

HOMOTECIA



CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. - 2009. Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PPI2012024055 - I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 7 - AÑO 21 Valencia, Lunes 3 de Julio de 2023

A long-exposure photograph of a city at night, showing light trails from cars and buildings, with the Earth's horizon visible in the background. The light trails create a sense of motion and energy, contrasting with the static image of the Earth's horizon.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



HOMOTECIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC



CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Editorial.....	1-3
Grandes Matemáticos: ORONCE FINE	4-5
Modelo Endocritico. Aproximaciones teórico-metodológicos del pensamiento matemático. (Parte VII). Capítulo VI. Estudio local. Investigar en Educación Matemática: el cómo pudieran hacerse las cosas. Por: Dr. PEDRO ANGULO LANDAETA	6-25
Inventar o descubrir: Constructo epistemológico en Educación Matemática. (Parte III). Capítulo II. Marco teórico-referencial. Por: Msc. YHOUREZKA MENDOZA	26-42
Aproximación a una interpretación de la creatividad en el discurso de la educación matemática. (Parte II). Capítulo I: El Problema. Por: Msc. HIXIA LATOUCHE	43-47
¿Matemática o matemáticas? Versión del artículo original de ANDRÉS NAVAS	48
Físicos Notables. Ganadores del Premio Nobel en Física 2000: ZHORÉS IVANOVICH ALFEROV, HERBERT KROEMER y JACK ST. CLAIR KILBY	49
Químicos Destacados. Ganadores del Premio Nobel en Química 2002: JOHN BENNETT FENN, KÔICHI TANAKA y KURT WÜTHRICH	50-51
LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 26): Propiedades de los tensores. Publicado por: ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ	52-57
Conciliar la mecánica cuántica y la relatividad quedaría en manos de las supercomputadoras. Versión del artículo original de DIMAS IBARRA	58-59
ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (VII).....	60
Claude Elwood Shannon, el olvidado inventor de la era digital. Versión del artículo original de GONZALO SUARDÍAZ	61-63
Memoria transactiva y efecto Google. Por: CHICHÍ PÁEZ	64
¡Todos Somos Familia! Por: Dr. EDGAR REDONDO	65
Venezuela, personajes, anécdotas e historia. ANDRÉS ELOY BLANCO . Poeta, escritor, abogado, humorista y político venezolano.....	66
Galería: LÁSZLÓ FILEP	67-68

Revista HOMOTECIA

© Rafael Ascanio H. – 2009

Hecho el Depósito de Ley.

Depósito Legal:

PPI2012024055

I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:

homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual

Revista de acceso libre

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR-EDITOR:

Dr. Rafael Ascanio Hernández

SUB-DIRECTOR:

Dr. Próspero González Méndez

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:

Dr. Rafael Ascanio Hernández

Dr. Próspero González Méndez

COMISIÓN

ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO

Dra. María del Carmen Padrón

Dra. Zoraida Villegas

Dra. Ivel Páez

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:

Dra. Elda Rosa Talavera de Vallejo

Dra. Omaira Naveda de Fernández

Dr. José Tadeo Morales

Nº 7- AÑO 21 - Valencia, Lunes 3 de Julio de 2023

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y MSN, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace:

<http://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm>

EDITORIAL

Lo antropológico del deporte: Engaño a primera vista. Este editorial tiene su origen en hechos deportivos que llamaron nuestra atención durante la segunda quincena del mes de mayo de 2019. Motivó hacerlo la gran temporada que estaba teniendo para ese momento el pelotero grandesliga *Cristian Yelich*, del equipo Cerveceros de Milwaukee de las Ligas Mayores del Beisbol de los EE. UU., la *MLB* (al final, no terminó la temporada por lesión). Ya había deslumbrado en la temporada 2018 cuando obtuvo el premio del Jugador Más Valioso de la Liga Nacional: no solo fue buen bateador e impulsó un número importante de carreras que redundó en el éxito del equipo, sino que produjo un significativo número de jonrones.

Lo que llamaba la atención en ese momento era su capacidad para batear jonrones puesto que en contradicción a lo que hemos estado acostumbrados, Yelich es *larguirucho, delgado y sin un gran desarrollo muscular*, contrario al estereotipo tradicional de los afamados jonroneros de este deporte.

La primera vez que lo vimos jugar fue en la temporada 2017 cuando era jugador de otro equipo de la *MLB*, los *Marlins de Miami*. En este equipo quedaba en segundo plano, opacado por la figura de su compañero: el poderoso *Giancarlo Stanton* quien ese año 2017 bateó más de cincuenta jonrones y su físico correspondía con el estereotipo de jonronero antes mencionado. Por estos antecedentes, nos extrañó todos los esfuerzos y gestiones que hicieron los Cerveceros por hacerse de los servicios de Yelich para el año 2018 cuando buscaban mejorar su roster pero... aparentemente no estaban equivocados: en lo que respecta a él, organizacionalmente fue una contratación exitosa.

¿Pero el caso de Yelich es un caso aislado? ¿Uno entre miles? Difícil determinarlo y posiblemente esto ocurra porque el universo de la práctica del beisbol es muy extenso, limitados solo a observar por TV algunos de los pocos juegos que son transmitidos (lo que conforma solo un subconjunto de muy pocos elementos de ese universo), y hacer un seguimiento de este tipo no es oficio de nadie, pero sí se han dado casos similares o en condiciones que se salen de los estereotipos tradicionales.

Cuando éramos estudiantes de pregrado, en una oportunidad en la Universidad de Carabobo (UC) se inauguraban los juegos deportivos entre facultades. Aunque no estábamos incorporados a algún equipo representativo de la facultad en determinado deporte, en nuestro tiempo libre asistíamos a las competencias de varios de ellos y en una de esas oportunidades, fuimos a un juego de beisbol.

Como iba a ser el primer juego del torneo de beisbol (inauguración del torneo), hubo un acto protocolar con desfile de equipos, elección de la madrina de esta competencia y posteriormente se enfrentaron el equipo de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES) y el de la Facultad de Ingeniería. La costumbre antes de iniciar todo primer juego en este tipo de competencia, era formar a los equipos por las líneas entre el home y la primera base (equipo visitante, el de FACES), y el home y la tercera base (equipo home club, el de Ingeniería), y presentar a los jugadores.

Nos llamó la atención y nos sorprendió cuando al presentar al equipo de Ingeniería, al nombrar al *cuarto bate*, lugar usualmente ocupado por el bateador más poderoso del equipo, el de los jonrones, este era un muchacho larguirucho, delgado y sin un gran desarrollo muscular. Mayor sorpresa nos causó que al nombrarlo, los estudiantes de ingeniería que formaban la barra produjeron una estruendosa bulla entre aplausos y gritos. Comentamos que posiblemente era muy apreciado y que lo incorporaban al equipo y además en ese lugar al bate para demostrárselo. Concluimos: *¡Seguro lo mandan al right field!*, según se acostumbraba con los jugadores de pocos recursos y habilidades en este deporte.

Pero no fue así. Cuando el equipo salió al campo, el *flaquito* fue a cubrir el *jardín central*. Volvimos a comentar: *Es lógico. Si sale algún batazo por donde él, lo buscarán el jardinero izquierdo o el derecho para evitar males mayores.*

El primer bateador de FACES se *ponchó*, el segundo falló con un *fly* al jardín izquierdo pero el tercero produjo un potente batazo entre el jardín izquierdo y el central. El *flaquito* salió a buscarlo, y aunque lo hizo con mucho ahínco parecía como angustiado y desesperado por atrapar la pelota; en cambio el jardinero izquierdo aunque buscaba también la pelota no evidenciaba el mismo esfuerzo. Para sorpresa de todos, el *flaquito* atrapó la pelota y hasta con cierta comodidad. Otra vez la barra estalló con tremenda bulla.

Cuando vino a batear el equipo de Ingeniería, el primer bateador recibió *boleto*, el segundo y el tercero se *poncharon* y le tocó batear al *flaquito* (por cierto, bateaba a la derecha). Para sorpresa de nosotros, los de la barra gritaban *¡Jonrón! ¡Jonrón! ¡Jonrón!...* Increíblemente, al tercer lanzamiento del *pitcher*, el *flaquito* bateó la pelota y la pasó por encima de unos árboles de acacia que estaban detrás de la cerca del jardín central logrando un jonrón. Asombrados, exclamamos *¡Poderoso!...*, luego no dijimos más nada.

Pero lo del “*flaquito*” no quedó ahí. En los siguientes cuatro turnos: *out* con larguísimo *fly* al jardín central atrapado por el *jardinero* pegándose a la cerca, línea de *hit* al jardín derecho, jonrón por el jardín izquierdo y otra vez jonrón por el jardín izquierdo. *¡Un Cristian Yelich de aquella época!*

Pero también han ocurrido casos que podríamos calificar como *al contrario*. Buscando nutrir el discurso de este editorial entrevistamos a varios docentes que de una u otra manera, estaban relacionados con la realización de actividades deportivas.

El primero de ellos nos refirió lo siguiente:

Practiqué y competí en varios deportes en la universidad durante mis años de pregrado, principalmente en futbol, deporte que me dio muchas satisfacciones sobre todo en el año 1975 cuando integré el equipo que se tituló campeón interfacultades. El equipo aunque integrado con jugadores que no éramos superestrellas pero sí con aceptables habilidades, dispuestos a convertirnos por lo menos en el equipo representativo de nuestra facultad, desde mediados de 1974 entrenábamos específicamente futbol los días martes, jueves y sábados. Pero los lunes, miércoles y viernes íbamos a las instalaciones del Rectorado de la UC donde había un patio para hacer ejercicios aeróbicos y una sala especial de multifuerza para realizar ejercicios con pesas, actividades que realizábamos en ambos ambientes supervisados por entrenadores especializados, y que nos produjo inmejorables beneficios por los resultados exitosos que logramos.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Nos llamó la atención, en la sala de multifuerza, la participación de un compañero estudiante que sobresalía por encima de todos por ser mucho más alto y con un desarrollo muscular que nos hacía ver a todos los demás como debiluchos. Su potencia era tal que si, por ejemplo, en un aparato levantábamos treinta kilos, él levantaba ciento cincuenta o más, y así por el estilo con todos los aparatos que implicaran el esfuerzo con peso. Era tanto su poder y potencia, que comenzamos a llamarlo Popeye, para relacionarlo con el famoso personaje de las tiras cómicas.

Ya graduado, trabajé en un liceo de Guacara, donde los profesores tenían organizados equipos de Volibol, Basquetbol y Softbol, esto con la finalidad de hacer intercambios con profesores de otras instituciones. Me incorporé al de softbol, un equipo de habilidades regulares pero con más derrotas que triunfos logrados. Había un solo jugador que destacaba, Tico, que perdiéramos o ganáramos, en cada juego bateaba uno, dos y hasta más jonrones, que a veces resultaban inútiles por el resultado final de cada juego.

El profesor manager nos reunió un día para conversar con todos sobre la necesidad de mejorar y hacer más competitivo al equipo. Entre las medidas que señaló, indicó que era necesario incorporar nuevos jugadores para reemplazar a los que aportaban muy poco, sustituyéndolos por otros más capaces aun trabajaran en otras instituciones. Esto fue algo que se realizó y para mi sorpresa, en la primera práctica que se hizo con el nuevo equipo, se presentó Popeye. A la defensiva lo hizo muy bien en la primera base: atrapó rollings, elevados hacia delante, hacia atrás, hacia los lados y atajando con solvencia los lanzamientos que le hicieron los infielders en la práctica de jugadas.

Cuando se practicó bateo, Popeye y el resto de los jugadores nos limitamos a seguir las instrucciones del manager. Se usó un lanzador quien lo hizo con mucha fuerza. Todos nos limitamos solo a hacer contacto suave con la pelota, el manager quería que cogiéramos vista a las pelotas rápidas a velocidades que probablemente enfrentaríamos en los juegos.

Popeye jugó con nosotros todo el año. Inició siendo el cuarto bate y terminó bateando de séptimo u octavo. Por respeto, nunca noveno. Popeye resultó un ponchón, le costaba pegarle a la pelota a pesar de ser uno de los que más practicaba bateo antes de iniciar cada juego. Cuando por fin le pegaba, mayormente producía lentos roletazos que si bien con otro jugador estos le darían tiempo suficiente para embazarse, la corpulencia de Popeye le impedía ser más rápido. Otras veces eran mansos flaicitos a las manos de los jugadores del cuadro interior. El batazo más largo que le vimos pegar, fue un altísimo fly al center field que el jardinero corrió hacia delante como diez metros pero tuvo suficiente tiempo para llegarle, pararse y esperar como unos tres segundos para atrapar la pelota. No recuerdo ningún hit bateado por Popeye, aunque sí se embazaba recibiendo bases por bolas. Su bajo rendimiento al bate, posiblemente afectó su seguridad a la defensiva ya que comenzó a cometer errores de fildeo, al lanzar a otras bases o al home y a fallar en la realización de jugadas simples. El manager terminó por colocarlo en la alineación como bateador designado. Me imagino que nunca lo dejó de poner a jugar porque siempre albergó la esperanza de una mejora al batear pero al siguiente año no lo invitó a participar.

Otro docente nos refirió un caso al que se puede clasificar también de contrario:

Siendo todavía estudiante de pregrado, hice una suplencia en un liceo del oeste de Carabobo. Por coincidencia en ese momento se celebraban las fiestas patronales del pueblo y era costumbre en este liceo realizar actividades culturales y deportivas las mismas fechas. En deporte se determinó conformar cuatro grupos, cada uno integrado por profesores y alumnos. La idea era formar con cada grupo, equipos de beisbol, basquetbol, volibol y ajedrez. Aun siendo el profesor más nuevo en el liceo, la Coordinación de Deportes y Recreación del Plantel, me solicitó que yo me encargara de formar uno de los grupos. Teniendo tiempo para ello, me adelanté a los otros encargados y rápidamente formé mi grupo.

Con los estudiantes no tuve problemas, seleccioné a casi todos en las secciones de quinto año donde me desempeñaba. Luego indagué sobre cuáles profesores deseaban participar. Entre ellos se encontraba un profesor al que llamaban Chico quien aunque más alto que yo y se notaba fuerte, era gordo. Lo descarté. Pensando en el basquetbol y el volibol, escogí a un profesor que medía casi los dos metros y a otro que por su aspecto de atleta aparentaba ser un buen deportista. Dos profesores, uno de Física y otro de Química se ofrecieron para participar con nosotros en ajedrez y fueron un éxito ya que resultaron campeón y subcampeón del torneo respectivamente. La selección puede decirse que se hizo apresuradamente y sin mucho estudio debido a que las actividades ya estaban por iniciarse.

El de dos metros y el atleta, resultaron un completo fracaso en basquetbol y en volibol. Puedo contar con los dedos de una mano cuantos balones encestó o bloqueó cada uno, puedo contar con los dedos de una mano cuantos remates exitosos logró cada uno, puedo contar con los dedos de una mano cuantos bloqueos defensivos efectivos en volibol hizo cada uno, cuantos saques acertados hizo cada uno, aparte de no tener grandes habilidades para estos deportes. En beisbol el de dos metros lo hizo bien como catcher pero el atleta quien no quiso sino jugar solo en segunda base, se ganó por parte del público el apodo de colador (no agarró ni un rolling). Al bate solo el de los dos metros se mostró con una pasable solvencia.

Pero mi frustración como organizador llegó cuando enfrentamos a los equipos donde jugaba el Chico. En basquetbol perdí la cuenta de cuántos quiebres rápidos nos hizo, cuántos bloqueos efectivos hizo en los aros, cuántos balones nos encestó y sobre todo, cuántas clavadas realizó. En volibol se cansó de rematar con éxito mostrando altos saltos, de bloquear defensivamente con éxito, de sacar acertadamente, y de realizar defensas y ataques habilidosamente. Su corpulencia no era un obstáculo para desempeñarse satisfactoriamente. En beisbol jugó la tercera base con solvencia, realizando buenas jugadas y mostrando gran visión para el juego defensivo. Al bate lo hizo muy bien, hasta un jonrón nos dio. A pesar de su peso, tenía una moderada y respetada velocidad para desplazarse por las bases. Al final del torneo quedó de tercero en promedio entre los bateadores. Su grupo quedó primero en basquetbol, volibol y beisbol logrando el primer lugar del torneo deportivo. Posiblemente su esfuerzo fue un factor muy importante. Nosotros quedamos en tercer lugar gracias al ajedrez.

Estas experiencias me hicieron ser más prudente a la hora de organizar actividades, sobre todo las deportivas.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Si se trata de una disciplina deportiva, hay que determinar si el objetivo para competir en ésta es para ganar o para recreación. Si es para recreación, en cierta forma se puede ser más flexible: las habilidades en dicho deporte en este caso, no tienen por qué ser de nivel superior; pueden ser superiores, moderadas o aceptables. Pero sobre todo, es más importante que tenga interés por recrearse (divertirse). ¡Eso sí!, lo que no se puede obviar es que deben entrenarse para tener condiciones físicas aceptables y así evitar que la práctica de la disciplina ocasione lesiones o daños lamentables.

Pero si es competir para ganar, se debe buscar para el equipo en cuestión hasta donde sea posible, el mayor número de practicantes del tipo A-1 de la disciplina, es decir *lo mejor de los mejores*; pero esta condición no la determina el *aspecto físico a primera vista*, necesita de una *medición* que en deporte se determina mediante la observación de resultados que se dan tras el entrenamiento práctico en la disciplina considerada, que evidencie lo mejor posible las óptimas cualidades del deportista. Debe considerarse como un extra necesario la adecuada preparación física que permita no solo lograr el mayor y mejor rendimiento de estas condiciones superiores del atleta, sino evitar lesiones o males permanentes por falta de un buen acondicionamiento corporal.

Entrevistando a un tercer docente, este nos manifestó:

Cuando ya era profesor universitario, formé parte del equipo de softbol de profesores de la facultad. Por circunstancias, en el equipo teníamos dos o más jugadores que se desempeñaban excelentemente en el campo corto o short stop, o como dicen los locutores mexicanos por TV, paradas cortas o parador en corto. Igualmente eran buenos bateadores. Uno de ellos detalló que su participación en los juegos disminuía debido a que el manager mostraba preferencia por uno determinado. Esto lo llevó a decidir cambiar de posición. Lo hizo. Se convirtió en lanzador, y además también lo hizo de brazo ya que siendo derecho comenzó a lanzar a la zurda. Pienso que probablemente en una práctica previa, se sintió más cómodo al hacerlo así. En el primer juego que lanzó lo hizo fatal pero en la siguiente oportunidad, aparentemente después de practicar mucho, se lució y desde este momento fue uno de nuestros lanzadores exitosos, ¡un gran lanzador zurdo!

Posiblemente la idealidad sea un factor importante a la hora de conformar equipos ganadores en una determinada disciplina deportiva. Pero el ímpetu humano no puede dejarse a un lado. En eso no hay ningún misterio. Es posible que una persona desconozca que tiene aptitudes y capacidades para desempeñarse en determinado deporte, pero como no le interesa su práctica quizás nunca lo descubra. El detalle está en que ocurra el chispazo despertador, ese *¡Eureka!* motivador que emociona y conduce a todo ser humano a cumplir objetivos y sueños.

Reflexiones

"El deporte delega en el cuerpo algunas de las virtudes más fuertes del alma: la energía, la audacia, la paciencia".

JEAN HIPPOLYTE GIRADOUX (1882-1944)

Escritor francés. Diplomático.

"Salud es la disposición del cuerpo tal, que el espíritu esté vigoroso".

JUAN LUIS VIVES (1493-1540)

Humanista, filósofo y pedagogo del Reino de Valencia, España.

Los Grandes Matemáticos



ORONCE FINE
(1494 - 1555)

Nació en 1502 el 20 de diciembre de 1494 en Briançon, Dauphiné, y falleció el 8 de agosto de 1555 en París; ambas localidades en Francia.

Fue un matemático francés que publicó un trabajo importante sobre matemáticas y astronomía.

Oronce Fine nació en Dauphiné, una región al sureste de Francia. En el momento de su nacimiento esta era una región semi-independiente de Francia, llamada así desde que fue gobernada por el hijo mayor del rey de Francia a quien se le dio el título de *delfín*. Briançon, la ciudad natal de Oronce, estaba en Dauphiné, por ello Fine escribió bajo su nombre en latín, *Orontius Finaeus Delphinatus*, donde *Delphinatus* indicaba que el provenía de Dauphiné. Este hecho es cierto ya que este nombre lo utiliza para auto señalarse como autor de sus obras; de lo que no se está seguro es de la verdadera forma francesa de su nombre "Fine". Otras posibilidades son "Finee" o "Finé" pero expertos en Dauphiné están claro que "Fine" es la forma que se debe esperar se utilice en esa región y por lo tanto es la opción escogida para realizar esta reseña.

El padre de Fine fue François Fine, quien era médico, educado en la Universidad de París y ejercía en Briançon en el momento que nació su hijo. François Fine sin duda fue a la Universidad de París durante el periodo 1472-1473 ya que las notas que copió ese año en la Conferencia de un curso sobre Aristóteles aún sobreviven. El abuelo de Fine, Michel Fine, también fue doctor en medicina y escribió un texto sobre la plaga que Oronce Fine publicó más adelante. Oronce Fine fue llevado a Briançon, donde creció, viviendo allí hasta que su padre murió, siendo luego enviado a París, donde fue cuidado por Antoine Silvestre. Para ese momento, Silvestre era regente en el casi-monástico Collège de Montaigu, donde John Calvin estudió algunos años después, en 1523, y Silvestre más tarde desempeñó el mismo cargo en el Colegio de Navarra. Fine fue educado en la Universidad de París, obteniendo el grado de médico en el Colegio de Navarra en 1522. Pasó un tiempo en prisión en 1518 antes de completar su grado y otra vez en 1524 volvió a pasar tiempo preso. Si estando en prisión trabajó en un reloj de sol es algo que no se puede verificar, pero sin duda construyó un reloj de sol de marfil en 1524, el cual todavía existe. A pesar de su fascinación por la teoría de los instrumentos, esto puede ser lo único que realmente construyó.

Antes de obtener su grado de médico, Fine editó libros de Matemáticas y Astronomía para una impresora de París. Entre los textos que editó estaban *Theoricae Novae Planetarum* de Peurbach, el cual presentaba la teoría epicicla de los planetas de Ptolomeo y *Tractatus de Sphaera* de Sacrobosco, un libro sobre Astronomía de cuatro capítulos. El primer libro de autoría del propio Fine, fue publicado en 1526 y fue sobre el *equatorium*, un instrumento en el que Fine estaba muy interesado y sobre el cual trabajó toda su vida, escribiendo cuatro textos más sobre este. El instrumento podía ser utilizado para determinar las posiciones de los planetas.

Fine fue nombrado para la Jefatura de la Cátedra de Matemáticas en el Collège Royal de París en 1531 y enseñó allí desde este momento hasta su muerte. El Collège Royal había sido fundado en 1530 por François I (Francisco I), un mecenas de las artes y de las becas, quien fue rey de Francia desde 1521 a 1544. Esta institución también es conocida como el Collegium Trilinguae (Colegio de los Tres Idiomas), y todavía existe hoy conocido como Collège de France.

El importante trabajo que Fine produjo casi exactamente en el mismo tiempo que fue nombrado para la Jefatura de la Cátedra de Matemáticas en el Collège Royal, fue conocido como *Protomathesis*. Es un trabajo un poco extraño para él, distribuido en cuatro partes con cada parte teniendo más de un volumen. En cierto sentido parece más una colección de obras distintas, porque cada parte tiene una página de título independiente del resto de las páginas de cada parte, con fechas generalmente uno o dos años anteriores a la aparición de la obra en 1532. A pesar de que parece que los tomos de esta obra fueron publicados por separado, es poco probable que éste sea el caso. La primera parte se ocupa de aritmética, particularmente con números enteros, fracciones comunes y fracciones sexagesimales. Este último tema fue importante para las partes posteriores sobre Astronomía de la *Protomathesis*. La segunda parte cubre geometría y está en dos volúmenes. Comienza con la presentación de la geometría en forma axiomática, similar a como se hace en los elementos de Euclides, pero luego pasa a consideraciones más prácticas de medición de longitud, altura, área superficial y volúmenes. En esta parte Fine usa $\frac{22}{7}$ para π en el cálculo con círculos. El segundo de los volúmenes de geometría cubre temas de trigonometría, pero sólo en un nivel elemental.

Las partes tercera y cuarta de *Protomathesis* son sobre astronomía e instrumentos astronómicos. La tercera parte es una introducción elemental a la astronomía y está claramente diseñada en un nivel básico similar al de un texto de enseñanza en lugar de una monografía de investigación. Muchos relojes y cuadrantes se describen en el volumen final de la cuarta parte.

Como se ha observado, Fine le dio a π el valor de $\frac{22}{7}$ en la parte de geometría de *Protomathesis* (que data de 1530). Sin embargo afirmó que $(22\frac{2}{9})/7$ era una mejor aproximación en un trabajo que apareció en 1544. Más adelante dio el de $\frac{47}{15}$ y, en *De rebus mathematicis* (publicado póstumamente en 1556), le dio el de $3\frac{11}{78}$. Ahora, calculando los valores aproximados, se tiene

$$\begin{aligned}\pi &= 3.141592654, \\ 22/7 &= 3.142857143, \\ (22 + 2/9)/7 &= 3.174603175, \\ 47/15 &= 3.133333333, \\ 3 + 11/78 &= 3.141025641\end{aligned}$$

Se observa, entonces, que los valores de Fine de $(22^2/9)/7$ y $47/15$ son ambos peores que $22/7$, pero su intento final de $3^{11}/78$ es realmente mejor. Estos esfuerzos por encontrar buenas aproximaciones se enredaron con los esfuerzos de Fine por cuadrar el círculo. Él dio varias, por supuesto erróneas, pruebas, y sus contemporáneos rápidamente señalaron los errores que había cometido. Como Poulle escribe en la referencia [1]:

Hay que reconocer que la arrogancia de Fine sobre sus propios logros sin duda hace sus errores de lógica más intolerable a sus oponentes.

