¿POR QUÉ LOS ESTUDIANTES NO LOGRAN UN NIVEL DE RAZONAMIENTO EN LA GEOMETRÍA?

INVESTIGACIÓN

Autor

Prof. Rider Goncalves Tavares*
goncalvesrider@cantv.net

U.E. "CARABOBO"
Valencia, Estado
Carabobo, Venezuela

**Licenciado en Educación, mención: Matemática; Profesor de Educación Básica y Media; Profesor del Colegio Universitario de Mercadeo y Administración (C.U.A.M).*

RESUMEN

Existen diversas investigaciones sobre la evolución del conocimiento y el aprendizaje, pero, específicamente, en la geometría, las diferentes situaciones que se presentan en las aulas de clase, con alumnos jóvenes y adultos, evidencian una necesidad por parte de profesores y estudiantes de promover un aprendizaje verdaderamente efectivo. La dificultad y necesidad de estos jóvenes y adultos por comprender los contenidos geométricos y la frustración por parte de los docentes al percatarse que los alumnos no identifican y/o diferencian los conceptos y propiedades de los contenidos tratados, evidencian la clara escasez de nuevas estrategias. El modelo mas específico que se ajusta a esta situación que sucede cotidianamente en las aulas de clase es el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, creado por los esposos Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele. Mediante esta investigación se pretende defender una propuesta, como recurso eficaz para el aprendizaje de la geometría.

Palabras Clave: Aprendizaje. Pensamiento Geométrico. Modelo.

REVISTA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Año 6 • Vol. 1 • Nº 27 • Valencia, Enero-Junio 2006
PP. 83-98

WHY STUDENTS CAN NOT ACHIEVE A LEVEL OF REASONING IN GEOMETRY

ABSTRACT

There are many researches about evolution of knowledge and learning, but, specifically, in geometry, the different situations that are present into classrooms, with young and adult students, they are approved of a necessity for teachers and students of promoting a learning truly effective. The difficulty and the necessity of these youngs and adults to understand the geometric contents and the frustration of teachers when they realize that students can not identify and/or make a difference between concepts and properties of view contents, that shows the clear shortage of new strategies. This more specific model that it‘s adaptable to find the solution of this situation that happens daily in classrooms, it‘s the Model of Van Hiele‘s Geometric Reasoning, created by the couple Pierre Van Hiele and Dina Van Hiele. Through this research, it pretends to defend a proposal that can be an efficient resource for geometry´s learning.

Key Words: Learning. Geometry Thought. Model.

1.-INTRODUCCION

Es importante considerar que los componentes del proceso de la enseñanza matemática: la ciencia matemática, los elementos individuales (alumno y profesor), las teorías del conocimiento y los elementos socio-culturales del entorno, juegan un papel importante en cada uno de los componentes del proceso de enseñanza por el que se opta (componente didáctico-pedagógico); es por ello que se permite la integración de diferentes temas o áreas del programa para que el alumno perciba las relaciones existentes entre las diferentes partes de las matemáticas, permitiéndole la práctica constante de los conocimientos adquiridos en diferentes contextos.

Es por ello, que a partir de un problema, se da la oportunidad a los alumnos de explorar las relaciones entre nociones conocidas y utilizarlas para descubrir y asimilar nuevos conocimientos que servirán para resolver problemas. La solución de problemas de geometría desarrolla en el alumno la capacidad de producir conjeturas, comunicarlas y validarlas. (Resnick, 1990: 23)

De acuerdo con los esposos Van Hiele (1986), muchos alumnos pueden reconocer un cuadrado, pero no logran definirlo, ha notado que algunos de los alumnos no entienden que el cuadrado es un rectángulo, y ha sabido de otros que se quejan por tener que demostrar algo que ya “saben”. Este tipo de situaciones se escuchan en el día a día en las aulas de clase, lo cual refleja el nivel de inmadurez geométrica del estudiante. ¿Nunca se ha imaginado cómo ayudar a sus alumnos a alcanzar un nivel más sofisticado de pensamiento geométrico? El modelo Van Hiele de pensamiento geométrico puede ser usado para guiar la instrucción, así como para evaluar las habilidades de los alumnos (Van H:39-40).

