



El comportamiento fotométrico del ojo humano ante el contraste lumínico y la luz retinal armónica

Omar E. Cordero P.

Universidad de Nacional Abierta. Área de Matemáticas. Centro Local Amazonas. Puerto Ayacucho. Venezuela.

Autor de correspondencia: ocorderop@una.edu.ve

Resumen

La anatomía retiniana la conforma una estructura nerviosa de células, unas con forma de bastones conectadas en grupos las cuales responden a un área general de estímulos luminosos y otras con forma de conos, acopladas de forma individual con otras fibras nerviosas, de modo que los estímulos que llegan a cada una de ellas se reproducen y permiten distinguir los pequeños detalles de la visión. Sin discutir los pormenores del campo de la neurología en la percepción visual, se presentará la manipulación de datos numéricos y las representaciones gráficas del comportamiento de la Función de Modulación Transferida de Michelson, la cual plantea la respuesta neuronal ante la sensibilidad óptica debido a los niveles de luminosidad del ambiente.

Palabras Claves: Modulación Transferida, Función de Modulación Transferida de Michelson, Estímulo Lumínico, Adaptación Retinal

Photometric Behavior of Human Eye at the Contrast Lighting and Retinal Light

Abstract

The anatomy of the retinal nerve forms a cell structure, a rod-shaped connected in groups which correspond to a general area and light stimuli other cone-shaped, individually coupled with other nerve fibers, so that the stimuli reach each breed and allow distinguishing fine detail vision. Without discussing the details of the field of neurology in visual perception, will present numerical data manipulation and graphical representations of function behavior Modulation Transferred Michelson, which pose the neural response to the optical sensitivity due to ambient light levels.

Keywords: Transferred Modulation, Michelsons Modulation Transferred Funtion, Light Stimulation, Retinal Adaptation

Introducción

La Ciencia aplicada cuántica ha evaluado mediciones de la velocidad de la luz mediante nuevos elementos electrónicos, ópticos y computacionales con la finalidad de presentar entre otros aspectos, las fronteras de las respuestas visuales, y dichas comprobaciones dejan en evidencia los límites de la visión humana proporcionando dinámicas experiencias sobre el comportamiento fotométrico del ojo humano.

En este sentido, las diferentes características entre los rangos de la modulación de frecuencia lumínica, aportan el contraste inicial donde se pueden extraer las imágenes de cromaticidad simple como las de blanco y negro, por lo tanto, dicho contraste se puede definir como la cantidad de energía de una imagen medida fotométricamente con relación al brillo recibido.

La selección de exploraciones presentadas en investigaciones como las de la Dra. Rebecca Holmes del Departamento de Física de la Universidad de Illinois, muestran los registros del comportamiento fotométrico en condiciones de escasa luz, permitiendo reconocer los efectos cuánticos y los umbrales de estímulo-respuesta del ojo humano ante esas condiciones lumínicas, ahora, más allá del intervalo numérico experimentado entre frecuencias que determinan una señal a bajo nivel visual, se presentará un espacio muestral de la actitud lumínica extraída con imágenes en ensayos aplicables a longitudes de onda de 420 nm, propia a la sensibilidad aproximada al color azul, la de 534 nm correspondiente al color verde y a 564 nm del color rojo en sistemas numéricamente perturbados.

La Función de Modulación Transferida

La divergencia lumínica en una imagen se refiere a las variaciones dinámicas de la energía medida fotométricamente, esta generalmente va acompañada de un contraste cromático que acarrea alteraciones en la composición espectral y por tanto, en la percepción visual.

Avocando la información al campo de la precepción humana, mientras la luminancia se puede representar mediante un escalar, la cromaticidad se representa mediante una función en la que es necesario tener en cuenta una gama de parámetros como las diferentes longitudes de onda, el diámetro de la pupila y distancia a la retina entre otras, por ello, la idea

cuantitativa más generalizada es la de Michelson.

