

# HOMOTECIA



CÁTEDRA DE CÁLCULO · DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. – 2009 - Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PP200902CA3088 – I. S. S. N.: 2244-7385  
E-mail: homotecia@hotmail.com - N° 7- AÑO 9 - Valencia, 1° de Julio de 2011





# HOMOTECIA



## Índice

Editorial.....	1
Grandes Matemáticos: Abraham De Moivre.....	1
Aportes al conocimiento. Estudio del Comportamiento Interno de Funciones: Método de la CINTA (6 y Último). Por: <b>Prof. Luis Alejandro Díaz Bayona</b> .....	2
Un poco de historia: los polinomios en el antiguo Egipto. Por: <b>Profesora Dorenis Mota</b> .....	9
Aporte Estudiantil. Resolución de una integral. Por: <b>Br. Francisco Sarmiento, Br. Yulieé Pineda y Br. Jolimar Sánchez</b> ....	12
Físicos Notables: Julius Oppenheimer.....	16
Galería: Jean-Robert Argand y Caspar Wessel.....	22

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECIMOS NOS HAGA LLEGAR A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, [homotecia@hotmail.com](mailto:homotecia@hotmail.com) SUS COMENTARIOS.

Revista HOMOTECIA  
© Rafael Ascanio H. – 2009  
Hecho el Depósito de Ley.  
Depósito Legal: PP200902CA3088  
I. S. S. N.: 2244-7385

E-mail: [homotecia@hotmail.com](mailto:homotecia@hotmail.com)

Publicación Mensual  
Distribución Gratuita

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR-EDITOR:

**Profesor Rafael Ascanio Hernández**

SUB-DIRECTOR:

**Profesor Próspero González Méndez**

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:

**Profesor Rafael Ascanio Hernández**

**Profesor Próspero González Méndez**

COMISIÓN ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO

**Profesora María del Carmen Padrón**

**Profesora Zoraida Villegas**

**Profesora Ivel Páez**

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:

**Profesora Elda Rosa Talavera de Vallejo**

**Profesora Omaira Naveda de Fernández**

**Profesor José Tadeo Morales**

Nº 7- AÑO 9 - Valencia, 1º de Julio de 2011

## EDITORIAL

**Docente. Educador.** Es frecuente que estos dos términos para la mayoría de las personas sean sinónimos de un mismo ser. Pero hay quienes opinan que, aunque sus “definiciones” están muy cercanamente relacionadas, hacen referencia a “estados diferentes” que se pueden presentar en una misma persona. Para ellos, *docente* es una condición que se adquiere cuando se trabaja en una institución educativa de cualquier nivel o se ejerce la profesión atendiendo de forma individual a uno o varios discípulos. Se cualifica para esta condición en la mayoría de los casos, mediante formación académica. Cuando se egresa de una institución universitaria, se considera que este *docente* está formado un setenta u ochenta por ciento de lo que se requiere para incorporarse al medio laboral en el que se va a desempeñar. El resto que le falta “aprender”, lo adquirirá con la práctica, con la responsabilidad y la honestidad que debe caracterizar su labor, puesto que la calidad con que se dedique a esta función, es uno de los indicadores del cómo se administra bien la educación. Si mantiene esta conducta y esta actitud, en poco tiempo alcanzará el cien por ciento en lo de *ser docente*. En otras palabras, es el “deber-ser del docente” desde una visión administrativa. Ser *educador*. Los siguientes detalles dan a entender lo fáctico de la diferencia conceptual. La cercanía de sus definiciones “se produce” porque para *ser educador* debe hacerse *buen docente*. Quien ejerce la educación, posiblemente se gradúa teniendo un cien por ciento de potencial para ser *educador* pero una mínima parte alcanzada. En palabras simples, la condición de *educador* está relacionada muy estrechamente con darle un significado más allá de la docencia al acto educativo. El graduado en educación debe enfrentar el reto de responder a dos interrogantes clave y que más allá de la sinceridad de las respuestas que pueda dar, está el cómo afecta el ejercicio de su profesión la manera de asumir lo conclusivo de las mismas. La primera pregunta: ¿Qué y cómo enseñar? Responderla queda contextualizado al modo de prepararse para realizar responsablemente la transposición didáctica, la gerencia en el aula, su integración como autor y actor del acto educativo dentro de la institución escolar. Una meta posible de alcanzar donde la calidad de logro no va a estar en la acción excelente de un día sino de todos los días. La segunda pregunta: ¿Cómo educar? Y su respuesta no es tan sencilla como la anterior. Se triangula educar, ilustrar y formar como la acción docente dirigida hacia el proceso de culturización, donde el desarrollo de las facultades humanas por parte de los estudiantes, se advierte en la adquisición de conocimientos científicos, literarios, artísticos, la creación de valores. Culturizar se entiende, entonces, como la acción docente dirigida a ayudar en el *crecimiento* y el *mejoramiento* de una nación en lo humano y en lo social, porque lo teleológico de esta acción es la adquisición por parte de los ciudadanos, de nuevos valores que permitan la formación de principios conductuales mejores e invariantes en el camino para lograr un hombre y una mujer virtuosos. Si educar conduce a la culturización de la persona, aparentemente se hace obvio que todo docente está obligado a culturizarse de por vida porque quiera o no, es la principal fuente de información en los primeros años de la existencia de los jóvenes bajo su tutela, seres cuya gran parte de su formación es puesta en sus manos, y la constante búsqueda en la que se encuentran, no se limita a un conocimiento especializado en particular: la complejidad de la vida de por sí, está por encima de los requerimientos de un currículo escolar. Así, el docente se sitúa en una posición donde más que ser visto como el arquetipo de *ejemplo-social* a seguir, él o ella, internamente, tienen que sentirse comprometidos a serlo.

## Los Grandes Matemáticos



### Abraham De Moivre

**Nació en la población de Vitry-le-François, Champagne, Francia, el 26 de mayo de 1667; y murió en Londres, Inglaterra, el 27 de noviembre de 1754.**

**Hizo grandes aportes a las matemáticas: números complejos, trigonometría, cálculo de probabilidades, entre otras áreas. Fundó la trigonometría analítica y concibió el teorema que lleva su nombre.**

A pesar que la posición social de su familia no está clara, su padre, cirujano de profesión, pudo mandarlo a la academia protestante de Sedan (1678-1682). De Moivre estudió Lógica en Saumur (1682-1684), asistió al Collège de Harcourt en París (1684), y estudió privadamente con Jacques Ozanam (1684-1685). De todas maneras no hay referencias que De Moivre haya obtenido un título académico.

Conocido por la fórmula de Moivre, la cual conecta números complejos y trigonometría, y por su trabajo en la distribución normal y probabilidad. Fue elegido miembro de la Real Sociedad de Londres en 1697, y tuvo amistad con Isaac Newton y Edmund Halley. Gran matemático, al grado de que cuando iban a consultar a Newton sobre algún tema de matemática, él los enviaba con de Moivre diciendo: "vayan con Abraham de Moivre a consultar esto: él sabe mucho más que yo de estas cosas".

De Moivre escribió un libro sobre probabilidades titulado *The Doctrine of Chances* (La doctrina de las suertes).

Como era calvinista, en la época que la Francia católica y romana revocó el Edicto de Nantes por el de Fontainebleau (1685), se comenzó a perseguir a los hugonotes (1685). De Moivre fue encarcelado durante un año en París, y tras concluir su encierro, salió de Francia y pasó el resto de su vida en Inglaterra.

No logró hacer fortuna y toda su vida fue pobre. Ganaba algo de dinero trabajando como tutor o consultor de los sindicatos de seguros y de apuestas. Como era cliente regular del Slaughter's Coffee House (Casa del Café Slaughter), en Saint Martin Lane (La senda de Saint Martin), en Cranbourn Street (Calle Cranbourn), acostumbraba jugar al ajedrez por algo de dinero en ese local.

A Abraham De Moivre le llamaron en su época el rey del cálculo. Aún así, nunca llegó a ocupar un puesto en una universidad. Pero Abraham De Moivre ha pasado a la historia como el hombre que predijo exactamente la fecha de su muerte. Cuentan, más como leyenda que como hecho constatado, que un día al levantarse por la mañana, cayó en la cuenta de que cada día dormía 20 minutos más que el día anterior.

A partir de ahí conjeturó que moriría el día que durmiera durante 24 horas. Ese día, calculado por él mismo, era el 27 de noviembre de 1754. La causa oficial de su muerte quedó registrada como “somnolencia”. Murió en Londres, ciego, sin ilusiones y sin que sus trabajos llegaran a ser reconocidos por la comunidad científica. Fue enterrado en Saint Martin's in-the-Fields (Los Campos de Saint Martin), aunque más tarde su cuerpo fue trasladado.

Fuentes:

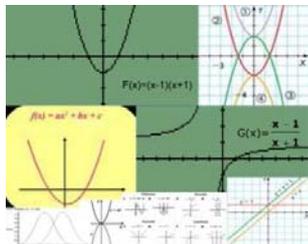
- ["http://es.wikipedia.org/wiki/Abraham\\_de\\_Moivre"](http://es.wikipedia.org/wiki/Abraham_de_Moivre).
- FísicaNet.

Consulta: 21 junio 2010.

### Reflexiones

“La utopía es el principio de todo progreso y el diseño de un futuro mejor”.

Anatole France

**Aportes al conocimiento****Método de la CINTA o el estudio del Comportamiento Interno de los Argumentos de funciones (6 y Último).**

Por: Prof. Luís Alejandro Díaz Bayona

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC

Continuando con la presentación del Método de la CINTA, en el escrito de hoy trataremos el Sexto y último Caso.

$$\diamond \text{ Sexto Caso: } F(x) = \frac{(a_1x + b_1)^{c_1} \cdot (a_2x + b_2)^{c_2} \cdot (a_3x + b_3)^{c_3} \dots (a_nx + b_n)^{c_n}}{(d_1x + e_1)^{f_1} \cdot (d_2x + e_2)^{f_2} \cdot (d_3x + e_3)^{f_3} \dots (d_mx + e_m)^{f_m}}$$

Para estudiar el comportamiento de los signos de dicha función, se acudirá a una extensión de la CINTA del **Quinto Caso**. Se construye la CINTA para el numerador y la CINTA para el denominador, luego de ello se construye una Tercera CINTA donde se especifica el comportamiento de dicho cociente. Sólo se debe tomar en cuenta que en la CINTA final, los P.N.C del denominador la función:  $\sim \exists F(x)$ .