Como muchos matemáticos de su tiempo, Fine era un experto en fortificaciones y trabajó en las fortificaciones de Milán. Su sugerencia sobre que los eclipses de la Luna podrían utilizarse para determinar la longitud de los lugares fue una idea importante que fue relevante a su otra contribución importante, es decir, la cartografía. Fine nació dos años después del descubrimiento de América y cuando tenía tres años de edad, Vasco da Gama navegó alrededor de África hacia la India. Él vivió durante el tiempo cuando los mapas eran de suma importancia para las potencias europeas. Por lo tanto fue natural que Fine se animaría a utilizar sus conocimientos matemáticos en esta tarea. En la elaboración de mapas, Fine tenía dos fuentes distintas de información, uno de ellos los recientemente redescubiertos mapas de Ptolomeo y otros de esa época; el otro era la divulgación de los recientes descubrimientos de su tiempo. Fine inventó la proyección de un mapa y, en 1519, produjo un mapa del mundo mediante su proyección en forma de corazón. Esto fue alrededor del tiempo que Magallanes estaba navegando alrededor de la punta de América del Sur. Fine también produjo mapas de Francia en 1525 y sobre otro mapa del mundo el cual produjo en 1531 con una doble proyección en forma de corazón, el nombre de "*Terra Australis*" aparece por primera vez. Es sólo en los últimos años, sin embargo, que este mapa ha conseguido un cierto estatus de celebridad que ahora se le reconoce.

Charles Hapgood fue un profesor que, en 1956, consiguió que sus alumnos llevaran a cabo el proyecto de estudiar el mundo antiguo. Hapgood estaba particularmente emocionado por el mapa del mundo de 1531 de Fine y comenzó a desarrollar teorías algo sorprendentes sobre el mapa. Estas teorías fueron publicadas en *Maps of the Ancient Sea Kings* de Hapgood en 1965. Lo que impresionó a Hapgood cuando él examinó el mapa del mundo de Fine fue que había una representación bastante exacta de la Antártida en el mapa. Fue dibujado en 1531 pero la Antártida no fue descubierta sino hasta 1820. ¿Cómo fue esto posible? La representación bastante exacta de la Antártida, muestra no obstante, ríos y el mar de Ross, que no puede ser visto por las gruesas hojas de hielo que cubren el continente. La teoría de Hapgood da a entender que Fine estaba en posesión de un antiguo mapa, dibujado en un momento cuando la Antártida no estaba cubierta por sábanas de hielo, lo que parece demasiado ridículo para discutir. Sin embargo, todavía queda el problema de cómo Fine sabía que la Antártida estaba allí. Lo más probable es lo siguiente. Durante mucho tiempo se creyó que tenía que haber un equilibrio entre las masas terrestres del hemisferio norte y el hemisferio sur por lo que era necesario alguna masa de tierra en el sur. Leonardo da Vinci, por ejemplo, produjo un globo con una tierra meridional debajo de África más de veinte años antes que Fine dibujara su mapa. La costa norte de Australia probablemente había sido visitada por los europeos para aquel momento y la costa norte de la Antártida de Fine probablemente procede de las representaciones que hicieron. Puede también que existieran informes en los que de hecho se representaron el avistamiento de la Antártida y Fine juntó los informes para producir un mapa mitad real, mitad adivinado. Por supuesto esta explicación da por hecho que la Antártida de Fine se ve tan exacta a la Antártida real solo por buena suerte.

¿Qué evidencia se tiene de la sugerencia anterior? En otro mapa de aproximadamente 1513 (también investigado por Hapgood) está escrito lo siguiente en la tierra en esta región:

Los portugueses hacen la referencia que en esta mancha, la noche y el día son, en su periodo más corto, de dos horas de duración, y en la fase más larga, de veintidós horas. Pero el día es muy caluroso y por la noche hay mucho rocío.

Aquí la primera parte de esta información, sugiere que los exploradores portugueses en efecto habían llegado a latitudes antárticas. La segunda parte sugiere un clima más parecido a la costa norte de Australia. Sin duda esto es evidencia de que la Antártida fue confundida con Australia, por lo que se deduce que el mapa de 1531 de Fine sufre una confusión similar.

Poulle, en la referencia [1], resume las contribuciones de Fine como sigue:

El trabajo científico de Fine puede caracterizarse brevemente como enciclopédico, elemental y poco original. Parece que el objetivo de sus publicaciones, que van desde el tema de la astronomía a la música instrumental, era popularizar la ciencia universitaria que él mismo había estado enseñando.

Referencias.-

1. C S Fisher, Biography in *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).

Libros:

2. C K Aked, Biography of Oronce Fine, in P I Drinkwater (ed.), *Oronce Fine's first book of solar horology* (Shipston-on- Stour, 1990).
3. *Science et astrologie au XVIe siècle, Oronce Fine et son horloge planétaire* (Paris, 1971).

Artículos:

4. L Maieru, The 'marvelous problem' in Oronce Finé, Girolamo Cardano and Jacques Peletier (Italian), *Boll. Storia Sci. Mat.* **4** (1) (1984), 141-170.
5. R P Ross, Oronce Fine's 'De speculo utorio' : a heretofore ignored early French Renaissance printed treatise on mathematical optics, *Historia Math.* **3** (1976), 63-70.
6. R P Ross, Oronce Fine's 'De sinibus libri II' : the first printed trigonometric treatise of the French Renaissance, *Isis* **66** (233) (1975), 379-386.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Oronce Fine" (Septiembre 2005).

FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Fine.html>].

MODELO ENDOCRÍTICO

APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICAS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO. (Parte VII).

CAPÍTULO VI. ESTUDIO LOCAL. Investigar en Educación Matemática: el cómo pudieran hacerse las cosas.

Por: Dr. PEDRO ANGULO LANDAETA
(pjoseangulo@yahoo.com)

Tomado de:

Modelo Endocrítico. Aproximaciones teórico-metodológicas del pensamiento matemático. Capítulo VI. Estudio local. Investigar en Educación Matemática: el cómo pudieran hacerse las cosas. Pp. 151-189. Tesis Doctoral. Universidad de Carabobo. Valencia, junio de 2012.

Índice:

Capítulo VI: Estudio Local.

Investigar en Educación Matemática.

Aspecto 1: Problema.

Aspecto 2: Marco teórico y metodológico.

Balance de hallazgos en la entrada del proceso indagatorio.

Tratamiento de la situación didáctica experimentada.

Análisis estadísticos.

Discusión.

CAPÍTULO VI ESTUDIO LOCAL

Investigar en Educación Matemática: el cómo pudieran hacerse las cosas

Busca siempre un quehacer; cuando lo tengas no pienses en otra cosa que en hacerlo bien.

Tales de Mileto

El estudio local constituyó un espacio de deliberación introspectiva dentro de la dinámica hermenéutica del proceso indagatorio, porque su empleo no se enmarcó en defender postulas epistémicas ni tampoco en presentar pruebas que avalan testimonios teóricos, en su lugar, el investigador asumió una actitud crítica frente a los resultados observados. Más que una validación entre los elementos teórico-metodológicos propuestos por el Modelo Endocrítico y los fenómenos sociales del proceso educativo experimentado en la fase de proceso-interpretación del estudio en cuestión, se superó su evaluación para implantar un *ciclo de reflexión* sobre los ideales que sustentan las prácticas escolares, muy concretamente, en aquellos asuntos que elevaron los contextos de significación en el marco de la vida estudiantil.

Básicamente, este estudio ubicó lo sensible del existencialismo heggeriano en el sentir “escolarizado auténtico” y enmarcan distancia con todo lo relacionado a “prácticas escolares inauténticas”. De allí que, los programas educativos son proyectos humanos en las cuales los educadores planean, planifican, diseñan y experimentan propuestas innovadoras con la esperanza de mejorar la calidad educativa y por ende renovar dimensiones de relación humana entre nosotros. Indiscutiblemente, no como conocimientos que se instruyen en un escenario escolar formal ni tampoco son dogmas científicos de ejemplificaciones de una comunidad experta sobre un grupo novato. En su lugar: son productos culturales conquistados en el dominio de la comprensión humana por los cuales deben recubrir **lo humano en el vivir humanamente**. De donde, es necesario que el estudiante cuestione su ser-ahí para que se ubique y desde esa posición existencial construya proyectos que den sentido y utilidad a su existir, un existir con y para lo demás. Estas premisas, dibujaron todo el trayecto indagatorio en el tránsito del saber a un saber enseñado en la aplicación didáctica de una unidad de conocimiento de Matemática avanzada que a continuación se pormenoriza:

Aspecto 1

§ Problema

Examinando situaciones académicas, precedentes al periodo 1-2010, de la asignatura Transformadas Integrales en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada (UNEFA), Núcleo Tinaquillo, V semestre de Ingeniería en Telecomunicaciones. Surgió en el seno de la comunidad docente, profesores que imparten la cátedra, el cuestionamiento de la expectativa académica institucional con carácter de alcance nacional: **construir una Sociedad del Conocimiento con notable expresividad científica**.

El cuestionamiento se centró en la sospecha del dominio cognitivo de los estudiantes al término del proceso educativo de la asignatura, porque experiencias académicas mostraban al rendimiento estudiantil como deficiente y la calidad de los objetivos aprendidos comprometían unidades de conocimientos más complejas; además, se derivó que dicha situación tenía incidencias negativas en el desempeño académico de las asignaturas: redes eléctricas, señales/sistemas, comunicaciones y telecomunicaciones.

Esta apreciación fue corroborada y sustentada por los profesores a través de entrevistas exploratorias de guión estructurado llevadas a cabo en el periodo 2-2009 por el investigador. Según la experiencia de los profesores en el área estimaban un marcado obstáculo epistemológico que constantemente bloquea el avance y progreso de los contenidos nuevos en los estudiantes, ya que, los profesores alegaban que los contenidos de la asignatura Transformadas Integrales representan organizadores previos claves en el desarrollo del ejercicio profesional de la carrera en cuestión. Aunado a ello, el investigador realizó indagaciones de estudio de campo transversales con informaciones suministradas por el departamento de evaluación del periodo 2-2009, el cual reveló: 1) bajo rendimiento estudiantil; 2) alto índice de repitencia; 3) alto índice de deserción; y, 4) marcado movimiento de cambio de carrera (desde Ingeniería de Telecomunicaciones hacia otras Especialidades).

En virtud de esta situación, se propuso abordar el hecho con categoría de problema académico, ya que él representaba una expectativa educativa no alcanzada al término de un proceso educativo con marcada incidencia en la permanencia y prosecución estudiantil; en este sentido, el objetivo rector del estudio local se situó en: Determinar hallazgos significativos de aprendizajes en los estudiantes del V semestre Ingeniería de Telecomunicaciones al término de la práctica educativa sustentado por el Modelo Endocrítico.

La relevancia del estudio fue el compromiso de superar los obstáculos cognitivos en los estudiantes para mejorar sus aprendizajes matemáticos y con ello elevar sus niveles de permanencia y prosecución académica; además, se hizo necesario compartir en conjunto estrategias de investigaciones emergentes en la UNEFA-Núcleo Tinaquillo. En el caso de los profesores, fue la orientación de superar las limitaciones y bloqueos académicos en sus estudiantes y, para el investigador acompañar a los profesores en sus propósitos y constatar las conjeturas del Modelo Endocrítico con respecto a los hallazgos observados durante el proceso indagatorio del estudio local.

Aspecto 2

⌘ Marco teórico y metodológico

De forma consistente al discurrir metodológico de la investigación global, el estudio local tuvo diseño mixto y caracterizó el momento epistemológico (ensayo empírico), cuyo marco teórico consistió en el despliegue del tapizado conjetural del Modelo Endocrítico en el conjunto de acciones y actividades educativas. Conforme con tal propósito, se pretendió contrastar los elementos teórico-metodológicos del modelo versus la práctica didáctica de la Matemática escolar. Sus hallazgos fueron tratados, analizados y reflexionados a la luz de tres fases: 1) planeación; 2) diseño; y, 3) experimentación; las cuales se detallan:

⌘ Fase de planeación

A saber, el estudio local fue activado en la expectativa de los objetivos no superados de la asignatura Transformadas Integrales (Transformada de Laplace y Análisis de Fourier), después del proceso educativo cuya operacionalización estuvo mediada por las clases regulares. No obstante, la meta fundamental fue en poner a prueba estrategias innovadoras sustentadas por los elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico con la esperanza de mejorar la calidad del rendimiento estudiantil y observar detenidamente los fenómenos de enseñanza y aprendizaje que emergen de dicha implementación para reflexionar y renovar prácticas académicas de la Matemática en contenidos universitarios.

El marco de acción del Modelo Endocrítico, en el curso del estudio local estuvo documentado en dos bloques teóricos: espacio vital y estructuras disipativas. El espacio vital es el campo donde los hechos de la práctica educativa tuvieron existencia y por lo tanto se **interpretaron** según el testimonio de la evidencia y el efecto hermenéutico del investigador, las cuales fueron sustentados en los constructos de sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y proyectos trascendentales de los estudiantes objeto de comprensión.

Mientras que, las estructuras disipativas se entendieron como manifestaciones externas de los actores educativos dentro del espacio vital y sus componentes de análisis fueron: perfil del aprendizaje y reflexión endocrítica. La esencia de su estudio se basó en darse cuenta del estar-ahí; es decir, cada estudiante reflexionó su ubicación existencial, su control metacognitivo y en función de ello, probablemente, canalizaron proyectos cuya pertinencia social se vincularon con la dinámica tiempo-espacial del ahora tecno-científico social.

Es de hacer notar que, el término sujeto-mundo-escolar es la interpretación del estudiante colocado en su contexto escolar y con su intencionalidad en el proceso educativo; en conjunto, constituyen una estación de vida con memoria e intenciones. Para este estudio, lo conformaron los quince (15) estudiantes de la sección “G”, V semestre período 1-2010 en la asignatura Transformadas Integrales, UNEFA-Núcleo Tinaquillo. El contexto de significación se basó en los ajustes didácticos hechos a los contenidos para convertirlos en objetos enseñables y hacer de los contenidos una realidad de sentido y utilidad vivencial en la ecología social de los estudiantes. Su desenlace tuvo la reflexión crítica del investigador a lo largo del estudio y orientado siempre por el guión didáctico, reporte vivencial-didáctico y perfil del aprendizaje del estudiante.

De este estilo de indagar, se cruzaron puntos de encuentros y hallazgos significativos entre el espacio vital y las estructuras disipativas para llegar a referentes concluyentes que dibujaron pistas en la interpretación de los fenómenos objetos de comprensión.

⌘ Fase de diseño

Fue una fase de planificación mediante el cual se monitoreó y se articuló el programa de acción didáctica en correspondencia con las proyecciones de metas debidamente concebidas en la fase de planeación. Por lo tanto, el tránsito de la intención a lo posible se percibió como proceso sistemático que analizó las necesidades, recursos, condiciones y metas para formar un núcleo sensible de intenciones, así como los procedimientos que permitieron evaluar los logros durante el proceso y también la revisión de todos los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

No obstante, el investigador construyó el Guión Didáctico de acuerdo a la dinámica de las metas por lograr y la reflexión de cada uno de sus roles para supervisar el balance entre el momento revelador y el momento de vivencia didáctica en el marco del desarrollo del contenido institucional, expresado en su letra como: *Aplicar Transformadas Especiales en la resolución de problemas*; en consecuencia, se explicita el Guión Didáctico:

Cuadro 5

GUIÓN DIDÁCTICO DEL ESTUDIO LOCAL	
Objetivo	Aplicar analíticamente las transformadas especiales conjuntamente con los teoremas fundamentales del campo complejo en la solución de problemas relacionados con Ingeniería de Telecomunicaciones.
Análisis Estructural	El estudio de la muestra fue el resultado de seleccionar un grupo de estudiantes potencialmente disponibles, UNEFA período 1-2010. En este sentido, se seleccionó a la <i>sección “G” de Transformadas Integrales</i> de forma intencional, según disponibilidad del investigador y conforme a las normativas interna de la UNEFA, Tinaquillo. El total de estudiantes fueron 15, de las cuales 4 eran repitientes. Se previó el uso del computador y de programas computarizados en el área de Matemática, tales como: MatLab versión 6.0 y Maple versión 12.0. No se realizó prueba diagnóstica, en su lugar, se reemplazó por documentaciones vivenciales escolares durante seis (6) semanas que duró el contenido Análisis Complejo. En ese espacio de interacción social el investigador registró mediante matrices cualitativas las debilidades, fortalezas, oportunidades y visiones personales de los estudiantes que se fraguaron en la planificación instruccional del estudio local.
Objetivo Específicos	Se estimó conveniente registrar mediciones ponderadas y valoraciones cualitativas sobre aprendizajes alcanzados al término de la interacción académica de los contenidos Transformadas de Laplace y Análisis de Fourier, en cuya intención se considera pertinente observar, tratar, analizar y comprender los siguientes objetivos instruccionales: 1. Resolver problemas que involucre definiciones, propiedades, inversa de la Transformada de Laplace. 2. Aplicar las Transformadas de Laplace en la resolución de problema que vincule aspectos afines con circuitos RC, RL, RCL y motor eléctrico. 3. Resolver problemas que involucre definiciones y propiedades de la Serie y Transformada de Fourier. 4. Emplear el Análisis de Fourier en el estudio de procesamiento de señales.
Estrategias Instruccionales	La estrategia consistió en articular planificaciones y acciones en el marco de una Ingeniería Didáctica sustentada en dos bloques de reflexión: espacio vital de la situación educativa y las estructuras disipativas inherente a esas instancias. Consecuentemente, su enfoque fue sistémico existencial que hizo consideraciones de orden epistemológico, cognitivo, didáctico y social para manipular elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico . La puesta en escena de situaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar permitió observar, recolectar y comprender los fenómenos didácticos que contribuyeron a la interpretación de su naturaleza y por ende la acción de descartar o someter a críticas las conjeturas del modelo en cuestión.
Selección y organización del contenido	El núcleo central de análisis en los contenidos de la asignatura “Transformadas Integrales” está constituido por tres unidades de conocimiento, las cuales son: Análisis Complejo, Transformada de Laplace y Análisis de Fourier (serie y transformada). Su organización en la actividad didáctica estuvo bajo la secuencia anteriormente mencionada, con la salvedad que el análisis Complejo se utilizó en una etapa de exploración para abordar y orientar las otras estructuras de los contenidos. En definitiva, la Transformada de Laplace y el Análisis de Fourier fueron los contenidos tratados y procesados en el estudio local durante un período de doce (12) semanas, de forma progresiva y gradual conforme al programa de estudio de la UNEFA.
Actividades a desarrollar con el contenido	Las actividades pensadas y desarrolladas fueron: 1) resolución de problemas; 2) reconstrucción guiada; 3) trabajo colaborativo y cooperativo; 4) desempeño individual; y, 5) formato clásico de la enseñanza Matemática. 1. <i>La resolución de problema</i> se empleó como técnica específica para encontrar soluciones a determinadas motivaciones intelectuales, concretamente, aquellas vinculadas a las resoluciones de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales utilizando cálculo operacional y situaciones de investigación en procesamiento de señales que exigieron rutinas de cálculos coherentes en el análisis de Fourier. 2. <i>La reconstrucción guiada</i> consistió en una mediación didáctica de apoyo y asistencia instruccional en los diferentes roles de actuación del estudiante; particularmente, en los contenidos de serie de Fourier aplicados al procesamiento de señales en las cuales se emplearon programas computarizados para visualizar y simular eventos singulares con diferentes enfoques, probablemente, permitieron a los estudiantes canalizar sus esfuerzos cognitivos. 3. <i>El trabajo colaborativa</i> se entendió como desempeños académicos que no recibían ninguna prestación a cambio de su influencia, tales como: los apoyos de los estudiantes expertos con relación a los novatos en las asistencias de los ambientes computarizados y las asesorías personalizadas por parte del docente ofrecida a los

	estudiantes en sus actividades extraescolares. Mientras que, <i>el trabajo cooperativo</i> lo constituyeron los apoyos escolares mutuos que recibían beneficios compartidos, tales como: realización de trabajos escritos y resoluciones de problemas en equipos. 4. <i>El desempeño individual</i> estuvo simbolizado por las obras creativas de carácter personal-privativo, realizadas exclusivamente por el estudiante en solicitud de una tarea exigente; ejemplo de ello fueron: las pruebas escritas y las asignaciones personalizadas. 5. <i>Formato clásico de la enseñanza Matemática</i> es un estilo de hacer prácticas educativas basada en esquemas expositivos y en el uso del método deductivo para desarrollar contenidos matemáticos en contextos de justificación formal-axiomático.
Especificación de las variables	Las variables tuvo enfoque mixto: el rendimiento estudiantil (variable dependiente) como consecuencia del tratamiento didáctico del Modelo Endocrítico (variable independiente) y argumentos existenciales (variable cualitativa). El rendimiento estudiantil lo representó cuatros (4) mediciones de evaluación sumativa, de acuerdo, a la normativa interna de la UNEFA y distribuida de forma siguiente: dos (2) mediciones para el contenido de Transformadas de Laplace y dos (2) mediciones para el Análisis de Fourier. En conjunto, representó el 70% de la ponderación total de la asignatura, además, se estimó que el aprendizaje de dichos contenidos instituye la médula esencial de organizadores teóricos, claves para el progreso y avance de la carrera Ingeniería de Telecomunicaciones. En lo referente a las variables cualitativas se estimó necesario en prestar atención al discurso argumentativo que utilizó los estudiantes en las entrevistas a profundidad para defender sus puntos de vistas (convicciones) en relación a los tópicos matemáticos tratados; en este orden de ideas, aquellas justificaciones del discurso que estaban respaldadas por argumentos coherentes de sentido formal y utilidad teórico-práctico fueron acuñadas con el término “argumentos existenciales”. Es de notar que, los proyectos son tejidos creativos de intenciones visualizadas en el tiempo por vivir, lo cual se hace entendible que, a partir de argumentos existenciales sólidos se puede proyectar situaciones de deseo intelectual. Evaluar las intenciones de los proyectos es monitorear la red de significaciones de los argumentos existenciales. En virtud de este planteamiento, el investigador siempre lo mantuvo presente para abordar el diálogo natural de la entrevista no estructurada.
Evaluación	La evaluación siempre se mantuvo presente a lo largo del proceso indagatorio y se cumplieron los tres roles (diagnóstica, formativa y sumativa); además, se implementaron evaluaciones exploratorias con técnicas cualitativas: observación participante y entrevista a profundidad. <i>La evaluación diagnóstica</i> se dimensionó a través de una experiencia escolar que se documentó en la matriz cualitativa de entrada y allí se registraron debilidades, fortalezas y oportunidades cognitivas de la muestra estudiantil; también, se apuntó las condiciones generales de la situación didáctica (profesor, estudiante y medio) que permitieron proyectar los esfuerzos y recursos del estudio. <i>La evaluación formativa</i> se basó en la alianza estratégica de los elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico: contexto de significación, perfil del aprendizaje y reflexión endo-crítica. En conjunto, permitieron renovar prácticas educativas centrada en el estudiante y apoyadas en el discurso Matemático de doble entrada <i>sentido-útil</i> que se monitorio desde el perfil del aprendizaje y se mantuvo regulado por la reflexión de los ideales de intención y las expectativas deseadas. <i>La evaluación sumativa</i> se combinó con mediciones de logros alcanzados y exploraciones personalizadas. Las mediciones de logros fueron ponderadas en pruebas escritas y tareas exigentes en donde se deseaba medir conceptos, procedimientos, resultados e interpretación axiomática en el balance de la información ya existente con la aprendida. Mientras que, las exploraciones personales acontecieron fuera de la influencia del ritual escolar, de forma natural y en el marco de una conversación amigable. En todo momento, la intención indagatoria fue determinar los “argumentos existenciales” que los estudiantes manejaban, utilizaban, defendían y proyectaban en su ecología de vida académica. Y, sobre todo, capturar las posiciones existenciales de los actores educativos al término de un contenido procesado y tratado en la clase; más aún, si los contenidos no eran aprendidos se desea saber las razones epistemológicas de su fracaso en la voz viva del estudiante para reflexionar sobre el proceso y sus incidencias.

✂ Fase de experimentación

En esta etapa de la investigación se dilucidan las observaciones percibidas, acciones y decisiones meditadas por el investigador en la experiencia didáctica y así mismo se reportaron los hallazgos del proceso indagatorio. Las observaciones y datos significativos se procesaron, se trataron y se buscó comprender la dimensión existencial espacio-tiempo, bajo la arquitectura del medio donde acontecieron las evidencias con el fin de comprender el sentido hermenéutico de su interpretación. Por lo tanto, la organización, análisis estadístico paramétrico, clasificación y categorización de la información permitió construir el tejido final de las interpretaciones.

Balance de hallazgos en la entrada del proceso indagatorio

Se seleccionó a la sección “G” de Transformadas Integrales, V semestre período 2010-1 UNEFA-Núcleo Tinaquillo. Dicha acción fue de carácter intencional y ajustado a la normativa interna de esa casa de estudio; además, el grupo objeto de comprensión estuvo constituido por quince (15) estudiantes, 11 regulares y 4 repitientes, en el turno de la tarde y con una interacción de seis (6) horas semanales.

En un período de seis (6) semanas aproximadamente se desarrolló el contenido de Análisis Complejo que contempló los temas: funciones, límites, continuidad, derivación, ecuaciones de Cauchy-Riemann, integración, teorema de Cauchy-Goursat, fórmula de integración de Cauchy, serie de Taylor, serie de Laurent y teorema de residuo.

Durante ese período de observación, el investigador estimó conveniente emplear el formato clásico de la enseñanza de la Matemática centrado en el método expositivo magistral deductivo tradicional (*axioma → proposición → teorema → demostración y aplicación*); también, se eligió a los informantes claves según el rapport experimentado en la dinámica social de la relación académica y extraacadémica con las cuales se edificó la matriz de registros descriptivos para orientar la acción didáctica según las condiciones y recursos de la dimensión escolar en particular.

Es de hacer notar que, los datos orales se registraron en un cuaderno de apunte y se clasificaron en informaciones que describían fortalezas, debilidades, oportunidades y proyecciones personales. Más aún, se consideró prudente la captación de tres voces estudiantiles para monitorear los procesos introspectivos de los diferentes grupos de estudios, ya que, según las apreciaciones visuales del investigador pudo contactar que los estudiantes tendían a congregarse en tres (3) grupos; pues bien, el sentido común del asunto permitió focalizar la atención a los tres líderes de cada grupo con las cuales se le denominó: informante clave 1, clave 2 y clave 3 (IC1, IC2 y IC3, respectivamente), al profesor se le asignó la abreviatura Prof.