Consideremos la pupila como una ventana natural, la cual permite la captura de imágenes mediante una apertura finita, estas imágenes capturadas representan un dominio del espacio de convolución de la imagen con el cuadrado de la magnitud de la Transformada de Fourier de la Apertura, y esta convolución proporciona el efecto de suavizado de la aparición de la imagen, y en el caso de la pupila, la función que representa su apertura (FPP), propaga un punto cuya función es una función de Bessel de primer orden dividida por la distancia radial (ver Ec. 1). La Función de Modulación Transferida (FMT) es entonces, el módulo de la Transformada de Fourier de la FPP (ver Ec. 2).

$$J_v(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{v+2k}}{k! \Gamma(v+k+1)}, |x| < \infty \quad (1)$$

Función de Bessel de primera clase de orden v .

$$FPP(r) = \left| d \frac{J_1\left(\frac{\pi dr}{\lambda z}\right)}{\left(\frac{2r}{\lambda z}\right)} \right| \quad (2)$$

Función de Modulación Transferida.

Evaluación Numérica. Ensayos.

Para ilustrar estos fines se usará el asistente matemático Mathcad 15, y para la FMT (ver Figuras 1 y 2) se aplicará una longitud de onda de 800 nm (nanómetros), un diámetro de pupila de 2,5 mm y una distancia a la retina 20,8 mm, rango de valores de la distancia radial en nm a la retina $r \in [0;0,05]$ (ver Tabla 1).

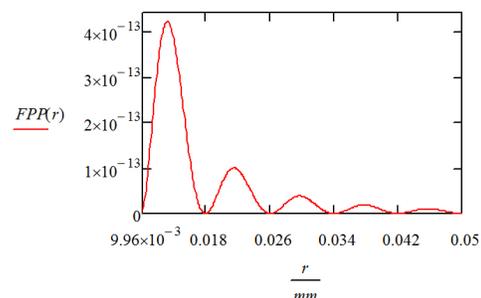


Figura 1. Función de Modulación Transferida.

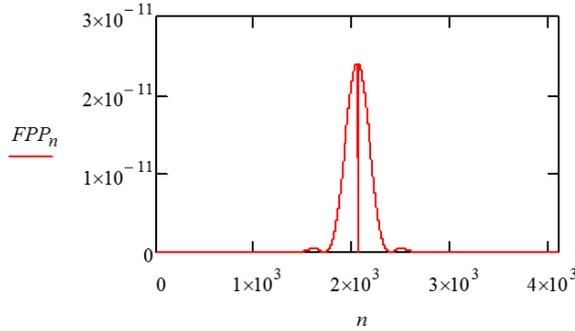


Figura 2. Función de Modulación Transferida.

$$N := \text{length}(FTO) - 1$$

Para Matchad length(FTO) devuelve el número de elementos en el vector FTO.
 $N = 8,192 \times 10^3 k := 0..N$

Redefiniendo y vectorizando en Mathcad:

$$n_{max} := 2^{14} \quad (3)$$

$$n := 0..n_{max} - 1 \quad (4)$$

$$r(n) := \frac{,05(n - ,5.n_{max})}{,5.n_{max}}.mm \quad (5)$$

$$FPP_n := FPP(r(n)) \quad (6)$$

$$FTO := \text{fft}(FPP) \quad (7)$$

(fft)(FPP) devuelve la transformada de Fourier de un elemento n con el vector FPP.

La función de modulación transferida será:

$$FMT_k = |FTO_k(-1)^k| \quad (8)$$

La respuesta a la saturación del ganglio se aprecia en las Figura (3) y las Tablas (2) y (3).

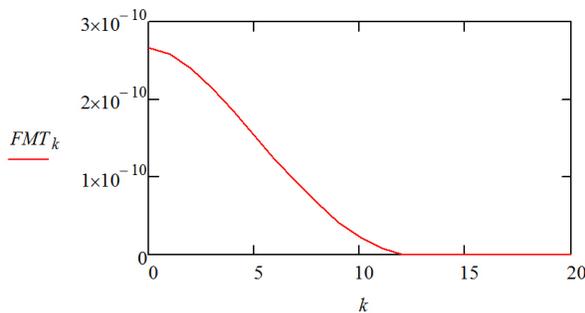


Figura 3. Comportamiento de la saturación.