**Ejemplo:** Calcule el comportamiento de los signos de la siguiente función:

$$F(x) = \frac{(x-6)^{20} \cdot (3-x)^{99} \cdot (2-x)^{57} \cdot (x+1)^{40}}{(5-x)^{98} \cdot (x+3)^{56} \cdot (x+2)^{71} \cdot (x+5)^{51}}$$

**Solución:**

**1.- Construcción de la CINTA del numerador:**

**1.1.- Cálculo de los V.C.F:**

$$V_{c1}: (x - 6)^{20} = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$V_{c2}: (3 - x)^{99} = 0 \Rightarrow 3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$V_{c3}: (2 - x)^{57} = 0 \Rightarrow 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$V_{c4}: (x + 1)^{40} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

**1.2- Estudio de los V.C.F y los S.F.L:**

**x=-1.** No hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-1)**

**x=2.** Sí hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-2)**

**x=3.** Sí hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-2)**

**x=6.** No hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-1)**

$$S_{F1}: (x - 6)^{20} = 0 \Rightarrow \text{Signo: (+); Principio (d-1)}$$

$$S_{F2}: (3 - x)^{99} = 0 \Rightarrow \text{Signo: (-); Principio (d-2)}$$

$$S_{F3}: (2 - x)^{57} = 0 \Rightarrow \text{Signo: (-); Principio (d-2)}$$

$$S_{F4}: (x + 1)^{40} = 0 \Rightarrow \text{Signo: (+); Principio (d-1)}$$

Signo final = (+)

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

**1.3.- Construcción de la CINTA:**

-∞		-1		2		3		6		∞
Num	+	0	+	0	-	0	+	0	+	

**2.- Construcción de la CINTA del denominador:**

**2.1.- Cálculo de los V.C.F:**

$V_{c1}: (5 - x)^{98} = 0 \Rightarrow 5-x=0 \Rightarrow x=5$

$V_{c2}: (x + 3)^{56} = 0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3$

$V_{c3}: (x + 2)^{71} = 0 \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$V_{c4}: (x + 5)^{51} = 0 \Rightarrow x+5=0 \Rightarrow x=-5$

**2.2- Estudio de los V.C.F y los S.F.L:**

**x=-5.** Sí hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-2)**

**x=-3.** No hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-1)**

**x=-2.** Sí hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-2)**

**x=5.** No hay cambio de signo alrededor de dicho punto. **Principio (c-1)**

$S_{F1}: (5 - x)^{98} = 0 \Rightarrow$  Signo: (+); **Principio (d-1)**

$S_{F2}: (x + 3)^{56} = 0 \Rightarrow$  Signo: (+); **Principio (d-1)**

$S_{F3}: (x + 2)^{71} = 0 \Rightarrow$  Signo: (+); **Principio (d-2)**

$S_{F4}: (x + 5)^{51} = 0 \Rightarrow$  Signo: (+); **Principio (d-2)**

**Signo final= (+)**

**2.3.- Construcción de la CINTA:**

-∞		-5		-3		-2		5		∞
Den	+	0	-	0	-	0	+	0	+	

**3.- Construcción de la CINTA final:**

-∞		-5		-3		-2		-1		2		3		5		6		∞
Num	+	+	+	+	+	+	+	0	+	0	-	0	+	+	+	0	+	
Den	+	0	-	0	-	0	+	+	+	+	+	+	+	0	+	+	+	
F(x)	+	~∃	-	~∃	-	~∃	+	0	+	0	-	0	+	~∃	+	0	+	

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

De lo que se concluye:

$$F(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -5) \cup (-2, -1) \cup (-1, 2) \cup (3, 5) \cup (5, 6) \cup (6, \infty)$$

$$F(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-5, -3) \cup (-3, -2) \cup (2, 3)$$

$$F(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -5) \cup (-2, -1] \cup [-1, 2] \cup [3, 5) \cup (5, 6] \cup [6, \infty)$$

$$F(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-5, -3) \cup (-3, -2) \cup [2, 3]$$

$$F(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 2, 3, 6\}$$

$$\sim \exists F(x) \Leftrightarrow x \in \{-5, -3, -2, 5\}$$

**CINTA para la función logarítmica:  $F(x) = \log_b(ax+c)$** 

Se puede construir la CINTA que describa el comportamiento de los signos de  $F(x)$ , además se pueden establecer los intervalos donde  $F(x)$  no exista.

Esto conceptualmente hablando se expresa en la siguiente manera:

$$\text{Siendo } F(x) = \log_b(g(x))$$

Se pueden presentar las siguientes situaciones:

- $\sim \exists F(x) \Leftrightarrow G(x) \leq 0$
- $F(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < G(x) < 1$
- $F(x) = 0 \Leftrightarrow G(x) = 1$
- $F(x) > 0 \Leftrightarrow G(x) > 1$

En caso de ser  $G(x)$  un función lineal de la forma:  $G(x) = ax+c$ , la CINTA de la función logarítmica se conformaría de la siguiente manera:

Si  $a > 0$

- $\sim \exists F(x) \Leftrightarrow ax+c \leq 0$
- $F(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < ax+c < 1$
- $F(x) = 0 \Leftrightarrow ax+c = 1$
- $F(x) > 0 \Leftrightarrow ax+c > 1$

A partir de las condiciones...

La CINTA es la siguiente:

	$-\infty$		$-c/a$		$(1-c)/a$		$\infty$
$F(x)$	$\sim \exists$	$\sim \exists$	-	0	+		

Las conclusiones a las que se llega, luego de construida la CINTA, son las siguientes:

- $\sim \exists \log_b(ax+c) \Leftrightarrow (-\infty, -c/a]$
- $\log_b(ax+c) < 0 \Leftrightarrow (-c/a, (1-c)/a)$
- $\log_b(ax+c) = 0 \Leftrightarrow \{(1-c)/a\}$
- $\log_b(ax+c) > 0 \Leftrightarrow ((1-c)/a, \infty)$

Pero, "a" puede tomar valores negativos y esto cambia notablemente la configuración de la CINTA, es decir la CINTA se "voltea".

Si  $a < 0$

- $\sim \exists F(x) \Leftrightarrow -ax+c \leq 0$
- $F(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < -ax+c < 1$
- $F(x) = 0 \Leftrightarrow -ax+c = 1$
- $F(x) > 0 \Leftrightarrow -ax+c > 1$

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

A partir de las condiciones...

La CINTA será la siguiente:

$-\infty$		$(c-1)/a$		$c/a$		$\infty$
F(x)	+	0	-	$\sim\exists$	$\sim\exists$	

Las conclusiones a las que se llega, luego de construida la CINTA, son las siguientes:

- a)  $\sim\exists \text{Log}_b(-ax+c) \Leftrightarrow [c/a, \infty)$
- b)  $\text{Log}_b(-ax+c) < 0 \Leftrightarrow ((c-1)/a, c/a)$
- c)  $\text{Log}_b(-ax+c) = 0 \Leftrightarrow \{c/a\}$
- d)  $\text{Log}_b(-ax+c) > 0 \Leftrightarrow (-\infty, (c-1)/a)$

Se pueden aplicar estos principios para el cálculo del dominio de una función que así lo requiera.

**Ejemplo:** Calcule el dominio de  $F(x) = \text{Sen}(\sqrt{\text{Log}(2x+3)})$ .

**Solución:**

$\text{Dom}(\text{Sen}(\sqrt{\text{Log}(2x+3)})) = \text{Dom}(\sqrt{\text{Log}(2x+3)})$ ; Dominio de la función seno.

$\text{Dom}(\sqrt{\text{Log}(2x+3)}) = \{x / \text{log}(2x+3) \geq 0\}$ ; Dominio de una función radical de índice par.

$\text{Log}(2x+3) \geq 0$  se construye la CINTA...

Como  $a > 0$ , entonces se construye  $-c/a = -3/2$  y  $(1-c)/a = -1$

CINTA:

$-\infty$		$-3/2$		$-1$		$\infty$
F(x)	$\sim\exists$	$\sim\exists$	-	0	+	

Por lo tanto  $\text{Dom}(F(x)) = [-1, \infty)$

**2) Ejemplo:**  $F(x) = \text{Cos}(\sqrt{\text{Log}(-5x+3)})$ ,  $\text{Dom } F(x) = ?$

**Solución:**

$\text{Dom } F(x) = \text{Dom}(\text{Cos}(\sqrt{\text{Log}(-5x+3)}))$ ; Dominio de una función.

$\text{Dom}(\text{Cos}(\sqrt{\text{Log}(-5x+3)})) = \text{Dom}(\sqrt{\text{Log}(-5x+3)})$ ; Dominio de la función coseno.

$\text{Dom}(\sqrt{\text{Log}(-5x+3)}) = \{x / \text{log}(-5x+3) \geq 0\}$ ; Dominio de la función radical de índice par.

Cómo  $a < 0$ , se toma el valor de "a" siempre positivo.

$-\infty$		$2/5$		$3/5$		$\infty$
F(x)	+	0	-	$\sim\exists$	$\sim\exists$	

$\text{Dom } F(x) = (-\infty, 2/5]$

**3) Ejemplo:** Calcule el dominio de :  $F(x) = \text{Sen}\left(\frac{\text{Ln}(x+3)}{\sqrt{\text{Log}(x-1)}}\right)$

**Solución:** se debe encontrar un conjunto de valores tales que:  $\frac{\text{Ln}(x+3)}{\text{Log}(x-1)} \geq 0$

Para ello se construye la CINTA del numerador y del denominador...

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

	$-\infty$	$-3$	$\infty$
$\text{Ln}(x+3)$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$+$

	$-\infty$	$1$	$\infty$
$\text{Log}(x-1)$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$+$

Luego se forma una tabla de comportamientos para el cociente:  $\frac{\text{Ln}(x+3)}{\text{Log}(x-1)}$

La CINTA de dicho cociente es:

	$-\infty$	$-3$	$-2$	$1$	$2$	$\infty$
$\text{Ln}(x+3)$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$-$	$0$	$+$	$+$
$\text{Log}(x-1)$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$-$	$0$
C	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$\sim\exists$	$-$	$+$

Por lo tanto el dominio de la función es:  $(0, \infty)$ .

**CINTA para la función radical de índice par:  $F(x) = \sqrt[n]{G(x)}$**

Si la función  $F(x)$  está definida como  $F(x) = \sqrt[n]{G(x)}$ , donde  $n$  es un número par, dicha función puede presentar 3 comportamientos:

- a)  $\sim\exists F(x) \Leftrightarrow G(x) < 0$
- b)  $F(x) = 0 \Leftrightarrow G(x) = 0$
- c)  $F(x) > 0 \Leftrightarrow G(x) > 0$

Ahora se presentará un estudio sobre  $F(x) = \sqrt[n]{ax + b}$ , siendo  $n$  un número par, su comportamiento se expresa de la siguiente manera:

Cuando  $a > 0$

- a)  $\sim\exists F(x) \Leftrightarrow ax + b < 0$
- b)  $F(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0$
- c)  $F(x) > 0 \Leftrightarrow ax + b > 0$

La CINTA es:

	$-\infty$	$-b/a$	$\infty$
$\sqrt[n]{ax + b}$	$\sim\exists$	$0$	$+$

Si  $a < 0$ , la CINTA se "voltea".