Las estrategias que todo profesor de Matemática desarrolla en la clase están estrechamente vinculadas a la concepción que tiene del “ser docente”; así, al planificar los contenidos y la metodología para un curso dirigido a futuros profesores, corresponde considerar como primordial, que el día a día de su trabajo estará condicionado por sus concepciones sobre la educación, la enseñanza, el aprendizaje y las matemáticas.

Se concibe al educador como “activador y acompañante” en la auto-construcción del conocimiento del alumno. Mas, para que pueda actuar como activador y acompañante en la auto-construcción del conocimiento de sus alumnos, él mismo tiene que ser consciente de su propia manera de pensar (Crowley, 2002).

Específicamente en el área de Geometría, es necesario que se sitúe a los alumnos como seres pensantes frente a su propio pensamiento y se promueva una auto-reflexión sobre su saber matemático o, en este caso, sobre su saber geométrico, no como un saber estático, perfecto y cristalizado, sino muy al contrario, como un saber dinámico, imperfecto y nebuloso, es decir, como un saber en acción (Shaughnessy, 1986).

Es exactamente en estas líneas donde se fundamenta el problema con respecto a la asignatura Geometría, porque la tarea principal de los investigadores consiste en proporcionar una manera diferente de captar esta asignatura, más libre y abierta, no limitada a un conjunto de definiciones y fórmulas, sino guiada por la acción de enfrentarse con libertad a las preguntas que se formulan, cuyas respuestas deberán ser argumentadas pero que pueden ser también discutidas.

2.- ¿POR QUÉ APLICAR EL MODELO DE VAN HIELE?

Antes de exponer las características del modelo, es necesario apoyarnos en el Paradigma *Crítico Reflexiv*o, el cual parte de entender a los participantes como sujetos de la acción, con criterios para reflexionar sobre lo que se hace, cómo se hace, por qué se hace y las consecuencias de la acción.

El proceso y la manera es un espiral continuo, de modo que se basa en la acción- reflexión – acción y vuelta a la acción, profundizando cada vez más en los niveles de reflexión hasta lograr un grado de concientización y de acción para la transformación. Las fases del método son flexibles ya que permiten abordar los hechos sociales como dinámicos y cambiantes, por lo tanto, están sujetas a los cambios que el mismo proceso genere.

Por lo antes mencionado, la finalidad es generar transformaciones en las situaciones abordadas, partiendo de su comprensión, conocimiento y compromiso para la acción de los sujetos inmersos en ella, pero siguiendo un procedimiento metodológico sistemático, insertado en una estrategia de acción definida y con un enfoque investigativo donde los sujetos de la investigación producen conocimientos dirigidos a transformar su realidad social, es por ello que se puede afirmar, que los criterios metodológicos se insertan en lo activo y/o participativo propiamente dicho. Con dichos procesos, se busca promover la participación activa de la comunidad, tanto en el estudio y la comprensión de sus problemas, como en la planeación de propuestas de acción, su ejecución, la evaluación de los resultados, la reflexión y la sistematización del proceso seguido.

Es por ello que la teoría sirve de base para la acción, ya que al estar insertos en ésta, se logra comprender la esencia de los fenómenos y sus interrelaciones, las cuales deben tener unos supuestos teóricos que permitan la reflexión, análisis, comprensión y explicación de sus manifestaciones. De modo que si se parte de la totalidad como categoría, la teoría también surgirá de la reflexión de las consecuencias de las transformaciones originadas en la práctica y el proceso para que se produzcan.

Esta búsqueda para caracterizar las estrategias metodológicas utilizadas en el desarrollo de la Geometría, tiene como objetivo, que la relación alumno – docente, sea verdaderamente productiva y, por ende, se produzca un mejor entendimiento en un proceso de enseñanza – aprendizaje flexible, siendo este proceso continuo, tomando en cuenta todos y cada uno de los aspectos que influyen en la enseñanza de la geometría. Considerando que debe existir comprensión, conocimiento y compromiso para que se puedan generar transformaciones en lo que a enseñanza y aprendizaje de la Geometría se refiere.

