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares

La modelización matemática¹ y las aplicaciones de las matemáticas en el mundo real, es decir, las relaciones entre las matemáticas y el mundo, han sido tema central en la educación matemática durante los últimos 30 años. El proceso de modelización viene presentándose como tema de interés de reuniones científicas internacionales como los ICME (International Congress on Mathematical Education), las ICTMA (Internacional Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications), las RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa), entre otras. Para Niss, Blum y Galbraith (2007), los términos modelización y aplicación difieren en la dirección de las relaciones entre las matemáticas y mundo real. La modelización va de la realidad a las matemáticas, ¿qué contenido matemático puede ayudar a resolver una situación real en un momento dado?, y la aplicación va de las matemáticas a la realidad ¿qué situaciones reales pueden resolverse con un contenido matemático determinado?

Para Gómez (2007), un modelo matemático en el contexto de las matemáticas escolares, está dado por la terna subestructura, fenómeno y relación, donde la subestructura es un modelo del fenómeno de acuerdo con una relación. El uso del término modelo matemático involucra identificar la subestructura, los fenómenos correspondientes y su relación con la subestructura. La modelización es para Gómez un proceso realizado por profesor y alumnos cuyo propósito no está relacionado sólo con la descripción matemática de los aspectos relevantes de un fenómeno, sino que su potencia radica en la capacidad del modelo matemático para plantear cuestiones relacionadas con el fenómeno que originan problemas cuya solución no sería posible en un contexto no matemático.

¹ En adelante se omitirá el adjetivo matemática para el término modelización, asumiendo su carácter implícito. Esto con la finalidad de evitar repeticiones o redundar con el término.

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

Para Ortiz, Rico y Castro (2010), el proceso de modelización, consiste en tomar un problema del mundo real y traducirlo al mundo matemático (modelización horizontal). Traducido el problema en una expresión matemática el estudiante utiliza sus conceptos y destrezas matemáticas (modelización vertical) para obtener resultados matemáticos, luego deberá reflexionar sobre el proceso completo e interpretar los resultados obtenidos, los cuales llevaran al mundo real (aplicación), con el objeto de validar el proceso.

El concepto de modelización asumido en esta investigación, se basa en las conceptualizaciones de Ortiz (2002) y Gómez (2007): la modelización es el proceso mediante el cual se estudia la relación entre un fenómeno y una subestructura, a partir de una situación o problema del mundo físico, social o real, con la finalidad de aproximarse al fenómeno. Se asumirá la modelización como un proceso flexible, recursivo y cíclico, donde el modelo debe dirigirse a comprender y resolver el problema o situación real.

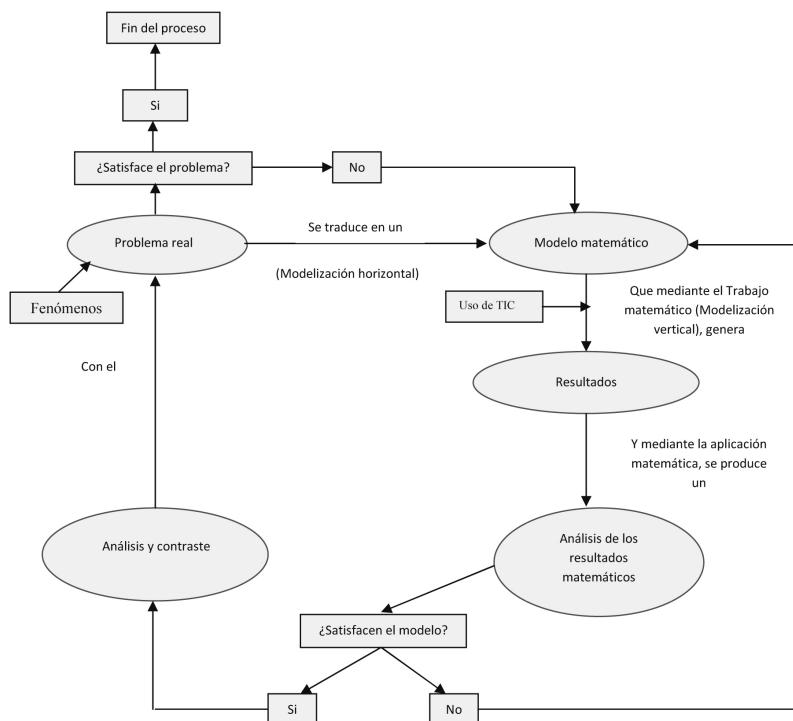
En la figura 1, el problema real hace referencia a una situación del mundo real susceptible de ser abordada con herramientas matemáticas. El modelo matemático es un constructo por medio del cual se describen, predicen, explican e interpretan los fenómenos que le dieron origen. Su construcción constituye un momento de abstracción donde se extraen las propiedades de la situación original.