Los comportamientos se expresan

La CINTA:

	$-\infty$	$-b/a$	$\infty$
$\sqrt[n]{ax + b}$	$+$	$0$	$\sim\exists$

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

**Ejemplo 4:** Construya la CINTA para la siguiente función:  $F(x) = \sqrt[10]{3x - 5}$

**Solución:** Como  $a > 0$ , entonces  $-b/a = 5/3$

$-\infty$	$5/3$	$\infty$
$\sqrt[10]{3x - 5}$	~∃	0
		+

**Ejemplo 5:** Calcule el dominio de:  $F(x) = \text{Sen} \left( \sqrt{\frac{\text{Ln}(x+3)}{\sqrt{x+8}}} \right)$

**Solución:** El dominio de  $F(x)$  es un conjunto de valores que:  $\frac{\text{Ln}(x+3)}{\sqrt{x+8}} \geq 0$

Por lo tanto, se construye la CINTA para el numerador y denominador

$-\infty$	$-3$	$-2$	$\infty$
$\text{Ln}(x+3)$	~∃	~∃	-
		0	+

$-\infty$	$-8$	$\infty$
$\sqrt{x+8}$	~∃	0
		+

Se construye la tabla de comportamiento para dicho cociente:

$-\infty$	$-8$	$-3$	$-2$	$\infty$
$\text{Ln}(x+3)$	~∃	~∃	~∃	-
$\sqrt{x+8}$	~∃	0	+	+
C	~∃	~∃	~∃	-
			0	+

Por lo tanto el dominio es:  $[-2, \infty)$ .

6) **Ejemplo:** Calcule el dominio de:  $F(x) = \text{Sech} \left( \frac{\text{Ln}((x+3)(-x+2)(-x+1))}{\sqrt{(x-1)(-x+5)(x-4)}} \right)$

**Solución:** El dominio de la función Secante hiperbólica es igual al dominio de su argumento.

El dominio de  $F(x)$  es un conjunto de valores conformados por la intersección de los dominios de:  $\text{Ln}((x+3)(-x+2)(-x+1))$  Y  $\sqrt{(x-1)(-x+5)(x-4)}$ , a excepción de aquellos valores que hagan cero al denominador:

$\sqrt{(x-1)(-x+5)(x-4)}$ ; es decir se aplicará la definición del dominio del cociente de funciones:  $\text{Dom} \left( \frac{F(x)}{G(x)} \right) = \text{Dom}(F(x)) \cap \text{Dom}(G(x)) - \{x/G(x)=0\}$

**Cálculo del dominio del numerador**

$\text{Dom}(\text{Ln}((x+3)(-x+2)(-x+1))) = \{x / (x+3)(-x+2)(-x+1) > 0\}$

Para resolver dicha inecuación se construye su CINTA, tomando en cuenta que dicha inecuación pertenece al segundo caso:

- Valores Cero:
  - $V_{c1}: x+3=0 \Rightarrow x=-3$
  - $V_{c2}: -x+2=0 \Rightarrow x=2$
  - $V_{c3}: -x+1=0 \Rightarrow x=1$
- Signo Final: Número de pendientes negativas 2, (par) por lo tanto el signo final es (+)
- Construcción de la CINTA:

	$(-\infty, -3)$	$-3$	$(-3, 1)$	$1$	$(1, 2)$	$2$	$(2, \infty)$
Numerador	-	0	+	0	-	0	+

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

**El dominio del numerador son aquellos valores pertenecientes al intervalo:  $(-3,1) \cup (2,\infty)$**

**Cálculo del dominio del denominador**

$$\text{Dom. } \sqrt{(x-1)(-x+5)(x-4)} = \{x / (x-1)(-x+5)(x-4) \geq 0\}$$

Para resolver dicha inecuación se construye su CINTA, tomando en cuenta que dicha inecuación pertenece al segundo caso:

- Valores Cero:
  - $V_{c1}: x-1=0 \Rightarrow x=1$
  - $V_{c2}: -x+5=0 \Rightarrow x=-5$
  - $V_{c3}: x-4=0 \Rightarrow x=4$
- Signo Final: Número de pendientes negativas 1, (impar) por lo tanto el signo final es (-)
- Construcción de la CINTA:

	$(-\infty, -5)$	-5	$(-5, 1)$	1	$(1, 4)$	4	$(4, \infty)$
Denominador	+	0	-	0	+	0	-

**El dominio del denominador son aquellos valores pertenecientes al intervalo:  $(-\infty, -5] \cup [1, 4]$**

**Cálculo de los valores que hagan cero al denominador:** En la CINTA del denominador, se puede observar que los valores que hacen cero al denominador son  $\{-5, 1, 4\}$ ; es decir, dichos valores no se toman si están incluidos en la solución final.

**Cálculo del dominio Final:**

El dominio de  $F(x)$  es la intersección de los dominios del numerador y denominador, para calcular dicha intersección se construye una tabla de CINTAS y se visualiza las columnas que cumplen con la intersección.

Dominio del numerador:  $(-3,1) \cup (2,\infty)$

Dominio del denominador:  $(-\infty, -5] \cup [1, 4]$

Los "Valores Cero" involucrados en ambos dominios son:  $\{-5, -3, 1, 2, 4\}$ ; pero no se toman los valores  $\{-5, 1, 4\}$ .

Los intervalos que conforman el dominio del numerador y denominador, se marcan en su respectiva CINTA con una "E" para indicar que existe la función. En caso contrario se marca con una "N" para indicar que no existe la función en dicho punto o intervalo, por ejemplo en los puntos  $\{-5, 1, 4\}$  se coloca una "N" en la CINTA tanto del dominio del denominador como de la CINTA del dominio de la función.

	$(-\infty, -5)$	-5	$(-5, -3)$	-3	$(-3, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 4)$	4	$(4, \infty)$
Dom(Numerador)	N	N	N	N	E	N	N	N	E	E	E
Dom(Denominador)	E	E	N	N	N	E	E	E	E	E	N
Dom( $F(x)$ )	N	N	N	N	N	N	N	N	E	E	N

Se concluye que el dominio de la función:  $F(x) = \text{Sech} \left( \frac{\ln((x+3)(-x+2)(-x+1))}{\sqrt{(x-1)(-x+5)(x-4)}} \right)$  es el intervalo:  $(2, 4]$

**L. A. D. B.**

## UN POCO DE HISTORIA: LOS POLINOMIOS EN EL ANTIGUO EGIPTO

Por: **Dorenis Mota**

Docente FaCE - UC

C. I. Nº: 17.072.840

E-mail: [dorenis13@hotmail.com](mailto:dorenis13@hotmail.com).

Existen documentos específicos que muestran cómo era la matemática en el antiguo Egipto, entre los principales están el papiro de Ahmes, mejor conocido como el Papiro de Rhind y el Papiro de Moscú.

El Papiro de Ahmes es un rollo de aproximadamente 30cm de alto y 6m de largo; una gran parte del mismo reposa en el British Museum, y unos pocos trozos en el Brooklyn Museum. Este Papiro fue comprado por un anticuario escocés de nombre Henry Rhind en 1858 en una ciudad comercial del Nilo, de allí que se conozca con el nombre de Papiro de Rhind, aunque también se le asigna el nombre de Ahmes, en honor al escriba que lo copió hacia el 1650 a.C.

La escritura empleada en este Papiro no está en forma jeroglífica (demótica o popular), sino en una forma “cursiva” conocida como hierática o sagrada, de esta manera se reemplaza la escritura jeroglífica con cifras o signos especiales que representan dígitos y múltiplos de las potencias de diez. Boyer (1986) y Morales (2002) coinciden en que este principio de notación cifrada, introducido por los egipcios hace unos 4000 años y utilizado en el Papiro de Rhind, representó una contribución importante a los sistemas de numeración, y es uno de los factores que hace que el sistema que utilizamos hoy en día sea un instrumento tan eficaz como lo es.

Entre los problemas algebraicos tratados en el Papiro de Rhind y que de una u otra forma muestra los inicios de las ecuaciones polinómicas de primer grado están aquellos que conducen a ecuaciones lineales de la forma:  $x + ax = b$  o  $x + ax + bx = c$ , donde a, b y c son números conocidos y x el desconocido, a la que se le asigna el nombre de “aha” o montón. Uno de esos problemas es el problema 24 donde se pide calcular: “el valor del montón si el montón y el séptimo del montón es igual a 19”

Boyer (1986) afirma que para resolver este tipo de problemas, los egipcios se valían de un método conocido como “falsa posición” o “regula falsi”. El método consiste en darle un valor específico al montón, el cual era por lo general incorrecto, y se efectuaban las operaciones correspondientes con ese valor en el primer miembro de la ecuación (miembro izquierdo de la igualdad), luego se compara el resultado obtenido con el planteado en la ecuación y se hace el uso de ciertas proposiciones para llegar a la respuesta correcta.

A continuación se toma un ejemplo dado por Boyer (1986) que también plantea Pastor y Babini (2000), donde para resolver el problema 24 mencionado anteriormente se le asigna el valor 7 al montón, de esta manera se tiene por el método de falsa posición:

$$\text{Ecuación inicial: } x + \frac{1}{7}x = 19$$

$$\text{Haciendo el montón (x) igual a 7: } 7 + \frac{1}{7} \cdot 7 = 8$$

Pero, el resultado debería haber sido 19 en vez de 8; sin embargo por otro lado se tiene que  $8 \left(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 19$

De modo que si se quiere hallar el valor correcto del montón, debemos multiplicar 7 por  $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ , así Ahmes logra obtener la respuesta correcta:  $16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 19$

Además de ellos, también se comprueba este resultado, mostrando que si a  $6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$  se le suma un séptimo del mismo, es decir,  $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ , se obtiene 19 como corresponde.