Si se ensaya la frecuencia dada por:

$$\delta x = r(0,5n_{max} + 1) \text{ y } \xi(k) = \frac{k}{n_{max}\delta x}$$

Con: $\xi_{max} = \xi(20), \xi_{max} = \frac{1}{200}mm$

$\frac{r}{mm}$	$FPP(r)$
0	0
1×10^{-4}	$2,409 \times 10^{-11}$
2×10^{-4}	$2,406 \times 10^{-11}$
3×10^{-4}	$2,401 \times 10^{-11}$
4×10^{-4}	$2,395 \times 10^{-11}$
5×10^{-4}	$2,386 \times 10^{-11}$
6×10^{-4}	$2,376 \times 10^{-11}$
7×10^{-4}	$2,364 \times 10^{-11}$
8×10^{-4}	$2,351 \times 10^{-11}$
9×10^{-4}	$2,335 \times 10^{-11}$
$1,1 \times 10^{-3}$	$2,318 \times 10^{-11}$
$1,2 \times 10^{-3}$	$2,299 \times 10^{-11}$
$1,3 \times 10^{-3}$	$2,279 \times 10^{-11}$
$1,4 \times 10^{-3}$	$2,257 \times 10^{-11}$
$1,5 \times 10^{-3}$	$2,233 \times 10^{-11}$
$1,6 \times 10^{-3}$	$2,208 \times 10^{-11}$
$1,7 \times 10^{-3}$	$2,181 \times 10^{-11}$
...	...

Tabla 1. Comportamiento inicial.

y considerando que para ir de la notación del vector a la función de la frecuencia, se hace necesario definir en Mathcad una función redondeo (9):

$$\text{redondeo}(x) := \begin{cases} \text{floor}(x) & \text{if } (x - \text{floor}(x)) < ,5 \\ \text{ceil}(x) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

Se obtendrá $\xi := 0,10..200$ y la Función de Modulación Transferida (10) en términos de frecuencia según Tabla 3. (ver Figura 4):

$$FMT(\xi) := FMT_{\text{redondeo}(n_{max}.\delta x.\xi.mm^{-1})} \quad (10)$$

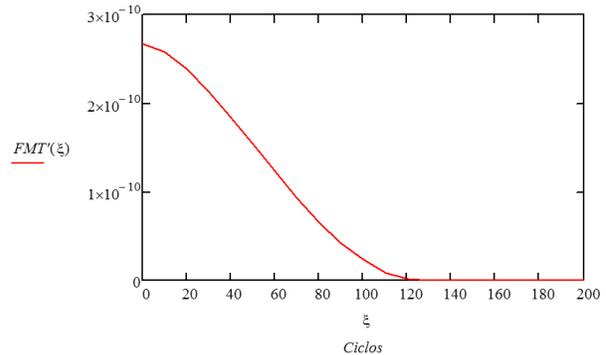


Figura 4. Función de Modulación Transferida. Frecuencia.

k	FMT_k
0	$2,662 \times 10^{-10}$
1	$2,578 \times 10^{-10}$
2	$2,387 \times 10^{-10}$
3	$2,137 \times 10^{-10}$
4	$1,85 \times 10^{-10}$
5	$1,544 \times 10^{-10}$
6	$1,236 \times 10^{-10}$
7	$9,374 \times 10^{-11}$
8	$6,618 \times 10^{-11}$
9	$4,203 \times 10^{-11}$
10	$2,24 \times 10^{-11}$
11	$8,293 \times 10^{-12}$
12	$8,602 \times 10^{-13}$
13	$2,543 \times 10^{-13}$
14	$1,663 \times 10^{-13}$
...	...

Tabla 2. Saturación del ganglio.

