



## MOVIMIENTO PROPIO DE LOS CÚMULOS GLOBULARES MESSIER: TEST DE LA GRAVEDAD NEWTONIANA MODIFICADA

DANIELA A. SALAS L.<sup>1</sup> y NELSON FALCON<sup>1</sup>

Universidad de Carabobo. Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología.<sup>1</sup> Laboratorio de Física de la Atmosfera y Espacio Ultraterrestre. Dpto. de Física. Carabobo. Venezuela.

{ [dsalasl@uc.edu.ve](mailto:dsalasl@uc.edu.ve), [nelsonfalconv@gmail.com](mailto:nelsonfalconv@gmail.com) }

*Recibido: 21/07/2025, Revisado: 07/08/2025, Aceptado: 12/08/2025*

### Resumen

Se presenta la estimación del movimiento propio de los cúmulos globulares de la Vía Láctea, listados en el catálogo de Messier, y se compara con las posiciones de los catálogos de Dreyer, Harris, GAIA y NASA-NED. Se corrigen las coordenadas ecuatoriales por la precesión (2025) y se grafica para las coordenadas galácticas. Los resultados muestran desviaciones significativas de las trayectorias de los cúmulos globulares Messier con la tercera ley de Kepler, de acuerdo con la generalización del teorema del Virial en la teoría de gravedad modificada a gran escala. La relación período-distancia, sin asumir modelos de Materia Oscura, permite limitar la masa dinámica de la Vía Láctea y la invalidez del movimiento kepleriano de los CG. Los datos de mejor ajuste son  $2,3 \pm 0,32 \times 10^{14} M_{\odot}$  para la masa dinámica de la Vía Láctea, y  $\beta = -5/3$  en modelos de gravedad newtoniana modificada.

**Palabras clave:** cúmulos globulares Messier, gravedad modificada, movimiento propio. Masa de la Vía Láctea

### Proper motion of Messier globular clusters: test of modified Newtonian gravity

#### Abstract

The proper motion estimate of the Milky Way globular clusters listed in the Messier catalog is presented and compared with the positions in the Dreyer, Harris, GAIA, and NASA-NED catalogs. The equatorial coordinates are corrected for precession (2025) and plotted for Galactic coordinates. The results show significant deviations of the Messier trajectories of globular clusters from Kepler's third law, in agreement with the generalization of the Virial theorem in the large-scale modified gravity theory. The period-distance relation, without assuming Dark Matter models, allows to constrain the dynamical mass of the Milky Way and the invalidity of the Keplerian motion of the GCs. The best-fit data are  $2.3 \pm 0.32 \times 10^{14} M_{\odot}$  for the dynamical mass of the Milky Way, and  $\beta = -5/3$  in modified Newtonian gravity models.

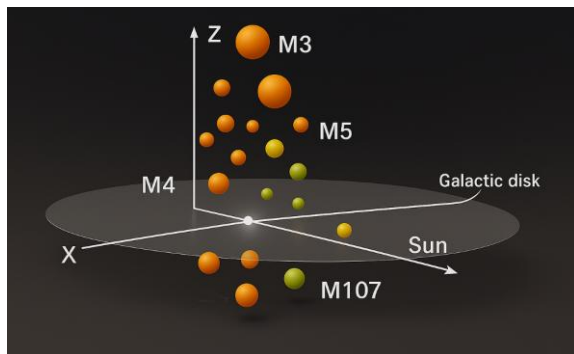
**Key words:** Messier's globular clusters, modified Newtonian gravity, proper motion. Milky Way mass,

## 1. Introducción

Los cúmulos globulares (CG) son asociaciones esferoidales de cientos de miles de estrellas antiguas, unidas gravitacionalmente, que se encuentran principalmente en el halo de las galaxias. En la Vía Láctea, se conocen 158 cúmulos globulares a distancias del centro galáctico entre los 800 hasta los 123 mil parsecs (Harris, 1996).

Charles Messier (Messier, 1781), en un intento de medir los objetos de apariencia difusa en el cielo nocturno, logró catalogar veintinueve de ellos, siendo así la lista de posiciones más antigua de Cúmulos Globulares de la Vía Láctea, en el periodo de 1760 a 1781.

Se supone que los CG orbitan en torno al centro galáctico de forma análoga a los planetas respecto al Sol (Fig. 1) y que, dicha interacción gravitacional esta prescrita por la Ley de Newton de la inversa del cuadrado de la distancia, en consecuencia, deberían verificar la tercera ley de Kepler, de acuerdo con la cual el cuadrado de los periodos orbitales sería proporcionales al cubo del semieje mayor de sus orbitas elípticas.



**Fig. 1** Distribución de los cúmulos globulares Messier en coordenadas galactocéntricas, Imagen generada por Microsoft Copilot IA © 2025 basada en datos del catálogo Harris (1996, actualizado 2010).