Luego se seleccionan los conceptos y técnicas matemáticas para su aplicación en la solución del modelo y se identifican los recursos tecnológicos, tomando en cuenta sus potencialidades para mediar en dicha solución. Los resultados obtenidos se contrastan con el modelo para validar la solución matemática. Seguidamente, los resultados matemáticos son analizados y contrastados con la situación real, con el propósito de validarlos en términos de la satisfacción de las condiciones del problema real. Si este contraste es favorable, se culmina el ciclo de modelización, en caso contrario, se reinicia.

Además, el proceso de modelización es concebido por Ortiz, Rico y Castro (2010) como un “organizador para secuenciar y desarrollar la enseñanza de los contenidos matemáticos” (p. 23), en particular aquellos relacionados con el álgebra escolar por las posibilidades de llevar este proceso con estos contenidos (Ortiz, 2002; Gay y Jones, 2008). En concordancia con Ortiz,

Rico y Castro (2010), la modelización será considerada como un elemento clave en la formación inicial del profesor de matemáticas, en el desarrollo de su conocimiento didáctico, el de la competencia de planificación de la enseñanza, y en el diseño de unidades didácticas. En este sentido, el uso de esta estrategia influye y determina en el tipo de tareas u oportunidades de aprendizaje que elaboran, seleccionan y organizan los profesores en formación en el diseño de una unidad didáctica.

Figura 1. Ciclo de Modelización.



Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, Ortiz (2002), Mathews y Redd (2007), y Ortiz, Rico y Castro (2007) sostienen que la modelización permite a los profesores

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

en formación manejar y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos haciendo uso de una herramienta dinámica de enseñanza y aprendizaje, en el abordaje de situaciones problema. También permite desarrollar ideas sobre lo que significa enseñar matemáticas y desarrollar estrategias y técnicas para la enseñanza de un tema particular.

Para Ortiz (2002) la modelización amplia el conocimiento didáctico, desarrolla el pensamiento del futuro profesor, genera un espacio de reflexión en la construcción del conocimiento matemático y le permite conectar el contexto de los alumnos con las matemáticas. De este modo los ayuda a percibir que las matemáticas escolares pueden utilizarse para comprender, describir, interpretar y modificar la realidad.

El proceso de modelización se encuentra estrechamente vinculado con el carácter situado de la formación inicial y con su visión socio-cultural. En este sentido, permite al futuro profesor el desarrollo de competencias y capacidades para comprender y reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas escolares posibilitando la construcción del conocimiento necesario para enseñarlas.

También propicia la reflexión sobre la forma de vincularlas e integrarlas en su contexto educativo y social, establecer relaciones entre los contenidos matemáticos de su formación específica y los contenidos matemáticos escolares, abordar situaciones problema haciendo uso de una estrategia de enseñanza que le permite manejar y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos, y llevar a cabo experiencias de simulación de este proceso como estrategia de enseñanza. Además le permite desarrollar, entre otras, su propia competencia de modelización.

Por otra parte, Lingefjärd (2007) sostiene que la integración efectiva de la modelización en la enseñanza de las matemáticas escolares, puede darse si los profesores en formación desarrollan conocimientos y llevan a cabo experiencias donde reflexionen sobre el uso de esta estrategia en la enseñanza de contenidos matemáticos. Esto pone en evidencia la importancia de integrarla en el diseño de tareas, cuando los profesores en formación planifican una unidad didáctica. De este modo, el futuro profesor comprenderá el potencial de la modelización como estrategia de enseñanza y desarrollará el conocimiento necesario para sus distintas formas de aplicación en la enseñanza de las matemáticas escolares.