Es importante mencionar, que aunque no se pueda afirmar que existía una demostración matemática con el significado que se le atribuye actualmente al término “demostración” en este tipo de álgebra antigua, si se tenía una cierta aproximación a ésta mediante la comprobación como un caso sencillo de demostración. Por otra parte, aunque el método de la falsa posición fue el más utilizado, no fue el único modo de resolver ecuaciones polinómicas de primer grado, ya que también se encontró en uno de los problemas (el número 30) el empleo de la factorización para el primer miembro y la adición de la fracción  $\frac{1}{37}$ , el cual se traduce según Boyer (1986) como:

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x = 37$$

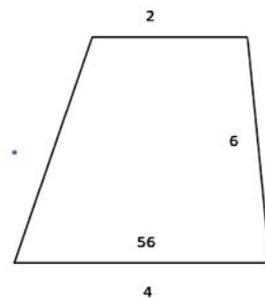
$$x \left( 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} \right) = 37$$

Luego, adicionando  $\frac{1}{37}$ , se obtiene como resultado

$$16 + \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$$

Por su parte, en el Papiro de Moscú, también llamado Papiro Golenishev, comprado en el año 1893 en Egipto, es un documento tan largo como el Papiro de Rhind, ya que tiene 6 metros, pero en relación a la anchura se corresponde sólo con una cuarta parte de este último (7,5 cm aproximadamente). Dicho documento fue copiado por un desconocido escriba en el año 1890 a. C; y contiene 25 problemas resueltos que hacen alusión a situaciones de la vida cotidiana. Los problemas son parecidos a los encontrados en el Papiro de Rhind a diferencia de unos pocos que son considerados “especiales”, entre ellos se tiene al problema 14, en el que encuentra implícita una figura que parece representar a un trapecio isósceles, pero luego los cálculos señalaron que se trataba de un tronco de pirámide rectangular, ya que se sugiere la ecuación  $v = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$  donde  $h$  es la altura siendo  $a$  y  $b$  los lados de la base superior e inferior respectivamente; sin embargo no se sabe cómo surge esta fórmula.

Boyer (1986) propone que el problema fue desarrollado de la siguiente manera: se parte de la siguiente figura:



Se desea calcular el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular regular donde: Altura= 6 unidades.

Las aristas que constituyen las bases, tanto la superior como la inferior de 2 y 4 unidades respectivamente.

Las instrucciones dadas por el escriba conducen a:

“elevar al cuadrado los números 2 y 4”:  $2^2 + 4^2$

“añadirle a la suma de estos dos cuadrados el producto de 2 por 4”:  $8 + (2^2 + 4^2)$

“cuyo resultado es 28”:  $8 + (2^2 + 4^2) = 8 + (4 + 16) = 8 + 20 = 28$

“por último se multiplica este resultado por un tercio de 6”:  $28 \cdot 6 \left( \frac{1}{3} \right) = 28 \cdot 2 = 56$

“y el escriba concluye con sabias palabras: *ves, es 56; lo has calculado correctamente*”.

Este ejemplo pone en práctica la ecuación mencionada anteriormente,  $v = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$ ; pero, pese a eso, la fórmula como tal no aparece escrita en ninguna parte; se presume que puede ser que sea producto de la experimentación con el volumen de una pirámide, es decir por analogías ya que es posible que emplearan los casos del triángulo isósceles y del trapecio isósceles, en palabras de Boyer (1986): “pudieron haber descompuesto al menos mentalmente el tronco de pirámide en paralelepípedos, prismas y pirámides. Reemplazando las pirámides y prismas por bloques rectangulares iguales, se pueden agrupar estos bloques de manera que hace plausible la fórmula egipcia” (p. 42).

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Para sintetizar, puede afirmarse que el carácter práctico predomina en los Papiros egipcios estudiados, mostrando el carácter utilitario de esta matemática, cuyo elemento principal es el cálculo numérico en las cuestiones planteadas. Parece que el objetivo estuvo dirigido a facilitar o justificar los procedimientos empleados más que a la búsqueda del por qué de las teorías implícitas, por lo tanto no existen generalidades sino el estudio de casos muy concretos. (Ortega, 2002).

A continuación se presentará un cuadro con una configuración epistémica de los polinomios en el antiguo Egipto atendiendo algunas herramientas del Enfoque Ontológico y Semiótico de la cognición e instrucción Matemática (Godino, 2003).

**Cuadro 1: Configuración epistémica de los orígenes de los polinomios en Egipto.**

ENTIDADES PRIMARIAS	
<b>Lenguaje</b>	Los egipcios empleaban un lenguaje verbal, por lo tanto pertenecen a la fase retórica del álgebra, no obstante, no era el lenguaje jeroglífico acostumbrado (demótica o popular), era uno diferente considerado para ese entonces sagrado de esta manera se reemplaza la escritura jeroglífica con cifras o signos especiales que representan dígitos y múltiplos de las potencias de diez. También se empleaba de manera muy rudimentaria el lenguaje gráfico, ya que por ejemplo en el papiro de Moscú existe lo que se conoce como una aproximación a una figura geométrica (especie de trapecio) que se supone representaba lo que en la actualidad se considera la representación de una pirámide truncada.
<b>Situaciones problemas</b>	Entre los problemas algebraicos tratados están: en el Papiro de Rhind existen problemas como por ejemplo el número 24 donde se pide calcular: “el valor del montón si el montón y el séptimo del montón es igual a 19” que muestra los inicios de las ecuaciones polinómicas de primer grado, esos conllevan a ecuaciones lineales de la forma: $x + ax = b$ o $x + ax + bx = c$ , donde a, b y c son números conocidos y x el número desconocido, al número desconocido se le asigna el nombre de “aha” o montón. En el Papiro de Moscú los problemas son parecidos a los encontrados en el Papiro de Rhind a diferencia de unos pocos que son considerados “especiales”, entre ellos se tiene al problema 14, en el que encuentra implícita una figura que parece representar a un trapecio isósceles, pero luego los cálculos señalaron que se trataba de un tronco de pirámide rectangular, ya que se sugiere la ecuación $v = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$ donde h es la altura y a y b los lados de la base superior e inferior respectivamente; sin embargo no se sabe cómo surge esta fórmula. Se cree estos problemas eran motivados por situaciones de la vida cotidiana (marea del Rio Nilo, agricultura, construcción de pirámides)
<b>Conceptos</b>	Tenían noción de Cantidad, igualdad de cantidades. Altura, largo, ancho y volumen de ciertas figuras geométricas: Paralelepípedos, prismas.
<b>Acciones</b>	Para el cálculo de las raíces de polinomios de grado uno y dos empleaban el método denominado “falsa posición” o “regula falsi”, aunque también se encontró evidencia del empleo de factorización y adición de fracciones como solución a alguno de los problemas planteados.
<b>Propiedades</b>	No se evidenciaron concretamente. Sin embargo estaban implícitamente aquellas propiedades alusivas al volumen de ciertos sólidos.
<b>Argumentos</b>	No se evidenció principio de generalización alguno, al parecer cada problema era tratado de manera particular.

## Referencias Bibliográficas

Boyer, C. (1986). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiats.pdf> [Consulta: 2009, Diciembre 12]

Morales, L. (2002). *Las matemáticas en el antiguo Egipto*. Apuntes de historia de las matemáticas, Vol. 1, nº 1, pp. 6-12. Universidad de Sonora, México. [Documento en línea] Disponible: <http://fractus.mat.uson.mx/~tedi/apuntes/> [Consulta: 2011, abril 01]

Ortega, I. (2002). *La historia que vivieron los matemáticos*. Universidad Nacional de General Sarmiento. Los Polvorines-Provincia de Buenos Aires, Argentina. [Documento en línea]. Disponible: <http://personales.ya.com/casanchi/did/historia.pdf> [Consulta: 2011, marzo 4]

Pastor, J. y Babini, j. (2000). *Historia de la matemática. Volumen 1*. España: Gedisa Editorial.

## Aporte Estudiantil

Durante el semestre 2-2010, en el curso de la asignatura Cálculo II de la Mención Matemática, administrada por el Departamento de Matemática y Física, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, fue propuesto para ser resuelto en la realización del Taller N° 3 como Ejercicio N° 8, la integral cuya solución se muestra a continuación. Esta corresponde a la presentación que hiciera el grupo integrado por los estudiantes: Francisco Sarmiento, C. I. N° 20587361; Yulieé Pineda, C. I. N° 18532453 y Jolimar Sánchez, C. I. N° 20083111 de la Sección 11. Lo interesante de esta respuesta, además de mostrar el buen manejo de artificios matemáticos, es la forma didáctica de desarrollarla. Por ello la publicamos.



FRANCISCO SARMIENTO YULIEÉ PINEDA JOLIMAR SANCHEZ

**Compruebe:** 
$$\int \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} dx = -\sqrt{9-x^2} + 6\text{ArcTg}\left(\sqrt{\frac{3+x}{3-x}}\right) + C$$

### Comprobando:

Resolviendo la integral: Al presentar el integrando la raíz de un cociente, se puede convertir en el cociente de raíces de índice igual dos con radicandos conjugados entre sí. Se inicia la resolución de la integral multiplicando numerador y denominador por la raíz conjugada del denominador.

$$\begin{aligned} I &= \int \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} dx = \int \frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}} dx = \int \frac{(\sqrt{3+x}) \cdot (\sqrt{3+x})}{(\sqrt{3-x}) \cdot (\sqrt{3+x})} dx = \int \frac{(\sqrt{3+x})^2}{\sqrt{3^2-x^2}} dx = \int \frac{3+x}{\sqrt{9-x^2}} dx = \\ &= \int \frac{3 dx}{\sqrt{9-x^2}} + \int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}} = (*) \\ &\quad (I_1) \quad (I_2) \end{aligned}$$

Resolviendo a  $I_1$ : Es de resolución inmediata. Se aplica la fórmula elemental  $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \text{ArcSen} \frac{u}{a} + C; a \neq 0$ .

Luego:

$$I_1 = \int \frac{3 dx}{\sqrt{9-x^2}} = 3 \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = 3 \cdot \text{ArcSen}\left(\frac{x}{3}\right) + C_1.$$

Resolviendo a  $I_2$ :

Cambio de variable en  $I_2$ :

$$u = 9-x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{du}{2}$$

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Aplicando el cambio:

$$I_2 = \int \frac{x \, dx}{\sqrt{9-x^2}} = \int \frac{-\frac{du}{2}}{\sqrt{u}} = -\frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{2}} \, du = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C_2 = -\sqrt{u} + C_2 = -\sqrt{9-x^2} + C_2.$$

Volviendo a (\*):

$$(*) = I = I_1 + I_2 = 3 \cdot \text{ArcSen} \left( \frac{x}{3} \right) - \sqrt{9-x^2} = -\sqrt{9-x^2} + 3 \cdot \text{ArcSen} \left( \frac{x}{3} \right) + C.$$

Aunque el resultado obtenido es correcto, no es el propuesto. La diferencia está en el  $3 \cdot \text{ArcSen} \left( \frac{x}{3} \right)$ , que proviene de la resolución de  $I_1$ .