Y en todo caso, la constante de proporcionalidad sería un factor proporcional

a la masa de la Vía Láctea. La validez de la tercera Ley de Kepler en rangos galácticos está sujeta necesariamente a la validez de la Ley de gravitación de Newton según la cual la fuerza disminuye en proporción inversa del cuadrado de la distancia

Aún bajo el paradigma cosmológico de la existencia de hipotética materia oscura no bariónica, las orbitas Kepleriana de los CG debería preservarse, toda vez que la conjetura de la Materia Oscura predice que sus efectos gravitacionales son análogos a la materia ordinaria (Navarro et al 1997). Otra línea de investigación supone que la Ley de gravedad de Newton podría no ser Universal (Falcon 2013; Milgrom, 2001) y variar de modo diferente cuando los rangos de distancia comóvil es mucho mayor que las dimensiones del Sistema Solar (Falcon 2021, Falcon 2023).

Desde las primeras observaciones de los CG del Catálogo de Messier hasta nuestros días, han transcurrido más de doscientos años, luego sus posiciones relativas deben exhibir un movimiento propio apreciable y en consecuencia estos CG brillantes pueden usarse como test para verificar la validez de la tercera Ley de Kepler. El objetivo del presente trabajo es usar el movimiento propio de los cúmulos globulares como test de verificación de la Gravitación Newtoniana. Si la gravedad varia con la distancia comóvil, entonces las velocidades orbitales de los cúmulos globulares podrían ser diferentes a las predichas por la Teoría de la Gravedad de Newton.

Para ello nos proponemos describir la metodología (sección 2), mostrar la relación entre Periodo orbital y distancia galactocéntrica en diferentes catálogos actuales de CG (sección 3) y discutir los resultados empleando el Teorema del Virial generalizado para gravedad modificada (Falcon 2023) en la sección 4; y las conclusiones en la última sección.

## 2. Metodología

Se pretende evaluar el movimiento propio de los cúmulos globulares más notables, con registros históricos de su posición aparente en los catálogos de Messier (Messier 1781), Dreyer (Dreyer 1888) y Harris (Harris 2010), que son los tres catálogos históricos de catastro de cúmulos globulares en la Vía Láctea.

Las posiciones aparentes de los CG, en coordenadas ecuatoriales ( $\alpha, \delta$ ) que aparecen en cada catálogo, se corrigen por el equinoccio para la época de 2025.

A continuación, ambas efemérides se convierten a coordenadas galácticas: catálogo antiguo ( $b_0, l_0$ ) y la Nasa Extragalactic Dataset NED-NASA ( $b, l$ ), estimando el movimiento propio entre ambas efemérides. El movimiento propio, respecto al centro galáctico está dado por:

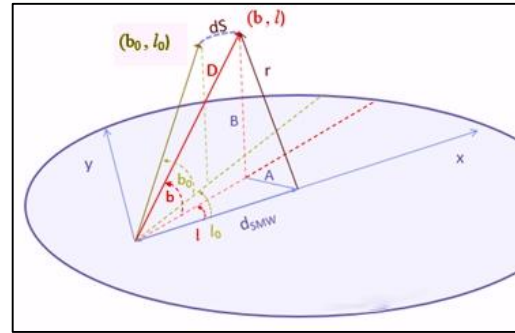
$$\mu = \sqrt{\Delta b^2 + \Delta l^2} \quad (1)$$

Conociendo el desplazamiento angular aparente y asumiendo que las órbitas de los cúmulos globulares son cónicas regulares, se puede estimar el período de revolución alrededor del centro galáctico. La diferencia entre épocas de los catálogos históricos-NED actual, es el tiempo transcurrido durante el movimiento propio, luego el periodo  $T$  se calcula a partir de la proporción del desplazamiento angular:

$$T = 2\pi \frac{\Delta t}{\Delta \mu} \quad (2)$$

En cualquier caso, las distancias heliocéntricas ( $D$ ), son inferidas a partir de las estrellas variables periódicas Cefeidas y RR-Lyrae (Baumgardt y Vasiliev 2021, Arellano-Ferro 2022), y no las obtenidas a través de estimaciones de paralaje y/o cinéticas, se convierten a distancias galactocéntricas ( $r$ ), utilizando la geometría de la Figura 2.

Se asume  $d_{SMW} = 8$  kpc para la distancia centro-galáctica del Sol (McMillan, 2017). M54 se omite porque actualmente se considera parte de la corriente de galaxias enanas A de Sagitario (Siegel, 2007). M107 tampoco está incluido, ya que Pierre Mechain le añadió más tarde a la publicación original del catálogo Messier.



**Fig. 2.** Geometría del movimiento propio en coordenadas galácticas: ( $b, l$ ).  $D$  representa la distancia heliocéntrica y  $r$  la distancia galactocéntricas. Fuente propia.