Según Arrieta (1989), la educación como proceso científico humanístico se relaciona con las teorías que explican el aprendizaje. Por consiguiente, la educación necesita utilizar el conocimiento que sobre la naturaleza del hombre y su comportamiento aporta la Psicología. La naturaleza humana y los múltiples factores que intervienen en el proceso de aprendizaje, hacen difícil la tarea de aplicar directamente esa información. (p. 38).

Si se compara la teoría piagetana con la de los esposos Van Hiele, se evidencian similitudes y diferencias, que ayudan a valorar más apropiadamente el gran aporte en el campo de la enseñanza de la geometría, del modelo citado.

Arrieta, comenta que, tanto la teoría piagetana como el modelo de Van Hiele conciben el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas, a la vez que ambos modelos se basan en niveles y/o etapas siendo éstos de carácter recursivo en los dos casos. Sin embargo, los dos modelos presentan características diferenciales que convierten al modelo de Van Hiele en un modelo de mayor virtualidad didáctica. A continuación se presentan esas características:

3.- CARACTERISTICAS DIFERENCIALES; VAN HIELE vs PIAGET

3.1-La teoría piagetana es una teoría del desarrollo, no del aprendizaje, por lo que no se planteó el problema de cómo provocar el avance de los niños de un nivel al siguiente. Se trata de una investigación de carácter genérico cuyo marco teórico lo constituyen las teorías del aprendizaje y del desarrollo. El proceso de aprendizaje es considerado como un proceso madurativo, por lo que el valor de la enseñanza, es disminuido.

En contraste, la teoría de los autores holandeses, surge de la preocupación por dar respuesta a los problemas reales que ellos mismos y sus alumnos encontraban en la clase de Geometría. Por este motivo, el problema didáctico acerca de cómo ayudar a los alumnos en el ascenso de un nivel de razonamiento al siguiente, se configuró en el problema de investigación fundamental, pudiéndose afirmar, que están ante una teoría de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

En este sentido, el modelo de Van Hiele es, a pesar de su antigüedad, un buen representante de las líneas más actuales de investigación en Didáctica de las Matemáticas, construyendo una teoría propia en una subárea de investigación (Geometría), y dando gran importancia a los contextos interactivos en el aula y al papel del profesor. Al respecto, Braga (1995), expone:

> El interés por empezar a estudiar el modelo de Van Hiele, así como por empezar a utilizarlo como elemento de reflexión en la elaboración de proyectos curriculares en el área de Geometría, se justifica por tratarse de una teoría educativa y no psicogenética, como es el caso de las investigaciones piagetanas. Es por esta razón por lo que los intentos de aplicar el modelo en el campo de la educación matemática han sido mucho más fructíferos (p 85).

3.2.-Otra de las características diferenciales entre ambas teorías, hace referencia al papel otorgado al lenguaje. Mientras la teoría piagetana dio escasa importancia al papel jugado por el lenguaje en el ascenso de un nivel o etapa al siguiente, para los Van Hiele el papel jugado por el lenguaje en la estructuración del pensamiento es decisivo, y se desarrolla en niveles de forma paralela a los niveles de razonamiento. El modelo defiende que los distintos niveles de razonamiento geométrico poseen una especificidad de lenguaje. Por consiguiente, no se debe menospreciar el papel otorgado al lenguaje matemático utilizado en el aula. El profesor tendrá que conocer el nivel de dominio del lenguaje geométrico de sus alumnos para adaptarse a él, y procurar que éste avance en complejidad hacia un lenguaje más estructurado y abstracto.

3.3- Por otra parte, la teoría de los autores holandeses, a pesar de surgir en el momento en el que el movimiento de la Matemática Moderna crecía con fuerza, asume una aproximación a la naturaleza del conocimiento matemático, entendido como actividad, inducción e investigación, que avanza desde su fundamentación empírica hacia niveles superiores de abstracción y una concepción del sentido o papel de la enseñanza, en claro desacuerdo con la defendida por dicho movimiento, y al que la teoría piagetana concedió su apoyo.