Asimismo, Oliveira (2009) sostiene que la importancia de integrar la modelización en la enseñanza de las matemáticas escolares radica en que esta constituye un abordaje de problemas no matemáticos a través de las matemáticas, cuyo propósito es motivar a los alumnos, facilitar el aprendizaje, prepararlos para utilizar las matemáticas en diferentes áreas, desarrollar en ellos habilidades de exploración y enfatizar en la comprensión del papel socio-cultural de las matemáticas. Todo esto, estimulando sus capacidades para analizar situaciones de su propia realidad, favoreciendo su comprensión y posible acción sobre esas situaciones y potenciando sus capacidades de reflexión.

Para Doerr (2007) las tareas de modelización proporcionan a los estudiantes oportunidades para desarrollar diversos enfoques para expresar sus interpretaciones sobre una situación dada y discutir sobre los modelos creados en un contexto de aprendizaje. Con relación a esto, Doerr sostiene que los profesores de matemáticas en formación necesitan desarrollar experiencias sobre modelización, las cuales les provean de un rango de contextos y herramientas para la enseñanza y les permitan participar en el análisis de su propia actividad de modelización.

Por las razones expuestas en los párrafos anteriores, las tareas u oportunidades de aprendizaje que conformen el diseño de las unidades didácticas, deberían estar dirigidas a la utilización de la modelización como estrategia de enseñanza, pues promueve tanto la construcción de conocimientos como la asignación de significado y sentido al contenido.

De acuerdo con Biembengut y Hein (2004) la modelización permite al profesor, propiciar en el alumno:

- La integración de las matemáticas con otras áreas de conocimiento.
- El interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad.
- Mejorar la aprehensión de los conceptos matemáticos.
- El desarrollo de la capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones problema.
- El estímulo de la creatividad en la formulación y resolución de problemas.

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

- La habilidad de utilizar la tecnología (calculadoras, computadoras, software, entre otras).
- La capacidad para actuar, trabajar y desarrollar actividades en un grupo.
- La orientación para la realización de investigaciones y la capacidad para comunicar sus resultados.

De allí la importancia de integrarla en la formación inicial del profesor, pues su utilización como estrategia para enseñar contenidos matemáticos dependerá del concepto y visión que ellos desarrollen durante esta etapa. Para implementar la modelización como estrategia en el aula, Barbosa (2001) propone tres situaciones o casos, los cuales servirán a los profesores en formación como referencia para el diseño de las tareas. En la primera situación o primer caso, el profesor tiene una mayor participación en la conducción y orientación de las actividades de modelización. En este caso, el profesor elige un tema, simplifica y elabora una situación problemática, presenta los datos necesarios para su resolución, elabora un modelo matemático y deja que los alumnos discutan sobre la solución del problema, orientados por el profesor.

En el segundo caso, el profesor propone una situación problemática a ser resuelta por los alumnos con su orientación, y los alumnos son responsables de simplificar la situación problema, recolectar los datos necesarios para su resolución y proporcionar la solución a la situación problema, en este caso existe una menor conducción de las actividades de modelización por parte del profesor. En el tercer y último caso, los alumnos eligen un tema, simplifican y elaboran una situación problemática, recolectan los datos necesarios para su resolución y proporcionan la solución a la situación problema, es decir, todas las etapas son conducidas por los alumnos con la orientación del profesor, en este caso se evidencia una mayor autonomía de los alumnos en la conducción de las actividades de modelización.

Estos tres casos, flexibilizan la utilización de la modelización como estrategia de enseñanza y proporciona opciones a los futuros profesores para la selección de las tareas u oportunidades de aprendizaje durante el diseño de unidades didácticas. La elección de la forma de implementación de la modelización propicia la discusión y reflexión sobre la enseñanza de

un contenido y sobre la naturaleza de los modelos matemáticos asociados a éste, por ende contribuye a desarrollar la competencia de planificación de la enseñanza en los profesores en formación.