ξ	$FMT(\xi)$
0	$2,662 \times 10^{-10}$
10	$2,578 \times 10^{-10}$
20	$2,387 \times 10^{-10}$
30	$2,137 \times 10^{-10}$
40	$1,85 \times 10^{-10}$
50	$1,544 \times 10^{-10}$
60	$1,236 \times 10^{-10}$
70	$9,374 \times 10^{-11}$
80	$6,618 \times 10^{-11}$
90	$4,203 \times 10^{-11}$
100	$2,24 \times 10^{-11}$
110	$8,293 \times 10^{-12}$
120	$8,602 \times 10^{-13}$
130	$2,543 \times 10^{-13}$
140	$1,663 \times 10^{-13}$
...	...

Tabla 3. Comportamiento en términos de frecuencia.

Definiendo el incremento angular en grados:

$$\text{deg} = \frac{\pi}{180}, \delta\theta = \frac{\delta x}{20,8\text{mm}}, \xi(k) = \frac{k}{n_{\text{max}} \cdot \delta\theta},$$

$$\xi(20) = 72,606 \text{deg}^{-1}$$

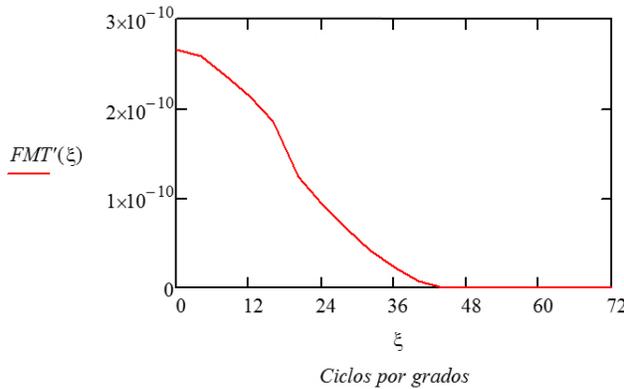


Figura 5. Ciclos de la FMT.

De esta manera, la frecuencia más baja registrada en las operaciones anteriores es de aproximadamente 72 cycles/deg (200 ciclos/mm), lo que indica que cualquier variación de señal mayor que 72 cycles/deg no es descubierta por el ojo (ver Figura 5).

Ahora, se pueden definir las características del muestreo del Sistema de Visión Humana basado en

la frecuencia de obtenida de los cálculos MTF, pero es importante destacar que la imagen formada sobre la retina no es una imagen continua, ya que el ojo contiene un número y tamaño de fotorreceptores, pues los efectos de muestreo deben ser tenidos en cuenta.

El sistema de muestreo debe evitar el solapamiento para poder obtener la información de un suceso. Esto quiere decir que mientras el ojo es capaz de obtener dos muestras por un período de máxima frecuencia, ningún solapamiento ocurrirá, y podemos ver la imagen.

Estabilidad

En la siguiente sección, se ensayará la FMT como un sistema físico de variable real, esto mediante el análisis de pequeños cambios en las condiciones iniciales, los cuales provocan variaciones sustanciales en el comportamiento final de la función.

Para los fines de esta investigación, se tendrá presente que en los sistemas reales, existen ruidos o pequeñas perturbaciones responsables que las condiciones iniciales no estén bien definidas, y por lo tanto no es posible determinar con precisión absoluta, cuál es el estado inicial del sistema. Por ello, es importante saber si el comportamiento de este sistema, es sensible a pequeñas variaciones de las condiciones iniciales.

Si se denota por $\overline{FPP}(r) = FPP(\overline{r_0})$ y $FPP(r) = FPP(r_0)$, se puede entonces escoger un $\overline{r_0} = 0,0113$ y $r_0 = 0,0143$ como dos puntos próximos del espacio de soluciones del sistema, así que $\widetilde{FPP}(r) = FPP(r) - \overline{FPP}(r)$ ahora, para esta sección de ensayos, es aplicable una longitud de onda de 420 nm como la sensibilidad aproximada al color azul respecto a 534 nm, (color verde) y 564 nm (color rojo). (ver figuras 6 y 7).