Piaget (1978) ha establecido que, el primer desarrollo cognitivo es logrado a través de la diferenciación y coordinación de esquemas. En niveles posteriores, el desarrollo implica una diferenciación de los primeros registros semióticos, el lenguaje nativo y la representación icónica de formas y su coordinación. Se han enfatizado las dos brechas entre el comportamiento ingenuo y el comportamiento matemático en Geometría. No existe un cambio progresivo desde uno al otro.

Al considerar el aprendizaje como actividad, se define en una estructura de “capas” que van desde las formas intuitivas iniciales de pensamiento hasta las formas deductivas finales. Por tal motivo, la enseñanza debe estructurarse en forma helicoidal, presentando los contenidos de modo que deban ser retomados en varias ocasiones, para que el alumno pueda tratarlos en todos los niveles de razonamiento que sea capaz de alcanzar. (Arrieta, ya citado)

4.- Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele

La problemática que existe con respecto al aprendizaje y enseñanza de la Geometría es una situación que viene observándose desde hace varios años en el ámbito internacional, es así que por los años cincuenta en Holanda, dos profesores de geometría llamados Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldolf, preocupados porque sus alumnos no entendían lo que se explicaba, deciden realizar una investigación que les permita primero, determinar la forma como se produce la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes y segundo, buscar la manera de ayudar a los alumnos a mejorar la calidad de sus razonamiento (Gutiérrez y Jaime, 1991:49).

Los estudiantes pueden resolver problemas concretos con bastante habilidad, pero carecen de ideas cuando deben resolver esos mismos problemas planteados en un contexto algo diferente, abstracto o más

REVISTA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Año 6 • Vol. 1 • Nº 27 • Valencia, Enero-Junio 2006
PP. 83-98

formalizado. Otra situación típica de las clases de matemática, es la de los estudiantes que tienen que recurrir a memorizar las demostraciones de los teoremas o las formas de resolver los problemas, pues es la única manera legal de aprobar los exámenes. “Cuando empecé mi carrera como profesor de matemática, pronto me di cuenta que era una profesión difícil. Había parte de la materia que yo podía explicar y explicar, y aun así los alumnos no entendían.” (Van Hiele, 1986).

Así, pues, en estos párrafos se recogen las ideas centrales de lo que fue el modelo educativo creado por los esposos Van Hiele. Dichas ideas siguen siendo la esencia del referido modelo tal como se utiliza actualmente, y pueden enunciarse de la siguiente manera:

a.- Se puede encontrar varios niveles diferentes de perfección en el razonamiento de los estudiantes.

b.- Un estudiante solo podrá comprender realmente aquellas partes de la matemática que el profesor le presente de manera adecuada a su nivel de razonamiento.

c.- Si una relación matemática no puede ser expresada en el nivel actual de razonamiento de los estudiantes, será necesario esperar a que éstos alcancen un nivel de razonamiento superior.

d.- No se puede enseñar a una persona a razonar de una determinada forma, pero sí se le puede ayudar mediante una enseñanza adecuada de la matemática.

El modelo de Van Hiele está formado, realmente, por dos partes: la primera de ellas es descriptiva, ya que identifica una secuencia de tipos de razonamiento, llamados “niveles de razonamiento”, a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de los alumnos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo nivel de desarrollo intelectual en este campo. (Jaime, 1995).

Por otra parte, la segunda está referida a que el modelo da a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que puedan alcanzar con más factibilidad un nivel superior de razonamiento; estas directrices se conocen con el nombre de “fases de aprendizaje”

4.1- Niveles de razonamiento matemático de Van Hiele a partir de la actividad de los estudiantes:

Nivel 1: De reconocimiento

- Es el nivel más elemental de razonamiento.
- Los estudiantes perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades, pudiendo atribuir características irrelevantes en las descripciones que hacen.
- Además, perciben las figuras, como objetos individuales, es decir, que no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura, a otra de su misma clase.
- Los estudiantes se limitan a descubrir el espacio físico de las figuras, los reconocimientos, diferenciación o clasificaciones; las figuras que realiza se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.
- En muchas ocasiones las descripciones de las figuras están basadas en su semejanza con otros objetos no necesariamente geométricos que conocen; suelen usar frases como "... se parece a ...", "...tiene forma de ...", entre otros.
- Los estudiantes no suelen reconocer explícitamente las partes en las cuales se compone la figura ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2: De análisis