Volviendo a la resolución de  $I_1$ , se debe considerar que para obtener la Arco tangente, esta integral debe ser de forma similar a:

$$I_1 = \int \frac{d \left( \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \right)}{a + \left( \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \right)^2}$$

Retomemos nuevamente la resolución de  $I_1$ , buscando transformar el radicando en una expresión similar a la considerada.

$$I_1 = \int \frac{3 \, dx}{\sqrt{9-x^2}} = 3 \int \frac{dx}{\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x}} =$$

Se factoriza el denominador de la fracción en el integrando.

$$= 3 \int \left[ \frac{1}{\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x}} \cdot \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{3-x}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\sqrt{3-x}}{(3-x) \cdot \sqrt{3+x}} \right] dx =$$

Se multiplica el numerador y el denominador por  $\sqrt{3-x}$ . Se realiza la simplificación procedente.

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{\sqrt{3-x}}{(3-x) \cdot \sqrt{3+x}} \cdot \frac{6}{3-x}}{\frac{6}{3-x}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6 \cdot \sqrt{3-x}}{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3+x}}}{\frac{6}{3-x}} \right] dx =$$

Se multiplica y se divide el integrando por  $\frac{6}{3-x}$ . Se realiza la simplificación procedente.

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{6 \cdot \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x}}}{\frac{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3+x}}{\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x}}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{\sqrt{3+x}}}{\frac{(3-x)^2}{\sqrt{3-x}}} \right] dx =$$

La fracción en el numerador del integrando, se multiplica y se divide por  $\frac{1}{\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x}}$ . Se realiza la simplificación procedente.

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3+x}}}{\frac{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3-x}}{6}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3+x}}}{\frac{1}{\sqrt{3-x}}} \right] dx =$$

Nuevamente se vuelve a multiplicar y a dividir la fracción en el numerador del integrando pero esta vez por  $\frac{1}{(3-x)^2}$ . Se realiza la simplificación procedente.

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{6 \cdot \sqrt{3+x}}{(3-x)^2 \cdot \sqrt{3+x}}}{\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2}}{\frac{\sqrt{3+x}}{6}} \right] dx =$$

El numerador de la fracción en el integrando es una fracción entre dos fracciones. Entonces, a cada uno de los numeradores de estas dos fracciones se les multiplica por  $\sqrt{3+x}$ . Se realiza la simplificación procedente. También se aplica la propiedad de la radicación "cociente de raíces de igual índice".

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2}}{\frac{\sqrt{3+x}}{(3-x) + (3+x)}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2}}{\frac{\sqrt{3+x}}{\frac{3-x}{3-x} + \frac{3+x}{3-x}}} \right] dx = 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2}}{\frac{\sqrt{3+x}}{1 + \frac{3+x}{3-x}}} \right] dx =$$

En la fracción que conforma el denominador del integrando se aplica el artificio matemático  $6 = (3-x) + (3+x)$  para poder separarla en dos fracciones con igual denominador. Se realiza la simplificación procedente.

$$= 3 \int \left[ \frac{\frac{6}{(3-x)^2}}{\frac{\sqrt{3+x}}{1 + \left(\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}\right)^2}} \right] dx = 18 \int \left[ \frac{\frac{dx}{\sqrt{3+x} \cdot (3-x)^2}}{1 + \left(\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}\right)^2} \right] dx = (**)$$

En la fracción que conforma el numerador de la fracción del integrando, se aplica la división de números racionales. En el denominador de la fracción del integrando se aplica el siguiente artificio matemático  $\frac{3+x}{3-x} = \left(\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}\right)^2$ .

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Cambio de variable:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} = \left(\frac{3+x}{3-x}\right)^{\frac{1}{2}} \\ du = \frac{1}{2} \left(\frac{3+x}{3-x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{3-x+3+x}{(3-x)^2} dx = \frac{6}{2 \cdot \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot (3-x)^2} dx = \frac{3}{\sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot (3-x)^2} dx \Rightarrow \frac{du}{3} = \frac{dx}{\sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot (3-x)^2} \end{array} \right.$$

Volviendo a (\*\*), para aplicar el cambio:

$$(**) = I_1 = 18 \int \frac{\frac{du}{3}}{1+u^2} = 6 \int \frac{du}{1+u^2} = 6 \text{ArcTg} u + C_1$$

Devolviendo el cambio:

$$I_1 = 6 \text{ArcTg} \left( \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \right) + C_1$$

Luego, volviendo a (\*):

$$(*) = I = -\sqrt{9-x^2} + 6 \cdot \text{ArcTg} \left( \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \right) + C$$

L. Q. Q. C. (LO QUE QUERÍAMOS COMPROBAR)

# FÍSICOS NOTABLES

## Julius Oppenheimer

*El Padre de la Bomba Atómica*

**Nació el 22 de abril de 1904 en Nueva York; y falleció el 18 de febrero de 1967 en Princeton, Nueva Jersey, ambas fechas en Estados Unidos.**

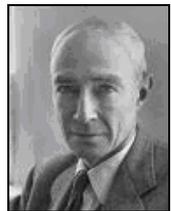
**JULIUS ROBERT OPPENHEIMER.** Físico. Hijo de un inmigrante alemán que se enriqueció con la importación de productos textiles, se graduó en la Universidad de Harvard en 1925. Luego se trasladó al Reino Unido para investigar en el Laboratorio Cavendish, dirigido por Ernest Rutherford.

Invitado por Max Born a la Universidad de Gotinga, donde se doctoró en 1927, allí conoció a otros físicos eminentes como Niels Bohr o Paul Dirac. Tras una corta visita a las universidades de Leiden y Zurich, regresó a Estados Unidos para impartir clases de física en la Universidad de Berkeley y en el Instituto de Tecnología de California.

En un principio centró su atención en los procesos energéticos de las partículas subatómicas, incluidos los electrones, positrones y rayos cósmicos. Pronto se involucró en asuntos políticos, preocupado por el auge del nazismo en Alemania. En 1936 se mostró partidario del bando republicano tras el estallido de la guerra civil española.

Al heredar la fortuna de su padre, fallecido en 1937, no desaprovechó ninguna oportunidad de subvencionar diversas organizaciones antifascistas. Decepcionado por el comportamiento dispensado a los científicos por la dictadura estalinista, terminó por desligarse de las asociaciones comunistas a las que estuvo vinculado.

En 1939, Albert Einstein y Leo Szilard advirtieron acerca de la terrible amenaza que había supuesto para la humanidad la posibilidad de que el régimen nazi fuera el primero en disponer de una bomba atómica. Oppenheimer empezó entonces a investigar tenazmente sobre el proceso de obtención de uranio-235 a partir de mineral de uranio natural, a la vez que determinaba la masa crítica de uranio requerida para la puesta a punto de la bomba.



**JULIUS OPPENHEIMER**  
(\*1904-†1967)

**Julius Robert Oppenheimer.** Físico. Director científico del proyecto Manhattan, esfuerzo estadounidense durante la Segunda Guerra Mundial para ser de los primeros en desarrollar la primera arma nuclear en el Laboratorio Nacional de Los Álamos, en Nuevo México, Estados Unidos.

Conocido coloquialmente como "El padre de la bomba atómica" pese a que comparte ese mérito con su principal mentor, Enrico Fermi, Oppenheimer expresó su pesar por el fallecimiento de víctimas inocentes cuando las bombas nucleares fueron lanzadas contra los japoneses en Hiroshima y Nagasaki. Al terminar la guerra, fue el jefe consultor de la recién creada Comisión de Energía Atómica y utilizó esa posición para apoyar el control internacional de armas atómicas y para oponerse a la carrera armamentista nuclear entre los Estados Unidos y la Unión Soviética. Sus actitudes frecuentemente provocaron la ira de los políticos hasta el punto que en 1954 se le despojó de su nivel de seguridad, perdiendo el acceso a los documentos militares secretos de su país. Poco a poco, su capacidad de influir fue disminuyendo, pero continuó dando charlas y trabajando en física. Diez años más tarde, el Presidente de los Estados Unidos, Lyndon B. Johnson lo condecoró con el Premio Enrico Fermi en un intento de rehabilitarlo políticamente.

### Estudios

Oppenheimer, hijo de Julius S. Oppenheimer, adinerado importador textil, emigrado de Alemania hacia los Estados Unidos en 1888 y de Ella Friedman, artista. Estudió en el Ethical Culture Society School. Los Oppenheimer eran descendientes de judíos pero no eran practicantes. Durante toda su vida fue un estudiante muy versátil, con buena aptitud tanto para las ciencias como para las artes. Entró en la Universidad Harvard con un año de retraso debido a un ataque de colitis. Durante ese año, viajó con un profesor de literatura ya jubilado para recuperarse en Nuevo México. Regresó bien recuperado compensando su retraso de un año graduándose Summa Cum Laude en sólo tres años en Química.

Durante sus estudios en Harvard, Oppenheimer se interesó dentro la física experimental en la asignatura de termodinámica dictada por el profesor Percy Bridgman, y como para la época no había en los Estados Unidos centros de física experimental de clase mundial, se le sugirió continuar sus estudios en Europa. Fue aceptado como estudiante de postgrado en el famoso Laboratorio Cavendish de Ernest Rutherford. La poca destreza de Oppenheimer en el laboratorio lo hizo comprender que su fuerte era la física teórica, no la experimental. En 1926 partió hacia la Universidad de Gotinga para estudiar bajo la supervisión de Max Born. Gotinga era entonces uno de los principales centros en física teórica en Europa, y Oppenheimer hizo amistad allí con otros estudiantes famosos como Paul Dirac y a la edad de 22 años, obtuvo su doctorado. Oppenheimer era conocido por ser un estudiante que aprendía muy rápidamente.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

### **El proyecto Manhattan.**

El Proyecto Manhattan era el nombre en clave de un proyecto de investigación llevado a cabo durante la Segunda Guerra Mundial por los Estados Unidos con ayuda parcial del Reino Unido y Canadá. El objetivo final del proyecto era el desarrollo de la primera bomba atómica. La investigación científica fue dirigida por Oppenheimer mientras que la seguridad y las operaciones militares corrían a cargo del general Leslie R. Groves. El proyecto se llevó a cabo en numerosos centros de investigación siendo el más importante de ellos el Distrito de Ingeniería Manhattan situado en el conocido hoy en día como Laboratorio Nacional Los Álamos.

El proyecto agrupó a una gran cantidad de eminencias científicas en física, química y ciencias informáticas. Dado que tras los experimentos en Alemania previos a la guerra se sabía que la fusión del átomo era posible y de que los nazis estaban ya trabajando en su propio programa nuclear, no costó reunir a todas aquellas mentes brillantes que eran también pacifistas e izquierdistas en su mayoría. Exiliados judíos muchos de ellos, hicieron causa común de la lucha contra el fascismo aportando su grano de arena a la causa: conseguir la bomba antes que los alemanes.