A continuación se exponen extractos de relatos orales tratados para su divulgación, no se cambiaron sus giros interpretativos, porque los mismos se avalaron y aprobaron por sus protagonistas originales, quienes dieron su consentimiento en la interpretación y publicación: REGISTROS DESCRIPTIVOS DE LAS INCIDENCIAS ORALES	
Fortalezas	<i>Fecha: 22-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i> Prof.: Disfrutando el ambiente. –El profesor se acerca y trata de romper el hielo con una palmada en la espalda– Prof.: Esta asignatura rompe la línea de lo básico a lo realmente especializado. Es el lenguaje natural del ejercicio profesional y el umbral a las telecomunicaciones. ¿Cuáles piensas tú que serían los puntos fuertes del grupo? IC1: Bueno, creo que somos un grupo homogéneo con intereses comunes, y además, conocemos a los compañeros de los cursos más avanzados dispuestos y prestos a ayudarnos. También creo que, la ayuda de los repitientes representará una diferencia significativa en el abordaje de este nuevo episodio estudiantil. IC2: Todos queremos graduarnos. La mayoría de los estudiantes nos conocemos y hemos establecidos lazos fuertes de amistad. Además nos ayudamos mutuamente y algunos estamos residenciados en la misma posada, lo cual, significa que podemos estudiar más. En definitiva, la mayoría de los estudiantes de telecomunicaciones estamos muy motivados, aunque, hay algunos profesores que lejos de ayudarnos nos ponen alcabalas. Pero, de eso se trata. Pa lante, pa atrás ni con impulso. IC3: Alto nivel de compañerismo; además, todos somos camaradas. Y, usted profesor es una inspiración porque siendo maestro de escuela mira dónde estás. Entonces, el asunto es ponerle ganas de triunfo. Tomo sus palabras: estudiando y disciplinando el esfuerzo se enfoca la meta.
Debilidades	<i>Fecha: 05-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i> Prof.: La clase estuvo algo pesada, verdad – mirando al informante con un poco de risa– Prof.: ¿Piensas que hay debilidades o aspectos negativos que influyen en la comprensión? IC1: Sí, muchas deficiencias en los contenidos precedentes o requisitos previos pero ya estamos montados en el burro, ahora toca es arrearlo. – contesta mirando al suelo– IC2: Las Matemáticas anteriores fueron muy malas y deficientes, porque los profesores anteriores se retiraban muchos y los reemplazos llegaban muy tarde y por ello los contenidos no eran desarrollados en su totalidad. Y, al final los perjudicados, como siempre son los estudiantes. Reconozco mis deficiencias, pero toca estudiar mucho. –ríndose– IC3: Siento que nos sabemos nada, estoy como tarzan en New York . – dándole, vuelta a la cabeza–

Oportunidades	<i>Fecha: 12-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i> Prof.: El tema de las ecuaciones de Cauchy-Riemann es muy sencillo, solo hay que estar pendiente con las derivadas parciales –mirando al informante de frente y gesticulando con las manos movimientos de reafirmación con el texto expresado- Prof.: En tú opinión, ¿Cuáles serían las oportunidades o chances del grupo? Bueno sería una apreciación un tanto visionaria, pero la vida se basa en proyecciones y sobre todo aquellas que estén marcadas de éxitos por lograr. IC1: Mucho entumíamos y creo que tenemos una buena biblioteca. IC2: La gran oportunidad parece ser el docente mismo. No solo por su conocimiento sino porque tiene sentido de humor y es condescendiente con los estudiantes. IC3: Nosotros no nos damos por vencido muy fácilmente. La pelea es luchando. Nuestra oportunidad es no rendirnos.
	<i>Fecha: 26-03-2010, hora: 3:10pm, lugar: dentro del aula</i> Prof.: Saludos compañeros de lucha. Espero y aspiro estén estudiando para el examen, el cual, será en la próxima ocasión. Pues, en la tarde de hoy repasaremos y trataremos puntos esenciales con el objeto de desarrollar ciertas habilidades y alertas cognitivas. Prof.: A propósito, ¿Cuáles son sus metas con esta asignatura? –enfocando la vista y haciendo un movimiento de control con la cabeza para activar la respuesta en el informante- IC1: De que aprobamos, aprobamos. Hay que pasar. No pienso en otra cosa que en eso. IC2: Espero tener el chance de nivelarme a lo largo del curso, porque usted siempre anuncia los temas prerequisite y ello ayuda a preparar los futuros contenidos. Aunque, las clases en general son de alto impacto, se desarrollan muchos temas a la vez, pero se explica todo, hasta lo más elemental. En esas explicaciones veo mi oportunidad de nivelarme y con ello sacar provecho al máximo. El objetivo es claro, en la nivelación el chance y luego estudiando con mis compañeros llega el entendimiento para la prueba. IC3: Espero que se hagan recuperativos y se consideren las fallas institucionales, porque si no sabemos, gran parte de la culpa se debe a la contratación de profesores con poca experiencia. Espero que la UNEFA tenga en cuenta esos errores para las próximas generaciones.
Visiones	

Postulando consideraciones concluyentes al comienzo del proceso se puede citar:

1. La cohesión entre los miembros de grupo es altamente fuerte, pareciera que el líder de cada grupo coordina los esfuerzos en pro del bienestar colectivo. Aunque, la comunicación entre grupos diferentes se aprecia un tanto distante.
2. La motivación de logro por aprobar la asignatura es de alto nivel; es decir, el investigador nota un deseo inmenso por parte de los estudiantes en aprobar, sus metas (por ahora) están enfocadas en tal propósito.
3. Los repitientes formaron un grupo muy distintivo, no hicieron grupos con los estudiantes regulares. Siempre se ubican en la parte posterior del aula, son muy cautelosos, no intervienen mucho, son los primeros en entrar y en salir del salón de clase.
4. *De forma general*, los estudiantes manifestaron que el docente planificó y desarrolló de estilo convincente los contenidos matemáticos, pero su atención se enfocó en el diálogo permanente con la pizarra. Ya que, sostenían que el profesor siempre hablaba con ella, pareciera que lo más importante era lo estético del discurso escrito en la pizarra y los estudiantes estaban en un plano menos substancial.
5. *De forma general*, el investigador captó profundas deficiencias en las consistencia de los contenidos prerequisites, muy particularmente, en el cálculo diferencial e integral.
6. El ritual de la práctica educativa en el contexto de estudio y bajo el formato clásico de la enseñanza de la Matemática, orientó al investigador a reflexionar sobre el papel pasivo de los estudiantes que se limitaban a atender, copiar y en algunos casos formulaban preguntas acerca de las rutinas de procedimientos. Pero, nunca los estudiantes pudieron finalizar de forma correcta la resolución de los ejercicios propuestos; además, al ser interrogados por el tejido conceptual de las consistencias proposicionales empleadas en la resolución, no tuvieron un desempeño aceptable.
7. De las dos evaluaciones, corta y parcial, ningún estudiante logro aprobarla. La media del rendimiento estudiantil del primer corte que corresponde al 30% de la ponderación general resultó ser **06pts**.

En virtud de las informaciones anteriores, el docente investigador hizo énfasis en sus aspectos, con lo cual se reflexionó y elaboró el Diseño Instruccional (ver cuadro 4). Para su desarrollo, la comprensión se situó en resaltar el tópico antropológico del convivir escolar entre las partes involucradas (profesor, estudiante y contenido-medio); potencialmente, se valoró que todo estudiante es un sujeto con historia de vida y dotado de conciencia existencial.

Conciencia que está más allá de sí misma, porque es intencional, es deseo de ser lo que no se es, es posibilidad de un posible que se construye con los utensilios del vivir escolar; en este sentido, el profesor extendió su compromiso a la dimensión vivencial de los estudiantes, acompañándolos, nunca sugiriéndoles esquemas de acción que anulada el compartir social y desarrollara estructuras de dependencia académica.

Más bien, se les mostraba caminos alternativas a sus inquietudes cuyo esquema de acción exaltaba la unión con otros para lograr metas propuestas, bajo desempeños colectivos.

En resumen, la libertad de elegir fue asumida con total responsabilidad por los estudiantes, porque el papel del profesor se confino a mostrar los caminos de vida según su experiencia, pero la decisión definitiva fue asumida por los estudiantes; en este sentido, el tratamiento didáctico adquirió fondo y forma en el diagnóstico y diseño con la cual se redimensiono al calor de la actividades, evaluaciones, entrevistas y reflexiones.

Tratamiento de la situación didáctica experimentada

En el presente apartado se pretende a dar a conocer las descripciones realizadas por el docente investigador durante la fase de observación, desarrollo, evaluación e entrevista del tratamiento didáctico en los contenidos de Transformada de Laplace y Análisis de Fourier. En este orden de ideas, la experiencia educativa por comprender se dividió en dos momentos de exploración: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier.

La Transformada de Laplace se observó y se registró en un cuaderno de apuntes durante un periodo de seis (6) semanas con los cuales se analizaban y reflexionaban sus incidencias en el marco del desarrollo del tratamiento. En lo referente al contenido Análisis de Fourier se mantuvo el mismo estilo de indagar con la salvedad que se incorporaron elementos tecnológicos en el estudio de las otras seis (6) semanas restantes, tales como: el empleo del programa MatLab para la modelación y simulación de señales.

También, se utilizó registros de entrevista grabadas para hacer hincapié en las interpretaciones orales de los estudiantes; además, se manejó el procesamiento de datos paramétricos estadísticos para dar confianza cuantitativa dentro la comprensión cualitativa expresada por la acción de campo y en la voz viva de los propios protagonistas.

Las sesiones de clases se reportaron a razón de dos encuentros por semanas con una duración de seis (6) horas. Cada encuentro, tenía una fase de inicio, desarrollo y finalización de acción didáctica. El inicio y finalización quedó marcadas por ceremonias de carácter institucional obligatorias, entendidas en este estudio: ritual de inicio y ritual de finalización. En vista de presentar un esquema que pudiera reflejar las incidencias de los hechos y eventos observados: se publica el registro descriptivo de las sesiones de clase, las cuales constituye un cuadro de argumentos sucintos extraídos del cuaderno de apunte llevado por el docente investigador a lo largo del proceso indagatorio; también, se presentan de forma muy breves extractos de entrevistas con las cuales se puede seguir el hilo conductor que le permitió al investigador deducir consideraciones que a su vez le permitieron inferir y articular la comprensión de los fenómenos socioepistemológicos.

En cada comienzo de las sesiones de clases se cumplió con el ritual de inicio, el cual consiste en una formalidad de respecto que a continuación se explica: El docente comunica en voz alta su presencia “*Buenas tarde*”, se dirige a la parte interna del salón para colocarse al frente de la pizarra y al lado derecho de su escritorio. De forma casi inmediata, los estudiantes se colocan firme en su estación de trabajo y el comandante de curso rinde la parte (su saludo, la cantidad de estudiantes del curso, los presentes, los ausentes y los motivos de las ausencias).

Luego, el docente le informa al comandante: *continuar*, acto seguido el comandante ordena a los estudiantes que se sienten para dar apertura a la clase. Y, a cada culminación de clase el profesor expresa “*finalizó la clase*”, el comandante anunciaba en voz alta “*firme*”, todos los estudiantes firman en sus estaciones de trabajo; luego, el profesor retira sus pertenencias, expresa al comandante de curso: “*buenas tarde*” y se retiraba del salón, esto se entiende como ritual de finalización.

A continuación se puntualizan los hechos observados en el desarrollo de la situación didáctica experimentada:

Cuadro 7

REGISTROS DESCRIPTIVOS DE LAS SESIONES DE CLASES-T. LAPLACE	
Semana 1	<i>Ritual de inicio.</i> El docente comunica que el tema a desarrollar es el estudio de la Transformada de Laplace, luego escribe el título en la pizarra. Frente a sus estudiantes expone: Entre los conceptos de gran utilidad para el ejercicio profesional del ingeniero están las transformadas integrales. Una transformada integral es de la forma $F(s) = \int_a^b K(s, t)f(t)$, en donde una función f se transforma en otra función F por medio de una integral. Se dice que F es la transformada de f y la función K se llama el kernel de la transformación (el discurso de desarrolla observando detenidamente los rostros de los estudiantes). La idea general es usar dicho concepto para transformar un problema de f y un espacio más sencillo de solución en F. Haciendo una selección apropiada del kernel y los límites de integración (a,b). Sin embargo, nosotros vamos a estudiar un caso particular, que denominaremos Transformada de Laplace, donde el kernel será $K(s, t) = e^{-st}$ el cual está asociado con ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes; especialmente útil en la resolución de problemas con términos no homogéneos de naturaleza discontinua o impulsiva. Tales problemas son relativamente difícil en el campo de las Teorías de la ecuaciones diferenciales, pero en el terreno de la Transforma de Laplace se reducen a un formato de solución muy aritmético. Además, el análisis de la Transformada de Laplace es valioso para la comprensión de circuitos eléctricos. Sin más preámbulo la Transformada de Laplace se define mediante la integral impropia $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty e^{-st}f(t)dt$, siempre que esa integral impropia exista. Es de hacer notar que, $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ debe ser una función continua a trozo y de orden exponencial. A esta altura del discurso, los estudiantes mostraban rostros de sorpresa y se miraban unos con otros. El profesor decidió explicar detalladamente todos los términos empleados en sus argumentaciones, los estudiantes lo atendieron, escribieron y se apreció un descongestionamiento en sus tensiones académicas. Posteriormente, se analizaron propiedades, se transformaron algunas funciones elementales y se fue construyendo una tabla; también, se aplicó todo lo desarrollado en la resolución de problemas que transformaba funciones $f(t)$ a $F(s)$. El profesor mientras explicaba miraba el auditorio de estudiante, cuando notaba rostro de sorpresa se detenía en los pormenores y organizadores previos necesarios. Se trató de avanzar en los contenidos a ritmo de aprendizaje de los estudiantes para tal propósito se consultaba con los estudiantes a través de interrogantes claves, tales como: ¿Se siente cómodo? ¿Será necesario un zoom? ¿Claro como un manantial? ¿Me preocupan, me explico mejor? <i>Ritual de finalización.</i>
05-04-2010	
08-04-2010	

Semana 2 19-04-2010 22-04-2010	<i>Ritual de inicio.</i> El docente incorpora un video beam (proyector) para hacer recapitulaciones de las clases anteriores; muy especialmente, el Teorema 2.1, “Si suponemos: (i) f es seccionalmente continua sobre el intervalo $0 \leq t \leq A$, para cualquier A positivo y (ii) $f(t) \leq Ke^{at}$ cuando $t \geq M$. Entonces, la Transformada de Laplace existe para $s > a$”. Igualmente, considera prudente repasar los procedimientos en las rutinas de cálculos de las transformaciones $f(t)$ a $F(s)$, con lo que se le solicita a los estudiantes hacer los respectivos cálculos en las pizarra (<i>mientras ocurre esto el docente hace todo un recorrido por el salón para observar al resto de los estudiantes</i>). Aquellos estudiantes distraídos se le solicita que ayude con el contenido expresado en la pizarra; pues, la intención del programa fue que desarrollen atención, concentración, destrezas en las rutinas de cálculos y formalizaran los procedimientos para crear contextos de significaciones en los conceptos emitidos. Se hace énfasis en ejercicios que se apliquen concepto de primer, segundo teorema de traslación (función Heaviside), función gamma, transformada de una derivada e integral; esto es: 1. $\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s - a)$ 2. Si $u(t - a) = u_a(t) \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 1, & \text{si } t \geq a \end{cases}$ (función Heaviside), entonces $\mathcal{L}\{f(t - a)u(t - a)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t)\}$ 3. Si $\Gamma(p) = \int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}dx$ (función gamma), entonces la transformada $\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}} = \frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$ 4. $\mathcal{L}\{f^n(t)\} = s^n\mathcal{L}\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} f^k(0^+)$ 5. $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(x)dx\right\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{f(t)\} - \frac{1}{s}\int_0^a f(x)dx$ Pues bien, concluido el repaso general se diserta en la propiedad inversa de la transformada de Laplace, entre sus aspectos resaltante citamos: “La teoría de la Transformada de Laplace se considera moderadamente como parte integrante y básica del Cálculo Operacional, en donde la resolución de algunos problemas se trabaja con la transformada de la función incógnita $F(s)$, utilizando operaciones algebraicas y algunas reglas asociadas a estas transformadas. Una vez determinado el valor de $F(s)$ es necesario obtener un operador inverso cuyo dominio solución debe encontrarse en t, que es el problema original; esto es: $F(s) \rightarrow f(t)$. Es de hacer notar que, todos los problemas en el campo del procesamiento de señales están vinculados a la propagación de ondas en el dominio tiempo (t). En las sucesivas sesiones estudiaremos la definición de la transformada inversa de Laplace y los métodos para la determinación de la función incógnita $f(t)$ a partir de su Transformada de Laplace $F(s)$. El docente investigador estimó que, en cada apertura de un nuevo tema se es necesario ubicar el contenido en la dimensión sujeto-mundo-escolar para crear la doble entrada sentido-utilidad en el contexto de significación. Por ello, se articuló un <i>cuaderno de apunte</i>, donde se registraba reporte de vivencias didácticas de forma anónimas (hechos significativos de bloqueos académicos y aspectos sociales); y, en la soledad del tiempo disponible se reflexionaba sobre dichos eventos con la finalidad de crear una estrategia que pudiera ayudar a los estudiantes en la comprensión de los contenidos desarrollados y en los futuros temas. En este sentido, se seleccionó ejercicios directamente vinculados con el procesamiento de señales, tales como: función impulso unitario (delta Dirac), el estudio de funciones periódicas y función de Bessel. Lo innovador en el contexto de significación fue el empleo del programa MatLab para modelar y simular casos particulares de comportamientos con relación a los resultados matemáticamente obtenidos de los procedimientos en el estudio de Transformada de Laplace. También, se estudió el teorema de convolución (Teorema de Borel): “Sean f y g funciones a trozos de orden exponencial en $[0, \infty)$. Entonces se verifica la siguiente proposición $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(u)g(t-u)du\right\} = \mathcal{L}\{f(t)\}\mathcal{L}\{g(t)\}$”. Es decir, podemos expresar $\mathcal{L}\{f * g\} = \mathcal{L}\{f(t)\}\mathcal{L}\{g(t)\} = F(s)G(s)$, donde la convolución es $f * g = \int_0^t f(u)g(t-u)du$; en términos de las transformadas inversas, este teorema se escribe como $f * g = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)G(s)\}$. Estas explicaciones fueron sustentadas por un modelo gráfico animado proyectado por el video beam. Posterior a la proyección se procedió a resolver ejercicios relacionados con el tema, el cual se pudo observar que los estudiantes sintieron curiosidad y se animaron para resolver los problemas propuesto por el profesor. Finalmente, se diseñó un blog en internet para colocar ejercicios que ayudaran a la comprensión del contenido; se advirtió que aquellos que resultaran difíciles el profesor despejaba la duda en clase o lo resolvía. Además, se concluyó que el proceso de convolución es un método en el cálculo operacional para encontrar la solución $f(t)$ dada $F(s)$, pero más allá de esa comprensión su utilidad práctica es la construcción de filtro para tratar y procesar señales objetivas. <i>Ritual de finalización</i>
Semana 3 26-04-2010 29-04-2010	<i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. Sobre la reflexión de los perfiles de aprendizajes percibidos en las clases anteriores se consideró conveniente realizar ejercicios compartidos y distribuidos; en otras palabras, el profesor o por sugerencia de algún estudiante se escogía un ejercicio de los propuestos en el blog, después el profesor sugería el enfoque de solución y las rutinas de cálculos eran divididas entre los estudiantes, al final el profesor las resolvía de forma pública y detallando sus pasos para comprobar los resultados obtenidos por los estudiantes. Como caso sorprendente, <i>nunca efectuaron un ejercicio bueno</i>; aunque se apreciaba entusiasmos. Se pudo detectar que tenía deficiencias en el uso de la calculadora el cual se fue corrigiendo poco a poco. Además, se hizo un simulacro de prueba cuya corrección fue hecha entre ellos y el profesor lo resolvió en la pizarra, destacando la participación de los estudiante (hacían más pregunta e intervenían más); también, se notó que los estudiantes acudían a la biblioteca en sus horas extraescolares para ejercitarse y se observó que antes a la hora de clase se encontraban en los alrededores de la universidad estudiando (básicamente resolviendo los ejercicios propuestos). Se registró en el cuaderno de apunte “una alta voluntad por el desempeño de

	resolver los ejercicios del blog” y un gran entusiasmo por desentrañar los algoritmos solución, los equipos claramente diferenciados al principio se fusionaron, parecía ocurrir una alianza estratégica entre ellos. Los estudiantes sintieron que necesitaban más asistencia en sus técnicas resolutorias por lo cual solicitaron ayuda al profesor, este programó una clase especial el sábado 01-05-2010 a las 8:00am, en la cual asistieron el grupo completo y donde el profesor combinaba los roles de docente/alumno, porque en algunos casos formaba grupo con los estudiantes para gestionar y administrar recursos que conllevará a la solución de los problemas. Mientras, más resolvían ejercicios más enriquecedor se volvían sus contextos de significación, ya que el profesor aprovechaba la solución para mediar entre las estructuras formales del contenido matemático. El facilitar se redimensionó a proporcionarles recursos de abordaje y alternativas innovadoras. En líneas generales se trabajó mucho didácticamente, porque constantemente se estaba reconduciendo las estrategias según los resultados de las estructuras disipativas (reporte de vivencias didácticas y perfil de aprendizaje) para consolidar el espacio vital (sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y proyectos). En lo tocante a los proyectos los estudiantes anhelaban aprobar con alta nota, porque en el primer corte habían salido muy mal y su única oportunidad se basaba en <i>obtener notas buenas</i>, en términos existenciales: es darse cuenta de su ubicación en el contexto.
Semana 4 03-05-2010 06-05-2010	<i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. Se llevó a cabo la evaluación parcial el cual se hizo en grupo y con apoyo tecnológico (ficha y calculadora científica no programada). No le permitió formular ningún tipo de preguntas y su promedio resultó 19pts. El contenido medido estuvo contemplado por los ejercicios publicados en el blog las cuales eran 68 ejercicios seleccionados de la guía Transformada de Laplace UCV, M. Orellana, Transformada de Laplace UC, L. Villamizar y del libro Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, R DiPrima y W. Boyce. También, se dio apertura al último capítulo de la Transformada de Laplace el cual radicó en su utilidad como herramienta auxiliar en la resolución de problemas de aplicaciones, particularmente, en ecuaciones diferenciales con problema de valor inicial o de frontera, así como en la solución de algunas integrales impropias. En la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) con coeficiente constante sujetas a condiciones iniciales: el operador Transformada de Laplace, convierte una ecuación diferencial ordinaria en una función transformada. Resolviendo la ecuación transformada mediante operaciones algebraicas (cálculo operacional) se obtiene una solución en el dominio de la transformada, luego se aplica la transformada inversa de Laplace para obtener la solución del dominio original (el dominio tiempo $f(t)$). Esquema ilustrativo del desarrollo La Resolución de ecuaciones intro-diferenciales, una ecuación que presenta derivadas e integrales en la función incógnita, un ejemplo de este tipo viene dado de la forma general por: $x''(t) + x'(t) + x(t) + \int_0^t x(u)du$. La solución de estas ecuaciones, sometidas a condiciones iniciales dadas, son frecuentemente resueltas mediante la Transformada de Laplace. El desarrollo se inició mediante el método de enseñanza clásico, al cual los estudiantes reaccionaron, rechazándolo. Pues, en su lugar se mantuvo la formato expositivo atendiendo sus necesidades de ritmo y profundidad de aprendizaje; esto, desaceleró el ritmo de enseñanza y se centró en el estudiante y en los organizadores previos. El formato expositivo se convirtió en un diálogo de experiencia, de cómo el profesor lo entendía y en consecuencia lo explicaba. Así mismo, el profesor compartía sus estrategias de abordaje y la validación de sus resultados. Hecho que fue recibido como sugerencias y no como regla prescriptiva de pasos.
Semana 5 10-05-2010 13-05-2010	<i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. En estas sesiones se analizaron problemas vinculados con la resolución de algunas integrales impropias, porque la Transformada de Laplace puede utilizarse para calcular ciertas integrales impropias, ya que por su definición sabemos que: $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \rightarrow \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = \mathcal{L}\{f(t)\}_{s=a} = F(a).$ Otro punto que se desarrolló fue el estudio de los circuitos eléctricos de las ecuaciones diferenciales correspondiente a los tipos: RC, RL, RCL y motor eléctrico. El aspecto didáctico fue más fluido, dinámico y personalizado, porque a esta altura se había fundado un rapport y empatía favorable a los procesos de aprendizajes de los estudiantes. Otro rasgo favorable fue la cantidad de estudiantes: <i>por no ser muchos la atención paso de individualización a personalizada</i>. El tratamiento de resolución de problemas fue más profundo y exploró nuevas dimensiones de estrategias, ya los estudiantes hacían aportaciones desconocidas por el docente lo cual fractura la enseñanza vertical para hacerla horizontal, compartida y distribuida.