- Los estudiantes se dan cuenta de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y de que están dotadas de propiedades matemáticas; pueden describir las partes que integran una figura y enunciar sus propiedades, siempre de manera informal.
- Además de reconocer las propiedades matemáticas mediante la observación de figuras y sus elementos, los estudiantes pueden deducir otras propiedades generalizándolas a partir de la experimentación.

- Sin embargo, no son capaces de relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden hacer calificaciones lógicas de figuras, basándose en sus elementos o propiedades.

Nivel 3: De clasificación

- En este nivel comienza la capacidad de razonamiento formal de los estudiantes. Ya son capaces de reconocer que unas propiedades se deducen de otras y de descubrir esas implicaciones; en particular, pueden clasificar lógicamente las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas. No obstante, sus razonamientos lógicos se siguen apoyando en la manipulación.
- Los estudiantes pueden describir una figura de manera formal, es decir, pueden dar definiciones matemáticas correctas, comprenden el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.
- Si bien los estudiantes comprenden los sucesivos pasos individuales de su razonamiento lógico formal, los ven de forma aislada, ya que no comprenden la necesidad del encadenamiento de estos pasos ni entienden la estructura de una demostración.
- Al no ser capaces de realizar razonamientos lógicos formales, ni sentir su necesidad, los estudiantes no comprenden la estructura axiomática de la matemática.

Si la capacidad de razonamiento propia del nivel 2, permitiera a los estudiantes entender que las propiedades pueden deducirse de otra, al alcanzar el nivel 3, habrán adquirido la habilidad de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras.

Nivel 4: De deducción formal

- Alcanzado este nivel, los estudiantes pueden entender y realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones ya tienen sentido para ellos y sienten la necesidad como único medio para verificar la verdad de una afirmación.
- Los estudiantes pueden comprender la estructura axiomática de las matemáticas, es decir, el sentido y la utilidad de términos no definidos, axiomas y teoremas.

- Los estudiantes aceptan la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto.

Nivel 5: De rigor

En esta etapa el aprendiz puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Puede estudiarse geometría no euclidiana y compararse diferentes sistemas. La Geometría se capta en forma abstracta

Al alcanzar este nivel de razonamiento, se logra la plena capacidad de razonamiento lógico matemático y, al mismo tiempo, la capacidad para tener una visión globalizadora del área que se esté estudiando.

5.- Algunas características importantes del modelo de Van Hiele son:

a. **La jerarquización y secuencialidad de los niveles**: Resulta evidente, que los cinco niveles representan cinco grados de sofisticación en el razonamiento matemático que pueda usar una persona. Además, cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior. Pensar según el 2 nivel de razonamiento, no es posible sin la capacidad del primer nivel, pensar según el 3, no es posible sin la capacidad de razonamiento del segundo, pensar según el cuarto, no es posible sin el 3. No es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado el nivel inferior.

b. **Hay una estrecha relación entre el lenguaje y los niveles**: Las diferentes capacidades de razonamiento asociados a los cinco niveles de Van Hiele, no sólo se reflejan en la forma de resolver los problemas propuestos, sino en el modo de expresarse y en el significado que se le da a determinado vocabulario. A cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico.

c. **El paso de un nivel al siguiente se produce de manera continua**: Sugiere que el paso de un estudiante desde un nivel de razonamiento al siguiente, no se produce de una forma brusca.

6.-Fases del aprendizaje de Van Hiele:

Se recordará que Van Hiele caracteriza el aprendizaje como un resultado de la acumulación de la cantidad suficiente de experiencias adecuadas;

por lo tanto, existe la posibilidad de alcanzar niveles más altos de razonamiento si se consiguen las experiencias correctas.(Gutiérrez y Jaime, 1991:50).