Se empleará también la medida del movimiento propio de los cúmulos globulares de Messier, reportada por Vasiliev a partir de los datos de GAIA (Vasiliev, 2019). GAIA es un observatorio astrométrico de la espacial de la Agencia Espacial Europea (ESA) para cartografiar las posiciones, distancias y movimientos propios en la bóveda celeste.

Se calcula la diferencia de coordenadas, en latitud y longitud, como para las épocas de medición y con la distancia centro galáctica en cada uno de ellos.

Luego se calculó la distancia de arco a partir de la diferencia entre las coordenadas galácticas, para cada par de catálogos: el Messier-NED, Dreyer-NED, y Harris-NED.

Por otra parte, la gravitación Newtoniana demanda la validez de la tercera ley de Kepler:

$$m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \frac{GM}{r^2} m \leftrightarrow T^2 \propto r^3 \quad (3)$$

Donde  $r$  es la distancia comóvil, que en los CG corresponde a la distancia galactocéntrica. Luego:

$$\left[ \frac{T}{\langle yr \rangle} \right]^2 = A \eta \left[ \frac{r}{\langle kpc \rangle} \right]^3 \quad (4)$$

Donde  $A \approx 9,29 \times 10^{24} \langle kpc^3 a\tilde{n}o^{-2} \rangle$  y  $\eta \equiv \left[ \frac{M_{\odot}}{M} \right]$  es el número de masas solares.

Con independencia del valor de  $\eta$ , que representa la masa global de la galaxia (en unidades de masas solares); la ley de gravedad de Newton demanda que la relación funcional logarítmica, entre la distancia comóvil y el periodo orbital, es exactamente  $3/2$ :

$$\text{Log} \left| \frac{T}{a\tilde{n}o} \right| = \frac{1}{2} \text{Log} \left| \frac{3 \times 10^{12}}{\eta^{1/2}} \right| + \frac{3}{2} \text{Log} \left| \frac{r}{kpc} \right| \quad (5)$$

Como el periodo  $T$  del movimiento de los cúmulos globulares se obtiene a partir del movimiento propio, e independientemente de la distancia  $r$  a las estrellas variables medidas en cada CG, entonces las relaciones precedentes (4 y 5) permiten evaluar la gravitación Newtoniana y además acotar la masa dinámica de la Vía Láctea.

### 3 Resultados

La Tabla 1 presenta los datos básicos de los GC en el catálogo de Messier. Las primeras columnas corresponden al número del Catálogo Messier original, las coordenadas ecuatoriales: ascensión recta ( $\alpha$ ) y declinación ( $\delta$ ), por época en la medición original y las correcciones para el equinoccio de 2025.

Catálogo Messier				
M	Coordenadas Ecuatoriales (1781)		Coordenadas Ecuatoriales (2025)	
	$\alpha$ [h:m:s]	$\delta$ [°:':"]	$\alpha$ [°]	$\delta$ [°]
2	21:34:46.76	-00:37:14.8	323,700	0,621
3	13:43:27.53	28:13:31	205,870	28,225
4	16:25:04.82	-26:33:30.9	246,270	-25,441
5	15:19:46.67	01:59:15.4	229,950	1,988
9	17:20:37.32	-18:31:11.6	260,150	-17,480
10	16:58:32.74	-04:07:54.9	254,640	-3,868
12	16:48:30.7	-02:30:41	252,130	-1,489
13	16:42:33.8	36:24:09.6	250,640	36,403
14	17:38:55.17	-03:16:21	264,730	-2,728
15	21:31:19.54	11:48:03.2	322,830	11,801
19	17:04:13.29	-26:18:44.5	256,050	-25,688
22	18:37:50.95	-23:54:50.8	279,46	-22,086
28	18:26:01.29	-24:50:20.7	276,500	-23,161
30	21:41:57.84	-23:08:51.3	325,490	-22,853
53	13:14:11.11	18:03:30.9	198,550	18,059
55	19:41:44.05	-30:53:35	295,430	-29,107
56	19:17:35.42	30:13:54.1	289,400	30,232
62	17:02:51.72	-30:08:29	255,720	-29,859
68	12:40:34.65	-26:51:16.6	190,150	-25,145
69	18:32:46.8	-32:22:55	278,200	-31,618
70	18:44:50.96	-32:18:00.4	281,210	-31,700
71	19:54:52.32	18:50:36.4	298,720	18,843
72	20:54:51.45	-12:26:03	313,720	-11,566
75	20:07:38.37	-21:51:20	301,910	-20,144
79	05:25:21.14	-24:28:50.7	81,340	-23,519
80	16:18:31.22	-23:02:27.6	244,630	-22,959
92	17:18:01.25	43:05:49.6	259,500	43,097

**Tabla 1.** Coordenadas Horarias CG en los catálogos Messier (1781) y corrección de época por precesión de los equinoccios.

La Tabla 2 muestra las coordenadas galácticas y, finalmente, el movimiento propio y el período orbital del GC.