Semana 6	<i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. Se colocaron 37 ejercicios en el blog del profesor para evaluar los problemas de ecuaciones diferenciales y algunas integrales impropias. Se apreció que los estudiantes se comprometieron en resolverlo formaron grupos de estudio, preguntaron a otros profesores de la misma asignaturas, interpelaban a estudiantes más avanzados y formulaban interrogantes al profesor por vía internet y hasta se comunicaba por teléfono para solicitar alguna pista de solución. En la clase de práctica mostraron alto nivel de concentración y voluntad de logro, porque los estudiantes cuando tenían claro el algoritmo de solución de un ejercicio lo dejaban incompleto para abordar otro donde el algoritmo no estaba claro; en virtud a ello, el profesor les preguntaba. Ese es un error grave, se debe terminar. Uno de ellos respondió, si profesor nosotros lo terminamos en nuestra casa, porque sabemos que hacer. Estamos más interesados en aquellos que no tenemos claro los pasos. La experiencia resultó muy significativa, obtuvieron 17pts de promedio en la prueba parcial. En definitiva el segundo corte que evaluaba el contenido de Transformada de Laplace tuvo un promedio 18pts.
17-05-2010	
20-05-2010	

La entrevista a profundidad

Cuadro 8

REGISTROS DE ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD N° 1	
Fecha: 20-05-2010 Lugar: Salón de clase Hora: 5:30pm (después de la prueba parcial)	Prof.: ¿Cómo crees que saliste? IC1: Profesor lo hice todo, estude mucho y resolví todo los ejercicios. Prof.:¿Todos? (con rostro de sorpresa) IC1: Profe todo los hice, imagínese que el 15, 30 y 37 me lo explicó la profesora Laura y le costó. Se pasó profesor. Prof.: No es eso amigo, los ejercicios tenían un nivel aceptable. IC1: Bueno, sí. Pero algunos estaban muy bravos. Menos mal que hicimos 28 en clase, eso ayudó oyó. Nunca había hecho tanto ejercicio en tan poco tiempo. Pero cuando uno entiende la cosa se hace divertida y es verdad lo que usted dijo: “La mejor manera de aprender es enseñando a otro”. Es efectivo profesor. Prof.: Esa frase no es de mi autoría, es de Séneca. IC1: ¿Quién es ese? ¿Un matemático? Prof.: No, es un filósofo griego. IC1: No me diga que también le mete a la filosofía. Prof.: Algo, ¿Pero, cuéntame aprendiste mucho? IC1: Mire primo, estudia a conciencia, no para pasar siento que puedo ser preparador. Me gusto el estilo, la pedagogía dio en el clavo. Tuve muchas fallas, pero las corregí. Profe estoy convencido (mira al docente y exclama moviendo las manos), se aprende haciendo ejercicios parejo. Bueno, para hacer ejercicio hay que comprenderlo, si uno no comprende, nada que ver. Uno termina tomándole rabia a la Matemática (se ríe y mira al docente). Yo, entendí al principio me costó. Profesor este grupo es bueno, pregúntele al coordinador. Todos los profesores hablan bien de nosotros. Si nos explica nosotros avanzamos. Prof.: ¿Qué paso en el primer corte? IC1: No sé, usted marco una distancia, parecía enemigo que amigo, un poco más de lo mismo. Prof.: ¿No explicaba bien? IC1: Yo no le entendía, usted tuvo que cambiar de pedagogía porque nadie estaba aprendiendo. ¿Cierto, no? Prof.: Si, hubo un cambio de estrategia. Pero, era la misma persona. IC1: Profe, yo siento que usted cambió. Como persona, se convirtió en más persona. El problema no es la clase son los estudiantes: su razón de ser. Prof.: Comparto mucho esa afirmación. ¿Qué esperas en el próximo corte? IC1: La misma línea. No cambien en lo absoluto. El análisis de Fourier es clave para las próximas asignaturas. He oído que los profesores de sistemas y redes tienen que explicar ese contenido porque nadie sabe nada. Y, si nosotros llegamos finos en ese tema tendremos mucho chance de salir mejor preparados como estudiantes y futuros ingenieros. Prof.: Es cierto. Bueno vamos a seguir en esa misma línea. Hasta luego (colocándole la mano en su hombro derecho) IC1: Bueno, profe. Qué la pase bien.

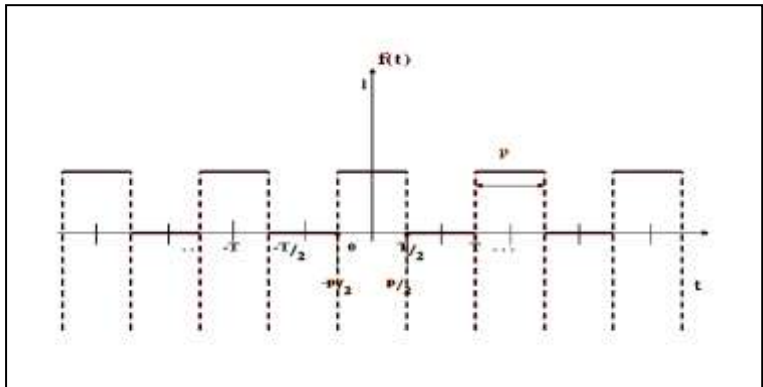
Fecha: 24-05-2010 Lugar: Cantina de la UNEFA Hora: 2:45pm (antes de clase)	Prof.: Saludos, ¿Cómo le va? IC3: Buenas tardes profesor. Estoy bien. Corrigió las pruebas, creo que saque 20pts, le metí los pelos. Prof.: Corregí algunas y las que he corregido han salido bastante bien. No 20pts pero si por encima de 17pts. IC3: No ha corregido la mía. Profesor, corrija la mía y utilícela como modelo. Prof.: Muy seguro de sí misma IC3: Claro. Usted lo dice: “al ingeniero se le paga por sus resultados”. Estoy segura. Compare mis resultados con IC2 y tenemos los mismos. Prof.: Veo que estudiaron bastantes. ¿Quién les ayudo? IC3: Bueno hicimos bastantes ejercicios en clase. Yo me fui a Informa y le pregunte a Pandare aquellos que no podía resolver. Además, el examen estuvo en sus límites, no salió ninguna pregunta rebuscada. Todo aconteció según lo estudiado. Es más, cuando vi el examen me pareció estar viendo una foto suya, todo lo dicho por usted salió, no hubo novedad en ese sentido. Prof.: ¿Crees, que en el próximo corte vas a salir bien? IC3: Todo depende de usted. Yo, siempre pienso lo que usted dice.”Para conseguir el amor, trabajo y examen hay que tener un 80% de suerte, el 20% es tenacidad en esfuerzos. Pero mantenerlo, es 100% de tenacidad y perseverancia”. En mí está las ganas en usted darle forma esas ganas. Ósea, si mantiene las cosas como van tengo muchas oportunidades, pero si se le ocurre cambiar ese estilo tendremos que empezar de nuevo. Prof.: Me vas hacer llorar (riéndome) IC3: No, es verdad. Depende del profesor motivar a los estudiantes. Prof.: Y, ¿Tus compañeros piensa así? IC3: Sabe, yo soy de las Vegas y estoy residenciada en una posada con mis compañeras. Nosotras todas las noches estudiamos y hablamos de los profesores. Y, una de las cosas que hemos discutidos es su forma de ser. A veces, hasta lo admiramos. Porque, siendo maestro de escuela está dando clase en una universidad y, nada menos que una asignatura tan complicada. Bueno, nosotras pensamos si él lo pudo nosotras también. Usted no es ningún extraterrestre, es de carne y hueso. Pensamos que, la diferencia son las ganas y hacer de la suerte una oportunidad que no hay que desperdiciarla. Prof.: Espero que esas ganas no claudiquen en las vicisitudes. IC3: Nada que ver. Prueba de ello fue el primer corte. Nos violaron con esas pruebas, además usted andaba algo antipático y mala gente. Usted cree que no notamos el cambio. A veces, pensamos que es producto de esa investigación que está haciendo relacionado con lo humano. Prof.: Es mi tesis doctoral en educación. IC3: Y, en educación enseñan tanta matemática. Prof.: No, esa la aprendí con los matemáticos y los ingenieros. IC3: Bueno, lo que sea. Usted ha hablado de lo humano y de la tolerancia con lo demás. Prof.: Es correcto, pero también he disertado del procesamiento de señales. IC3: Si, pero es cierto lo que dice: “De que vale un genio si como persona es una bestia” Prof.: Buena observación (riéndome). Hasta luego (tocándole el hombro izquierdo).
Fecha: 27-05-2010 Lugar: Salón de clase Hora: 3:25pm (antes de clase)	Prof.: Saludos. Saliste muy bien. Cometiste un ligero error en la resolución del circuito RCL. IC2: Sí, fue cuando estaba aplicando la transformada inversa. Todo lo demás estuvo bien. Ya, yo lo sabía lo había discutido con el E1 y IC3. Prof.: ¿Qué te pareció la pregunta n° 3? IC2: La fracción impropia tenía grado de multiplicidad. Yo ya sabía que por el método de fracción simple era muy difícil; “engorroso” como dices tú. Así que lo hice por el teorema de convolución. Y, resultado muy sencillo. Prof.: ¿La pregunta de definición estuvo muy bien? ¿Te costó mucho al principio?

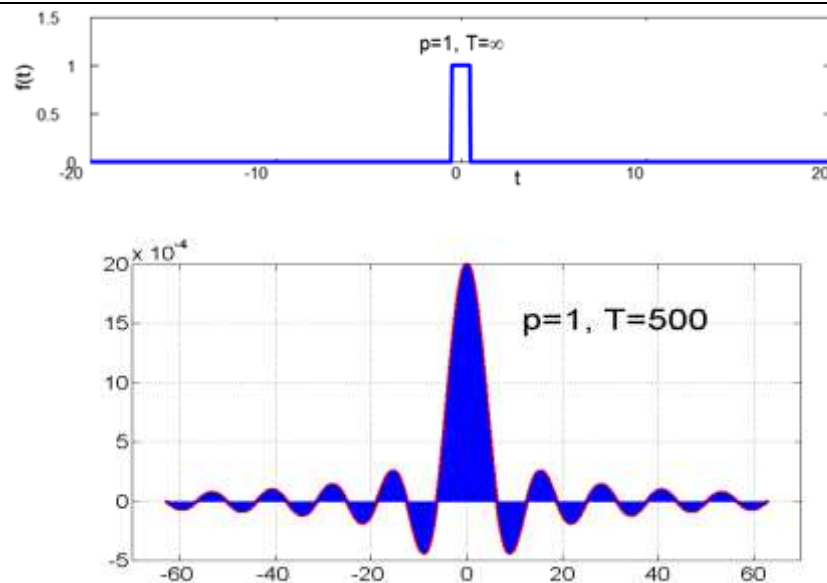
	IC2: Bueno, ya tú la habías hecho una muy parecida. Te observe que te gustaba, además, tú lo dijiste que una como esta pregunta te había salido cuando eras estudiante y no la sabías resolver. Casi la telegrafaste. Yo lo comenté con varios de mis compañeros y le dije a la profesora Laura que ayudará, ella me comentó que esa pregunta era un clásico y la analizamos. Después, se la explique a mis compañeros, nos venimos un sábado y estudiamos en unos de los salones que consiguió el comandante de curso. Prof.: Estudiaron mucho. IC2: De verdad estábamos motivados, todos nos ayudábamos y compartíamos los ejercicios. También, le preguntábamos a todo aquel. Profe, ¿una señal es una función? Prof.: Si, generalmente es una función en el dominio tiempo. IC2: Y, el ruido se mezcla con la señal. Prof.: Si, la señal como tal es una función objetiva que hace combinación lineal con el ruido. Por eso es que, los filtrados separan el ruido de esa combinación lineal para quedarnos con la señal objetiva. IC2: Y la convolución es un filtro que desplaza ese ruido de la señal objetiva. Prof.: Si, pero cuéntame ¿Te aprendiste todas la transformadas permitidas? IC2: Todas, en la práctica de hace el maestro. Hice todo los ejercicios y muchos más. Sabe le dije a un primo que estudia en la facultad de ingeniería de la UC que me comprará la guía de Transformada del profesor Villamizar y me la estudie. Allí hay ejercicios truncan, ¿por qué no lo explicó? Prof.: Razones de tiempo. Tal vez en el próximo curso. IC2: Profe, te pasaste con el de las aplicaciones de las propiedades. Prof.: Para nada, simplemente tenías que recordar algunas relaciones trigonométricas. IC2: Tú crees que uno es un profesor. Hay que estudiar otras materias. Prof.: Es básico. Más para un ingeniero en telecomunicaciones, la trigonometría es fundamental. IC2: Bueno, en las clases de serie de Fourier quién no esté claro en trigonometría esta pochado. ¿Vas utilizar modelación y simulación para Fourier? Prof.: Claro, en las clases pasada se desarrollaron estrategias de cómputo-científico, las cuales las conservaré. IC2: Formidable, cuando estoy observando con claridad lo que estoy estudiando me motivo y deseo aprenderlo. Pero, cuando es puro hablar me da sueño. Pon trabajos en equipos multidisciplinario, a fin y al cabo ese es el verdadero trabajo de un ingeniero. ¿No es así? Prof.: Yo pienso de esa forma. IC2: Ve a pedirle permiso a tu esposa, porque vamos a celebrar al final del curso. Tenemos un compartir, aunque en el primer corte te volviste rata. Me tumbaste el índice profe. Prof.: No vale, estaba familiarizándome con el curso. IC2: No, si qué forma de hacerlo. Bueno, ya nos conocemos, cero de cosas raras. Prof.: Bueno, vamos a dale. Ya es la hora de empezar la clase.
--	--

Cuadro 9

REGISTROS DESCRIPTIVOS DE LAS SESIONES DE CLASES-ANÁLISIS FOURIER	
Semana 7	<i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El discurso de apertura fue: “El tema que hoy nos convoca se refiere a expresar una función real de variable real dada f definida en el intervalo $[-L, L]$ por medio de una serie infinita en términos de senos y cosenos. En particular, se determinará las condiciones apropiadas de f en la cual se pueda expresar de la forma:</i>
24-05-2010	$f(x) = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \dots + b_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + b_2 \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \dots$ Una serie de esta forma que converge se llama serie de Fourier. El estudio de la serie de Fourier se reduce a expresar un señal de dominio tiempo en combinaciones lineales de bases vectoriales formadas por funciones sinusoidales cuya aplicación es útil en muchos campos de las Matemáticas aplicadas, concretamente en ciertas soluciones de ecuaciones diferenciales de derivadas parciales fundamentales en varios campos de la física clásica. También, tiene un capítulo especial en el estudio del procesamiento de señales armónicas. Aquí, tendremos que repasar todo lo relacionado al cálculo integral, algunas técnicas que permitan compactar expresiones algebraicas en series y sobre todo el análisis espectral de señales. En definitiva, es un punto clave para la ingeniería en telecomunicaciones. Sin más preámbulo empecemos su desarrollo”.
27-05-2010	

	En este discurso, los estudiantes permanecieron estupefactos, bajo un silencio profundo seguían con la vista todos los movimientos del profesor. El profesor comenzó desarrollando el concepto de periodicidad mediante una aplicación de MatLab [$f(x) = f(x + nT)$]. La modelación con el programa, sin lugar a duda atrajo la atención total del auditorio. Luego, se escribió en la pizarra la definición de sistema ortogonal de funciones sobre el intervalo $a \leq x \leq b$; esto es, $\langle g_m, g_n \rangle = \int_a^b g_m(x)g_n(x)dx = 0$. Al observar sus caras de sorpresa, se explicó detalladamente la importación de su compresión. Se sugirió repasar las siguientes integrales: 1. $\int_{-L}^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$ 2. $\int_{-L}^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$ 3. $\int_{-L}^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$ A esta altura del desarrollo, el profesor solicitó a sus estudiantes que efectuaran el cálculo de ciertas integrales definidas. En dicha actividad se verificó una notoria deficiencia en el cálculo integral; por ello, fue necesario implementar estrategias de nivelación donde se detallaban los pormenores de las rutinas de cálculos en los procesos de diferenciación e integración. Además, siempre preguntaba de forma personalizada y el estudiante de turno desviaba la mirada hacia otro dirección; es decir, fuera del campo visual del profesor. Pero, siempre hubo ánimo por parte del docente, recomendó algunas lecturas y ciertas estrategias con el fin de obtener nivelación requerida por las exigencias del contenido. El profesor siempre recorrió el salón observando las incidencias y alentando a sus estudiantes, la frase que constantemente repetía era: “un héroe caído no es un héroe vencido”, vamos allá tú puedes. Sin embargo, fue en las entrevistas que el docente pudo redimensionar las clases, incorporando los organizadores previos necesarios, porque fue la voz del estudiante lo que permitió al profesor introducir los elementos catalizadores de sus aprendizajes. No fue el protocolo de enseñanza, ni la experiencia, fue la reflexión de la voz del estudiante en la sensibilidad del docente. La situación de nivelación se programó según las informaciones recabadas durante la dinámica interactiva entre profesor y estudiante. Cuando los estudiantes mostraron gestos de aprobación mediante gesticulaciones corporales o declaraciones verbales, el profesor daba por sentado que el bloque de información había fluido. En este sentido, prosiguió: Ahora bien, enunciemos el Teorema 3.1, Si f es una función que satisface con las siguientes condiciones: 1. f está definida en $[a, a + T]$ 2. f y f' son seccionalmente continua en $[a, a + T]$ 3. $f(x) = f(x + nT)$ Entonces, en cada punto de continuidad se verifica la relación $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nw_0x) + b_n \sin(nw_0x), \text{ siendo } w_0 = \frac{2\pi}{T}$ En los puntos de discontinuidad el miembro de la izquierda de reemplaza $f(x) = \frac{f(x^+) + f(x^-)}{2},$ Y, los valores de los coeficientes de las expresiones $a_0 = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) dx; \quad a_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) \cos(nw_0x) dx$ $b_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) \sin(nw_0x) dx$ Para fijar el valor de los contenidos se procedió a deducir cada uno de los coeficientes; además, ello permitió repasar algunos tópicos algebraicos del enfoque lineal. Todo esto fue con la intención de crear sentido formal entre las proposiciones confinadas y las desarrolladas a la luz de las explicaciones.
Semana 8 03-06-2010 07-06-2010	El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El desarrollo de las clases dio continuidad al estudio de Fourier, en esta ocasión se analizaron casos singulares que permiten ahorrar esfuerzos, tales como son las consideraciones de las funciones par o impar; esto es: 1. $f(-x) = f(x) \rightarrow f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nw_0x)$ 2. $f(-x) = -f(x) \rightarrow f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nw_0x)$ Mediante el programas MatLab se mostró proyecciones de curvas oscilantes según la cantidad de términos deseados y con ello se explicó el fenómeno de Gibbs, el cual se concluyó como un patrón de medida que experimente la serie de Fourier en la medida que aumentan sus términos la curva resultante oscila con frecuencia creciente y amplitud decreciente en ambos lados de los puntos de discontinuidad. También, se desarrolló analíticamente la deducción de la forma compleja, expresándola como: $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn w_0 x}$, donde el término $c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(x) e^{-jn w_0 x} dx$. Al finalizar la sesión de clase, se les solicitó a los estudiantes que reflexionaran sobre la importancia que tiene el fenómeno de Gibbs en el campo de procesamiento de señales.

Semana 9 10-06-2010 14-06-2010	<i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El profesor demandó la asignación solicitada en la clase anterior a través de intervenciones deliberadas y controladas por la acción docente (el profesor preguntaba de manera puntual a un estudiante determinado). Los estudiantes pronunciaban sus ideas, creencias y presuntas implicaciones, las cuales eran muy intuitivas pero estaban en la dirección correcta. Como cierre, el profesor la definió formalmente y explicó sus alcances en la utilidad práctica. Se apreció que la metáfora <i>del discurso estaba en correspondencia con los ritmos de aprendizaje</i>; es decir, en la medida que el profesor explicaba a los estudiantes, ellos comprendían en ese ritmo. Además, se colocaron en el blog del profesor 30 ejercicios relacionados con el tema que se fueron explicando en la medida de lo posible en el curso normal de la clase y atendiendo al perfil del aprendizaje observado. Pues bien, en la medida que se resolvían problemas se transformaban en ejercicios que probablemente desarrolló estados de incubación que implicaron procesos de maduración reconstructiva y aumento la efectividad en las rutinas de cálculo, porque <i>se evidenció mediante ejecuciones resolutorias fijación de contenidos y conexiones formales entre los conceptos y procedimientos</i>.</i> En lo referente a la evaluación oral se diseñó una estrategia de sorteo innovadora; es decir, primeramente los estudiantes se agruparon según sus intereses. Una vez agrupados se sortearon 10 ejercicios diferentes para cada grupo; el sorteo consistió en enumerar fichas tapadas del 1 al 30 y se colocaron en una bolsa, acto seguido se les solicitó a cada miembro, espontáneamente, del grupo retirar 10 fichas. La adjudicación de esas fichas representó la asignación formal de los ejercicios por grupo. Posteriormente, se convocó para la semana siguiente el interrogatorio. Sólo un estudiante podría defender los ejercicios propuestos, el cual también fue sorteado. El desempeño del estudiante en cuestión, sería la nota del grupo. La idea básica era que todos los miembros del grupo se involucraran en la resolución de los ejercicios a través de estrategias colaborativas y cooperativas; al final, cada miembro del grupo debería estar plenamente preparado para el interrogatorio. Este hecho, resaltaba la confianza entre los miembros del grupo y elevaba el trabajo en equipo a una dimensión tras disciplinaria.
Semana10 17-06-2010 21-05-2010	<i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. Para esta semana se programó el análisis de las aplicaciones en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con enfoques en: flujo de calor, ecuación de Laplace y sistema vibratorio. El tratamiento didáctico se basó en exposiciones magistrales, pero siempre con atención a los aprendizajes de los estudiantes; es decir, el profesor estuvo monitoreando el desempeño estudiantil: sus cálculos, la comprensión de los modelos, sus algoritmos solución y la validación de las soluciones.</i> Se explicó la Identidad de Parseval tanto su importancia como su utilidad, al respecto, se puntualiza: “Asumiendo que la serie de Fourier que corresponde a $f(x)$ converge uniformemente a cierta función cuyo $[-L, L]$, entonces se verifica $\frac{1}{L} \int_{-L}^L [f(x)]^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$. Finalmente, se estudio integración y diferenciación en las serie de Fourier.
Semana11 24-06-2010 28-05-2010	<i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El formato de exposición tuvo como título: De la Serie a la Transformada de Fourier. Sus incidencias se explicita en las siguientes líneas:</i> La serie de Fourier nos permite obtener una representación en el dominio de frecuencia para una función periódica $f(t)$. Ahora bien, consideremos la siguiente $f(t) = \begin{cases} 0, & -\frac{T}{2} < t < -\frac{p}{2} \\ 1, & -\frac{p}{2} < t < \frac{p}{2} \\ 0, & \frac{p}{2} < t < \frac{T}{2} \end{cases}, \text{ el cual expresa un tren de pulsos de amplitud 1, ancho } p \text{ y período } T,$ <i>(todos los gráfico fueron visualizados a los estudiantes a través del programa MatLab y proyectado por el video beam; además, el profesor utilizó el recurso del apuntador para detallar aspectos significativos del contenido)</i>  Si se hace T muy grande ($T \rightarrow \infty$) y $p = 1$, la función deja de ser periódica



Y, el espectro se vuelve continuo. Seguidamente, se presenta un caso particular:

En virtud de los planteamientos anteriores, nos permite reconsiderar la expresión de la función $f(t)$ no periódica en el dominio frecuencia, **no** como una suma de armónicos de frecuencia nw_0 , sino como una función continua de frecuencia w . Entonces, la serie de Fourier: $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jnw_0 t}$, al cambiar la variable discreta nw_0 (cuando $T \rightarrow \infty$) para la variable continua w , se transforma en una integral; esto es,

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jnw_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jnw_0 t} dt \right] e^{jnw_0 t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jnw_0 t} dt \right] w_0 e^{jnw_0 t}$$

Si $T \rightarrow \infty$, $nw_0 \rightarrow w$ y $w_0 \rightarrow dw$, la sumatorio se convierte en:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jnw_0 t} dt \right] e^{jnw_0 t} dw$$

Se conviene,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{jnw_0 t} dw \text{ es la identidad de Fourier}$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jnw_0 t} dt \text{ es la transformada de Fourier}$$

Estas expresiones nos permiten calcular $F(w)$ (dominio frecuencia) a partir de $f(t)$ (dominio tiempo) y determinar $f(t)$ a partir de $F(w)$.

En conclusión, la transformada de Fourier se utiliza para pasar al «dominio frecuencial» de una señal, con el propósito de obtener información que no es evidente en el «dominio temporal». Además, una señal periódica se puede descomponer en una suma de senos y cosenos formando una base ortogonal, de esta forma, señales como las ondas se pueden descomponer en un sumatorio de señales trigonométricas. El conjunto de constantes que multiplican a cada frecuencia forman el espectro de frecuencias. De esta forma se pueden llegar a diversos experimentos muy interesantes:

- Si conocemos la densidad espectral de un sistema y la entrada podemos conocer la densidad espectral de la salida. Esto es muy útil para el diseño de filtros.
- La transformada de Fourier también es utilizada en el ámbito del tratamiento digital de imágenes, como por ejemplo para mejorar o definir ciertas zonas de una imagen fotográfica o tomada con una computadora.

La estrategia del profesor se centró en reemplazar la clase convencional por un ambiente de comunicación horizontal; es decir, en lugar de explicar cadenas de argumentos bajo un formato de secuencias, el docente optó por desarrollar un contexto de justificación formal mediante consenso compartido por los sentidos matemáticos construidos en los conceptos, teoremas e implicaciones vinculados con el proceso de formalización del contenido. Otro aspecto, fue la implementación de tecnologías innovadoras con un efecto de transparencias en el tratamiento didáctico, porque lo esencial no fue la tecnología en sí misma, fue su intencionalidad educativa inscrita en el contexto académico, el cual resultó muy favorable en la comunicación y divulgación de proposiciones matemáticas.

	En la clase siguiente se desarrollaron ejercicios ejemplarizantes, en donde se mostraron las consecuencias teóricas de las redes proposicionales. Los procedimientos se tejieron en función de los conceptos y los algoritmos fueron productos de encadenamientos formales debidamente ensayados, nada fue prescripto todo fue construido a calor de las consistencias formales y durante el proceso de aprendizaje vivido en el salón.
Semana 12 01-07-2010 05-07-2010	<i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. El estilo de resolver ejercicios se mantuvo igual a la clase anterior, lo innovador fue que el profesor trato de mediar y facilitar menos para que los estudiantes tuvieran más independencia a los fines que pudieran controlar sus procesos autogestionarios. El profesor no elaboró guías de ejercicios, solo recomendó material bibliográfico. Cuando los estudiantes presentaron la prueba individual no se les permitió formular ningún tipo de pregunta, ni emplear calculadora programable.