Van Hiele recomienda desarrollar las cinco fases en forma secuencial. Éstas tienen un carácter cíclico, pues se deben ejecutar en cada nivel. Si un alumno logra con las fases, alcanzar el siguiente nivel, éstas se deben desarrollar en ese nuevo nivel; lo que cambia es el contenido, el lenguaje, la forma de resolver los problemas y el grado de dificultad, lo que Van Hiele llama "Fases de Aprendizaje" son unas etapas en la graduación y organización de las actividades que debe realizar un estudiante para adquirir las experiencias que le llevan al nivel superior de razonamiento. Las fases de aprendizaje propuestas por Van Hiele son cinco (Gutiérrez y Jaime, 1987:39):

1ra Fase: Información. Se trata de una fase de toma de contacto: el profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que va a trabajar, qué tipos de problemas se van a plantear, que materiales se van a utilizar, entre otros. Ésta es también una fase de información para el profesor, pues sirve para que éste indague los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar.

2da Fase: Orientación dirigida. En esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que se le ha proporcionado. El objetivo principal de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, propiedades, figuras, entre otros, importantes en el área de la Geometría que están estudiando.

3ra Fase: Explicación. Una de las finalidades principales de la tercera fase, es hacer que los estudiantes intercambien sus expectativas, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Esta fase tiene también la misión de conseguir que los estudiantes terminen de aprender el nuevo vocabulario, correspondiente al nuevo nivel de razonamiento que están empezando a alcanzar. Por lo tanto, la fase tres no es una fase de aprendizaje de cosas nuevas, sino de revisión del trabajo hecho antes, orientada a conclusiones, prácticas y perfeccionamiento en la forma de expresarse.

4ta Fase: Orientación libre. Ahora los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir, a otras investigaciones diferentes de las anteriores. El campo de estudio ya es en gran parte conocido por los alumnos, pero éstos todavía deben perfeccionar su conocimiento del mismo.

5ta Fase: Integración. A lo largo de las fases anteriores, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos y habilidades, pero todavía deben adquirir una visión general de los conocimientos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente; se trata de condensar en un todo el dominio que ha explorado su conocimiento. Completada esta fase, los alumnos tendrán a su disposición una nueva red de relaciones mentales, más amplia que la anterior y que la sustituya, y habrán adquirido un nuevo nivel de razonamiento.

Para Fuster (1996), una metodología dirigida a la comprensión de la Geometría es más eficaz que otra, cuando facilita más rápida o más generalmente (a más estudiantes) el progreso hacia el último nivel del modelo (p13).

El modelo posee unas propiedades que es importante conocer para comprender la propuesta realizada por los esposos Van Hiele.

7.-Propiedades del Modelo de Van Hiele:

7.1.-*Recursividad:* los elementos implícitos en el nivel de razonamiento N se hacen explícitos en el nivel de razonamiento N + 1. Por ejemplo un alumno del nivel I, puede diferenciar un círculo de un triángulo por su forma, pero no se da cuenta que de manera inconsciente, ha utilizado los vértices que poseen los triángulos para llegar a dicha diferenciación, es decir, no se da cuenta de la presencia de las propiedades de los objetos. En este sentido, el papel del docente es conseguir que los estudiantes lleguen a ser conscientes de los elementos implícitos en su razonamiento y aprendan a usarlos en forma voluntaria. Esto permitirá que logre alcanzar el siguiente nivel.

7.2.-*Secuencialidad:* el orden en que se dan los niveles es secuencial y no se puede alterar. Si un alumno ha llegado al nivel III es porque necesariamente ha superado los niveles anteriores. Cuando se realiza un aprendizaje memorístico se presenta el caso en que el alumno aparenta un nivel de razonamiento superior al que realmente tiene. Puede realizar una demostración impecable, pero no comprende el significado de lo que está realizando y no utiliza el vocabulario en forma correcta.

7.3.- *Especificidad del lenguaje:* cada nivel posee un lenguaje propio y un significado específico del vocabulario matemático. Dos alumnos en niveles diferentes se expresan de manera distinta con respecto a un mismo objeto. Por lo tanto, si un docente quiere que los alumnos lo entiendan, debe expresarse de acuerdo al lenguaje del nivel en el que están ubicados los estudiantes y no pretender que ellos se ubiquen en el de él.