El primer ensayo atómico exitoso ocurrió en el desierto de Alamogordo, en Nuevo México. El artefacto se llamó Trinity y se trataba de una bomba-A de plutonio del mismo tipo que Fat Man que sería lanzada sobre Nagasaki días después. En la actualidad este lugar está marcado por un monolito cónico negro de silicio resultado de la fusión de la arena bajo el efecto del calor provocado por la explosión.

En la carrera por la bomba nuclear, los alemanes tenían el Proyecto Uranio y los soviéticos la Operación Borodino.

### **Enseñanza.**

En Gotinga, Oppenheimer publicó muchas contribuciones importantes a la entonces recién desarrollada mecánica cuántica, particularmente, un artículo muy conocido sobre la llamada Aproximación de Born-Oppenheimer, que separa el movimiento nuclear del movimiento electrónico en el tratamiento matemático de las moléculas. En septiembre de 1927, regresó a Harvard como joven experto en física matemática y miembro del Consejo de Investigación Nacional estadounidense, y desde principios de 1928 fue profesor en el Instituto Tecnológico de California. Estando allí, recibió múltiples ofertas de diversas Universidades y aceptó un puesto de profesor asistente en física en la Universidad Berkeley de California, compatible con su puesto en el instituto tecnológico. Según sus palabras, Berkeley "era un desierto," y paradójicamente un lugar sembrado de oportunidades. Cada primavera, Oppenheimer enseñaba en instituto tecnológico para mantenerse al día con la investigación en su área. Oppenheimer entabló amistad con Linus Pauling y habían planeado trabajar juntos en investigación, pero esto nunca se concretó.

Antes de comenzar a dar clases en Berkeley, Oppenheimer sufrió de tuberculosis, y debió pasar algunas semanas en un rancho en Nuevo México junto con su hermano. Más adelante adquiriría ese rancho y solía decir que la física y el campo desértico eran sus dos grandes amores; amores que se combinaron más adelante al escoger el sitio de Los Álamos para las instalaciones del proyecto de la bomba. Luego de un período de recuperación, regresó a Berkeley, donde dirigió a toda una generación de físicos que lo admiraban por su altura intelectual y sus amplios intereses. El Premio Nobel de Física, Hans Bethe, más adelante diría sobre él:

*Probablemente el ingrediente más importante que Oppenheimer agregaba a sus clases era su gusto exquisito. Siempre sabía cuales eran los problemas importantes, como se observa en su selección de temas. Realmente vivía esos problemas, buscando una solución y comunicando su preocupación al grupo.*

Oppenheimer fue amigo y trabajó estrechamente con el físico experimental Ernest O. Lawrence y su grupo pionero en trabajos con el ciclotrón, ayudando a comprender los nuevos datos experimentales que producían con sus equipos en el Laboratorio de Radiación.

### **California.**

A Oppenheimer se le atribuye el haber fundado la escuela estadounidense de física teórica; era reputado por su eclecticismo, su interés por los idiomas, la filosofía oriental y la elocuencia y claridad con la cual pensaba. Pero tuvo también una vida turbulenta, y sufrió períodos de depresión. Una vez escribió a su hermano: *Necesito más la física que los amigos.* Era un hombre alto, delgado, fumador continuo, que a veces olvidaba comer durante sus períodos de concentración individual. Algunos de sus amigos pensaban que Oppenheimer tenía tendencias auto destructivas y en varias ocasiones sus colegas se preocuparon por su melancolía e inseguridad. Siendo estudiante en Cambridge, una vez viajó en vacaciones a París para encontrarse con su amigo Francis Ferguson y mientras le narraba su frustración con la física experimental repentinamente se le acercó y trató de estrangularlo. Ferguson lo detuvo con facilidad, pero el incidente dejó convencido a Ferguson de sus profundos problemas psicológicos. Oppenheimer desarrolló numerosas afecciones, probablemente en un intento de convencer a su entorno y posiblemente a sí mismo de su propia importancia. Tenía un fuerte poder de convencimiento en su trato personal, pero de gran timidez en público. Sus colegas tendían a dividirse en dos campos: Aquellos que admiraban su genialidad y aquellos que veían en sus actos posturas pretenciosas e inseguras. Sus estudiantes están casi todos en el primer grupo, generalmente adoptando sin darse cuenta gestos y hasta la forma de caminar y hablar.

Oppenheimer realizó investigaciones importantes en astrofísica, física nuclear, espectroscopía y teoría cuántica de campos. Su contribución más conocida, realizada como estudiante de post-grado, es la aproximación de Born-Oppenheimer ya mencionada. También realizó contribuciones importantes en la teoría de la lluvia de rayos cósmicos y realizó trabajos que condujeron más adelante a descripciones del efecto de túnel cuántico.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

A finales de la década de 1930, fue el primero en escribir trabajos que sugerían la existencia de lo que hoy se llaman agujeros negros. En 1930 escribió un trabajo que esencialmente predecía la existencia del positrón (que había sido postulado por Paul Dirac), una formulación que sin embargo no llevó hasta el final debido a su escepticismo sobre la validez de la ecuación de Dirac. Aún para los expertos, los trabajos de Oppenheimer fueron considerados difíciles de entender. Oppenheimer era aficionado de utilizar técnicas matemáticas elegantes pero extremadamente complicadas para demostrar principios físicos. En algunos casos se le han encontrado algunos errores matemáticos, probablemente debido a la precipitación.

Muchos han pensado que los descubrimientos de Oppenheimer no están a la altura de sus habilidades y talentos. Lo consideran un físico excepcional, pero no lo ubican entre los más grandes, aquellos que han amoldado las fronteras del conocimiento. Una posible razón para ello fue sus intereses muy variados, que le impidieron enfocarse completamente en algún tópico individual por suficiente tiempo como para producir avances más importantes. Su colega y confidente Isidor Rabi dio más tarde la siguiente interpretación:

*«Oppenheimer tuvo una muy completa formación en aquellos campos que caen fuera de la tradición científica, como su interés en la religión, particularmente en la religión Hindu, que se transformó en una especie de sentimiento de misterio que lo rodeaba. Veía la física con claridad, mirando lo que ya se había logrado, pero en el límite tendía a sentir que había mucho más de misterio de lo que realmente había... se alejó de los métodos fuertes y crudos de la física teórica en dirección hacia un sentimiento místico de amplia intuición».*

A pesar de esto, muchos (entre ellos el físico Luis Álvarez) han sugerido que si Oppenheimer hubiera vivido lo suficiente como para ver sus predicciones sustentadas por experimentos, hubiera ganado un Premio Nobel por su trabajo en el colapso gravitacional, relacionado con las estrellas de neutrones y los agujeros negros.

### **Posiciones políticas.**

Durante la década de 1920, Oppenheimer se mantuvo alejado de los acontecimientos del mundo. En algún momento afirmó no haberse enterado de la crisis financiera de 1929 sino al tiempo (Oppenheimer en lo personal no tenía muchas preocupaciones financieras debido a su herencia familiar). Fue solamente al relacionarse con Jean Tatlock, hija de un profesor del literatura de Berkeley, en 1936, que se interesó en la política. Al igual que muchos intelectuales de la década de 1930 apoyó las ideas comunistas y, gracias a su capital heredado (más de 300.000 dólares, cantidad enorme en la época), podía financiar muchos esfuerzos políticos de izquierda. La mayoría de estos aportes estuvieron dedicados a financiar recolecciones de fondos a favor de los republicanos en la Guerra Civil Española y otras actividades anti-Fascistas. Nunca se inscribió oficialmente en el Partido Comunista de los Estados Unidos (su hermano Frank sí lo hizo, en contra de la opinión de Robert), aunque historiadores como Gregg Herken afirman haber encontrado evidencias de que Oppenheimer tuvo relaciones con el partido comunista en las décadas de 1930 y 1940. En noviembre de 1940, se casó con Katherine Puening Harrison, una estudiante radical de Berkeley, y en mayo de 1941 tuvieron a Peter, su primer hijo.

### **El Proyecto Manhattan. Los Álamos.**

Cuando empezó la Segunda Guerra Mundial, Oppenheimer se involucró fuertemente en los esfuerzos para desarrollar una bomba atómica que ya ocupaba mucho del tiempo y equipamiento del Laboratorio de Radiación de Ernest Lawrence, en Berkeley. En 1941, Lawrence, Vannevar Bush, Arthur Compton y James Conant intentaban que el Comité Uranio establecido por el presidente Franklin Delano Roosevelt en 1939, les asignara el proyecto de la bomba, porque opinaban que avanzaba con demasiada lentitud. Invitaron a Oppenheimer para que asumiera el trabajo de cálculo sobre los neutrones, tarea a la que se avocó con pleno vigor, renunciando a lo que llamó sus «vagabundeos izquierdistas» para dedicarse a sus deberes (aunque todavía tenía muchos amigos y estudiantes bien radicales). Cuando el ejército de EE.UU. recibió la jurisdicción sobre el esfuerzo de la bomba, ahora bautizado el Proyecto Manhattan, el director del proyecto, General Leslie R. Groves, quien había terminado recientemente la dirección de la construcción del Pentágono, nombró a Oppenheimer director científico del proyecto, una acción que produjo sorpresa a muchos. Groves conocía los problemas potenciales de seguridad ligados a Oppenheimer, pero lo consideró como el mejor hombre para dirigir un equipo diverso de científicos y que no estaría afectado por sus tendencias políticas anteriores.