Catálogo Messier				
M	Coordenadas Galácticas (2025)		Movimiento Propio	Periodo
	$l$ [°]	$b$ [°]	$\mu$ °/años	T años
2	53,472	-35,729	0,0013896	1063188,6402
3	42,074	78,683	0,0011537	1667187,2078
4	350,985	15,995	0,0011903	4633795,5239
5	3,845	46,802	0,0011326	1193686,2632
9	5,557	10,724	0,0011785	292586,9218
10	15,153	23,063	0,0015603	867900,3862
12	14,763	25,79	0,0056715	249199,1206
13	58,993	40,915	0,0006564	2817781,9258
14	21,312	14,797	0,0011612	610610,2353
15	64,623	-27,643	0,0018607	870502,5314
19	356,866	9,368	0,0012624	230586,2962
22	9,856	-7,551	0,0011815	2010308,3371
28	7,805	-5,561	0,0011772	730824,6727
30	27,08	-46,897	0,0017966	776632,1542
53	333,072	79,779	0,0012280	1292484,1470
55	8,817	-23,3	0,0014514	760955,5393
56	62,664	8,333	0,0008342	1776397,3022
62	353,587	7,313	0,0013900	348029,1723
68	299,564	36,074	0,0010530	1438181,5940
69	1,652	-10,248	0,0011305	263822,8390
70	2,822	-12,526	0,0012960	292883,9690
71	56,742	-4,562	0,0010045	2543847,4316
72	35,173	-32,686	0,0013488	851964,3946
75	20,304	-25,769	0,0014137	759169,7399
79	227,217	-29,313	0,0010335	2127211,4890
80	352,667	19,462	0,0081186	73631,2987
92	68,325	34,834	0,0006224	2851174,6403

**Tabla 2.** Coordenadas Galácticas, movimiento propio y periodo de los CG Messier.

El catálogo de Messier tiene más de doscientos años de antigüedad y, por lo tanto, el movimiento del CG es notable. Los resultados equivalentes para los catálogos de Dreyer (Dreyer, 1888) y Harris (Harris, 2000). son similares, aunque con menor movimiento propio y por tanto con mayores incertidumbres (Tablas A1-A4 en Anexo).

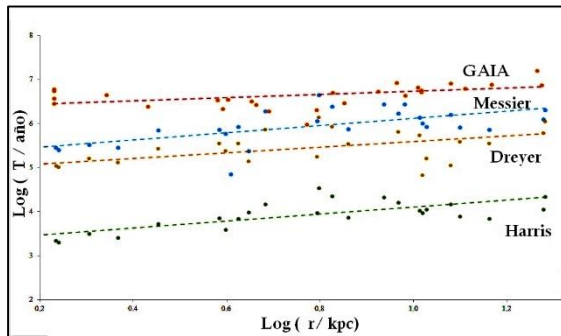
La Tabla 3 muestra el número de Messier para cada CG en las dos primeras columnas, seguido de las distancias heliocéntrica y galactocéntricas recopiladas a partir de las referencias, las coordenadas NED, el movimiento propio y el período orbital (Vasiliev, 2019).

M	D (kpc)	NED(2025)		GAIA [Vasiliev, 2019]	
		$l$ [°]	$\mu$ °/años	$\mu$ °/años	T años
2	11,693	53,065	-35,579	4,120357873	5489685,072
3	10,175	42,881	78,933	2,650806104	8533052,294
4	1,851	350,793	16,24	22,73847183	994766,3712
5	7,479	3,69	47,074	10,66449249	2121007,365
9	8,1	5,384	10,984	3,910726275	5783955,591
10	5,067	14,996	23,352	8,099567705	2792675,848
12	5,109	15,58	26,587	6,803461251	3324699,924
13	7,6	59,042	41,081	4,087620335	5533651,674
14	9,1	21,183	15,074	6,212956221	3640693,142
15	10,709	64,731	-27,168	3,817540831	5925140,844
19	8,343	356,701	9,657	3,637497079	6218415,194
22	3,303	9,732	7,274	11,29460659	2002678,617
28	5,368	7,638	-5,302	8,918081072	2536360,336
30	8,458	26,916	-46,574	7,304045249	3096841,043
53	18,498	331,936	79,996	1,363058693	16594639,12
55	5,348	8,63	-22,992	9,879815838	2289462,423
56	9,6	62,535	8,492	2,60444543	8684945,686
62	6,412	353,407	7,591	5,84174503	3872039,431
68	10,409	299,279	36,161	3,267743564	6922044,727
69	8,9	1,568	-9,992	7,741688317	2921774,448
70	9,362	2,697	-12,231	4,909491623	4607293,146
71	4,001	56,568	-4,386	4,30060705	5259598,666
72	16,7	34,918	-32,44	3,513458268	6437949,559
75	20,7	20,112	-25,478	2,853293711	7927493,416
79	13,3	227,172	-29,562	2,925819202	7730985,939
80	10,339	352,491	19,734	6,301178064	3589720,347
92	8,2	68,351	34,99	4,954081247	4565824,818