Con base en lo mencionado en los párrafos anteriores, se asume que la modelización puede ser utilizada como una estrategia de enseñanza que articule el diseño de unidades didácticas, pues permite visualizar a las matemáticas como herramientas o estructuras vinculadas con otras áreas de conocimiento y con la realidad. Sin embargo, y de acuerdo con la opinión de Biembengut y Hein (2004), esta estrategia no representa una panacea para resolver todos los problemas relacionados con la enseñanza de las matemáticas en la práctica escolar, ella exige una mirada distinta y una conceptualización diferente sobre la comprensión, la función docente, el rol del estudiante, el conocimiento, la enseñanza, el aprendizaje y la matemática escolar.

Como ya se mencionó, la modelización forma parte importante de la planificación de unidades didácticas. Este proceso organiza la selección, diseño, secuenciación y otros elementos del análisis de tareas. Como elemento importante en la planificación de la enseñanza de las matemáticas escolares y por ende en el desarrollo de ésta competencia, este proceso requiere el desarrollo de unas capacidades. Una primera aproximación a las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza de las matemáticas relativas al proceso de modelización, se esboza a continuación:

- Identificar situaciones reales donde sea posible utilizar la modelización y contenidos matemáticos específicos.
- Abstraer de una situación real, las propiedades y características que permitan la modelización horizontal, y por ende, la construcción del modelo que permita aproximarse a ésta.
- Identificar los contenidos, conceptos, propiedades y estrategias propias de la matemática escolar que posibiliten el proceso de modelización vertical.
- Integrar la modelización en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje.

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

- Seleccionar la forma de utilización de modelización matemática en el diseño de las tareas u oportunidades de aprendizaje y adecuarla a la secuenciación de las tareas.
- Desarrollar preguntas y cuestionamientos sobre situaciones reales, para utilizarlas como punto de partida en el proceso de modelización matemática.
- Diseñar actividades de exploración e investigación donde se aborden distintos contenidos matemáticos escolares, que permitan la utilización de la modelización por parte de los estudiantes.

Las TIC en la enseñanza de las matemáticas escolares

A pesar de que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) surgen fuera del ámbito educativo, el interés por estudiar las posibilidades que brindan para la enseñanza de las matemáticas y en la formación inicial del profesor de matemáticas, ha sido tratado por diversos autores (González y Lupiáñez, 2001; Ortega, 2002; Ortiz, 2002; Ortiz, 2006; Gómez, 2004; Paredes, Iglesias y Ortiz, 2007; Castillo, 2008; Viseu y Da Ponte, 2009; Valverde, Garrido y Fernández, 2010, entre otros). El impacto de las tecnologías en el aprendizaje de los estudiantes depende, entre otros factores, del conocimiento y experiencia del profesor de matemáticas en el diseño y desarrollo de actividades significativas para los escolares. De allí la importancia de integrar la utilización de las TIC en los programas formativos durante la formación inicial de profesores de matemáticas.

Se requiere de un profesor de matemáticas con afianzados conocimientos acerca del potencial de las herramientas tecnológicas para promover y desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, de las distintas formas de implementarlas en su práctica docente, así como de las ventajas y limitaciones de su empleo. Para Thomas, Monaghan y Pierce (2004), la utilización de herramientas TIC en educación matemática puede facilitar la implementación de un currículo con menos énfasis sobre las habilidades de manipulación algebraica y más énfasis sobre la comprensión de conceptos y sentido simbólico. Ofreciendo, de este modo, posibilidades para enfocarse en la selección de técnicas apropiadas, la anticipación de patrones generales y la interpretación de resultados y aplicaciones a problemas de la vida real, así como posibilidades para que los estudiantes aprendan con este

tipo de herramientas. Además, permite dedicar menos tiempo a rutinas de memorización y más a la identificación de estructuras, patrones y formas de representación de conceptos.

La integración de herramientas TIC como recursos de enseñanza en los programas formativos durante la formación inicial de profesores de matemáticas pudiera favorecer la sensibilización de los futuros profesores ante las innovaciones y estimular deseos de mejora permanente de su actividad (Ortiz, 2002). Además, la utilización de las TIC permite a los escolares realizar múltiples conexiones entre contenidos y saberes matemáticos, ayudando al desarrollo de la comprensión matemática del estudiante.