Una de las primeras acciones de Oppenheimer fue albergar una escuela de verano sobre la teoría de las bombas en las instalaciones del proyecto en Berkeley, reuniendo físicos europeos y sus propios estudiantes. Este grupo que incluía a Robert Serber, Emil Konopinski, Felix Bloch, Hans Bethe, y Edward Teller, se ocuparon de calcular qué hacía falta hacer, y en qué orden, para construir la bomba. Cuando Teller expuso la remota posibilidad que la bomba generaría calor suficiente para encender la atmósfera, (un evento que pronto demostró Bethe que era imposible), Oppenheimer estuvo tan preocupado por esa posibilidad que se reunió con Arthur Compton en Michigan para discutirla. Al mismo tiempo, las investigaciones del proyecto se adelantaban en muchas universidades y en muchos laboratorios por todo el país, planteando problemas tanto para la seguridad como para la cohesión del proyecto. Oppenheimer y Groves decidieron que necesitaban un laboratorio centralizado y secreto. Buscando un sitio, Oppenheimer propuso una región de Nuevo México no muy lejos de su rancho. En una meseta cerca de Santa Fe, la capital de Nuevo México, se construyó rápidamente el laboratorio de Los Álamos, un grupo banal de cuarteles rodeados de lodo. Ahí consiguió Oppenheimer reunir un grupo de los más brillantes físicos de la época, incluyendo a Enrico Fermi, Richard Feynman, Robert R. Wilson, y Víctor Weisskopf así como Bethe y Teller. Allí nació la segunda hija de Oppenheimer, Katherine (llamada Toni), en 1944.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

A Oppenheimer se le reconocía su dominio de todos los aspectos científicos del proyecto y sus esfuerzos para manejar los conflictos de cultura inevitables entre científicos y militares. Fue la imagen del proyecto para sus colegas científicos y ejerció su papel de director con gran prestancia. Victor Weisskopf lo expresó así:

*No dirigió desde la oficina central. Estaba presente intelectual y hasta físicamente en cada paso decisivo. Estaba presente en el laboratorio o en las salas de seminario, cuando se medía un nuevo efecto, cuando se concebía una nueva idea. No era tanto por las ideas que aportaba algunas veces, sino que su influencia principal venía de algo más. Fue su presencia continua e intensa, que produjo en todos nosotros un sentido de participación directa; creó aquella atmósfera única de entusiasmo y desafío que impregnó el lugar durante todo su período.*

Se organizó un gran revuelo, rápidamente silenciado por las autoridades militares, cuando en 1947, en una entrevista sobre su trabajo, a la pregunta de porqué no se había probado la bomba de Uranio (como la de Hiroshima) previamente (la del desierto de Los Álamos fue de Plutonio, gracias a los disparadores de Von Ardenne capturados en un submarino alemán), este contestó "No había nada que probar, los alemanes ya lo habían hecho antes, solo teníamos que usarla y ya está".

Mientras tanto, a Oppenheimer lo investigaban el FBI y el departamento de seguridad interna del Proyecto Manhattan por sus anteriores asociaciones izquierdistas. También lo siguió un agente del FBI durante un viaje inesperado a California en 1943 para encontrar a su ex-pareja, Jean Tatlock. En agosto de 1943, Oppenheimer les comunicó a agentes de seguridad del Proyecto que uno de sus amigos con contactos comunistas, había solicitado secretos nucleares a tres de sus alumnos. Presionado acerca del asunto en reuniones posteriores con el General Groves y agentes de seguridad, identificó al amigo como Haakon Chevalier, profesor en Berkeley de literatura francesa. A Oppenheimer le pedirían declaraciones relacionadas con el «incidente Chevalier» y muchas veces prestó declaraciones contradictorias y equívocas, diciéndole a Groves que Chevalier se había puesto en contacto con sólo una persona, y que dicha persona fue su hermano, Frank. Pero Groves, consciente de la importancia de Oppenheimer para las metas de los aliados, no lo podía retirar del proyecto a pesar de este comportamiento sospechoso.

### **Trinity.**

El trabajo colectivo de los científicos en Los Álamos tuvo su primer éxito en la primera explosión nuclear cerca del pueblo de Alamogordo, Nuevo México el día 16 de julio de 1945. A la prueba Oppenheimer le nombró *Trinity* (Trinidad); más tarde explicó que se basó en un verso del poeta John Donne (1572–1631). Según el historiador Gregg Herken, es posible que este nombre fuera una alusión a Jean Tatlock, quien le hizo consciente de Donne cuando eran parejas en los años 1930. Tatlock se había suicidado unos meses antes, para la consternación de Oppenheimer. Después recordó que mientras presenciaba la explosión, pensó en un verso de un texto hindú, la Bhagavad-Guitá:

*Si el esplendor de un millar de soles brillase al unísono en el cielo, sería como el esplendor de la creación...*

Sin embargo, otro verso que recordó se le atascó en la mente:

"Ahora me he convertido en La Muerte, Destructora de Mundos".

Según su hermano, al momento exclamó simplemente: *It worked* (Funcionó). La noticia de la prueba exitosa fue comunicada con urgencia al presidente Harry S. Truman, a quien esta información le podía servir para afianzar su posición en la Conferencia Potsdam, sobre el futuro de la Europa de la posguerra, que pronto tendría lugar.

### **Japón.**

Una vez desarrollada el arma, y contando con el material incautado en Alemania los científicos administradores no estaban de acuerdo en cuanto a si usarla y cómo hacerlo. Inicialmente, Lawrence se opuso al uso de la bomba en contra de personas vivas, argumentando que una mera demostración bastaría para convencer al gobierno japonés que sería inútil continuar la guerra. Oppenheimer y muchos de los consejeros militares discrepaban fuertemente en cuanto a esta evaluación. Oppenheimer temía que si se anunciase donde podía ocurrir tal demostración, el enemigo pudiera trasladar a la región a los prisioneros de guerra o a otros escudos humanos. Según otros físicos, incluyendo a Teller y a Leó Szilárd, el usar el arma en un área civil sería una atrocidad. Se hizo circular una petición en los laboratorios de Los Álamos y Oak Ridge rogando que no se usara la bomba por inhumano e innecesaria. Oppenheimer se opuso a la petición y advirtió a Szilard y Teller que no debían entorpecer el proyecto. De todos modos, no queda claro cuánto le importaron al gobierno y a las fuerzas armadas estadounidenses las opiniones de los científicos sobre el arma que habían creado.

El 6 de agosto de 1945, la bomba de uranio *Little Boy* (*muchachito*) fue lanzada sobre la ciudad de Hiroshima, Japón. Tres días después, la bomba de plutonio *Fat Man* (*hombre gordo*) se lanzó sobre Nagasaki. Las bombas mataron a centenares de miles de civiles instantáneamente y a muchos más en los días y meses siguientes.

Al orgullo que sintió Oppenheimer después de la exitosa prueba *Trinity* pronto lo reemplazó el sentimiento de culpabilidad y horror, aunque nunca dijo que se arrepintió de hacer el arma. Durante su única visita a Japón después de la guerra, en 1960, un periodista le preguntó si sintió algún remordimiento por desarrollar la bomba. Bromeó Oppenheimer: "No es que no me sienta mal, sólo es que no me siento peor hoy de lo que me sentía ayer".

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

---

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

### **Actividades de posguerra.**

Repentinamente, Oppenheimer se convirtió en portavoz nacional por la ciencia y emblema de un nuevo tipo de poder tecnocrático. La física nuclear se hizo una fuerza grande mientras todos los gobiernos del mundo empezaron a darse cuenta del poder estratégico y político asociado a las armas nucleares y sus horribles consecuencias. Como muchos científicos de su generación, opinó que la seguridad de las bombas nucleares vendría sólo de algún tipo de organismo transnacional (como la recién creada Organización de las Naciones Unidas) que pudiera iniciar un programa para parar una carrera de armamentos nucleares.

### **Comisión de Energía Atómica.**

En cuanto se creó la Comisión de Energía Atómica de EE.UU, en 1946 como una agencia civil controlando las investigaciones y armas nucleares, Oppenheimer fue nombrado presidente de su Comité Asesor General y dimitió de su cargo como Director de Los Álamos. Desde ese puesto dio consejos sobre varios asuntos nucleares, incluyendo el patrocinio de los proyectos, la construcción de los laboratorios, e incluso la política internacional, aunque no siempre se pusieron en práctica los consejos del Comité Asesor General. El Plan Baruch de 1946, que exigió la internacionalización de la energía atómica, provino en parte de las opiniones de Oppenheimer, aunque para su consternación incluyó muchos elementos adicionales que mostraron claramente que su meta fue simplemente impedir a la Unión Soviética conseguir una bomba propia, en vez de fomentar un duradero mecanismo internacional de control. La Unión Soviética rechazó el plan, sin sorprender a los observadores, y Oppenheimer se dio cuenta de que una carrera de armamentos era inevitable debido a la desconfianza entre los EE. UU y la URSS.

En 1947 salió de Berkeley por problemas con la administración durante la guerra, según dijo, y se hizo el director del Institute for Advanced Study (Instituto para el Estudio Avanzado) en Princeton, Nueva Jersey. Más tarde tuvo el antiguo puesto de Albert Einstein de alto profesor de la física teórica.

Mientras todavía era presidente del GAC, Oppenheimer presionó con vigor para el control internacional de armamentos y para el patrocinio de la ciencia fundamental, e intentó influir en la política contra una carrera de armamentos acalorada. Cuando el gobierno debatía sobre realizar un programa intensivo para desarrollar un arma basada en la fusión nuclear -la bomba termonuclear- Oppenheimer al principio recomendó que no, aunque había favorecido desarrollar un arma así en los primeros días del Proyecto Manhattan. En parte lo impulsaron las razones éticas, creyendo que tal arma se podía usar solamente contra los civiles, causando millones de muertos. Pero también lo impulsaron razones prácticas. Como a la época no existía ningún diseño factible de una bomba termonuclear, Oppenheimer opinaba que sería mejor gastar los recursos creando una gran fuerza de armas de fisión. A pesar de su consejo, el presidente Harry Truman anunció un programa intensivo después que la Unión Soviética probó su primera bomba atómica en 1949. Oppenheimer y otros colegas del GAC adversarios del proyecto, sobre todo James Conant, se sintieron rechazados personalmente y consideraron retirarse del comité. Se quedaron, aunque sus opiniones sobre la bomba termonuclear se conocieron bien.

En 1951, sin embargo, Edward Teller y el matemático Stanislaw Ulam desarrollaron lo que se bautizaría la configuración Teller-Ulam para una bomba termonuclear. Este nuevo diseño pareció factible, y Oppenheimer cambió de opinión sobre desarrollar el arma. Como dijo después:

*El programa que teníamos en 1949 fue una cosa horrenda de la que bien se podía argüir que no tenía demasiado sentido técnico. Por eso fue posible argüir que no se quería hasta si lo podía tener. El programa en 1951 fue técnicamente tan atractivo que no se podía discutir eso. Las cuestiones ya fueron sólo las militares, las políticas, y los problemas humanitarios de qué se iba a hacer con él una vez que se consiguiera.*

La primera bomba termonuclear de verdad, nombrada *Ivy Mike*, se probó en 1952 y produjo 10.4 megatones, una fuerza 650 veces más grande que la de las armas desarrolladas por Oppenheimer durante la Segunda Guerra Mundial.

### **Auditoría de seguridad.**

En su papel como consejero político, Oppenheimer se ganó muchos enemigos. El FBI dirigido por J. Edgar Hoover había estado siguiendo sus actividades desde antes de la guerra, cuando mostró simpatías comunistas como profesor radical. Estaban deseando proporcionar a los enemigos políticos y profesionales de Oppenheimer pruebas incriminatorias sobre vínculos comunistas.