**Tabla 3.** Coordenadas Galácticas, movimiento propio y periodo de los CG en el catálogo GAIA-NED



En la Fig. 3, se utiliza la Ecuación (5) junto con los datos sobre las distancias galactocéntricas y los periodos de los GC para cada catálogo. Resulta evidente que la dinámica de los GC no obedece a la tercera ley de Kepler, por cuanto la pendiente difiere significativamente del valor esperado 1,5. Y, en consecuencia, la dinámica de estos objetos no verifica la ley del inverso del cuadrado de la distancia prescrito por la gravitacional newtoniana. Los datos de los diferentes catálogos son consistentes entre sí. La Tabla 4 resume los parámetros de la distribución lineal: pendiente, intercepto y coeficiente de Correlación de Pearson (CP). La última columna es la masa dinámica de la Vía Láctea sin suponer materia oscura.



**Fig. 3.** Relación período-distancia según catálogos de CG Messier.

Catálogo	Pendiente	Intersecto A	CP	$\eta$ $10^{14} M_{\odot}$
GAIA	$0,37 \pm 0,25$	$6,36 \pm 0,33$	0,47	0,017
Messier	$0,83 \pm 0,42$	$5,30 \pm 0,32$	0,64	2,26
Dreyer	$0,64 \pm 0,41$	$4,95 \pm 0,34$	0,53	11,3
Harris	$0,79 \pm 0,35$	$3,31 \pm 0,33$	0,75	261,6
Media	$0,66 \pm 0,21$	$4,98 \pm 1,26$	0,60	9,87

**Tabla 4.** Parámetros de ajuste de la relación período-distancia para catálogos CG.

#### 4. Discusión

En promedio, la pendiente es inferior al 50% de la esperada ( $3/2$ ), con el valor

mínimo para los datos de GAIA (0,37) y el máximo para el catálogo de Harris (0,79). El ajuste lineal es débil en el catálogo de GAIA y significativo en los demás. Debido principalmente a que los datos de GAIA se refiere a movimientos propios muy pequeños y de mayor incertidumbre, menos de veinte años entre posiciones de los CG, por la misma razón la correlación mejora para los catálogos más antiguos de Dreyer y Messier.

Para el Catálogo Messier, que corresponde al mayor movimiento propio, se obtiene la masa de la Vía Láctea  $2 \times 10^{14} M_{\odot}$ , cien veces más que las estimaciones mencionadas, con una correlación significativa en el ajuste lineal. Ello puede deberse a la incertidumbre sobre el radio del halo galáctico (McMillan 2017), que se estima con densidad media del orden de  $3 - 7 \times 10^{-15} g/cm^3$ . El cúmulo AM1 035 02.3 -493655 es el cúmulo globular más distante de la Vía Láctea, ubicado a 124,6 kpc del centro galáctico (Harris, 2000), por lo que podemos afirmar que este es el límite inferior del radio del halo galáctico. Por lo tanto, la masa de gas en el halo es del orden de  $\sim 10^{14} M_{\odot}$ , de acuerdo con resultados previos.

Pero la masa, calculada por el Teorema del Virial, asume implícitamente que la gravitación es la Ley Inversa del Cuadrado de la Distancia (Gravedad Newtoniana). En la ecuación general del Teorema del Virial de Clausius:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{dG}{dt} dt' = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \sum_i -\vec{v}_i \vec{r}_i dt' + \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \sum_i \frac{p_i^2}{2m_i} dt' \quad (6)$$

El miembro izquierdo de (6) se cancela cuando el movimiento es periódico.

Ahora, si consideramos cualquier modificación de la Gravedad Newtoniana a gran escala sigue siendo válida la expresión Virial de Clausius, pero sustituyendo el potencial en el segundo miembro de (6).

En particular, Falcón (Falcon 2021, Falcon 2025) postula que todas las

partículas con masa en reposo no nula están sujetas a la fuerza de la gravedad mediante la ley del cuadrado inverso de la gravitación, más un término adicional que varía con la distancia comóvil. En consecuencia (Falcon 2025):

$$U(r) = U_N + U_{YF} = -\frac{GM}{r} + U_0(M)(r - r_0)e^{-\frac{\alpha}{r}} \quad (7)$$

Donde  $r$  es la distancia comóvil, y  $\alpha$  y  $r_0$  son parámetros conocidos. Esta contribución complementaria a la ley del cuadrado inverso se debe a la distribución a gran escala de la masa bariónica, en el sentido del principio de Mach. El término de fuerza adicional sería cero en rangos de distancias comóviles del orden del Sistema Solar, débilmente atractivo en rangos de distancias interestelares, muy atractivo en rangos de distancias comparables a los cúmulos de galaxias, y repulsivo a escalas cósmicas.