En este apartado se documentó las incidencias más significativas de los hechos observados durante la experiencia del interrogatorio; es preciso destacar que, el interrogatorio fue público pero los estudiantes prefirieron hacerlo privativo y personal, los aspectos considerados importantes para la investigación se publican a continuación:

Cuadro 10

REGISTROS DEL INTERROGATORIO (EVALUACIÓN ORAL 14-06-2010)	
Grupo 1 IC1 Pregunta n°3	Prof.: Saludos, bueno amigo la pregunta es bastante simple. Toda la pizarra es suya. IC1: Como me piden desarrollar la serie de Fourier de la función $f(x)$. Lo primero que debo revisar es ¿qué tipo de función es? Prof.: ¿Eso por qué? IC1: Muy sencillo, porque con eso puedo ahorrar trabajo en el cálculo de los coeficientes, bueno eso es si la función es par o impar (viendo detenidamente la función en cuestión) <i>Luego, se presume que el estudiante aplicó estrategias resolutorias que le permitieron caracterizar la naturaleza de la función en cuestión, porque el estudiante manifestó oralmente y de forma convincente que se trataba de una función impar.</i> IC1: Esto significa que, los coeficientes a_0 y a_n son cero lo cual no lo calculo. Ahora me fajo con b_n. <i>En las rutinas de cálculos su desempeño fue magistral, salvo una corrección que el profesor se la hizo notar, era un detalle de signo en la fórmula de la integral por parte. Tanto los cálculos parciales como los finales estuvieron bastante aceptables.</i> IC1: Bueno, hecho el cálculo de b_n, ahora toca compactar la serie de Fourier según las relaciones estudiadas. <i>El desempeño de compactación bastante aceptable, el profesor sólo sugirió una simplificación.</i> IC1: Esto es todo. Prof.: ¿Si se le solicitará que evaluara a la función en $x = \frac{\pi}{2}$? ¿Qué haría usted? IC1: Pelar mandaría profe (riéndose y viendo al profesor). Del desarrollo de la serie debo escoger un número de término, mientras más grande mejor. Cuando sea ingeniero tendré una computadora y podré simular con cantidades como 100 o 20000 para obtener resultados más fiables. ¿Con cuántos términos hago la evaluación? Prof.: Esta bien, no es necesario. Otra inquietud, ¿Qué pasó con la señal? IC1: Disculpe, profesor. Preste atención a los cálculos. Pero tiene razón, debo graficar, espere un momento por favor. <i>La ejecución bastante fluida, certera y organizada. El gráfico fue el correcto (señal solicitada)</i> IC1: Esta es la señal de la función, mientras más términos le agregue a la serie mejor se adapta la serie a la función en los puntos de continuidad, lo cual se conoce como el fenómeno de Gibbs. Es sorprendente, profe. Prof.: Esta bien, suficiente para mí. IC1: ¿Cuánto saque? Prof.: Su desempeño fue excelente, maneja bien los conceptos básicos y es organizado en la pizarra. La nota definitiva del grupo considero que debe ser 20pts. IC1: Gracias, profesor. Todo en el grupo estamos preparados, todos estudiamos fuertemente. Esta clase nos gustó, nos sentimos ingeniero realizando un proyecto (extendió la mano derecha para despedirse del profesor).

Grupo 2 E1 Pregunta nº 5	Prof.: Saludos, le noto algo nervioso. E1: Si, profesor bastante, porque no es mi nota es la nota del grupo. Si salgo mal, el grupo me lincha. Prof.: ¿Por qué dice eso, no estudiaste? E1: Si, bastante pero los nervios. ¿Usted sabe cómo son las cosas? Prof.: Pues no sé cómo son las cosas, dímelo tú. E1: Bueno, los nervios te hacen trancar y decir brutalidades. Prof.: Si quieres respira profundo, levántate, camina y tranquilízate un poco. <i>El estudiante hizo lo sugerido y el profesor esperó cerca de 10min.</i> Prof.: No te preocupes, si estudiaste todo va a salir bien, porque yo te voy a prestar apoyo. E1: Gracias, profesor se lo agradezco. E1: Bueno, vamos allá. La pregunta trata de demostrar esa cosa. Prof.: Esa cosa, es una relación constituida por dos miembros. E1: Eso, eso... el miembro de la izquierdo parece....dios una serie Prof.: En efecto, es una serie. ¿Qué clase de serie piensa usted qué es? E1: Tiene que ser de Fourier, pero no distingo bien la función a estudiar. Prof.: Observe el enunciado. E1: Ya lo vi. Ahora, voy a comprobar si desarrollando la serie y evaluándola en ese valor tengo el resultado del miembro de la derecha (viendo al profesor y guardo un profundo silencio) Prof.: Así es, continúe. E1: Voy a chequear si la función es par. Prof.: ¿Porqué, necesariamente par? E1: Porque, el desarrollo de la serie tiene todo los términos coseno. Prof.: Bien, ese es un buen indicador. Prosiga. <i>El estudiante utiliza los algoritmos apropiados para llevar a cabo el chequeo; además, calcula de forma bastante aceptable los coeficientes de Fourier.</i> Prof.: Bueno, ya obtuviste la serie. Ahora, solo resta hacer ajustes según las especificaciones del problema. ¿Qué piensa hacer? E2: Este....(susurra en voz baja) Prof.: ¿Por qué no lees el enunciado? ¿Tal vez encuentres un dato que te pueda ayudar? <i>Después de una espera prolongada.</i> Prof.: ¿Qué piensas sobre $x = \pi$? E2: ¿Será que evaluó la serie con ese valor? Prof.: ¿Me lo preguntas o buscas ensayar a ver? E2: El enunciado esta enredado, si yo supiera que hacer lo hago. Pero, no entiendo la pregunta. Prof.: Parafraseando la pregunta, te la formulo diferente. La función evaluada en $x = \pi$ coincide con la serie evaluada en ese mismo valor. E2: Pues, así sí. Tiene sentido todo. <i>Realiza las rutinas de cálculos un tanto lento pero seguro, se nota que revisa cuidadosamente sus procedimientos.</i> E2: Si, eureka. Los resultados por separados son iguales, con ello queda demostrado la proposición. Yo recuerdo claro, lo que usted siempre afirma: en la Matemática Aplica si todo cuadro eso está bueno y por lo tanto es consistente. Lo hice, lo hice, lo hice. (mostrando un placer interno enorme) E2: Eso es todo profesor, termino el interrogatorio. Prof.: Si, eso es todo. Espero tenga una buena noche. E2: Claro que, sí. (se retira muy rápido del salón)
Grupo 3 E2 Pregunta nº 8	Prof.: ¿Qué tal? ¿Cómo le va? E2: Bien, profesor Prof.: La pregunta que nos convoca es interesante. E2: Si, trata de la forma compleja de Fourier. La estructura es más compacta, está de forma abreviada.

	Prof.: Todo suyo. E2: Afortunadamente, la función que voy a expresar es la exponencial. A diferencia de la otra serie, aquí solo tiene un solo coeficiente de la forma compleja. ¿A propósito si esta es de la forma compleja, la que vimos al principio cómo se llama? Prof.: A comienzo la serie de Fourier que estudiamos es de la forma trigonométrica, porque la base ortogonal esta constituidos por los términos de senos y cosenos de diferentes amplitudes-frecuencias. En la forma compleja, efectivamente, la serie es más compacta ya que utiliza la identidad de Euler. E2: Identidad de Euler. ¿Qué es eso? <i>El profesor se acerca hacia la pizarra y escribe $e^{i\theta} = (\cos\theta + i\sin\theta)$</i> E2: No sabía que, esa era la identidad de Euler. Prof.: En clase yo se lo dije. Fue, cuando les hable del matemático suizo que con el tiempo perdió la visión de los dos ojos y estando ciego produjo más de 64 libros. Hoy en día, es el matemático que más producciones escritas tiene. De verdad, es bastante difícil superarlo. E2: Ha, ya me acuerdo. Su esposa tuvo 14 hijos. Prof.: Ese mismo, padre ejemplar. Cuenta la historia que siempre le fue fiel a su esposa. E2: No lo va ser, si era ciego. ¿Cómo va a buscar otra mujer? Prof.: Buena esa (riéndose) Prof.: Entonces, ¿Cómo es el asunto? E2: Voy a calcular el coeficiente y luego compacto la serie. <i>Se aprecia que domina todos los procedimientos inherentes al cálculo; además es ordenado en sus rutinas. El profesor corrigió algunos cálculos parciales (4 errores aritméticos). En términos generales el desempeño académico fue muy aceptable.</i> Prof.: Muy bien, para ser perfecto debes tener más concentración. E2: No es eso. Lo que pasa, es que pierdo el control visual en la pizarra, si hago los cálculo en el cuaderno puedo apreciar mejor los procedimientos. Prof.: En total acuerdo. Es por eso que, cuando estoy dando clase se pido mucho silencio, porque se pierde el control visual. Bueno eso es todo.
--	---

Cuadro 11

REGISTROS DE ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD N° 2	
Fecha: 17-06-2011 Lugar: Cubículo del Prof. Hora: 2:10pm	Prof.: Hola, amigo. ¿Cómo le va? ¿Todo bien? IC3: Buenas tardes profesor. Por aquí, observando el movimiento de notas. A propósito, ¿Cuándo publica usted los resultados finales? Prof.: ¿Por qué, teme que salió mal? IC3: Por favor, nada de eso. Todo sabemos cuál fue el desempeño. No profesor, se está circulando un rumor que usted va dictar teoría de sistema. Prof.: Yo no creo que sea así. Me parece que esa proposición viene de ustedes. IC3: Bueno, en cierta forma. Nosotros hablamos con el coordinador para proponerlo a usted. Prof.: Esa asignatura, la debe dictar un ingeniero. IC3: Si tá bien, lo de aquí, eso son. Vamos profesor, estudia un poco de física cuántica, algo de electromagnetismo. Porque lo demás, usted mismo es. Prof.: Insisto, es mejor un profesional de la carrera para que experimenten y ensayen situaciones potencialmente posibles en su campo profesional. Está bien, yo se las dicto. Mi escenario se va ubicar el campo netamente académico. IC3: Más que suficiente. Si la teoría está clara la práctica es un paseo. Eso es como el deporte, si usted tiene buen entrenamiento físico su desempeño deportivo será óptimo. Con usted, las cosas difíciles son pintadas fáciles. Yo creo que ese debe ser el papel de los profesores, motivar a los alumnos, enseñarles, préstale una mano amigo de corazón. No los macacos que nos asignan. Dígame el que dicta esa materia, para mí está LOCO. Yo lo he visto hablando solo por la calle y en clase se golpea la cabeza con la pizarra.

	Está loco profesor, además con él no se puede hablar, se lo traga, él es el que tiene la razón. Es como usted dice: “de que vale un genio si en las relaciones humanas es una bestia”. Prof.: Me parece que está exagerando un poco. Además, el próximo semestre voy a dictar la misma materia, porque también voy a trabajar en maestría. De verdad no va ser posible. IC3: Bueno profesor, todo depende de usted. Creo que a estas altura la preocupación no debe ser la nota más bien el prepararse bien. Pronto seremos ingenieros, más lo que comenta en la calle: somos unas tapas amarillas. En cierta forma, tienen algo de razón. Pero no todo es por nosotros, es claro que tenemos muy mala base. Profesor, algunos de nosotros, claro no todos, queremos aprender de verdad. Hay ganas, pero oooo, ¿Qué pasa aquí? Si contrataran doctores como usted, otra es la canción. Prof.: Bueno, todavía no lo soy, falta algo. IC3: Ja, ja, ja. (se ríe a carcajada) Profesor si se anima a trabajar con nosotros, formaremos un buen equipo, hasta repasaremos física cuántica y electromagnetismo. Todo el salón le aprecia y lo más importante buscas las estrategias para aprender. Nosotros lo solicitamos para continuar en nuestra formación. Con usted se aprende. Hasta la próxima ocasión (estrechando la mano derecha con el profesor)
--	---

Análisis estadístico

Considerando que las muestras provienen de la misma población (*todos los estudiantes inscritos en la asignatura de Transformadas Integrales del período 2010-1, UNEFA-Núcleo Tinaquillo*) se consideró conveniente aplicar un ensayo paramétrico “**prueba de hipótesis**” para diferencias de medias y con un nivel de significación de 5% para dos colas.

Los estadísticos calculados a través de las muestras recogidas resultaron:

Muestra 1 (sección G)	Muestra 2 (sección A y B)
$\bar{x}_1 = 14$	$\bar{x}_2 = 4.4$
$S_1 = 2.05$	$S_2 = 1.91$
$n_1 = 15$	$n_2 = 40$

Considerando que el tamaño de $n_1 = 15$, es necesario probar si las varianzas poblacionales son iguales o diferentes antes de realizar la prueba de hipótesis para diferencias de medias. En tal sentido, analizaremos:

$$\begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \end{cases}$$

$$T_p = \frac{n_1(n_2 - 1)S_1^2\sigma_2^2}{n_2(n_1 - 1)S_2^2\sigma_1^2} = 0,831 \text{ y } T_t = 1,92 (F_{(0,25;v_1;v_2)})$$

Luego, $T_p < T_t$ se acepta la hipótesis nula; en consecuencia, las muestras en estudio poseen distribución normal.

Como las varianzas son iguales, entonces la prueba de hipótesis para diferencias de medias es:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (no hay diferencias entre las medias muestrales)} \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (si hay diferencias entre las medias muestrales)} \end{cases}$$

$$\text{Estadístico de prueba; } Z_p = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n_1 + n_2 - 2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)(n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2)}} = -15,97$$

$$\text{Estadístico tabulado; } Z_t = -1.96$$

Conclusión, $Z_p < Z_t$. Esto significa que el estadístico de prueba se ubica en la zona de rechazo y en consecuencia existe diferencias entre las medias muestras, lo cual se puede discernir que la muestra 1 correspondiente al tratamiento didáctico, probablemente, ofreció influencia de carácter positivo en el rendimiento estudiantil.

Discusión

La implementación del espacio vital en el contexto de actuación didáctica resultó inmensamente enriquecedora y disminuyó las distancias de relaciones humanas entre el docente y los estudiantes. Al principio el investigador apreció un grupo de estudiantes con fuertes intenciones de triunfo, concretamente, deseo de aprobar la asignatura de Transformadas Integrales; sin embargo, en la medida que la investigación se fue desarrollando, el investigador se fue familiarizando con los aspectos de la memoria de vida y las intenciones de los estudiantes, estrategia existencial que dimensionó lo extraordinario de la vida en lo ordinario y cotidiano de la experiencia educativo. Pues ahora, los estudiantes no conformaron elementos de un tratamiento didáctico, su enfoque se centró en considerarlos seres humanos presto a cambios con colosales posibilidades.

Aunado a todo lo anterior, se determinó que para el momento de la investigación existían deficiencias de dominio cognitivos y epistemológicos, porque un grueso volumen de estudiantes (por no decir todos) desconocían habilidades, destrezas y competencias académicas para abordar problemas matemáticos de origen sencillo; también, se apreció un profundo y marcado desconocimiento de estructuras proposicionales básica en el desempeño de la Matemática superior, como por ejemplo: resolver con elevados niveles satisfacción problemas relacionados con la diferenciación e integración. En virtud a ello, el intento de solución se concentró en dos procesos paralelos, complementarios e integradores: **nivelación y apertura**.

En la nivelación se buscó fortalecer la estructura cognitiva de los estudiantes a través de contextos de descubrimiento proposicional y con el manejo de informaciones significativas dentro los marcos tecnológicos disponibles, porque la meta era dotar a los estudiantes del *un paquete cognitivo promisorio* que les permitiera acceder a informaciones cada vez más compleja. Para la apertura, se concibió un programa educativo cuya misión era suministrar a los estudiantes bloques de contenidos nuevos (Análisis de Fourier y Transforma de Laplace) con despliegue de elementos innovadores arraigado al Modelo Endocrítico, en prestación a ello se buscó renovar la práctica escolar en la figura de una visión que se esperaba materializarse en proyectos de pertinencia social, por parte de los estudiante y por parte del profesor ampliar su repertorio didáctico en la renovación de sus prácticas escolares.

Además, aspectos interpretativos según evidencias observadas y vividas en el proceso de contrastación longitudinal de conjeturas y hechos se buscó categorizar y comprender las acciones de los estudiantes al término de la interacción educativa y a la luz de la influencia socioepistemológico del intento de solución, en cuyas observaciones se consideraron interpretaciones concluyentes:

1.- Los estudiantes desarrollaron una actitud crítica frente a los contenidos, más que aprender a solucionar tal o cual problema hacían proyecciones de acciones profesionales en correspondencia a sus montajes conceptuales. Durante el curso de la investigación se apreció que los estudiantes se organizaron en grupos de trabajos mediante las cuales compartían sus resultados; además, interpelaban tanto a otros estudiantes de diferentes secciones como profesores vinculado con la asignatura para intercambiar consideraciones concluyentes.

Otro punto que llamó la atención fue el efecto multidisciplinario en el proceso de resolución de ejercicios y problemas, sus resultados eran examinados y evaluados por herramientas computacionales y bajo la lupa de consideraciones teóricas emitidas por experto del área en el procesamiento de señales. Así mismo, sostenían que dichas prácticas eran necesarias, porque al momento de asumir el rol de ingeniero debían tener experiencia en procesos creativos que les permitieran tomar decisiones responsables frente los desafíos profesionales.

2.- El interés didáctico traspasó los límites de la ecología escolar. Al principio, la fuerza rectora del proceso indagatorio era mejorar la calidad del aprendizaje en los contenidos de Transformada de Laplace y Análisis de Fourier, propósito que se logró. Ya que, se apreció **calidad en la cantidad**, los estudiantes consiguieron aprobar con una media de 14,4pts; pero, más allá del indicador cuantitativo se valoró la firmeza de convicción cognitiva con que los estudiantes defendían sus puntos de vistas, basados en proposiciones de hechos y fundamentos matemáticos consistentes.

Se sospecha que, faltó mejorar las rutinas de cálculos, porque los estudiantes expresaban en formato oral el tino de los algoritmos solución ante los problemas propuestos, sin embargo, en su desempeño procedimental cometían errores. Igualmente, el investigador pudo contactar directamente que los estudiantes dentro del contexto de actuación se hicieron más responsables, preocupados y reflexivos de su papel en la vida.

3.- Se sospecha que se generó un espacio emergente en investigación didáctica próximo a la Sociedad del Conocimiento en el contexto universitario venezolano. La interacción social vivida en el acto educativo permitió transformar la brecha cognitiva del trama en aprovechamiento compartido de conocimiento, no buscó generar políticas de cambio macro, se trató de una actitud de compromiso personal del investigador frente a la situación crítica de la propuesta del Modelo Endocrítico, multiplicidad y diversidad de los cambios globales que demanda sentido de pertinencia en nuestros estudiantes universitarios.

Porque, desde un estado de esperanza, se propuso innovar el acto educativo en un escenario muy particular y la experiencia demostró que los roles de los estudiantes se complementaron para integrar una configuración intra, inter y transdisciplinaria; así mismo, se utilizó y se transfirió los conocimiento aprendidos en esquemas de acción del trabajo escolar habitual.

4.- La relación antropológica profesor-estudiante se enmarcó en una profunda comunión de respeto, cortesía, armonía y un compromiso por aprender más y mejor. La convivencia escolar interpretada en este modelo didáctico permitió romper paradigmas convencionales cuyos productos culturales hacen promisorios las relaciones humanas existenciales, porque se notó en todo los sentidos un ambiente de apertura, prudencia y armonía; el reconocimiento del constructo sujeto-mundo-escolar fue clave fundamental en los valores de respeto, tolerancia y acompañamiento educativo.

En definitiva, emergió un compromiso por **aprender a aprender en el marco de los aprendizajes adquiridos** del proceso educativo, los estudiantes nunca perdieron su norte: ser calificados ingeniero en el área de telecomunicaciones. Y, el profesor se comprometió en analizar temáticas de física cuántica y electromagnetismo para incorporar más aplicaciones en los futuros contextos de significación.

Continúa en el próximo número...

INVENTAR O DESCUBRIR: CONSTRUCTO EPISTEMOLÓGICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. (Parte III).

Por: Msc. YHOUREZKA MENDOZA
(Profyhoureskamendozam@hotmail.com)

Tomado de:

Inventar o descubrir: constructo epistemológico en educación matemática. Capítulo II. Marco Teórico-Referencial. Pp. 30-81. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Agosto 2015.

Índice:

Capítulo II: Fundamentación Teórica.

Antecedentes de la Investigación.

Fundamentación Teórica.

Inención y sus principios.

Raíz Epistemológica de la Inención.

Génesis de la Inención según diversas perspectivas Epistemológicas.

Desde la visión de los Filósofos.

Desde la visión de los Matemáticos.

Desde la visión de los Psicólogos.

Principios de la Inención.

Características de una persona Inventiva.

El descubrimiento y sus elementos.

Raíz Etimológica del descubrimiento.

Génesis del descubrimiento según diversas perspectivas Epistemológicas.

Desde la visión de los Filósofos.

Desde la visión de los Matemáticos.

Desde la visión de los Psicólogos.

Elementos del descubrimiento.

Características de una persona que descubre.

Inención y Descubrimiento en educación Matemática.

Inención y Descubrimiento dentro de los contenidos curriculares en Educación Matemática.

Matemática-Educación-Investigación.

Referencias.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO-REFERENCIAL

Los antecedentes, están referidos a todos aquellos trabajos de investigación que preceden al que se está realizando, relacionados con el objeto de estudio presente en la investigación. Cuando se habla de trabajos de investigación, esto involucra información recabada, tanto de libros como de publicaciones en revistas científicas, tesis, monografías, entre otros. Cada uno de ellos relacionados con el tema que atañe a esta investigación, los cuales han constituido un aporte altamente significativo para la misma. A razón de ello, es prudente señalar algunos estudios como:

García, (1997), en su trabajo doctoral titulado “Un modelo de aprendizaje por observación en planificación”. Propone la formación de teorías como un nuevo tipo de aprendizaje activo, en términos de una mejora de las respuestas del sistema a su entorno. Concluye que la mejor forma en la que se puede modelizar el aprendizaje humano es la que toma en los sistemas con aprendizaje por observación y descubrimiento. De este trabajo, la autora tomó las técnicas de experimentación que se involucran directamente con el entorno, como guía para que estudiante consolide términos matemáticos como lo son la invención y el descubrimiento.

Natera, (2000), en su trabajo de investigación enfatiza el método por descubrimiento en el aprendizaje de la geometría plana en séptimo grado de Educación Básica. Dicho método estuvo enmarcado en una estrategia donde consideró que el objeto de la enseñanza era dirigir el proceso de aprendizaje del estudiante a través del descubrimiento y la construcción, hacia la comprensión y generalización de experiencias educativas, fundamentándose tanto en el modelo pedagógico-progresista como en la teoría de instrucción, concluyendo que el método por descubrimiento influye positivamente en el aprendizaje de la geometría plana. El aporte de esta investigación para la autora, se refiere a las pautas que sigue el niño por sí mismo para descubrir su entorno y lo que éste involucra, lo que posiblemente permitirán obtener bases teóricas y prácticas para la construcción de los aprendizajes y el arraigue significativo de los mismos.

Lujan, (2003), en su trabajo de investigación titulado “El desarrollo del pensamiento creativo en los niños de primer grado de Educación primaria” concluye que se necesita de un aula educativa donde prevalezca un ambiente creativo, de libertad, y un maestro que también sea creativo, para que promueva e impulse el pensamiento creativo del niño, de lo contrario sólo inhibirá o mutilará poco a poco la creatividad del alumno. El aporte de este estudio, para la investigación se basó en la extracción de ideas y conceptos básicos sobre este tipo de pensamiento que le da vida al desarrollo de producciones e invenciones, aspectos que fueron utilizados en la indagación.

Asimismo **Jiménez, (2004)**, en su artículo de la revista alternativas psicológicas, titulado “Inención, innovación y difusión del conocimiento: la producción académica en Venezuela”. Señala la importancia de la cadena invención, innovación y difusión para la producción de conocimiento (IINDIC) y el impacto de la tecnología en la competitividad de las naciones y la importancia de la difusión del saber a través de la publicación de artículos, patentes y libros como los vehículos de la comunidad científica para divulgar y usar ese conocimiento, que de acuerdo a indicadores internacionales se produce en gran medida en los países industrializados con una intervención marginal de América Latina y el Caribe. Concluye que en el contexto se refleja la producción y productividad de los académicos venezolanos como indicador de cómo la cadena INDIC es débil aun cuando el uso de la tecnología de la información parece haber tenido un impacto moderado en el incremento de la producción y productividad académica en Venezuela.

López, (2005), en su tesis doctoral titulada “Modelo para el proceso de formación de las competencias creativas en los estudiantes de la carrera de licenciatura en estudios socioculturales de la Universidad de Pinar del Río”. Concluye que existen deficiencias que se manifiestan en la falta de competencias creativas y es, en este sentido, lo que limita el logro de los modos de actuación profesional. Por lo que, dicho trabajo constituye un soporte importante para la investigación, ya que tanto en la invención como en el descubrimiento presuntamente se manejan elementos y rasgos que son necesarios desarrollar en el estudiante, especialmente la independencia, originalidad, imaginación y la fluidez, los cuales caracterizan las competencias creativas, aspectos que serán desarrollados en la indagación.

Rodríguez, (2007), en su trabajo especial de grado titulado “Estrategias de enseñanza como recurso para fomentar la creatividad en los niños con dificultades de aprendizajes de la II etapa de Educación básica”. Concluye que los docentes manejan de manera general estrategias de enseñanza en el aula para el apoyo del aprendizaje de los alumnos, muchas veces sin hacer distinción del grupo, coartando así sus habilidades creativas. Por lo que dicho trabajo constituye un aporte con la investigación ya que es a través de la creatividad como posiblemente se puede ejercitar el potencial del estudiante tanto inventivo como explorativo logrando así que obtenga aprendizajes significativos.

Sequera, (2007), en su tesis doctoral titulada “Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria”. Concluye que no existe un sistema funcional para detectar elementos de creatividad en la formación inicial de profesorado de primaria en matemáticas. Además, expresa que los elementos creativos dependen de las tareas que realicen los alumnos, por lo que no es fácil potenciar rasgos creativos en la formación inicial docente en el contenido matemático cuando no se tiene el tiempo destinado a la formación.

Mendoza, (2009), en su tesis de maestría titulada “El desarrollo de la creatividad favorece el interaprendizaje de las matemáticas en los alumnos del primer curso del colegio nacional técnico “Raymundo Aveiga” de la ciudad de Chone, durante el año lectivo 2007-2008”. Concluye que el desarrollo de la creatividad favorece el rendimiento académico, esto debido a la consistencia entre los modelos mentales de los maestros respecto su intervención en el desarrollo de la creatividad de sus alumnos y los marcos conceptuales en los que se fundamenta el verdadero incremento de estas capacidades. Dicho trabajo constituye un insumo para la investigación en cuanto a que el desarrollo de la innovación posiblemente depende de la acción del docente y a las estrategias que éste aplique para que los alumnos puedan incentivarse a explorar ese potencial que poseen y de esta manera desarrollar su capacidad de invención y descubrimiento.

Vergara y Barrera, (2010), en el trabajo de maestría titulado “Caracterización de procesos creativos grupales y su relación con el estilo cognitivo”. Concluye que un buen producto creativo depende más de habilidades de toma de decisiones y un procesamiento analítico, que de procesos creativos empleados para generarlo. De este trabajo la autora tomará los procesos que originan estructuras inventivas, novedosas, y significativas para que el educando logre realizar producciones de calidad. Además de los que favorecen procesos exploratorios y de descubrimiento las cuales son los que permiten la valoración de diversas estructuras intelectuales en el mismo.