Considerando:

$$nm = 10^{-9}m, d = 2,5mm, \lambda_1=420nm, \lambda_2=534nm, z=25mm$$

$$r = 0nm, 100nm..., 0,05nm$$

y utilizando (2)

En Mathcad se obtiene

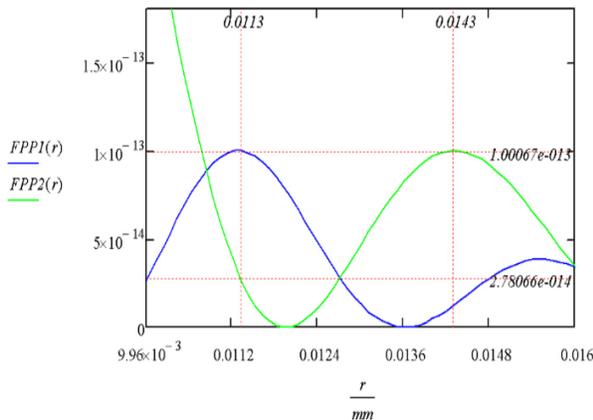


Figura 6. Comportamiento percepción azul-verde.

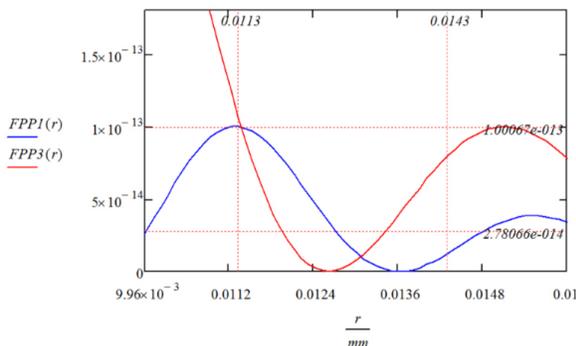


Figura 7. Comportamiento percepción azul-rojo.

$\frac{r}{mm}$	FPP1(r)	FPP2(r)	FPP2(r)-FPP1(r)
0	0	0	0
1×10^{-4}	$2,406 \times 10^{-11}$	$2,407 \times 10^{-11}$	$1,284 \times 10^{-14}$
2×10^{-4}	$2,396 \times 10^{-11}$	$2,401 \times 10^{-11}$	$5,122 \times 10^{-14}$
3×10^{-4}	$2,379 \times 10^{-11}$	$2,391 \times 10^{-11}$	$1,147 \times 10^{-13}$
4×10^{-4}	$2,356 \times 10^{-11}$	$2,356 \times 10^{-11}$	$2,026 \times 10^{-13}$
5×10^{-4}	$2,327 \times 10^{-11}$	$2,327 \times 10^{-11}$	$3,139 \times 10^{-13}$
6×10^{-4}	$2,291 \times 10^{-11}$	$2,291 \times 10^{-11}$	$4,473 \times 10^{-13}$
7×10^{-4}	$2,249 \times 10^{-11}$	$2,249 \times 10^{-11}$	$6,013 \times 10^{-13}$
8×10^{-4}	$2,202 \times 10^{-11}$	$2,202 \times 10^{-11}$	$7,743 \times 10^{-13}$
9×10^{-4}	$2,149 \times 10^{-11}$	$2,149 \times 10^{-11}$	$9,642 \times 10^{-13}$
1×10^{-3}	$2,092 \times 10^{-11}$	$2,092 \times 10^{-11}$	$1,169 \times 10^{-12}$
$1,1 \times 10^{-3}$	$2,029 \times 10^{-11}$	$2,029 \times 10^{-11}$	$1,386 \times 10^{-12}$
$1,2 \times 10^{-3}$	$1,963 \times 10^{-11}$	$1,963 \times 10^{-11}$	$1,614 \times 10^{-12}$
$1,3 \times 10^{-3}$	$1,893 \times 10^{-11}$	$1,693 \times 10^{-11}$	$1,849 \times 10^{-12}$
$1,4 \times 10^{-3}$	$1,82 \times 10^{-11}$	$1,82 \times 10^{-11}$	$2,089 \times 10^{-12}$
$1,5 \times 10^{-3}$	$1,744 \times 10^{-11}$	$1,744 \times 10^{-11}$	$2,331 \times 10^{-12}$
$1,6 \times 10^{-3}$	$1,665 \times 10^{-11}$	$1,665 \times 10^{-11}$	$2,573 \times 10^{-12}$
$1,7 \times 10^{-3}$	$1,585 \times 10^{-11}$	$1,585 \times 10^{-11}$	$2,813 \times 10^{-12}$
...