Para Viseu y Da Ponte (2009) la integración de las TIC en la formación de los futuros profesores de matemáticas no debe reducirse a una formación técnica, sino contribuir con la elaboración y participación de los profesores en formación en experiencias y situaciones propias de la práctica en el aula. Estas experiencias, como ya se mencionó, dependen del tipo de tareas u oportunidades de enseñanza propuestas y secuenciadas por el profesor, las cuales son objeto del análisis cognitivo y de instrucción cuando se diseña una unidad didáctica y que guardan relación con el proceso de modelización.

Los profesores en formación desarrollan su competencia de planificación de la enseñanza, reflexionando sobre las decisiones que toman diseñan una unidad didáctica. La selección de los materiales y recursos para llevar a cabo las tareas, permite a los grupos de futuros docentes discutir y reflexionar sobre el uso didáctico de las herramientas TIC y las potencialidades que estas ofrecen para el desarrollo de las situaciones problemáticas que proponen y las formas de utilización de la modelización presentes en cada situación planteada.

Con el uso de herramientas tecnológicas no se debe pretender sustituir los cálculos y razonamientos del estudiante, sino intentar combinar adecuadamente los distintos procesos de cálculo necesarios para realizar la modelización y proporcionar a los alumnos un ambiente de aprendizaje donde se desarrolle sus procesos mentales, comprensiones e intuiciones de tal forma que éstos sean aplicables a los procesos llevados a cabo mediante el uso de herramientas TIC. Es desde esta visión que se propone la integración de las TIC en el diseño de las tareas que conforman la unidad didáctica.

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

Adicionalmente, la combinación de tareas de modelización con la utilización de herramientas tecnológicas, permite al profesor en formación diseñar tareas donde los alumnos potenciales, realicen actividades de exploración e investigación, y aborden distintos conceptos matemáticos; aborden la manipulación simbólica, la utilización de distintos sistemas de representación y las relaciones entre estos, los conceptos y las estructuras por medio de la experimentación.

Por otra parte, este tipo de tareas ofrece oportunidades de reflexión sobre los significados de los conceptos y contenidos matemáticos. Además, permite establecer relaciones entre las matemáticas escolares y el contexto real del estudiante, y ofrecer experiencias y oportunidades de aprendizaje adaptadas a la cultura audiovisual e interactiva dominante en la sociedad actual.

En este sentido, el desarrollo de la competencia de planificación de la enseñanza del futuro profesor, estará relacionada con saber utilizar las herramientas tecnológicas e integrarlas en la enseñanza de las matemáticas escolares. Al respecto, según Valverde, Garrido y Fernández (2010), una buena práctica educativa con TIC exige comprender la representación de conceptos y procedimientos para su comprensión a través de herramientas tecnológicas, desarrollar estrategias didácticas que utilicen las TIC para la enseñanza de los contenidos curriculares, conocer los errores y dificultades en la enseñanza de conceptos con la finalidad de utilizarlas para ayudar a superarlos.

Además, exige tomar en cuenta los conocimientos previos de los alumnos, así como la epistemología del contenido curricular para comprender cómo las TIC pueden ser utilizadas para construir nuevos conocimientos, todo esto comprendiendo las posibilidades y limitaciones de las TIC como recursos didácticos. Una primera aproximación a las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, relativas a la utilización de herramientas TIC en la enseñanza de las matemáticas, se esboza a continuación:

- Seleccionar herramientas tecnológicas adecuadas a los contenidos de enseñanza, tomando en cuenta las potencialidades que éstas ofrecen.
- Seleccionar herramientas tecnológicas adecuadas a las expectativas de aprendizaje de la unidad didáctica.

- Seleccionar recursos tecnológicos que posibiliten y potencien el proceso de modelización matemática.
- Diseñar tareas u oportunidades de aprendizaje donde se utilicen herramientas TIC como recursos didácticos.
- Analizar las distintas formas de utilización de herramientas TIC en la enseñanza de contenidos matemáticos escolares.
- Explorar problemas del contexto y diseñar estrategias de solución en las cuales se integren herramientas TIC.
- Utilizar herramientas TIC en las actividades de aula y en las propuestas a los estudiantes.
- Utilizar herramientas TIC para identificar relaciones entre contenidos de matemática escolar.
- Utilizar herramientas TIC para establecer relaciones entre distintos sistemas de representación.
- Utilizar las TIC para ayudar a corregir los errores y dificultades en la enseñanza de contenidos matemáticos, enunciados en el análisis cognitivo.
- Integrar la modelización y las TIC en el diseño de actividades, tareas u oportunidades de aprendizaje de las unidades didácticas.
- Utilizar, trabajar e integrar herramientas tecnológicas en la enseñanza de contenidos de las matemáticas escolares.
- Comprender las posibilidades y limitaciones de las herramientas tecnológicas como recursos didácticos.
- Proponer actividades de evaluación, no convencionales, relacionadas con la integración modelización-TIC.