Entonces, al reemplazar (7) en (6) se obtiene:

$$0 = -\langle U \rangle + 2\langle T \rangle + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \sum_i m_i U_0(M) e^{-\frac{\alpha}{r}} \left( \alpha + r_0 - \frac{\alpha r_0}{r} \right) dt' \quad (8)$$

El segundo término en (7) es nulo para el rango de distancias de los cúmulos de globulares, pero el último término en (8) no lo es..

Nótese que este término integral en (8) suele omitirse en la expresión del Virial de gravedad Newtoniana;  $0 = -\langle U \rangle + 2\langle T \rangle$ .

Para calcular la integral es necesario modelar la distribución de masa de la Vía Láctea, con detalles de la geometría de la barra, el disco, los brazos y las galaxias enanas satélite, entre otras incertidumbres. Pero podemos aproximarnos a esta integral argumentando que su valor medio es proporcional a la distribución de masa bariónica (Vía Láctea) y también proporcional a  $r^{-\beta}$ . Por lo tanto, el Virial de Clausius queda:

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} - \frac{GM (kpc)^{\beta-1}}{r^\beta} \quad (9)$$

Entonces, la relación período-distancia en escala logarítmica es ahora:

$$\left| \frac{T}{yr} \right| = \text{Log} \left| \frac{3 \cdot 10^{12}}{\eta^2} \right| + \frac{3+\beta}{2} \text{Log} \left| \frac{r}{kpc} \right| \quad (9)$$

Luego si  $\beta \cong -5/3$ , obtenemos  $\eta \sim 10^{14} M_\odot$  como en la Fig. 3 sin considerar la materia oscura no bariónica.

## 5 Conclusiones

A partir de los datos de posición de los cúmulos globulares proporcionados por los catálogos referidos, se calculó el movimiento propio de los cúmulos globulares a través del catálogo de Messier logrando observar una tendencia lineal con pendiente de 0,82 y con un coeficiente de Pearson de 0,64 significativo para las variables de período-distancia galactocéntricas.

El intersección de la función permite calcular la masa dinámica de la Vía Láctea  $M = 2,25 \times 10^{14} M_\odot$ . Por otro lado, se pudo estimar de la generalización del teorema del Virial,  $\beta = -1,36$  en acuerdo con los modelos de gravedad newtonianos modificados a gran escala.

Se concluye que el movimiento propio de los cúmulos globulares de Messier es medible en catálogos astrométricos históricos permitiendo estimar el período de revolución individual de los cúmulos globulares. Además, el movimiento de los GC no es kepleriano ( $\beta \neq 0$ ) y en consecuencia no cumplen con la ley del inverso del cuadrado de la distancia de la gravedad Newtoniana.

Observamos que no se verifica la Tercera Ley de Kepler, porque los datos obtenidos con las observaciones directas no corresponden a lo predicho en (5), conocido como el problema de la curva de rotación de los cúmulos globulares.

Por lo tanto, se puede predecir mejor en términos de la teoría de la gravedad

modificada (Falcón 2025) capaz de explicar la dinámica de los cúmulos globulares sin necesidad de invocar al paradigma de la materia oscura no bariónica.

## 6 Agradecimientos

Se agradece el financiamiento del MinCyT CDCH UC a través del proyecto CFP 20250000038: Modificación a gran escala de la Gravedad: alternativa a la Materia oscura y Energía Oscura del Universo.

## 7 Bibliografía

- Arellano-Ferro A. (2022). A vindication of the RR Lyrae Fourier light curve decomposition for the calculation of metallicity and distance in globular clusters. *RMAA* 58: 257–271.
- Baumgardt, H., & Vasiliev, E. (2021). Accurate distances to Galactic globular clusters through a combination of GAIA EDR3, HST, and literature data. *MNRAS* 505, 4: 5957–5977.
- Dreyer, J. (1888). A New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars. *Memoirs of the Royal Astronomical Society* 49. 1
- Falcon N. (2013). Modification of the Newtonian Dynamics in  $\Lambda$ FRW-Cosmology an Alternative Approach to Dark Matter and Dark Energy. *JMP* 319, 10–18.
- Falcon N. (2021). A large-scale heuristic modification of Newtonian gravity as an alternative approach to dark energy and dark matter. *JAA* 42, 102.
- Falcon N. (2023). Modified Gravitation and Mach's Principle: An Alternative to the Dark Matter and Dark Energy Cosmological Paradigm. *OAJA* 1, 1: 000103.
- Falcon, N. (2025). Zwicky's Missing Mass: Dark Matter versus Modified Gravity. *OAJA*. 3 (1):000156.
- Harris, W. E. (1996). A catalog of parameters for globular clusters in the Milky Way. *AJ* 112: 1487.
- Harris W. (2010), A New Catalog of Globular Clusters in the Milky Way arXiv:1012.3224.
- McMillan P. J. (2017). The mass distribution and gravitational potential of the Milky Way. *MNRAS* 465, 76–94.
- Messier C. (1781). Catalogue des Nébuleuses des amas d'Étoiles. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* : Paris.
- Milgrom M (2001) MOND – A Pedagogical Review. *Acta Phys Polon B* 32: 3613
- Nasa Extragalactic Data Base: <http://ned.ipac.caltech.edu/> Consultado 15/01/2025
- Navarro, J; Frenk, C; White, S. 1997. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *APJ* 490. (493): 000103
- Siegel, M. et al. (2007). The ACS Survey of Galactic Globular Clusters: M54 and Young Populations in the Sagittarius Dwarf Spheroidal Galaxy. *ApJL* 667 (1): L57–L60.
- Vasiliev E. 2019. Proper motions and dynamics of the Milky Way globular cluster system from Gaia DR2 *MNRAS* 484. 2: 2832–2850.