Tabla 4. Comportamiento percepción azul-verde.

$$\lim_{r \rightarrow 0mm^+} FPP1(r) \rightarrow \frac{24,09571386984706694 \cdot (|mm|)^2}{\text{signum}(mm, 0)^2} = 2,41 \times 10^{-11} m^4$$

$$\lim_{r \rightarrow 0mm^+} FPP2(r) \rightarrow \frac{24,09571386984706694 \cdot (|mm|)^2}{\text{signum}(mm, 0)^2} = 2,41 \times 10^{-11} m^4$$

De los resultados anteriores se puede asegurar, que si inicialmente se analiza la estabilidad de la solución nula de $FPP(r)$ y que $\widetilde{FPP}(r) = FPP(r) - \overline{FPP}(r) = 0$, se alcanza un sistema estable; además es asintóticamente estable porque el límite $\lim_{r \rightarrow \infty} \widetilde{FPP}(r) = 0$. Reflexionando sobre dos puntos próximos del espacio de soluciones del sistema como $\overline{r_0} = 0,0113$ y $r_0 = 0,0143$, también se tiene un sistema de soluciones estable (ver Tablas 4 y 5).

$\frac{r}{mm}$	FPP1(r)	FPP2(r)	FPP3(r)-FPP1(r)
0	0	0	0
1×10^{-4}	$2,406 \times 10^{-11}$	$2,408 \times 10^{-11}$	$1,5 \times 10^{-14}$
2×10^{-4}	$2,396 \times 10^{-11}$	$2,402 \times 10^{-11}$	$5,984 \times 10^{-14}$
3×10^{-4}	$2,379 \times 10^{-11}$	$2,393 \times 10^{-11}$	$1,34 \times 10^{-13}$
4×10^{-4}	$2,356 \times 10^{-11}$	$2,38 \times 10^{-11}$	$2,368 \times 10^{-13}$
5×10^{-4}	$2,327 \times 10^{-11}$	$2,363 \times 10^{-11}$	$3,669 \times 10^{-13}$
6×10^{-4}	$2,291 \times 10^{-11}$	$2,343 \times 10^{-11}$	$5,231 \times 10^{-13}$
7×10^{-4}	$2,249 \times 10^{-11}$	$2,319 \times 10^{-11}$	$7,036 \times 10^{-13}$
8×10^{-4}	$2,202 \times 10^{-11}$	$2,292 \times 10^{-11}$	$9,065 \times 10^{-13}$
9×10^{-4}	$2,149 \times 10^{-11}$	$2,262 \times 10^{-11}$	$1,13 \times 10^{-12}$
1×10^{-3}	$2,092 \times 10^{-11}$	$2,229 \times 10^{-11}$	$1,371 \times 10^{-12}$
$1,1 \times 10^{-3}$	$2,029 \times 10^{-11}$	$2,192 \times 10^{-11}$	$1,627 \times 10^{-12}$
$1,2 \times 10^{-3}$	$1,963 \times 10^{-11}$	$2,153 \times 10^{-11}$	$1,895 \times 10^{-12}$
$1,3 \times 10^{-3}$	$1,893 \times 10^{-11}$	$2,11 \times 10^{-11}$	$2,173 \times 10^{-12}$
$1,4 \times 10^{-3}$	$1,82 \times 10^{-11}$	$2,066 \times 10^{-11}$	$2,458 \times 10^{-12}$
...