En esta indagación, la modelización como estrategia de enseñanza y la utilización de las TIC como recursos de enseñanza, son considerados como un elemento fundamental en la formación inicial del profesor de matemáticas, en el desarrollo de su competencia de planificación y en el diseño de unidades didácticas, pues facilitan la exploración, el cálculo, la experimentación, la resolución de problemas y permiten establecer relacionar las matemáticas escolares con el contexto del estudiante.

**FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS**

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

CONCLUSIONES

La formación inicial del profesor de matemáticas debe propiciar el, desarrollo y construcción de conocimientos, competencias y capacidades que favorezcan su futura labor docente. La planificación de la enseñanza de las matemáticas constituye una competencia clave a desarrollar durante la formación inicial y forma parte importante del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas.

La modelización como estrategia de enseñanza es un proceso inmerso en la planificación de la enseñanza, que contribuye a desarrollar y consolidar el conocimiento didáctico del profesor en formación; es decir, avanzar en el logro de sus competencias y capacidades para comprender, reflexionar y actuar eficientemente en su futuro campo profesional de la enseñanza de las matemáticas escolares.

La importancia de integrar la modelización en la planificación de la enseñanza, y específicamente en el diseño de tareas, radica en el hecho de que el impacto de este proceso en el aprendizaje de los estudiantes depende, entre otros factores, del conocimiento y experiencias que el profesor de matemáticas en formación desarrolla cuando el diseña y analiza las tareas u oportunidades de aprendizaje.

Otro aspecto importante en la planificación de la enseñanza de las matemáticas, se relaciona con la elección de materiales y recursos en el diseño y análisis de las tareas u oportunidades de aprendizaje. En este sentido, se asume que la formación inicial de profesores de matemáticas debe integrar las herramientas TIC como recursos de enseñanza. Esta integración no debe reducirse a la formación técnica, sino debe propiciar experiencias y situaciones propias de la práctica en el aula.

Con esto se pretende desarrollar el conocimiento necesario para saber utilizarlas, saber trabajar con ellas y saber integrarlas en el proceso de enseñanza de las matemáticas escolares. Esto permite a los futuros docentes discutir y reflexionar sobre las posibilidades que las TIC ofrecen para el logro de las expectativas de aprendizaje, y además sobre la forma de integrarlas en el proceso de modelización, en sus distintas formas de utilización.

Por último, la integración de la modelización matemática como estrategia de enseñanza y las herramientas TIC como recursos de enseñanza, se

considera un elemento clave en la formación inicial de profesores de matemáticas y específicamente para el desarrollo de su competencia de planificación de la enseñanza. Esto debido a que la integración modelización-TIC plantea un escenario propicio para el desarrollo de una práctica educativa enmarcada en el desarrollo tecnológico de la sociedad y la necesidad de dotar de sentido a los contenidos de las matemáticas escolares.

REFERENCIAS

- Barbosa, J. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tesis Doctoral. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, Brasil.
- Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (2), 105-125.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Relime*, 11 (2), 171-194.
- Doerr, H. (2007). What Knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. (The 14th ICMI Study, pp. 69-78). New York: Springer.
- García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17(2), 153-166.
- Gay, S. y Jones, A. (2008). Uncovering variables in the context of modeling activities. En Greenes y Rubenstein (Eds.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics*. (Seventieth Yearbook, pp. 211-221). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gómez, P. (2004). Análisis didáctico y uso de tecnología en el aula de matemáticas. En M. Peñas, A. Moreno, J. L. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el Aula de Matemáticas: Tecnologías de la Información y la Comunicación* (pp. 73-95). Granada: SAEM 'Thales' y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral publicada, Universidad de Granada, España.