## 8 Anexos:

M	Catálogo de Dreyer			
	Coordenadas Ecuatoriales (1888)		Coordenadas Ecuatoriales (2025)	
	$\alpha$ [h:m:s]	$\delta$ [°:':"]	$\alpha$ [°]	$\delta$ [°]
2	21:24:44.59	-00:42:12.5	21:24:44.59	-00:42:12.5
3	13:43:16.5	30:04:00.7	13:43:16.5	30:04:00.7
4	16:25:11	-26:45:16.2	16:25:11	-26:45:16.2
5	15:19:46.1	02:47:46.5	15:19:46.1	02:47:46.5
9	17:20:39.23	-18:31:34.4	17:20:39.23	-18:31:34.4
10	16:58:28.86	-04:07:38.1	16:58:28.86	-04:07:38.1
12	16:48:35.41	-02:58:53.6	16:48:35.41	-02:58:53.6
13	16:47:40.46	-36:34:21.9	16:47:40.46	-36:34:21.9
14	17:38:54.34	-03:15:06.6	17:38:54.34	-03:15:06.6
15	21:31:09.12	13:09:19.4	21:31:09.12	13:09:19.4
19	17:04:06.06	-25:17:29.6	17:04:06.06	-25:17:29.6
22	18:37:55.02	-23:53:07.2	18:37:55.02	-23:53:07.2
28	18:26:04.96	-24:50:57.4	18:26:04.96	-24:50:57.4
30	21:41:57.81	-23:03:13.9	21:41:57.81	-23:03:13.9
53	13:14:08.69	18:12:26.8	13:14:08.69	18:12:26.8
55	19:41:36.32	-30:52:30.7	19:41:36.32	-30:52:30.7
56	19:17:33.48	30:20:34.8	19:17:33.48	30:20:34.8
62	17:02:48.72	-30:07:50.7	17:02:48.72	-30:07:50.7
68	12:40:49.44	-26:52:26.1	12:40:49.44	-26:52:26.1
69	18:32:58.88	-32:19:23.3	18:32:58.88	-32:19:23.3
70	18:44:49.61	-32:15:33.7	18:44:49.61	-32:15:33.7
71	19:54:50.7	19:00:42.1	19:54:50.7	19:00:42.1
72	20:54:49.8	-12:25:43.4	20:54:49.8	-12:25:43.4
75	20:07:33.02	-21:50:53.1	20:07:33.02	-21:50:53.1
79	05:25:12.67	-24:29:51.8	05:25:12.67	-24:29:51.8
92	17:17:52.03	43:31:20.5	17:17:52.03	43:31:20.5

**Tabla A1.** Coordenadas Horarias CG en los catálogos Dreyer (1888) y Nasa Extragalactic Dataset (2025)

M	Catálogo de Dreyer			
	Coordenadas Galácticas (2025)		Movimiento Propio	Periodo
	$l$ [°]	$b$ [°]	$\mu$ °/años	$T = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{\Delta \phi}$ años
2	53,38	-35,767	0,013512688	67762,96626
3	51,323	78,472	0,010526546	114994,7831
4	350,85	15,846	0,002468957	1405935,37
5	4,773	47,307	0,004721954	180191,5047
9	5,556	10,714	0,001931622	112341,5869
10	15,148	23,079	0,002363201	360627,9667
12	14,787	25,78	0,006245812	142410,2351
13	346,537	5,782	0,441071026	2639,015073
14	21,329	14,81	0,001838622	242690,6086
15	65,767	-26,748	0,006224841	163757,1308
19	357,683	9,996	0,006538608	28018,78847
22	9,889	-7,552	0,001992041	750400,247
28	7,803	-5,578	0,001978215	273702,2538
30	27,212	-46,872	0,002498316	351477,6416
53	333,424	79,915	0,001716936	612527,8463
55	8,826	-23,268	0,002047622	358853,6784
56	62,761	8,389	0,001505096	657690,6681
62	353,589	7,328	0,001970416	164004,2449
68	299,633	36,058	0,001871101	542892,4779
69	1,725	-10,261	0,001937549	103253,1523
70	2,858	-12,505	0,001939988	131247,0852
71	56,884	-4,471	0,001975015	867901,1903
72	35,176	-32,678	0,001963831	392510,7489
75	20,304	-25,747	0,002003405	359352,2679
79	227,224	-29,349	0,001303089	1131641,759
92	68,837	34,906	0,002499407	0,478224791