Cymlich, (2010), en su trabajo de investigación titulado “La creatividad en la infancia: Importancia para el desarrollo psicosocial”. Concluye que al ser creativo, el niño desarrolla diversas destrezas y habilidades cognitivas para poder resolver de manera original los problemas interpersonales, contribuyendo así a fomentar mejores habilidades sociales en el grupo. El aporte con dicha investigación serán los rasgos fundamentales del estudiante que están posiblemente asociados a su personalidad los cuales involucran elementos tanto de la invención como el descubrimiento, aspectos que deben ser estimulados a lo largo de su aprendizaje.

León, (2010), en su tesis doctoral titulada “Epistemología, experimentación y enseñanza de la física. Una propuesta integradora”. Concluye que existe una gran ausencia de la experimentación en la enseñanza de la física en el nivel básico, haciendo ver la necesidad de modificar la formación de los docentes desde el punto de vista científico. De este trabajo la autora tomará las herramientas que permiten el desarrollo y la explotación de las capacidades tanto inventivas como exploratorias del estudiante lo que posiblemente motiva académicamente al educando.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El punto de partida para construir un marco de referencia lo constituye el conocimiento previo de los fenómenos que se abordan, así como las enseñanzas que fueron extraídas de la revisión bibliográfica.

A continuación se presenta una serie de conceptos y proposiciones que permitieron abordar el problema, mediante postulados y supuestos, de investigaciones anteriores sustentado por diversos autores que orientaron el trabajo de un modo coherente ofreciendo de esta manera una conceptualización adecuada de los términos que se utilizaron en dicho trabajo de investigación.

La Invención y sus Principios

Raíz Etimológica de la Invención

Según el Diccionario Trilingüe del Castellano Bascuence y Latín. Larramendi (1853), la palabra Invención proviene del latín *inventio*, "acción de inventar". Compuesta con el prefijo *in-* (hacia dentro) y *ventio*, el participio del verbo *venire*. (p. 89)

Génesis de la Invención según diversas Perspectivas Epistemológicas

La invención es una técnica o proceso que posee características novedosas y transformadoras. Sin embargo, algunas de ellas también representan una creación innovadora sin antecedentes en la ciencia o la tecnología que amplían los límites del conocimiento humano. Es por ello, que al inventar se logra a fuerza de ingenio crear algo nuevo que tenga una utilidad, ya sea que se trate de un producto o un procedimiento.

Desde la visión de los filósofos

A lo largo de los años diversos personajes de la historia le han dado una connotación diferente a la palabra invención, y esta ha ido adquiriendo relevada importancia en este transcurrir del tiempo.

Primeramente, habría que comenzar por la concepción de Pitágoras, en palabras de González (2011), para inventar se necesita un momento de meditación, de tranquilidad, para así poder llegar al proceso de iluminación dándole pie al reconocimiento de algo. (p. 152). Él considera que la invención es una proyección de la mente humana, y que las imágenes que desbordan la relación de la mente con el objeto eran netamente ilusorias.

Para él, este proceso era algo sagrado y místico, ya que el mismo vinculaba la matemática con la religión completamente, por lo que a través del mismo se desarrolla su punto de vista de la realidad.

La invención según Pitágoras es una cosmovisión de su realidad, donde a través de los sentidos y la inteligencia daba lugar a la revelación de lo que para él era sus verdades, dando paso así a la creación del objeto matemático.

Ahora bien, para Platón, en palabras de Miñón (2012), el método de la invención es el camino seguido por la mente en su ascenso hasta la verdad. Según el autor, crear era una mera imitación de la realidad en la forma de semejanzas. (P. 188)

Según el autor, inventar es una actividad, y su realidad depende del grado de ejercicio que se le dé, es algo que depende a su vez del alma. Para él la invención era esbozar el recuerdo de lo que conocía en una vida pasada.

Para Platón, todo parte de una idea que es la causa que sirve de modelo al objeto matemático, cuya constitución está inscrita en la naturaleza. (p. 48). Estas, son esencias, de aquello por lo que el objeto o ser es lo que es, ya que al inventar lo que se hace es duplicar a la realidad.

En este orden de ideas, Galileo, por su parte expresa, en palabras de Van (2003) que la invención era algo considerado como auténtico, para él antes que nada debía existir un motivo que diera paso a la creación, de esta manera enfrentaba la realidad. (p. 184)

Según el autor, antes mencionado, al inventar se crea una conexión entre el cognoscente (sujeto) y lo conocido llamado (objeto). Esta relación implica una actividad entre los mismos, que dan paso a una producción constructiva e interpretativa.

En este mismo orden de ideas, Popper (1959), por su parte considera que inventar es, por una parte plantear problemas, elegir soluciones, probar, juzgar, dosificar, componer, armonizar, informarse, inspirarse a sabiendas..., darse cuenta de las necesidades, de las preocupaciones de los espectadores, responderlas, prever los efectos, darse cuenta claramente de los procesos y medios, de los métodos para lograrlo. (p. 77)

Según dicho autor, la invención es un proceso de clarificación e investigación en el cual aumenta o progresan las teorías propias de cada ser, desarrollándose de esta manera una actividad interpretativa de la realidad.

Asimismo, Husserl (1956) expresa que toda invención presupone una anticipación. Por lo que nada se puede buscar, ni ningún trabajo productivo se puede comenzar, sin poseer de antemano una idea directriz de aquello que hay que buscar o de aquello que hay que producir. Siendo esta intuición no muy fácil de captar. Según él, la intuición lo que implica que no se puede comprender al hombre sin su relación con el mundo ni al mundo sin su relación con el hombre (p. 191).

Es conveniente resaltar, que para Bunge (2007), la Invención es la creación de una nueva idea: un enfoque, un concepto, una hipótesis o una teoría; un nuevo diseño, un plan, una partitura musical, un cuadro o lo que se quiera. No son ejemplos de invenciones: las cosas naturales, los datos empíricos, los cálculos. Algunas invenciones, como las del microscopio, el telescopio, el acelerador de partículas y los programas de ordenador, han hecho posibles nuevos descubrimientos. La invención no es una operación epistémica dirigida por una regla. Sin embargo, esto no ha evitado que muchos filósofos escriban sobre la lógica de la invención. (p.115)

Desde la visión de los matemáticos

Poincaré, (1900), expone que inventar es discriminar, y escoger dentro de una gran gama de posibilidades, que se dan por silogismos que se colocan en un cierto orden hasta producir una conclusión hermosa a la que denomina ley matemática. (p. 45). También la define como un algoritmo de recombinaciones de pedazos de ideas y que dichas recombinaciones son producto de un trabajo consciente en el que yace la posibilidad de la inspiración aparentemente espontánea (p. 39).

Según el autor, esta gran cantidad de combinaciones que proveen los silogismos no son las que permiten decir que se ha inventado algo. Ya que estas combinaciones no se presentan ni siquiera en la imaginación de quien las inventa. Así pues inventar consiste, precisamente en no construir combinaciones no útiles, sino en construir las que son útiles que son en este sentido la minoría.

En concordancia con las ideas de Poincaré, Leibniz (1961), tenía su propia idea de invención, para él esta no significaba en absoluto creación de la nada, pues esto estaba reservado para la divinidad, sino que era algo que a los hombres les parecía nuevo, innovador, o simplemente era un avance técnico o científico. (p. 97)

Inventar es considerado para él un arte necesario para obtener nuevos conocimientos, dando origen al sentimiento de felicidad. Asimismo, Leibniz (2001), expresa que la invención adopta el esquema de la combinación, composición, comparación o concurrencia de todas las cosas. Es por ello que todos los conocimientos constituyen piezas útiles en cuanto a que combinadas entre sí sirven para la configuración del saber único. (p. 14-15)

Según el autor, al inventar, se crea conciencia de las ideas y hechos de las cosas, ya que en este proceso se representan sensible e intelectualmente las mismas, es algo que parte del interior y da pie al florecimiento de algo.

Desde la visión de los psicólogos

Csickzentmoholyi (1998) desde una visión integrada, la define la invención como “el estado de conciencia que permite generar una red de relaciones para identificar, plantear, resolver problemas de manera relevante y divergente.” La cual funciona a través de tres elementos: campo (lugar o disciplina donde ocurre), persona (quien realiza el acto) y dominio (grupo social de expertos). (p. 6)

Según él al inventar se desarrolla una especie de juego donde se ven involucrados la creatividad, la fantasía e imaginación en los jóvenes, lo que da pie a la creación del objeto.

Desde otro punto de vista, Papalia (2005) la invención consistiría en la habilidad de ver las cosas bajo una nueva perspectiva y concebir luego soluciones nuevas, originales y eficaces. Existirían por lo tanto dos tipos de pensamiento que se relacionarían: el pensamiento divergente, que es la capacidad para descubrir respuestas nuevas y originales; y el pensamiento convergente, que lo define como la capacidad para descubrir una única respuesta correcta.

Es muy importante señalar la opinión de Piaget (1984), respecto a la invención dicho autor la considera como una función esencial de la inteligencia, para el inventar no es más que comprender, es reconstruir a través de la reinención. (p. 17)

Según el autor, al inventar se combinan esquemas mentales, construyendo estructuras, al estructurar lo real a través de la acción, es allí donde se da inicio a la interiorización, donde se produce una representación simbólica, que le permite encontrar solución a un problema mentalmente.

Los principios fundamentales en que se apoya son: la asociatividad y la reversibilidad, que parten del supuesto de que el niño debe operar mentalmente con lo simbólico y que un problema debe resolverlo mentalmente para hallar su solución. (p. 37)

En este sentido, al inventar se realiza una serie de intervenciones, decisiones y procesos, con cierto grado de intencionalidad y sistematización que tratan de modificar actitudes, ideas, culturas, contenidos, modelos y prácticas.

Según Bruner (1968), la invención, es la base central para la adquisición del conocimiento, siendo esta un aspecto clave de la capacidad humana, considerando, en este sentido, la misma como una sorpresa eficiente. (p. 22)

Para él, la invención es un tipo de conocimiento humano, donde los individuos crean significados a través de las interacciones entre otros. Por lo que al inventar, se desarrolla un proceso educativo constante, donde se construyen significados, se interpreta, relaciona, formula hipótesis, se comunica e interactúa con los objetos de conocimiento.

Principios de la invención

McKinnon (1962) expresa que el inventar “Requiere tres condiciones: 1) implica una respuesta o idea que es nueva, al menos que es infrecuente estadísticamente; 2) se adapta a la realidad en cuanto resuelve un problema; 3) es evaluada, desarrollada, elaborada y aplicada. Así concebida, es un proceso que envuelve originalidad, adaptación y realización; que parte de un problema y termina cuando el problema está resuelto. Su esencia es la solución de un problema de manera original, en otras palabras, es la solución creativa de problemas”. (p. 17)

Desde este punto de vista, destaca la novedad, es decir, la producción de algo que previamente no existía; y la utilidad o valor de esta producción, en cuanto a que resuelve un problema o agrega algo al panorama preexistente.

Se puede presumir, que todas las cosas creadas llevan en sí una determinada ley, razón o naturaleza, causa de su desarrollo, resulta de ahí que todo está ligado por razones. Además la única razón por la que un matemático puede no ser un inventor es que le falte el sentimiento de la belleza, de la armonía de los números. También, debe incluso tener buena memoria y fuerza prodigiosa de atención. Es por ello, que si una persona tiene sensación, e intuición de forma que perciba un conjunto de razonamientos, sin ningún esfuerzo de memoria le permitirá crear.

Ahora bien, según Piaget (1972), los pasos de la invención se pueden resumir de la siguiente manera: 1) Tentativas en diferentes direcciones sobre las cuales no se tiene certeza, a las que se concede desigual importancia y entre las cuales puede hallarse la solución certera al problema planteado; 2) Búsqueda que reduce todo a unas cuantas direcciones provocando que algunas tentativas desechadas cubran mayor importancia, haciendo ver la solución como aparentemente nueva. (p. 19)

En este sentido, la estructura que se obtiene por la abstracción reflectora, no es una creación libre, porque los resultados de la misma ya están contenidos fundamentalmente en una estructura inferior, pues existen las combinaciones de estructuras determinadas por un marco de posibilidad que ya está definido.

Por su parte, Prof. Frieddrich – Karl y Dr. Straus (1982) en el libro *Der Schutz Wissenchaftlicher Forschungsergebnisse*, constatan que son tres las etapas inherentes al proceso inventivo (p. 121):

1. La etapa de investigación propiamente dicha, que comprende el avance científico
2. La etapa de desarrollo, a la cual pertenece un avance técnico
3. La etapa de aplicación de la investigación, que representa el avance económico y social.

En este mismo orden de ideas, Santamaría, (2010) expresa que las fases que componen el proceso inventivo son:

1. Reconocimiento de la necesidad: Consiste en analizar la situación en la que se plantea una necesidad de tipo humano.
2. Formulación del problema: Consiste en la redacción y elaboración del enunciado que plantea la necesidad humana en cuestión.
3. Propuesta de trabajo: En esta fase se realiza una búsqueda ordenada de posibles soluciones para resolver la necesidad anteriormente planteada.
4. Diseño: En esta fase se propone todas las posibles soluciones que pueden resolver el problema. Para lo cual se proponen tormenta de ideas.
5. Elección de la solución: De las posibles soluciones que se han planteado se elige la que mejor se adapta por conocimientos, por materiales y herramientas disponibles y por las habilidades de las personas que lo pondrán en práctica.
6. Planificación: En esta fase, se organiza el equipo, las tareas que van a realizar, en qué orden se ejecutarán, cómo las realizará, donde y cuando las hará, entre otros.
7. Construcción del prototipo: En esta fase se pasará a la construcción del objeto que tiene como fin dar la solución del problema planteado.
8. Prueba y ensayo: en esta fase se probará si cumple con los requisitos de la solución y si funciona todo correctamente.
9. Rediseño: Si no se supera la fase de prueba y ensayo, se analiza donde se ha fallado y se proponen posibles soluciones, volviendo a la fase de diseño. Pero si pasa la fase de prueba y ensayo se realiza la siguiente fase.
10. Elaboración de la documentación: Una vez comprobado que todo funciona correctamente se pasa a la fase de creación de todos aquellos documentos necesarios para explicar el proceso, y luego se realiza la demostración del mismo. (p. 5-14)

Siguiendo este orden de ideas, Wallas G. (1926) determina cuatro fases:

. Preparación: Es el momento en que se toma contacto con el desafío, con una inquietud que instiga. Se percibe el problema y se reúne la información, que se extrae de su propia experiencia y del entorno de la tarea.

. Incubación: Se distrae la atención consciente del asunto, dirigiéndola a otro tipo de problema o simplemente relajándose. Es un tiempo de espera, donde la mente busca involuntaria e inconscientemente una solución. Por lo general suelen aparecer miedo a quedarse en blanco, ansiedades y sensación de que no se conseguirá lo que se ha propuesto.

. Iluminación: cuando la solución irrumpe, y las partes se unen en un todo ordenado. Hay sensación de placer que justifica el esfuerzo de incubación. Es el famoso • Eureka, al encontrar la idea apropiada.

. Verificación: consiste en examinar la solución encontrada por medio de razonamientos lógicos, para saber si merece la pena dedicarse a lo que se ha intuido. Si se aprueba la decisión, esta etapa conlleva dos momentos más:

.. Elaboración: es el trabajo de transformar la idea o intuición en un producto, encontrando los caminos adecuados para viabilizar el proyecto.

.. Comunicación: es la socialización del trabajo, transmitir a otras personas el producto personal. Facilita la aparición de nuevas búsquedas, de suma importancia para llevar adelante el progreso.

Para Chacón (2005) las orientaciones que enmarcan este proceso, la definen principalmente en tres líneas de trabajo. Primero, como un proceso, luego como un producto, y tercero, como una combinación de factores. (p. 3). Para explicar este planteamiento cita a Goñi (2000) quien indica que podría ser una secuencia de pasos o etapas utilizados para resolver un problema, o que puede representar un cambio perceptual rápido o la transformación que se dispone, cuando se produce una nueva idea o solución a un problema.

Sin embargo, también puede referirse a las técnicas o estrategias que utilizan las personas, ya sea consciente o inconscientemente, para producir una nueva idea o combinación, relación, significado, percepción o transformación. Así, este producto es un trabajo que es aceptado en cuanto a su utilidad por un grupo en algún momento. Esta aceptación se ubica en el producto y no sobre el proceso.

Autores como Besemer y Treffinger (1981) realizan una exhaustiva recopilación de criterios, parámetros o categorías generales involucrados en el proceso inventivo (p. 5-6):

• Novedad. Categoría relativa a lo inusual o infrecuente que resulta un producto porque incluye nuevos procesos, técnicas, materiales o conceptos. Incluye criterios de evaluación como originalidad (infrecuencia estadística de una respuesta), germinalidad (grado en que un producto estimula nuevas aplicaciones) y transformacionalidad (grado en que un producto representa una ruptura respecto a los Standard establecidos).

• Resolución. Corrección con que un producto resuelve una situación problemática determinada. Criterios relacionados con este parámetro son los de lógica (si un producto es científicamente válido), adecuación (posibilidades funcionales de las ideas planteadas), eficacia (grado en que soluciona determinados problemas), utilidad (si tiene o no aplicaciones prácticas reales) y valor (repercusión económica o social).

• Elaboración-síntesis. El tercer parámetro se refiere a ciertas cualidades estilísticas, a considerar sobre todo en la valoración de producciones artísticas, como son la expresividad (significado que transmite), elaboración (nivel de sofisticación formal o tecnológica), atracción (grado en que capta la atracción del observador), organización (si forma una totalidad coherente) y parsimonia (si proporciona una solución económica al problema).

En síntesis, se podría decir entonces, que desde el punto de vista educativo, específicamente en el área de la matemática, todo empieza por el interés profundo en un tema dado, que es ese primer encuentro con la realidad, donde el sujeto descubre un problema o un aspecto que despierta su curiosidad, la cual se instala en su conciencia. Creándose una especie de compromiso entre el individuo y el tema.

Después, surgiría el acopio de los datos, donde el sujeto está en vivencia con los hechos para procurarse toda la información pertinente proveniente de las observaciones sistemáticas, de las entrevistas, de las lecturas, de los viajes al lugar de los hechos, entre otros. Todos estos elementos serían su materia prima en el proceso.

Luego, vendría un paso de concentración, meditación, incubación, conciencia, asimilación intensa, un encierro en sí mismo, y al mismo tiempo, de diálogo con la realidad, de aparente calma, pero de intensa actividad productiva, también de soledad. Para luego pasar a un proceso de iluminación, donde surge una inesperada ocurrencia de algo, de analogías que no se habían advertido; un proceso de intuición, de una posibilidad o de una solución para llegar a la salida de un problema; donde se conciben hipótesis, y se atan cabos.

Surgiría entonces la elaboración, donde se verificarían las hipótesis, o la realización del objeto, según el caso. Donde entrarían elementos como lógica, la técnica, la organización, la disciplina, cobran vida los detalles, la habilidad y el uso de los materiales. En esta fase puede describir el camino por el cual logró llegar a la meta.

Por último surgiría la fase de comunicación o publicación, donde el individuo de forma natural y espontánea desea que sus familiares observen sus progresos; que los reconozcan y los aplaudan. También busca trascender a través de la aceptación por parte de su mundo, o del género humano y la historia. Culminando con una completa retroalimentación.

Características de una persona inventiva

Ricarte (2001) expresa que además de lo expresado en líneas anteriores, la persona con capacidades inventivas posee cinco saberes importantes los cuales son:

1. Saber Preguntar: Saber Escuchar.
2. Saber Analizar. Saber Sintetizar.
3. Saber Comunicar: Saber Pensar, Saber Decodificar.
4. Saber Comprometerse: Saber hasta dónde se puede llegar demasiado lejos. Saber negociar.
5. Saber adaptarse: Saber ser Flexible. Saber Redefinir. Saber reacomodar ideas, conceptos, personas y objetos, trasponiendo sus funciones y utilizarlos o interpretarlos de maneras distintas.

Entendiéndose por saber, el conocer y acercarse a los valores de la verdad, la bondad y la belleza, a la sabiduría creadora que arroja el pensamiento, esa capacidad de reflexionar, de tener criterio, convertir el riesgo de decidir, en encontrar, no sólo soluciones, sino nuevos caminos, aperturas, innovaciones siendo exploradores.

Por otro lado, Sternberg y Lubart (1995) consideran que hay características cruciales de personalidad que facilitan el proceso de invención, son:

- Estilo innovador de pensamiento: quienes tienen una capacidad para ver las cosas de maneras nuevas y prefieren actividades poco estructuradas.
- Tolerancia a la ambigüedad y perseverancia: poseen paciencia y persistencia en los períodos de incertidumbre.
- Deseo de tomar riesgos: escogen tareas difíciles como un desafío.
- Confianza en sus propias convicciones: pueden independizarse de críticas ajenas y tener una alta autoestima.

Csikszentmihaly, (1998) por su parte expresa que la persona se caracteriza por su complejidad, por lo que su personalidad no podría ser comprendida linealmente ni fácilmente etiquetada. Para él, dicha persona presenta:

- Gran cantidad de energía física, pero también necesidad de silencio y reposo
- Dominio experto en muchas situaciones e ingenuidad en otras
- Responsabilidad (disciplina) e irresponsabilidad (juego)
- Imaginación y fantasías muy desarrolladas pero también un agudo sentido de la realidad
- Extroversión e introversión,
- Humildad y orgullo
- Androginia psicológica, con manifestaciones masculinas y femeninas: agresión y protección, sensibilidad y rigidez, dominación y sumisión.
- Gran pasión por el trabajo y mucha objetividad respecto a él.
- Apertura y sensibilidad ante el mundo, lo que proporciona al mismo tiempo mucho placer y mucho dolor. (p. 12)

En este orden de ideas, Mackinnon, (1970) resume los caracteres de la personalidad como: individuos inteligentes, originales, independientes en su pensar y en su hacer, abiertos a la experiencia de su medio interior y del exterior, intuitivos, estéticamente sensibles y libres de limitaciones inhibitorias. Poseen también un alto grado de energía, un compromiso perseverante en el esfuerzo creador y un fuerte sentido de predestinación, que incluye cierto grado de capacidad de decisión y egoísmo. (p. 20)

Además, plantea que los sujetos más inventivos se interesan poco en los detalles y aspectos más prácticos de la vida, se inclinan a los significados, implicaciones y equivalentes simbólicos de las cosas e ideas, son capaces de tolerar la tensión provocada por valores en conflicto y efectuar una síntesis e integración entre ambos aspectos. A estas cualidades se agrega el sentido del humor.

Autores como De la Torre (1997), si bien concuerdan con algunos de los rasgos anteriormente planteados, emplea criterios diferentes, como la resistencia al cierre, fantasía, conectividad, alcance imaginativo, expansión figurativa, riqueza expresiva, habilidad gráfica, morfología de la imagen y estilo.

Es importante señalar, que la mente maneja la información de manera eficaz con grandes ventajas inherentes a su modo de funcionamiento (codificación, memoria, construcción de modelos, etc.) no obstante puede presentar algunas limitaciones, una de ellas se podría considerar la dificultad para reestructurar modelos de ideas en respuesta de nueva información.

Para superar estas limitaciones, posiblemente se requiera del funcionamiento de otro tipo de pensamiento, que le permita la percepción y ordenación de la realidad de modo nuevo. Esto daría lugar a un cambio repentino y espontáneo que propiciaría lo que se llama “ingenio”.

Esto es útil para generar ideas y nuevos modos de ver las cosas. Sería entonces, una actitud mental y un método para usar la información, que no acepta la rigidez de dogmas y modelos; pero también constituye un método para reestructurar la información; utilizando técnicas específicas, como la generación de alternativas, la división de un problema, el aplazamiento de juicios y opiniones, o el fomento de la imaginación, entre otras.

Por esta razón puede emplear información que nada tiene que ver con la situación que se estudia, así como aplazar la valoración de ideas hasta que se complete su desarrollo, evitando bloquear ideas que en un principio pueden considerarse erróneas. (De Bono, 1998).

El Descubrimiento y sus Elementos

Raíz Etimológica

Según el Diccionario Trilingüe del Castellano Bascuence y Latín. Larramendi (1853), la palabra Descubrimiento proviene del latín *Manifestatio*, “Acción de encontrar algo escondido”. Compuesta con el prefijo *des-* (negación), *cooperire* (tapar, cubrir enteramente), más el sufijo *-miento* (instrumento, medio o resultado). (p. 315)

Génesis del Descubrimiento según diversas Perspectivas Epistemológicas

El descubrimiento es hallar positivamente lo que uno o muchos se esmeran en encontrar. Se dice descubrir cuando es algo de gran importancia, de aquella cosa que se busca. Para descubrir es menester que haya algo oculto.

Desde la visión de los filósofos

A lo largo de los años diversos personajes de la historia le han dado una connotación diferente a la palabra descubrimiento, y este ha ido adquiriendo relevada importancia en este transcurrir del tiempo.

Primeramente, habría que comenzar por la concepción de Pitágoras, en palabras de González (2011) descubrir consiste en experimentar, percibir, observar y concentrar los sentidos. (p. 34). El consideraba que el descubrimiento era simplemente buscar algo desconocido, donde este era algo más grande que lo conocido.

Para él este proceso comprende un acto religioso, que consiste en averiguar la naturaleza de las cosas, advirtiéndolo y entendiéndolo lo que las distingue y separa de las demás.

El descubrimiento según Pitágoras, era simplemente observar el mundo más allá de la mirada, porque para él éste era un libro abierto ante los ojos de las personas. Según este autor, descubrir era encontrar lo infinitamente grande en lo infinitamente pequeño, para sentir la presencia de Dios. (p. 185)

Ahora bien, para Platón, en palabras de Miñón (2012), el descubrimiento es una novedad, una invención que adviene en forma revelada y que se haya indisolublemente unida a la experiencia religiosa manifestada en Jesucristo.

Según el autor, descubrir es encontrar algo que no se conoce, es buscar de forma encaminada aquello que se ignora.

En este orden de ideas, Galileo, en palabras de Van (2003) expresa que descubrir, es experimentar, es captar a través de los sentidos experiencias del mundo físico. Para él descubrir era simplemente observar y conocer. (p. 110)

Según el autor, al descubrir el sujeto enfrenta la realidad, experimentando de esta manera lo que para él es verdad. En este proceso de desarrollan presentimientos a través de conexiones existentes de lo que es real.