Entre estos enemigos estaba incluido Lewis Strauss, un comisionado de la AEC que por mucho tiempo había albergado resentimiento contra Oppenheimer, tanto por su actividad contra la bomba de hidrógeno como por haberle humillado ante el Congreso algunos años antes.

---

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Strauss y el senador Brien McMahon, autor en 1946 de la Ley de Energía Atómica, secundados por Edward Teller, el formulador de la acusación, impulsaron al presidente Eisenhower a revocar la credencial de seguridad de Oppenheimer. Esto llegó tras la controversia sobre si algunos de los alumnos de Oppenheimer, incluyendo a David Bohm, Joseph Weinberg y Bernard Peters, habían sido comunistas en la época en que habían trabajado con él en Berkeley. El hermano de Oppenheimer, Frank Oppenheimer, fue obligado a testificar ante el Comité de Actividades Anti-Americanas, donde admitió haber sido miembro del Partido Comunista en los 30, pero rechazó dar los nombres de otros miembros. A consecuencia de esto Frank fue despedido de su puesto universitario, y al no poder encontrar trabajo en el campo de la física, terminó como ranchero en Colorado.

En 1953, Oppenheimer fue acusado de ser un riesgo para la seguridad y el presidente Eisenhower le pidió su renuncia. Oppenheimer se negó y solicitó una auditoría para evaluar su lealtad, y que mientras tanto su credencial de seguridad quedara en suspenso. Las comparecencias públicas que siguieron se centraron en los pasados vínculos comunistas de Oppenheimer y en su asociación durante el Proyecto Manhattan con científicos sospechosos de desleales o comunistas. Uno de los elementos clave en este proceso fue el testimonio anterior de Oppenheimer sobre su amigo Haakon Chevalier, que él mismo confesó haber fabricado. De hecho, Oppenheimer nunca había hablado sobre ello a Chevalier, y el testimonio había llevado a Chevalier a perder su empleo. Edward Teller, con el cual Oppenheimer había estado en desacuerdo sobre la bomba de hidrógeno, testificó contra él, provocando las iras de la comunidad científica y la práctica expulsión de Teller de la ciencia académica. Muchos importantes científicos, así como destacadas figuras del gobierno y de las fuerzas armadas, testificaron a favor de Oppenheimer. Las incoherencias de su testimonio y su comportamiento errático en sus comparecencias convencieron a algunos de que no era de confianza y representaba un posible riesgo para la seguridad. La credencial de seguridad de Oppenheimer fue revocada.

Durante su comparecencia, Oppenheimer testificó de buena gana sobre el comportamiento izquierdista de muchos de sus colegas científicos. El historiador Richard Polenberg ha especulado que si la credencial de Oppenheimer no hubiera sido anulada (de todos modos hubiera caducado en cosa de unos días), hubiera sido recordado como uno que "dio nombres" para salvar su reputación, un "chivato". Tal como sucedió, Oppenheimer fue visto por la mayor parte de la comunidad científica como un mártir del McCarthismo, un liberal ecléctico que fue injustamente atacado por enemigos belicistas, símbolo de la sustitución de la creatividad científica académica por el militarismo.

#### **Instituto de Estudio Avanzado.**

Privado de poder político, Oppenheimer continuó dando clases, escribiendo y trabajando en la física. Recorrió Europa y Japón, dando charlas sobre la historia de la ciencia, el papel de la ciencia en la sociedad, y la naturaleza del universo. En 1963, a instancias de muchos de los amigos políticos de Oppenheimer que habían alcanzado poder, el presidente John F. Kennedy concedió a Oppenheimer el Premio Enrico Fermi como un gesto de rehabilitación política. Edward Teller, ganador del premio el año anterior, también había recomendado que lo recibiera Oppenheimer. Poco más de una semana después del asesinato de Kennedy, su sucesor, el presidente Lyndon Johnson, entregó el premio a Oppenheimer, "por contribuciones a la física teórica como profesor y originador de ideas, y por el liderazgo del laboratorio de Los Alamos y del programa de energía atómica durante años críticos". Oppenheimer dijo a Johnson: "Pienso que es posible, señor presidente, que haya necesitado de cierta caridad y cierto coraje para conceder este premio hoy. Ello podría significar un buen augurio para el porvenir de todos". La rehabilitación implicada por el premio era sólo simbólica, pues Oppenheimer siguió careciendo de credencial de seguridad, y no iba a tener efectos en la política oficial, pero el premio vino con una dotación de 50.000 dólares.

En sus últimos años Oppenheimer continuó su trabajo en el Instituto de Estudio Avanzado, reuniendo intelectuales a la altura de sus capacidades y de varias disciplinas para resolver las preguntas más pertinentes de la época actual. Sus conferencias en Estados Unidos, Europa y Canadá fueron publicadas en muchos libros. A pesar de todo, pensó que el esfuerzo tuvo un efecto mínimo en la política real.

#### **Últimos años.**

Se dice que después de la auditoría de seguridad de 1954 Oppenheimer fue "como un animal herido", y empezó a retirarse a una vida más sencilla. En 1957, adquirió un terreno en playa Gibney, en la isla de Saint John, en las Islas Vírgenes de los Estados Unidos. Construyó una residencia vacacional sencilla, donde pasaría las vacaciones, usualmente varios meses por vez, con su esposa Kitty. Oppenheimer también pasaría bastante tiempo navegando con su esposa. A su muerte, la propiedad fue heredada por su hija Toni, quien la legó "al pueblo de St. John como parque público y área recreativa". En la actualidad, el gobierno de las Islas Vírgenes ha creado un centro comunitario allí, que puede ser arrendado. La playa es conocida coloquialmente hasta hoy como "Playa Oppenheimer".

Robert Oppenheimer falleció por cáncer de garganta en 1967. A su funeral asistieron muchos de sus asociados científicos, políticos y militares. Sus cenizas fueron esparcidas en las Islas Vírgenes de los Estados Unidos.



#### **FUENTES:**



Biografías  
y Vidas

Google

## GALERÍA

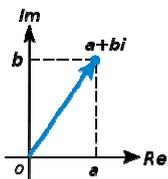


**JEAN-ROBERT ARGAND**  
(\*1768-†1822)

*Jean-Robert Argand* nació en Ginebra, Suiza, el 18 de julio de 1768 y falleció en París, Francia, 18 de julio de 1768.

Describió en 1806 la representación geométrica de los números complejos, creando lo que se conoce como *plano de Argand*.

### Plano complejo.



Un número puede ser visualmente representado por un par de números formando un vector en un diagrama llamado diagrama de Argand.

El plano complejo a veces recibe el nombre de plano de Argand a causa de su uso en diagramas de Argand. Su creación se atribuye a Jean-Robert Argand, aunque fue inicialmente descrito por el encuestador y matemático Noruego-danés Caspar Wessel.

El concepto de plano complejo permite interpretar geoméricamente los números complejos. La suma de números complejos se puede relacionar con la suma con vectores, y la multiplicación de números complejos puede expresarse simplemente usando coordenadas polares, donde la magnitud del producto es el producto de las magnitudes de los términos, y el ángulo contado desde el eje real del producto es la suma de los ángulos de los términos.

Los diagramas de Argand se usan frecuentemente para mostrar las posiciones de los polos y los ceros de una función en el plano complejo.

El análisis complejo, la teoría de las funciones complejas, es una de las áreas más ricas de la matemática, que encuentra aplicación en muchas otras áreas de la matemática así como en física, electrónica y muchos otros campos.

### Uso del plano complejo en teoría de control.

En teoría de control, uno de los usos del plano complejo se conoce como el 'plano s'. Se usa para visualizar las raíces de la ecuación describiendo la conducta de un sistema (la ecuación característica) gráficamente. La ecuación se expresa normalmente como un polinomio de parámetro 's' de la transformada de Laplace, y de ahí el nombre de plano 's'.

Además, otro uso del plano 's' es el criterio de estabilidad de Nyquist, que es un principio geométrico que permite determinar la estabilidad de un sistema de control mediante la inspección del diagrama de Nyquist de la respuesta de fase de la función de transferencia en el plano complejo.

El plano z es una versión de tiempo discreto del plano s, donde se usa la transformada z en lugar de la de Laplace.

Obtenido de "[http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Robert\\_Argand](http://es.wikipedia.org/wiki/Jean-Robert_Argand)".



**CASPAR WESSEL**  
(\*1745-†1818)

*Caspar Wessel*, matemático nacido el 8 de junio de 1745 en Vestby (cerca de Drøbak), Noruega; y fallecido el 25 de marzo de 1818 en Copenhague, Dinamarca.

Jonas Wessel, su padre, y su abuelo fueron ministros en la iglesia. Su madre, Marie Helene tuvo catorce hijos, de los cuales Caspar fue el sexto.

Caspar fue a la escuela de la catedral de Christiania (ahora Oslo) junto con dos de sus hermanos mayores, Johan Herman Wessel y Ole Christopher Wessel. Entró en 1761 a la universidad de Copenhague en Dinamarca, ya que en ese tiempo no había universidades en Noruega, y estudió derecho.

En 1762 su hermano, Ole Christopher Wessel, fue requerido como inspector de un proyecto de la Royal Danish Academy para triangular la posición de Dinamarca. En 1764 su hermano Caspar entró al proyecto como su asistente.

En mayo de 1782 Wessel fue liberado de su trabajo con la Royal Danish Academy para que pudiera realizar un estudio trigonométrico del ducado de Oldenburg. Wessel trabajó en el estudio de Oldenburg hasta el verano de 1785, cuando regresó a su trabajo con la Royal Danish Academy. Él fue desarrollando métodos matemáticos cada vez más sofisticados, los cuales explicó plenamente en un informe que escribió en 1787. Este informe ya contenía la brillante aportación matemática de Wessel, es decir, la interpretación geométrica de los números complejos.

En 1796, Wessel había terminado la triangulación de Dinamarca y utilizó los datos obtenidos para elaborar el primer mapa exacto del país. En el mismo año escribió su primer y único documento matemático en el cual expresaba la interpretación geométrica de los números complejos y lo presentó en una reunión de la Real Academia Danesa el 10 de marzo de 1797. Este documento no fue publicado hasta 1799.

Wessel renunció a su trabajo con la Royal Danish Academy en 1805 cuando tenía 60 años. Recibió una medalla de plata de la Royal Danish Academy por sus trabajos y mapas. En 1815 fue nombrado caballero de la orden de Dannebrog.

Obtenido de "[http://es.wikipedia.org/wiki/Caspar\\_Wessel](http://es.wikipedia.org/wiki/Caspar_Wessel)".