Tabla 5. Comportamiento estable percepción azul-rojo.

$$\lim_{r \rightarrow 0mm^+} FPP1(r) \rightarrow \frac{24,09571386984706694 \cdot (|mm|)^2}{\text{signum}(mm, 0)^2} = 2,41 \times 10^{-11} m^4$$

$$\lim_{r \rightarrow 0mm^+} FPP3(r) \rightarrow \frac{24,09571386984706694 \cdot (|mm|)^2}{\text{signum}(mm, 0)^2} = 2,41 \times 10^{-11} m^4$$

Futuro de la investigación y conclusiones

Los experimentos más recientes sitúan los límites de la visión humana evidenciando que nuestros ojos pueden percibir destellos de luz tan débil hasta por tres fotones.

En efecto, desde la década de 1940 se ha tratado de establecer el menor número de fotones necesarios para la percepción humana. Dicho estudio se enfocó en el desempeño de los bastones de la retina, éstos representan el grupo de células dominantes de los tonos grises en ambientes oscuros, pero debido a que la retina procesa la información para reducir el ruido de las falsos estímulos, la interrupción de una célula no se traduce necesariamente en una señal que se envía al cerebro, y mucho menos a una persona tomar conciencia de un destello de luz, de hecho entre un 90% y 97% de los fotones que entran en el ojo ni siquiera llegan a una celda de células sensibles. Se absorben o reflejan en otras partes del ojo, como la

córnea, por lo que no serían detectados.

Según Nicolas Gisin, investigador de óptica cuántica en la Universidad de Ginebra en Suiza, indica que aún no se han reunido suficientes datos para decidir si los humanos pueden ver fotones individuales, sin embargo, como pionero es bien conocido en experimentos para comprender cómo el ojo humano responde ante los efectos de los fotones.

Rebecca Holmes, físico de la Universidad de Illinois y sus colaboradores, lanzaron destellos que contienen diversas cantidades de fotones a los ojos de voluntarios que ocuparon un cuarto oscuro. Usando visión periférica se pidió a los participantes que indicasen si la fuente de luz venía de la izquierda o la derecha, hubo casos que no vieron nada, de la misma manera, se enviaron destellos de exactamente de 30 fotones en el ojo (para hacerlo a través de la retina), esperando como máximo el 10% de los fotones en promedio y los voluntarios identificaron la ubicación de los flashes, según Holmes se evaluó como un caso estadísticamente convincente de que vieron al menos algunos destellos de tres fotones.

Con la utilización de Mathcad, se apreciaron los rangos de respuesta de la FMT sometida diferentes parámetros pertinentes al proceso de adaptación lumínica. La labor más importante de esta tarea sensorial, es discriminar los rangos de las diferentes intensidades de estímulos visuales ante las variaciones de luz, donde la adaptación retinal juega un papel importante en el sistema de ajuste de los estímulos que van desde los previos del umbral, hasta los de saturación del ganglio, haciendo un efectivo proceso de percepción visual.

Bibliografía

Akirawa, K., Mizuno, S., Kinoshita, M. y Stavenga, G. (2003). Co expression of Two Visual Pigments in a Photoreceptor Causes an Abnormally Broad Spectral Sensitivity in the Eye of the Butterfly Papilioxuthu. *The Journal of Neuroscience*. 23(11), 4527–4532.

Bravo, S. (2006). *Métodos Matemáticos avanzados para Científicos e Ingenieros*. España: Universidad de Extremadura.

Cao, J. (2004). *Dynamics in Neuroscience*. Disponible en: <http://www.math.mcgill.ca/cao/Research/Documents/wilsonp.pdf>

Clifford, D. (s/f). Retinal Light
Adaptation. Disponible en:
[http://www.Mathcad.com/resources/search/search_results
.asp?t=biochemistry&tp=00000](http://www.Mathcad.com/resources/search/search_results.asp?t=biochemistry&tp=00000)

Clifford, D. (2001). Naka-Rushton. Disponible en:
[http://www.Mathcad.com/resources/search/search_results
.asp?t=biochemistry&tp=00000](http://www.Mathcad.com/resources/search/search_results.asp?t=biochemistry&tp=00000)

Hernández, M. (2001). Mecanismos de Detección del
Contraste Cromático y de Luminancia en el Sistema
Visual Humano. Servicio de Publicaciones de la
Universidad de Murcia. 17(2), 219-233.