**Tabla A2.** Coordenadas Galácticas, movimiento propio y periodo de los CG en el catálogo de Dreyer

M	Catálogo de Harris			
	Coordenadas Ecuatoriales (2010)		Coordenadas Ecuatoriales (2025)	
	$\alpha$ [h:m:s]	$\delta$ [°:':"]	$\alpha$ [°]	$\delta$ [°]
2	21:33:27.02	-00:49:23.7	21:34:44.16	-00:42:40.9
3	13:42:11.62	+28:22:38.2	13:43:20.69	28:15:06.8
4	16:23:35.22	-26:31:32.7	16:25:07.35	-26:34:55.8
5	15:18:33.22	+02:04:51.7	15:19:49.19	01:59:28.3
9	17:19:11.26	-18:30:57.4	17:20:39.15	-18:32:24.6
10	16:57:09.05	-04:06:01.1	16:58:28.24	-04:08:15.4
12	16:47:14.18	-01:56:54.7	16:48:32.14	-01:59:29.8
13	16:41:41.24	+36:27:35.5	16:42:34.87	36:24:48.5
14	17:37:36.10	-03:01:45.3	17:38:54.74	-03:02:32.8
15	21:29:58.33	+12:10:01.2	21:31:10.81	12:16:39.4
19	17:02:37.80	-26:16:04.7	17:04:10.67	-26:18:07.2
22	18:36:23.94	-23:54:17.1	18:37:55.41	-23:52:56.2
28	18:24:32.81	-24:52:11.2	18:26:05.06	-24:51:16
30	21:40:22.12	-23:10:47.5	21:41:47.12	-23:03:55.8
53	13:12:55.25	+18:10:05.4	13:14:08.68	18:02:10
55	19:39:59.71	-30:57:53.1	19:41:34.69	-30:54:19.8
56	19:16:35.57	+30:11:00.5	19:17:34.09	30:13:45.8
62	17:01:12.80	-30:06:49.4	17:02:48.44	-30:08:54.8
68	12:39:27.98	-26:44:38.6	12:40:47.79	-26:52:51.9
69	18:31:23.10	-32:20:53.1	18:33:00.91	-32:19:42.9
70	18:43:12.76	-32:17:31.6	18:44:50.34	-32:15:56
71	19:53:46.49	+18:46:45.1	19:54:53.37	18:50:44.8
72	20:53:27.70	-12:32:14.3	20:54:49.94	-12:26:29.2
75	20:06:04.69	-21:55:16.2	20:07:32.98	-21:50:52.9
79	05:24:11.09	-24:31:29.0	05:25:12.91	-24:30:12.1
80	16:17:02.41	-22:58:33.9	16:18:32.08	-23:02:10
92	17:17:07.39	+43:08:09.4	17:17:53.52	43:06:37

**Tabla A3.** Coordenadas Horarias CG en los catálogos Harris (2010) y Nasa Extragalactic Dataset (2025)

M	Catálogo de Harris			
	Coordenadas Galácticas (2025)		Movimiento Propio	Periodo
	$l$ [°]	$b$ [°]	$\mu$ "/años	$T = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{\Delta \phi}$ años
2	53,371	-35,77	0,0133800	9656,49
3	42,217	78,707	0,0114448	14924,39
4	350,973	15,972	0,0139248	35174,73
5	3,859	46,796	0,0127079	9447,65
9	5,544	10,707	0,0137184	2232,03
10	15,137	23,076	0,0170182	7066,22
12	15,715	26,313	0,0127297	9859,42
13	59,007	40,913	0,0075875	21646,82
14	21,52	14,91	0,0157719	3992,11
15	65,013	-27,313	0,0126987	11326,84
19	356,869	9,382	0,0141651	1824,97
22	9,892	-7,552	0,0141248	14933,03
28	7,798	-5,581	0,0140076	5454,18
30	27,179	-46,836	0,0166997	7419,53
53	332,964	79,764	0,0131113	11318,14
55	8,793	-23,272	0,0142444	7278,88
56	62,66	8,336	0,0084615	16507,32
62	353,574	7,318	0,0140230	3251,72
68	299,626	36,051	0,0133871	10706,95
69	1,723	-10,27	0,0137156	2058,17
70	2,853	-12,51	0,0137257	2617,54
71	56,746	-4,565	0,0106403	22731,39
72	35,163	-32,683	0,0137527	7908,75
75	20,304	-25,747	0,0141980	7154,86
79	227,23	-29,35	0,0092099	22592,60
80	352,673	19,463	0,0856360	663,43
92	68,338	34,859	0,0058069	29044,32

**Tabla A4.** Coordenadas Galácticas, movimiento propio y periodo de los CG en el catálogo de Harris