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

- Gómez, P. y LUPIÁÑEZ, J. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98.
- Gómez, P., LUPIÁÑEZ, J., Rico, L. y Marín, A. (2007). *Capacidades que contribuyen a la competencia de planificación del profesor de matemáticas de secundaria*. Trabajo presentado en el III Congreso Internacional de Formación del Profesorado. Granada, España.
- González, M. y LUPIÁÑEZ, J.L. (2001). Formación inicial de profesores de matemáticas en secundaria: actividades basadas en la utilización de "software" de geometría dinámica. *UNO*, 28, 110-125.
- Lingerfjärd, T. (2007). Modelling in teacher education. En Blum, Galbrait, Henn y Niss (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. (pp. 475-482). New York: Springer.
- Llinares, S. (2004). *La actividad de enseñar matemáticas como organizador de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Adecuación al itinerario educativo del Grado de Matemáticas*. Trabajo presentado en Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas, Granada.
- LUPIÁÑEZ, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral publicada, Universidad de Granada, España.
- Marín, A. (2005). *Tareas para el aprendizaje de las matemáticas: Organización y secuenciación*. Trabajo presentado en el Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemática. Málaga. Disponible en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MarinA05-2800.PDF> [Acceso: febrero 10 de 2011].
- Mathews, S. y Reed, M. (2007). Modelling for pre-service teachers. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling. Education, Engineering and Economics*. (ICTMA 12, pp. 458-464). Chichester: Horwood Publishing.
- Niss, M. (2003). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer, G. Brandell y B. Grevholm (Eds.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education*. (pp. 179-192). Göteborg: Royal Swedish Academy of Sciences.

- Niss, M., Blum, W. y Galbraith, P. (2007). Introducción. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. (The 14th ICMI Study, pp. 3-32). New York: Springer.
- Oliveira, M. (2009). *Modelagem matemática: reinventar as aulas de matemática a través de problemas do cotidiano*. Trabajo presentado en el III Coloquio Internacional Educação e contemporaneidade. Itabaiana (SE-Brasil).
- Ortega, P. (2002). Una estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra lineal con el uso del sistema de cálculo algebraico DERIVE. *Revista Complutense de Educación*, 13 (2), 645-675.
- Ortiz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Evaluación de un programa de formación*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Granada, España.
- Ortiz, J. (2006). Incorporación de la calculadora gráfica en el aula de matemática. Una discusión actual hacia la transformación de la práctica. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 7(2), 139-157.
- Ortiz, J., Rico, L. y Castro, E. (2007). Mathematical Modelling: A teacher's training study. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling. Education, Engineering and Economics*. (ICTMA 12, pp. 441-249). Chichester: Horwood Publishing.
- Ortiz, J., Rico, L. y Castro, E. (2010). Realidad y Perspectiva Didáctica de Futuros Profesores de Matemáticas a Partir de una Situación Problema. *Zona Próxima*, 13(2), 80-91.
- Paredes, M., Iglesias, M., y Ortiz, J. (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes de matemáticas. *Enseñanza de la Matemática*, 12 al 16, 89-107.
- Pérez-Juste, R. (2000). La evaluación de programas educativos: Conceptos básicos, planteamientos generales y problemática. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), 261-287.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. (pp. 39-59). Barcelona: ice-Horsori.

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y LA MODELIZACIÓN EN
AMBIENTES TECNOLÓGICOS

Ángela Mora, José Ortiz
p.p. 183-206

- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 8(1), 1-15.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades Didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria* (Cap. 4, pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
- Thomas, M., Monaghan, J. y Pierce, R. (2004). Computer algebra systems and algebra: Curriculum, assessment, teaching, and learning. En Stacey, Chick y Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra. The 12th ICMI Study*. (pp. 155-186). Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.
- Valverde, J., Garrido, M. y Fernández, R. (2010). Enseñar y aprender con tecnologías: Un modelo teórico para las buenas prácticas con TIC. *TESI*, 11 (3), 203-229.
- Viseu, F. y Da Ponte, J. (2009). Desenvolvimento do conhecimento didáctico do futuro professor de matemática com apoio das TIC. *Relime*, 12 (3), 383-413.