7.4.- *Continuidad:* el desarrollo de los niveles se produce de forma continua y pausada, es posible que el paso de uno de ellos a otro dure varios años, tal es el caso del nivel III y IV. Esto se debe a que la adquisición de los niveles no está influenciada por el aspecto biológico, pues la instrucción y la experiencia personal que haya tenido el alumno, influyen en gran medida.

7.5.- *Localidad:* un alumno puede encontrarse en un nivel específico en cada tema geométrico, él puede estar ubicado en el nivel III, cuando se refiere a cuadriláteros y al mismo tiempo encontrarse en el nivel I, para el concepto de mediatriz. Esto se debe a que existen distintas experiencias previas para cada concepto.

En otro sentido, el modelo contempla una guía, en la cual se le informa al profesor, como debe organizar las actividades para que los estudiantes se encuentren capaces de superar el nivel de razonamiento siguiente al que tienen en el momento. Van Hiele denominó estas actividades como “Fases del Aprendizaje”.

Para finalizar, la enseñanza de la Geometría ha estado limitada al hecho de conceptualizar figuras y plasmarlas sobre el papel; en la mayoría de los casos, los alumnos no cuentan con objetos, formas, ejemplos reales que les permitan captar mejor los contenidos; las clases de Geometría generalmente son dictadas de manera abstracta, razón por la cual, surge la necesidad de implementar nuevas estrategias al momento de enseñarla.

En este sentido, el educador tiene la obligación de buscar y/o crear estrategias que permitan el desarrollo y razonamiento intelectual de los estudiantes. La aplicación del *Modelo Van Hiele,* de desarrollo de pensamiento geométrico en el proceso de enseñanza de la Geometría, es solo una estrategia metodológica. El objetivo es actualizar a los docentes, específicamente a los que imparten dicha asignatura, tanto en conocimientos básicos, como en los niveles para el desarrollo del pensamiento geométrico propuestos por el Modelo Van Hiele.

En la práctica se puede evidenciar la confusión que presentan los estudiantes en cuanto a los métodos, técnicas y recursos utilizados por el docente, debido a esto, surge la necesidad de diseñar una propuesta didáctica para la aplicación práctica del Modelo de Razonamiento propuesto por los autores investigados, donde el educador se vea comprometido a mantenerse actualizado e informado, acerca de nuevos modelos y técnicas que permitan proporcionar aprendizajes efectivos.

REFERENCIAS

Arrieta, J. J.(1989). *Investigación y docencia en Didáctica de las Matemáticas: hacia la constitución de una disciplina*. Salamanca, España: Separata de Studia Pedagógica Nº 21.

Braga, M. (1995). *Apuntes* para la enseñanza de la geometría. El modelo de enseñanza-aprendizaje de Van Hiele. Mimeo.

Crowley, M. (2002). *El Modelo Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico*, [en línea]. México. Disponible en: http://www.anuies.mx/modelovanhiele.htm. [2003, 25 de marzo].

Fuster, Ll. (1996). *Aspectos comparativos en la extensión del modelo de Van Hiele al concepto de aproximación local*. Mimeo.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1987). *Estudio de las características de los niveles de Van Hiele*. Mimeo.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1989): Bibliografía sobre el modelo geométrico de Van Hiele. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 1, pp. 89-95. Mimeo.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele*. Mimeo.

Jaime, A. (1995). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática.* México. Grupo Editorial Iberoamericana.

Jaulin-Mannoni, F. (1985). *La reeducación del razonamiento matemático*. Madrid, España: Visor Libros.

Piaget y otros (1978). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid, España: Alianza Universidad.

Resnick, L.B., Ford, W.W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona, España: Paidós & M.E.C.

Shaughnessy, J.M. (1986). Structure and insight. New York, USA: Academic Press.

Van Hiele, P. (1986). Characetrizing the Van Hiele levels of developing in Geometry. *Journal for research in Matematics Education*. Vol. 17 (1). pp 31-48.