En este mismo sentido Popper (1959), por su parte considera que descubrir es el fruto de una actividad interpretativa fundada en la experiencia y a su vez es crítica porque tiene interpretaciones de la razón, ambas encaminadas en conocer la realidad. (p. 80)

Según este autor, el descubrimiento es un proceso especial de conocimiento, donde se proporcionan pautas para conocer la realidad, desde una visión del objeto basado en la intuición.

Además de ello, para el autor existe una realidad exterior que se convierte en criterio último de verdad, y más que verdad como norma a seguir.

Asimismo, Husserl (1982), expresa que el descubrimiento está íntimamente relacionada a la fenomenología, ya que al ser ésta no sólo una ciencia de hechos o realidades naturales, sino una ciencia de esencias que quiere llegar a conocimientos esenciales, involucra dos sentidos a causa de la correlación esencial entre el aparecer y lo que aparece (p.106)

A razón de lo anterior, se puede decir que el descubrimiento siempre es el resultado de la observación, y que en un determinado momento se encontrará con una situación novedosa y original acerca de algún aspecto de la realidad. También se puede considerar que éstos refieren a un fenómeno natural o la puesta en evidencia de alguna manifestación o encuentro que estaba por alguna razón oculto y fuera de circulación.

Es conveniente resaltar que para Bunge (2007), el descubrimiento es el desvelamiento de la existencia de un elemento previamente desconocido. Existen dos tipos de descubrimientos, los conceptuales y los empíricos. Ejemplo 1: La prueba de un teorema matemático es un descubrimiento de la relación lógica existente entre el teorema y sus premisas.

Pero tanto el teorema como las premisas tienen que haberse inventado antes de que pueda descubrirse su relación. Ejemplo 2: Los oncogenes se descubrieron; sin embargo, este descubrimiento fue la culminación de un proceso que se inició con la hipótesis nada ortodoxa – una invención – según la cual algunos tipos de cáncer podían estar causados por determinados genes. (p. 51)

Según este autor no existen reglas para hacer descubrimientos, del mismo modo que no existe ninguna razón para creer que todo se conocerá finalmente. Sin embargo, expresa que esto no ha impedido que varios filósofos escriban sobre la lógica del descubrimiento.

Desde la visión de los matemáticos

En relación al descubrimiento, Poincaré, (1947), expresa que este no es más que la formación de un número enorme de combinaciones casi todas sin interés y que no alcanzan la conciencia al que no ejerce ninguna acción sobre la sensibilidad estética. (p.153)

Según el autor antes mencionado, los descubrimientos matemáticos no nacen nunca por generación espontánea sino que suponen siempre conocimientos previos de un trabajo consciente y subconsciente. Por esta razón, todo descubrimiento por su misma novedad y originalidad contrasta con lo que le precede.

De modo que, el descubrimiento consiste en la transformación de hechos o experiencias que se presentan, de manera que se pueda ir más allá de la información recibida. En otras palabras, se trata de reestructurar o transformar hechos evidentes, de manera que puedan surgir nuevas ideas para llegar a la solución de los problemas. En este aprendizaje el estudiante tiene que evaluar toda la información que le viene del ambiente.

Según Leibniz (1679), descubrir es en matemática el arte más preciso que la mayoría de las cosas que se descubren. Descubrir es desvelar, es dar con el lugar. (p. 202)

Es por ello, que aun cuando un descubrimiento podría producirse de un momento a otro, ya sea, observando determinada realidad descubre un hecho determinante que cambia los acontecimientos y el rumbo de las cosas, y que normalmente están asociados a un trabajo de contemplación que exigió la inversión de mucho tiempo, así como también el trabajo en equipo de un grupo de personas que se asociaron con tal fin.

Desde la visión de los psicólogos

Csickzentmoholyi (1998) descubrir es “el estado de conciencia que permite generar una red de relaciones para identificar, plantear, resolver problemas de manera relevante, generando respuestas nuevas y originales.

Según el autor es un acto que consiste en examinar, contemplar detalladamente los objetos, situaciones, fenómenos y hechos para asimilar en detalle la naturaleza investigada; significa orientar el interés y la intención por escudriñar los hechos, las situaciones, el entorno; es aplicar la sensibilidad del tacto fino del intelecto y del espíritu para aprender a conocer y crecer.

Papalia (2005) expresa que descubrir es satisfacer las necesidades que tiene el niño y la niña de sentir, tocar, oler, probar, experimentar, explorar, manipular, este lugar sirve tanto para desarrollar a los niños y niñas en procesos científicos como los procesos matemáticos.

En este sentido, en este proceso el sujeto en vez de recibir los contenidos de forma pasiva, descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo. Colocando de esta manera en primer plano el desarrollo de las destrezas de investigación del escolar y se basa principalmente en el método inductivo, y en la solución de los problemas.

Piaget (1984), expresa que para descubrir el sujeto ha de inventar teorías, modelos y operaciones que le corresponden, ya que al inventar transforma su visión del mundo, desde la perspectiva del objeto, sin poner límites sociales ni individuales. (p. 73)

En este sentido el sujeto se rige bajo tres dimensiones, una interior (sujeto), exterior (objeto) y el sistema (modelo).

Según el autor, el descubrimiento no se reduce a un mero proceso de abstracción o de generalización que recae de modo directo en los objetos, sino que el sujeto al descubrir adquiere una propiedad nueva preexistente en ellos.

Ahora bien, Bruner (1985), considera el descubrimiento, como un reordenamiento interno de los datos de modo que uno pueda ir más allá de ellos y formar nuevos conceptos, implica descubrir los significados, la organización y la estructura de las ideas. (p. 75)

Por lo que según el autor, dicho proceso se centra fundamentalmente en la construcción del conocimiento mediante la inmersión del estudiante en situaciones de aprendizaje problemáticas, concebidas para retar la capacidad del aprendiz en la resolución de problemas diseñados de tal forma, que el estudiante aprenda descubriendo.

En efecto, el autor plantea que el descubrimiento, implica dar al aprendiz las oportunidades para involucrarse de manera activa y construir su propio aprendizaje a través de la acción directa; y su finalidad es impulsar un desarrollo de las habilidades que posibilitan el aprender a aprender y con el cual se busca que los estudiantes construyan por sí mismos el aprendizaje.

Esto ocurre, por la reorganización de las estructuras cognitivas como consecuencia de procesos adaptativos al medio, a partir de la asimilación de experiencias y acomodación de las mismas de acuerdo con el equipaje previo de las estructuras cognitivas de los aprendices.

En este sentido, un aprendizaje basado en el descubrimiento, consiste en formular preguntas para guiar al educando hacia nuevos descubrimientos. Lo cual permite el aumento de la potencia intelectual, ayudando de igual forma al procesamiento de la memoria.

En el mismo orden de ideas, el autor distingue tres modelos de representación mediante los cuales los seres humanos transforman la información que les llega y construyen modelos de la realidad, (Bruner, 1966). Estos modelos son: La acción, las imágenes mentales y el lenguaje. A su vez, de estos tres sistemas derivan tres modalidades de representación, las cuáles Bruner ha relacionado con los estadios del desarrollo de Piaget:

-La representación enactiva (relacionada con la fase sensorio-motora en la cual se fusionan la acción con la experiencia externa) se aprende haciendo cosas, manipulando objetos, imitando y actuando. Saber consiste en saber hacer, con un mínimo grado de reflexión por parte del sujeto. Si bien no es privativo de los niños pequeños, son quienes más lo utilizan.

-La representación icónica (o de las operaciones concretas). Consiste en representar cosas mediante una imagen o esquema espacial independiente de la acción. Sin embargo tal representación sigue teniendo algún parecido con el objeto representado. En esta enseñanza, se recurre al uso de imágenes o dibujos cuando el alumno debe aprender conceptos y principios no demostrables con facilidad“.

-La representación simbólica (de las operaciones formales) hace uso exclusivo del lenguaje, este proporciona medios para representar la experiencia del mundo y para transformarlo.

Con este tipo de proceso se ahonda la forma en que se adquieren conceptos o contenidos de forma activa, sin tener una información primaria acerca del contenido de aprendizaje. Empleando de esta manera el método inductivo, que facilita el desarrollo de este tipo de aprendizaje.

En síntesis, puede decirse que el niño elabora en forma activa su conocimiento internamente mediante una constante interacción con lo que le rodea, en lugar de absorberlo pasivamente del ambiente.

Bruner (1985), señala que los maestros deben proporcionar situaciones que estimulen al estudiante a descubrir por sí mismo, la estructura del material (ideas fundamentales, relacionada a patrones de las materias, es decir, a la información esencial) de las asignaturas. Igualmente señala que el aprendizaje puede tener lugar inductivamente lo cual significa pasar de los detalles y los ejemplos hacia la formulación de un principio general.

A través del descubrimiento, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando. Este modelo consiste en explicar o exponer hechos o ideas.

Elementos del descubrimiento

Bruner, (1988) expone que las formas de descubrimiento son:

1. Descubrimiento Inductivo: Implica la colección y reordenación de datos para llegar a una nueva categoría, concepto o generalización.
2. Descubrimiento Deductivo: Implica la combinación o puesta en relación ideas generales, con el fin de llegar a enunciados específicos
3. Descubrimiento Transductivo: Relaciona o compara dos elementos particulares y advierte que son similares en uno o dos aspectos. (p.114)

A partir de estas tres formas básicas de descubrimiento inductivo, deductivo y transductivo, se han descrito 6 tipos de lecciones de descubrimiento:

- Método de interpolación.
- Método deductivo estructurado.
- Método de extrapolación.
- Método deductivo.
- Método hipotético deductivo
- Método transductivo

El descubrimiento implica en el individuo una construcción a partir de los conocimientos previos que el sujeto posee al enfrentarse a una situación de aprendizaje. Este efecto, deriva de la posibilidad de conectar lo aprendido con lo que el individuo ya sabe, y de esa manera, establecer vínculos significativos con la nueva información, y con la eventualidad de aplicar esos conocimientos en nuevas situaciones.

Podría considerarse entonces que la persona cuya principal actividad es el descubrimiento, busca nuevos conocimientos o nuevas formas de expresión, tanto en el campo científico como en el artístico. Además de constituir un estímulo para la actividad intelectual creadora y ayudar a desarrollar una curiosidad creciente acerca de la solución de los problemas. Y contribuir al progreso de la lectura crítica. A partir de estas y otras ideas se pueden encontrar las cualidades de las que requiere un descubridor e incluso los defectos de los que debe alejarse.

Según Del Rio (1991), los objetivos fundamentales en este modelo de enseñanza son los siguientes (p. 47):

1. Asimilación y transferencia de estructuras conceptuales y procedimientos algorítmicos novedosos en un contexto de resolución de problemas matemáticos.
2. Desarrollo de estrategias heurísticas.
3. Generación de actitudes positivas hacia las matemáticas.

Se puede advertir entonces, primeramente una preocupación por los contenidos específicos de las matemáticas, contra la irrelevancia que este aspecto suele tener en otras metodologías de este tipo. Segundo, se coloca el desarrollo de estrategias heurísticas que son técnicas que tienen una alta posibilidad de conducir a la resolución de muchos tipos de problemas.

Por último, les genera actitudes positivas hacia las matemáticas, ya que son ellos los que exploran de forma individual situaciones problemáticas y las discuten con sus compañeros de forma amplia y contrastada, y al ser éstos los que formulen sus conjeturas o propuestas de resolución acrecientan una buena disposición a la asignatura y un cierto agrado a la misma.

Barrón, (1988) señala que los principios teóricos del aprendizaje por descubrimiento, entendido como “una construcción interpersonal derivada de un procedimiento heurístico dirigido por el propio sujeto” (p. 571), son las siguientes:

1. El sujeto está dotado de potencialidad natural para descubrir conocimiento.
2. El resultado del descubrimiento es una construcción intrapsíquica novedosa.
3. El aprendizaje por descubrimiento encuentra su punto de partida en la identificación de problemas
4. El aprendizaje por descubrimiento se desarrolla a través de un proceso investigador de resolución significativa de problemas.
5. El acto de descubrimiento encuentra su centro lógico en la comprobación de conjetura.
6. Para que la actividad resolutoria pueda ser caracterizada de descubrimiento ha de ser autorregulada y productiva.
7. El aprendizaje por descubrimiento va asociado a la producción de errores.
8. Al aprendizaje por descubrimiento le es consustancial la mediación de la orientación sociocultural.
9. El grado de descubrimiento es inversamente proporcional al grado de determinación externa del proceso resolutorio.
10. El aprendizaje por descubrimiento responde a ciertas regularidades en función de las cuales puede ser pedagógicamente promovido.

En resumen, se puede concebir el aprendizaje por descubrimiento como un proceso cognoscitivo que parte de la identificación de un problema y, mediante un proceso resolutorio al que es consustancial la evaluación de hipótesis, autorregulado por el propio sujeto con la necesaria orientación sociocultural, produce una construcción intrapsíquica novedosa.

En este mismo orden de ideas, Ausubel, Novak y Hanesian (1978), exponen que los principales fundamentos que rigen este tipo de aprendizaje son los siguientes (p.531):

- *Todo el conocimiento real es aprendido por uno mismo*, es decir, que el individuo adquiere conocimiento cuando lo descubre por el mismo o por su propio discernimiento.
- *El significado es producto exclusivo del descubrimiento creativo y no verbal*, es decir, que el significado que es la relación e incorporación de forma inmediata de la información a su estructura cognitiva tiene que ser a través del descubrimiento directo y no verbal, ya que los verbalismos son vacíos.
- *El método del descubrimiento es el principal para transmitir el contenido*, es decir, que las técnicas de aprendizaje por descubrimiento pueden utilizarse en la primera etapa escolar (para mayor comprensión verbal) para entender mejor lo que se explica pero en las etapas posteriores no es factible por el tiempo que este lleva. En forma contraria se ha dicho que el aprendizaje por recepción verbal es el método más eficaz para transmitir la materia.
- *La capacidad para resolver problemas es la meta principal de la educación*, es decir, la capacidad de resolver problemas es la finalidad educativa legítima, para esto es muy razonable utilizar métodos científicos de investigación. En un sentido contradictorio, se encuentra lejos que la capacidad de resolver problemas sea una función primaria en la educación.

- *El entrenamiento en la Heurística del descubrimiento es más importante que la enseñanza de la materia de estudio*, es decir, la enseñanza de materia no produce un mejoramiento en la educación, por lo cual el descubrimiento sería más importante, aunque en forma contraria, se ha dicho que el aprendizaje por descubrimiento tampoco es importante en la educación.
- *Cada niño debiera ser un pensador creativo y crítico*, es decir, se puede mejorar y obtener niños pensadores, creativos y críticos mejorando el sistema de Educación y así obtendríamos alumnos capaces de dominar el ámbito intelectual así como un incremento del entendimiento de las materias de sus estudios.
- *El descubrimiento organiza de manera eficaz lo aprendido para emplearlo ulteriormente*, es decir, ejecuta una acción basada en los conocimientos cuando está estructurada, simplificada y programada para luego incluir varios ejemplares del mismo principio en un orden de dificultad.
- *El descubrimiento es el generador único de motivación y confianza en sí mismo*, es decir, que la exposición diestra de ideas puede ser también la estimulación intelectual y la motivación hacia la investigación genuina aunque no en el mismo grado que el descubrimiento.
- *El descubrimiento es una fuente primaria de motivación intrínseca*, es decir, que el individuo sin estimulación intrínseca adquiere la necesidad de ganar símbolos (elevadas calificaciones y la aprobación del profesor) como también la gloria y el prestigio asociados con el descubrimiento independiente de nuestra cultura.
- *El descubrimiento asegura la conservación del recuerdo*, es decir, que a través de este tipo de aprendizaje es más probable de que el individuo conserve la información.

Ahora bien, según Del Río (1991) los principios didácticos en este tipo de aprendizaje son:

1. Concebir el aprendizaje como una construcción intrapersonal obliga al profesor a diseñar actividades didácticas estructuradas de manera que emerjan los conceptos previos y se generen conflictos cognitivos que desencadenen los subsiguientes procesos de equilibración, lo cual contribuye a que el aprendizaje sea significativo.
2. Aunque en la fase inicial del descubrimiento se produzcan errores y se emitan falsas conjeturas, como el proceso no concluye ahí pues el centro lógico de este aprendizaje se encuentra en la evaluación de estas conjeturas (demostración o refutación), es imprescindible la realización de esta tarea por parte de los estudiantes.
3. Puesto que al aprendizaje por descubrimiento le es consustancial la mediación de la orientación sociocultural, la metodología didáctica favorecerá el diálogo y la discusión de los alumnos entre sí y de éstos con el profesor, actividad que es muy recomendada por el informe Cockcroft (1985)
4. Son actividades intrínsecas de esta metodología la resolución de problemas, el desarrollo de investigaciones y la realización de trabajos experimentales, tareas todas ellas muy importantes para el aprendizaje, no sólo de los contenidos de matemática, sino de su naturaleza y sus métodos (Krulik y Reys (1980); Shufelt y Smart (1983).
5. En el aprendizaje por descubrimiento es necesario que los alumnos utilicen y desarrollen constantemente las estrategias heurísticas generales para que puedan llegar a tomar conciencia de su valor como herramientas metacognitivas (Bell, 1987) y aumentar, de este modo, su capacidad intelectual (Kersh y Wittrock (1962).
6. El aprendizaje por descubrimiento usa el razonamiento empírico-inductivo en paralelo con el razonamiento axiomático-deductivo, tanto en lo que concierne a la adquisición de conceptos, estructuras conceptuales y procedimientos, como sus aplicaciones en un contexto de resolución de problemas.
7. Como este aprendizaje requiere la participación activa del estudiante, es necesaria una componente de individualización de la enseñanza que proporcione al alumno una adecuada motivación intrínseca (Bruner (1961); Hendrix (1961).
8. La mediación sociocultural implica que la situación de aprendizaje esté bien estructurada, simplificada y expertamente programada para no discriminar a aquellos estudiantes que, por sus características personales, podrían obtener rendimientos más bajos o acumular inseguridad en la resolución de problemas, Kagan (1974)
9. Esta misma orientación sociocultural debe garantizar una cierta aceleración del proceso de descubrimiento, Gagné (1974) lo cual es muy importante para desarrollar currículos con una gran cantidad de contenidos.
10. Las tareas instructivas deben permitir a los alumnos utilizar activamente sus propios conocimientos y habilidades para producir, no sólo un aprendizaje significativo, sino un desarrollo de autoestima y de sus formas de pensamiento originales. (p. 45-46)

Mientras que, para Bruner (1988) las condiciones que se deben presentar para que se produzca un aprendizaje por descubrimiento son: (p. 114)

- *El ámbito de búsqueda debe ser restringido*, ya que así el individuo se dirige directamente al objetivo que se planteó en un principio y no se distrae con estímulos no relacionados con el objetivo.
- *Los objetivos y los medios estarán bastante especificados y serán atractivos*, ya que así el individuo se incentivará y estará motivado a realizar este tipo de aprendizaje.
- *Se debe contar con los conocimientos previos de los individuos para poder así guiarlos adecuadamente*, ya que si se le presenta un objetivo a un individuo del cual éste no tiene la base, no va a poder llegar a su fin.
- *Los individuos deben estar familiarizados con los procedimientos de observación, búsqueda, control y medición de variables*, o sea, tiene el individuo que tener conocimiento de las herramientas que se utilizan en el proceso de descubrimiento para así poder realizarlo.
- Por último, *los individuos deben percibir que la tarea tiene sentido y merece la pena*, esto lo incentivará a realizar el descubrimiento, que llevará a que se produzca el aprendizaje.

Características de una persona que descubre

Algunas cualidades de las que requiere el educando en este tipo de aprendizaje pueden ser innatas, mientras que otras, se adquieren mediante la educación y la instrucción e incluso de las experiencias que trascurren a través de la vida. Dicha persona tiene que ser consciente de sus posibilidades y de sus limitaciones o carencias; sobre todo, de estas últimas porque pueden ser resueltas por medio de la práctica y el empeño.

Frederick (1970), refiere que las cualidades de las personas que aplican el descubrimiento son:

- Capacidad de razonamiento: Capacidad de resolver problemas tanto inductiva como deductivamente.
- Memoria: Extensa, lógica, duradera y de pronto dominio de los hechos.
- Viveza: Observación incisiva y que responde con sensibilidad al entorno.
- Aplicación: Capacidad de concentración, persistencia en el esfuerzo.
- Cooperación: Posibilidad de laborar en equipo.
- Actitud Moral: Honestidad intelectual, patrones morales.
- Salud: Estabilidad nerviosa, condición física, vitalidad y resistencia.
- Celo Investigador: Interés profundo y anhelo por crear. (p. 56)

Desde este mismo punto de vista, Taylor y Bogdan, (1986) algunas características con las que puede contar, además de un cierto dominio, son las siguientes:

A. Actitud Cognoscitiva

Esta cualidad la asume al enfrentarse a lo desconocido a través de una mente abierta al conocimiento y una disposición a aprender e indagar en la realidad de las cosas y al ser flexible a otras ideas adaptándolas o analizándolas adecuadamente con el fin de encontrar algún aspecto que mejore el conocimiento del problema de estudio o su solución.

Es en este punto necesario, que no asuma posturas dogmáticas y no se cierre al conocimiento considerándose poseedor de las verdades absolutas y finalizando la búsqueda porque esto sería más bien una actitud de ignorancia.

Por lo que se requiere, que tenga interés en la búsqueda insaciable de la verdad con una predisposición a detenerse frente a las cosas para tratar de obtener de ellas su esencia y sus características. Debe hacer suyo el problema que intenta resolver de forma que le obligue a proyectarse en él con la intención de solucionarlo utilizando la imaginación y los conocimientos de manera vehemente y de forma intensa para buscar la solución. Se podría decir incluso, que se crea un estado de ansiedad en él hasta que se encuentra el camino adecuado y si ello no se logra tras varias tentativas, se acepta la imposibilidad momentánea de su resolución.

Esta cualidad se refiere también a la capacidad de dar ideas relacionadas al problema objeto de estudio. Cabe destacar que estas ideas no corresponden a lo que se denomina deducción lógica sino que se caracterizan por la creatividad del mismo.

B. Actitud Moral

Esta cualidad se asume a la hora de consultar bibliografía o trabajos de otros investigadores apoyándose en ello de forma honesta y responsable; es decir, él no debe alterar o modificar los datos ni cambiar el sentido de lo expresado por otros sino que hay que ajustarse a las aportaciones de todo autor reconociendo los méritos ajenos y evitando el plagio. El reconocimiento sincero de los méritos de los otros es una cualidad muy apreciada, que además abre camino para una buena relación personal y a un buen ambiente de trabajo.

C. Actitud reflexiva

Esta cualidad se refiere al sentido crítico en varias de sus tareas: en la atención detallada para detectar y seleccionar los problemas implicados en el trabajo, en el trabajo de análisis de fuentes, en la comprobación de las hipótesis, en la cuidadosa proyección de las diferentes actividades involucradas en el proceso, en las aportaciones personales y en los enfoques de futuros descubrimientos.

Es una actitud que se refiere también a la capacidad de desglosar el problema en sus partes más importantes para analizarlo y comprenderlo mejor. Además engloba a la capacidad de profundizar en el significado de una serie de datos y de unificarlos durante el estudio constituyendo un pilar fundamental en el avance del conocimiento.

Así como la capacidad de redefinir el problema objeto de estudio cuando éste no ha sido expuesto con suficiente claridad para que sea más fácil de abordar y de solucionar.

La memoria es otra facultad muy importante y por tanto debe cultivarse intensamente mediante la observación, la lectura y el estudio reflexivo que para mayor eficacia deben ir asociados a imágenes mentales que faciliten su recuperación.

D. Actitud Objetiva

Esta cualidad se refiere a la imparcialidad intelectual y a la independencia de criterio para juzgar los datos y los pensamientos ajenos. También se refiere a la capacidad de recorrer las etapas del proceso el cual debe estar libre de prejuicios y de opiniones e ideas preconcebidas.

Además se remite a la capacidad de autocrítica que debe tener a fin de reconocer y corregir sus errores. Debe ser fundamentalmente objetivo en la valoración de los resultados de su trabajo eliminando todo subjetivismo en su valoración a pesar de que los resultados obtenidos no sean los esperados según la hipótesis establecida.

E. Habilidad en el manejo de métodos y técnicas

Esta cualidad se refiere a la aptitud para seleccionar y aplicar los métodos y las técnicas adecuadas a las actividades del proceso de descubrimiento. Sobre todo se debe realizar cada paso con seguridad de no cometer errores irremediables.

F. Ha de ser ordenado

Esta cualidad lo caracteriza, entre otras cosas, por su habilidad para organizar las actividades de su trabajo mediante planes a los que les da seguimiento. También se encuentra en la sistematización de los pensamientos.

G. Perseverante

El trabajo es arduo por lo que debe saber persistir y tener paciencia a pesar de los obstáculos o dificultades que se presenten. Así, esta cualidad se refiere a la constancia en el logro de los objetivos de su trabajo. Tiene que ver con el ejercicio de la voluntad a fin de conseguir los resultados previstos.

H. Conocimiento de idiomas

Dada la globalización del conocimiento y las numerosas publicaciones que actualmente existen en todas las áreas científicas y tecnológicas, necesita dominar el idioma en el que se publican mayoritariamente los trabajos de su área de conocimiento. Este dominio debe ser tanto en la expresión oral para la presentación de los trabajos en congresos, seminarios, entre otros, como en la escritura para la redacción de los trabajos y la perfecta interpretación de lo que se publica. (p.20)

Es importante conocer las diferentes culturas y la diversidad de ideas y opiniones o los distintos puntos de vista sobre un tema que pueden variar dependiendo de la procedencia o del entorno en el que vive. No se ha de olvidar que toda persona forma su carácter a partir de las personas de las que le rodea desde que es un recién nacido y durante toda su vida. Por otro lado, también es importante darse cuenta de que a veces no existen tantas diferencias entre las personas aunque la distancia entre ellas sea muy grande.

Invención y Descubrimiento en Educación Matemática

La matemática es una ciencia que exige explorar y experimentar, descubriendo o inventando patrones, configuraciones, estructuras y dinámicas. En este sentido, se trata de una disciplina creativa, multifacética en sus aspectos cognitivos, afectivos y sociales, que es accesible a los educandos desde muy temprana edad, la cual le brinda momentos de entusiasmo cuando se enfrenta a un desafío, de alegría y sorpresa cuando encuentra una solución a simple vista, o de triunfo cuando logra resolver una situación difícil. Dotando de esta manera a los individuos de un conjunto de instrumentos que potencien y enriquezcan sus estructuras mentales, y los posibiliten para explorar y actuar en la realidad.

Desde un amplio sentido, busca enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo en todos los estudiantes, además de proporcionarles herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en noticias, opiniones, publicidad y diversos textos, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión sistemática.

Asimismo, contribuye a que los alumnos valoren su capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para resolver problemas y analizar situaciones concretas, incorporando formas habituales de la actividad matemática, como la exploración sistemática de alternativas, la aplicación y el ajuste de modelos, la flexibilidad para modificar puntos de vista ante evidencias, la precisión en el lenguaje y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones.

Aprender una matemática que involucre continuamente la invención y el descubrimiento como base fundamental, permite a los discentes ser críticos y adaptables; capaces de analizar, sintetizar, interpretar y enfrentar situaciones cada vez más complejas; dispuestos a resolver problemas de diversos tipos, les permite desarrollar capacidades para darle sentido al mundo y actuar en él. Les ayuda a resolver problemas cotidianos, a participar responsablemente en la dinámica social y cívica, y les suministrará, posiblemente, una base necesaria para su formación técnica o profesional.

Éste tipo de aprendizaje involucra desarrollar en ellos capacidades cognitivas claves, como visualizar, representar, modelar y resolver problemas, simular y conjeturar, reconocer estructuras y procesos. Asimismo, amplía el pensamiento intuitivo y forma el deductivo y lógico.

Constituye, por lo tanto, un dominio privilegiado para perfeccionar y practicar el sentido común, el espíritu crítico, la capacidad de argumentación, la perseverancia y el trabajo colaborativo. Ya que está siempre presente en la vida cotidiana, explícita o implícitamente, y juega un papel fundamental en la toma de decisiones.

En efecto, el aprendizaje desde estos dos puntos de vista se caracteriza fundamentalmente por considerar, que éste, es un proceso a partir y gracias al cual, se manifiestan y conocen las relaciones que deben establecerse entre uno y otro objeto y eventos y fenómenos del entorno.

Ahora bien, en el área de matemática, Poincaré (1968), señala que la invención cumple con las siguientes etapas: a) un periodo de reflexión previa, b) un periodo de incubación, c) un proceso brusco al que llama iluminación o inspiración y d) un periodo ulterior de reflexión. Mientras que el descubrimiento involucra, a) la hipótesis del azar, b) la teoría de reposo, c) la teoría del olvido, d) la teoría de la elaboración inconsciente o subconsciente. (p.274)

Además, expone que en la invención se ven involucradas una gran cantidad de asociaciones de ideas que son sometidas a prueba por el inconsciente y que de todas las innumerables combinaciones formuladas, tan sólo aquellas potencialmente útiles son las que trasladadas a la mente consciente en forma de iluminaciones que serán luego verificadas con posterioridad de forma consciente. (p.88)

Así mismo, expresa el autor antes mencionado, que en el descubrimiento se ven involucrados: primeramente un periodo de reflexión sistemática, que se ve coronado por el hallazgo científico, segundo surgen una multitud de ideas, en apariencia desordenadas y caóticas de forma involuntaria y por último se presenta la solución al problema, la cual se produce de forma instantánea, sin que le preceda ningún proceso mental relacionado o afín. (p.273)

Según Leibniz (2001) la invención o el descubrimiento involucran: sentido común, fantasía, imaginación, estimativa, cogitativa, memoria, voluntad, rapidez de espíritu, aplicación y reminiscencia. (p. 62).

En consecuencia, es oportuno resaltar que tanto el descubrimiento como la invención, aplicando cada una de las fases antes mencionadas, buscan admitir un sin fin de combinaciones de pensamientos. En donde el inconsciente ensaya y desecha muchas combinaciones sin valor, y las que se logran percibir son las que apelan al sentido estético.

Desde el punto de vista histórico, Poincaré (1963) desarrolló la teoría de las funciones fuchsianas, una noche tomando café, donde le surgían una gran cantidad de ideas, sintiéndolas chocar, hasta que dos de ellas se enganchaban, para formar una combinación estable. Y que a la mañana siguiente, había establecido la existencia de una clase de las funciones, de las que provienen las series hipergeométricas, las llamadas funciones fuchsianas.

Mientras que Leibniz (2001) desarrolló el cálculo infinitesimal permitiéndose ligar la matemática a la física (lo discontinuo a lo continuo). Forjándose así la idea de que la unidad no puede encontrarse en lo compuesto, sino que lo preside un requisito y lo domina su constitución. Buscando un orden progresivo en la ciencia, y al relacionar el cálculo infinitesimal a la efectividad de estas características se desarrollan analogías pero sin comunicarlas, y que según Poincaré es la guía del inventor. Lo que buscaba era transformar el pensamiento en cálculos por medio de sus características o caracteres.

Por lo anteriormente expuesto, se podría considerar que el descubrimiento es el proceso mediante el cual el sujeto asimila algo ya existente por naturaleza; mientras que la invención a través de ciertos mecanismos construye lo no existente con materiales existentes, llevándolo así al plano de la realidad. Por lo que posiblemente se necesitarían uno del otro para llevarse a cabo los mismos.

Invención y el Descubrimiento dentro de los contenidos curriculares en Educación Matemática

La Educación Matemática, según Ponte (1993), viene a ser “el área del saber que procura estudiar de modo sistemático y consistente los problemas que afectan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; así como también la formación de profesores y el contexto curricular, institucional, social y cultural en que se desenvuelve la acción educativa” (p. 95).

La anterior definición, en lo esencial coincide con la de González (1995), quien expresa que la Educación Matemática:

constituye una disciplina que tiene como campo de estudio la problemática específica de la transmisión y adquisición de contenidos, conceptos, teorías, y operaciones matemáticas en el contexto de las diversas instituciones escolares y otras instancias educativas (formalizadas o no), y que se expresa en forma de conocimientos teóricos y prácticos, relativos a dicha problemática, generados por el que hacer académico que, en conferencias, grupos de estudio, ponencias, congresos y exposiciones, llevan a cabo los miembros de la comunidad matemática internacional que se ocupan de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina y que se materializa, tanto en los informes, libros y artículos que son publicados en revistas u otros medios especializados que le sirven de soporte, como en las expresiones orales y en los artefactos producidos por diferentes comunidades. (p.3)

Con base en lo anterior, puede suscribirse el planteamiento de Fiorentini (1994), para quien la Educación Matemática puede ser concebida como “un área multifacética y multidimensional que involucra no sólo la dimensión didáctico-metodológica, sino también otras de carácter epistemológico, histórico-filosófico, sociológico, psicológico y axiológico praxiológico pertinentes con la matemática y la educación”. (p. 7)

Se puede decir, que la educación busca desarrollar el pensamiento matemático. Y que en este desarrollo, están involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos como lo son la invención y el descubrimiento, y aplicarlos para resolver los problemas propios de las matemáticas (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos.

Entonces se puede inferir, que el alumno, teniendo en cuenta lo antes mencionado debería ser capaz de:

- Resolver problemas dados o creados.
- Emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas.
- Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares.
- Formular preguntas de naturaleza matemática para profundizar el conocimiento y la comprensión.
- Descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas a otros.
- Hacer deducciones matemáticas.
- Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento.
- Escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores.
- Aplicar, seleccionar, modificar y evaluar modelos.
- Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.
- Utilizar formas de representación adecuadas, con un lenguaje técnico específico y con los símbolos matemáticos correctos.
- Crear un problema real a partir de una expresión matemática.
- Transferir una situación de un nivel de representación a otro.

Los aspectos antes mencionados, tratan de centrar la educación en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho proceso.

En este orden de ideas, los estudiantes de todas las edades necesitan dar sentido a los contenidos matemáticos que aprenden, para que puedan construir su propio significado de la matemática.

Es por ello, que para desarrollar los conceptos y las habilidades matemáticas, es necesario que el alumno los descubra, e invente explorando y trabajando con material concreto. Lo que hace posible visualizar y comprender mejor lo que son y lo que se hace con ellas. Permitiendo, de esta manera, promover el desarrollo de sus formas de pensamiento y de acción, y posibilitar un mejor procesamiento de información proveniente de la realidad, profundizando su comprensión y los conceptos aprendidos.

Edelman y Tononi (2002) proponen reflexionar sobre lo siguiente:

- a) Durante un Encuentro Pedagógico se produce una entrada constante de “señales paralelas y relacionadas” con eventos y objetos de conocimiento.
- b) La entrada está “gobernada” por un “sistema de valores” o significados asignados al contenido y relacionados con el conocimiento previo (“aprendizaje significativo”).
- c) La relación significativa del contenido previo con el nuevo está gobernada por la capacidad para conectar un contenido con el otro y origina la “consciencia primaria”.
- d) La conexión entre los contenidos previos y nuevos se realiza en fracciones de segundo y de manera progresiva y acumulativa y construye lo que llamamos el “presente recordado”.
- e) La “consciencia primaria” y el “presente recordado” conducen a la construcción de un “contenido complejo” y fundado en “una historia única de respuestas dependientes de la significatividad que el estudiante asigna al aprendizaje.” (p 134)

Los estudiantes, desde la práctica pedagógica, construyen la “realidad matemática” y así es como el conocimiento se convierte en un producto de su “praxis del vivir” como agentes educativos. Se hace así para validar las explicaciones y al hacerlo se establecen diferentes dominios de existencia, de realidades. Este hecho implica: a) Tener un dominio sobre la realidad matemática y b) modificarla siempre y cuando se hayan desarrollado disposiciones para reflexionar en relación con la epistemología y la ontología de la “praxis del vivir” del contenido matemático.

Según Maturana (1997) “la cuestión más importante que la humanidad tiene enfrente es la cuestión de la realidad. En efecto, sostengo que la respuesta explícita o implícita que cada uno de nosotros da a la cuestión de la realidad determina cómo la persona vive su vida, lo mismo que su aceptación o rechazo de otros seres humanos en la red de los sistemas sociales y no sociales que la persona integra” (p 11). En tal sentido, la invención y el descubrimiento se relacionan con lo que pensamos sobre la realidad.

Se puede decir, que la realidad es una experiencia interna y externa, y que para ello, es necesario reconocer que los estudiantes deben aceptar una realidad previa que no depende de ellos o de lo que hacen ya que el contenido matemático es previo, es a priori.

De acuerdo, con Fichte (1982) la realidad o la verdad es aquello sobre lo cual una comunidad ha llegado a un acuerdo en que ello es tal como lo explicamos o describimos. Porque “ponerse de acuerdo evita la opacidad referencial”.

Ahora bien, dos personas (docente y estudiante) aprehenden ciertos contenidos de pensamientos (cada una separadamente) sobre la realidad matemática. Pero, cuando se encuentran tienen que ponerse de acuerdo para establecer lo que es verdad, lo real.

De acuerdo con Maturana (1997) existen dos grupos de personas: quienes proponen una reformulación (invención o descubrimiento) de una situación determinada de “la praxis del vivir” y quienes aceptan la reformulación. Desde esta exposición delimitamos los grupos de personas siguientes: aquellos matemáticos que hacen, construyen la ciencias matemáticas porque crean, descubren sistemas, resuelven paradojas; los estudiantes que aprenden las matemáticas y los docentes que transmiten los contenidos matemáticos a través de los procesos de educación y aprendizaje.

La invención y el descubrimiento es posible cuando las personas están convencidas que la “realidad” es lo que hacen para validar sus explicaciones del mundo en “la praxis del vivir”, que al hacerlo poseen y producen dominios sobre tales realidades y suponen que la pueden modificar. Sin embargo, ello es posible solamente cuando reflexionan sobre las implicaciones epistemológicas y ontológicas de su praxis del vivir.

Las personas, las comunidades necesitan, entonces, crear, inventar y descubrir diferentes estrategias metodológicas con las cuales hacerle frente a los nuevos conocimientos que surgen. En consecuencia, tomar en cuenta que lo que todo el mundo sabe es conocimiento; pero conocimiento consciente es saber que se sabe.

Es en este sentido, donde el estudiante se debe enfrentar a situaciones desafiantes que requieren, para su resolución, variadas habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas prefijados; contribuyendo además a desarrollar en éstos confianza en las capacidades propias de aprender y de enfrentar situaciones, generándoles, actitudes positivas hacia el aprendizaje de la matemática.

Le permite además al docente, percibir el tipo de pensamiento matemático de sus alumnos cuando ellos seleccionan diversas estrategias cognitivas y las comunican. De este modo, obtiene evidencia muy relevante para apoyar y ajustar la enseñanza a las necesidades de ellos.

Dada su relevancia, estas se deben desarrollar de manera integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura. Y además deben ser promovidos para que el estudiante posea una formación integral.

Matemática - Educación - Investigación

La matemática, nace como esfuerzo para dar respuestas a interrogantes que la humanidad viene planteándose desde sus orígenes. En ocasiones para resolver problemas concretos y en mayor medida con el objeto de retar la capacidad de su mente en la creación de teorías que enmarquen sus inquietudes intelectuales.

Ahora bien, a lo largo de la historia esta ciencia ha ocupado un lugar importante en la sociedad, en virtud de que éstas crean un modelo de pensamiento, además de fomentar la capacidad de abstracción de los individuos, y ser un instrumento de modelización de la realidad, estableciendo en este sentido el lenguaje fundamental que conlleva a una actividad creadora.

Según Damiani (1997), existen tres principios básicos que orientan la actividad matemática: La abstracción, la generalización y el rigor lógico. De manera respectiva, cada uno de estos principios; lleva a la definición de objetos matemáticos; conduce a establecer resultados generales y no una serie de resultados particulares y por último, permite asegurar que un resultado nuevo no genere una contradicción a la teoría existente p. 52.

Mientras que para Bunge (1982), las funciones de la matemática son:

- Provee a todas las ciencias de un esqueleto formal y prefabricado que puede rellenarse con cualquier contenido empírico compatible con la estructura funcional
- La matematización de los conceptos y de las preposiciones incrementa la exactitud y por lo tanto la claridad de las ideas
- Una teoría matemática posee un poder deductivo ajeno a una doctrina verbal
- La precisión y el poder deductivo aumentan la verificabilidad de la teoría
- La teoría se puede ordenar mejor y en particular se puede axiomatizar
- El mejor ordenamiento lógico y facilitación de la contrastación empírica hacen a su vez más fácil la comparación de la teoría dada con teorías rivales
- Se resuelven automáticamente y sin recurso a ideología alguna. (p. 170-171)

Todos estos argumentos convierten a la matemática en una disciplina básica en el currículum de todo individuo cuya importancia ha sido fruto de una larga evolución.

Entre las razones que pueden justificar esta importancia podemos señalar las siguientes expuestas por De Guzmán, (1997):

- Es una ciencia capaz de ayudar a la comprensión de muchos aspectos del universo. Lo cual es un intento de aproximación hacia la realidad, tanto de ese mundo perceptible por sus sentidos como de ese universo conceptual va estructurando.
- Es un modelo de pensamiento, por sus cualidades de objetividad, consistencia y sobriedad, los cuales a través de una serie de procesos mentales va cimentando todo un estilo de razonamiento lógico de gran eficacia.
- Es una actividad creadora de belleza. En virtud que la exploración de la realidad a través de problemas matemáticos que responde en ocasiones a un cierto placer estético, innato en esta disciplina.
- Es un instrumento intervención de las estructuras de la realidad a nuestro alrededor, con el fin de ofrecer explicaciones de ese fenómeno observable, mediante procesos de abstracción y simplificación.
- Es capaz de manipular razonamientos y procesos mentales complejos a través de símbolos. Esta simbolización, requiere de conceptos que luego traducirá en tareas mentales más complejas, basadas en la determinación y verificación de las relaciones que guardan entre sí los símbolos creados. (p. 3-4)

No obstante, Markarian, (2004), considera que esta ciencia es importante pero, a veces, parecen haber olvidado el para qué. O le dan más peso a las dificultades de su aprendizaje y comprensión que a las ventajas e impacto de la disciplina.

Entre las dificultades que le dan peso los discentes, tanto en su propia estructura conceptual como en diferentes aspectos externos a la misma, se considera la actitud del individuo, el lenguaje propio de la matemática y la necesidad de una estructura conceptual adecuada para enfrentarse a los contenidos de la misma. (De Guzmán, 1991a, p. 5)

En este orden de ideas, aprender matemática es estimulante, gratificante y a veces difícil (NCTM, 2000, p.382) pero para disfrutar las primeras cualidades y superar la última, lo más importante es, precisamente, tener aptitudes e intereses matemáticos, además de no responder emocionalmente con actitudes que son francamente negativas para toda comprensión ante la simple presencia de los símbolos matemáticos, Gairín, (1987).

Ahora bien, la Educación Matemática, es un proceso social complejo y heterogéneo cuya finalidad es precisamente propiciar el desarrollo de capacidades y actitudes y la construcción de conocimientos matemáticos que posibiliten al educando el desempeñarse con eficacia ante situaciones problemáticas. Asimismo, está definida como el conjunto de ideas, conocimientos y procesos implicados en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tienen lugar con carácter intencional.

Es por ello, que debe formar parte de la cultura que se transmite por medio del sistema educativo. Y siendo conocimiento social y público forman parte de las estructuras de significado, que dan sentido y dotan de objetividad a nuestra información, constituyen el conocimiento fundado. En este sentido, hablamos de Educación Matemática (Ortega 1914, Stenhouse, 1984).

“La Educación Matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido, como por ósmosis, en la forma peculiar de ver las cosas, característica de la escuela en la que se entronca”. (De Guzmán, 1991b, p. 11)

Para Waldegg, (1998), la Educación Matemática, trata de construir explicaciones teóricas, globales y coherentes que permitan entender el fenómeno educativo en lo general y que, al mismo tiempo, ayuden a resolver satisfactoriamente situaciones problemáticas particulares. (p. 2)

Asimismo, expresa que para lograr esto debe adaptar y desarrollar métodos de estudio y de investigación, así como encontrar formas propias de contrastar los resultados teóricos con la realidad que éstos pretenden modelar. De este modo, esta área del conocimiento no diferiría de otras actividades científicas ni en sus propósitos ni en sus métodos y tendería a parecerse más a las ciencias empíricas que a las disciplinas especulativas.

Se muestra como una aproximación a la realidad, la cual brinda elementos de importancia para el desarrollo de la argumentación racional, la abstracción reflexiva y el aumento de habilidades necesarias para resolver problemas no sólo de ámbito escolar, sino de amplia aplicación y transferencia a otros campos del saber.

Siguiendo este mismo orden de ideas, los procesos de Investigación en Educación Matemática, conllevan a la obtención de una gran cantidad y volumen de información que necesita ser procesada y analizada por el investigador. Información que puede ser tanto de carácter cuantitativo como cualitativo. Además, requiere de una búsqueda metódica de la naturaleza y el contexto de los procesos empleados por los docentes para ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades y conocimientos matemáticos.

Es significativo señalar, que las actividades investigativas en el campo de Educación Matemática, asumen una postura integradora de distintas corrientes, pues “requiere de múltiples perspectivas que estas aproximaciones diferentes... pueden aportar a los fenómenos de enseñanza e instrucción”. (Kilpatrick, 1955, p. 5). En este mismo orden de ideas, el autor expresa que ésta se ha convertido en una de las áreas más activas de los estudios en educación. La cual continúa atrayendo mucho la atención en parte por el papel crucial que juega en el proceso educativo como un tema esencial para el aprendizaje.

La Educación Matemática se encuentra en la intersección de varias disciplinas como las matemáticas, la psicología, la sociología, la lingüística, la epistemología y la ciencia cognitiva. En muchas ocasiones trabaja en problemas que han sido tomados de otras disciplinas. Pero dicha ciencia también está comenzando a desarrollar sus propias agendas de investigación, sus propios esquemas teóricos, sus propias técnicas y metodologías, y sus propias comunidades y tradiciones. Un número creciente de investigadores, en un número también creciente de países, se encuentra estudiando la enseñanza de las matemáticas con el propósito tanto de comprenderla, como de mejorarla. (Kilpatrick, 1992, p.15)

Es importante destacar, el potencial de la matemática como campo de investigación, la cual requiere no sólo de aportes desde el punto de vista teórico, los cuales están referidos a la investigación pura que concreta la investigación matemática como un ciclo en el que las ideas se representan en forma abstracta, se manipulan y comprueban los resultados comparándolas con ideas originales Schoenfeld, (1985). Por su parte, los de carácter práctico comprenden aspectos que pueden ser catalogados como investigación entre ellos planificaciones, estrategias de enseñanza, elaboración y utilización de recursos y la evaluación entre otros.

En efecto, la actividad investigativa en el campo de Educación Matemática ha sido favorecida por el auge de la investigación en educación, consolidándose como campo de estudio con el fin de posicionarse de una perspectiva sea científica y filosófica.

Es por ello que, muchas veces se observa cómo la sociedad incita la investigación matemática porque tiene la necesidad de poseer una profunda experiencia del mundo lógico y abstracto. Fenomenológicamente, se presume que los límites que ésta tenga dependerán de sus mismas interpretaciones de la realidad.

De ahí que, esta aproximación de los objetos, hace énfasis a las interpretaciones de Husserl (1985), cuando comienza prescindiendo de la realidad o irrealidad los objetos, para limitarse a una mera descripción de éstos como condición previa de toda explicación ulterior en términos de existencia. (p. 149-150)

Para Husserl lo importante era explicar la correlación entre las diversas formas de darse un objeto (como percibido, imaginado, recordado, entre otras) frente a la unidad del objeto como aquello a lo que la conciencia se refiere de forma unívoca en cada una de sus vivencias. Lo anterior, le permitía explicar cómo el objeto presenta un sentido que excede el del contenido concreto de cada vivencia particular. Lo que está estrechamente relacionado con los términos invención y descubrimiento.

REFERENCIAS.

- Ausubel, D.P; Novak, J.D y Hanesian, H. (1978). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México, Trillas.
- Barrón, A. (1988). *Aprendizaje por descubrimiento: Principios y Aplicaciones Inadecuadas*. Universidad de Salamanca. Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación.
- Besemer, S.P. y Treffinger, D.J. (1981). *Analysis of creative products: review and synthesis*. En Rev. Journal of Creative Behavior.
- Bruner, J (1966). Hacia una teoría de la instrucción. México, Uteha.
- Bruner, J (1968) *El proceso de la educación*. México: Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana. 1º edición en castellano.
- Bruner, J (1985). En busca de la mente. Fondo de cultura económica, México.
- Bruner, J (1988). “*Desarrollo cognitivo y educación*”. Morata, Madrid.
- Bunge, M. (1982) *Epistemología*. La Habana, Editorial de Ciencias Sociales.
- Bunge, M. (2007). *Diccionario de Filosofía*. Cuarta edición. Editorial Siglo XXI editores, s.a.
- Castallada, Q. (1995). *Economía «escritural» y la invención de las culturas mayas en el «museo» de Chichén Itza*. Revista Española de Antropología Americana. Volúmenes 24 y 26. Publicaciones Universidad Complutense de Madrid.
- Chacón, Y. (2005). *Una revisión crítica del concepto de creatividad*. Costa Rica: Universidad de Costa Rica. Facultad de Educación. Instituto de Investigación en Educación. Disponible: <http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/1-2005/articulos/creatividad.pdf>.
- Csikszentmihalyi, M. (1998). *Creatividad. El flujo y la psicología del descubrimiento y la invención*. Barcelona, Paidós.
- Cymlich, S. (2010). *La creatividad en la infancia: Importancia para el desarrollo psicosocial*. [Tesina]
- Damiani, L. (1997). *Epistemología y ciencia en la modernidad*. Caracas: Ediciones Faces UCV
- De Bono, E. (1998). *El pensamiento lateral: manual de creatividad*. Buenos Aires. Editorial Paidós.
- De Guzmán, M. (1991b). *Tendencias y experiencias innovadoras en educación matemática*. Madrid: Proyecto Ibercima. OEI (Preimpreso).
- De Guzmán, M. (1997). *Matemáticas y Sociedad: acortando distancias*. Revista de la didáctica de las matemáticas nº 32. Universidad complutense, Madrid.
- De Guzmán, M. (1991a). *Para pensar mejor*. Labor, Barcelona.
- De la Torre, S. (1997). *Innovación educativa*. Madrid, Dykinson.
- Del Río, J. (1991). *Aprendizaje de las matemáticas por descubrimiento: estudio de dos metodologías*. Madrid: centro de publicaciones del ministerio de educación y ciencia: C.I.D.E.
- Edelman G. y Tononi. (2002). *El universo de la conciencia. Cómo la materia se convierte en imaginación*. Barcelona, Crítica.
- Fichte, F. G. (1982). *The Science of knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Fiorentini, D. (1994). *A Educação Matemática Enquanto Campo Profissional de Produção de Saber: A trajetória brasileira*. *Dynamis*, 1 (7), pp 7-17.
- Frederick, W. (1970). *Elementos de investigación*. Barcelona, Omega.
- Friedrich-Karl, B. y Straus, J. (1982). *Der Schutz wissenschaftlicher Forschungsergebnisse*. Editorial: Weinheim; Deerfield Beach, Fla: Verlag Chemie, Alemania.
- García, R. (1997). *Un modelo de aprendizaje por observación en planificación*. [Tesina]
- González, F. (1995). *La Investigación en Educación Matemática: una revisión interesada*. En F. E. González. *La Investigación en Educación Matemática*. Maracay: Ediciones COPIHER, Cap. 14, pp. 1-42.
- González, R. (2011). *Pitágoras y la nueva conciencia*. 1era Edición. Impreso en España.
- Husserl, E. (1985). *Meditaciones Cartesianas, sobre la “Exposición del problema de la experiencia de lo otro saliendo al paso de la objeción de solipsismo*. Fondo de Cultura Económica, Madrid.
- Husserl, E. (1956). *La primera filosofía*. La Haya M. Nijhoff.
- Husserl, E. (1982). *La idea de la Fenomenología*, Fondo de Cultura Económica, México/Madrid.
- Jiménez, E. (2004). *Invención, innovación y difusión del conocimiento: la producción académica en Venezuela*. [Tesina]
- Kilpatrick, J. (1992). *A History of Research in Mathematics Education*. En Grouws, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 3-38). New York: Macmillan.
- Kilpatrick, J. (1955). *La investigación en educación matemática: una hipótesis de trabajo*. Disponible: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/356/35603819.pdf>.
- Larramendi, M. (1853). *Diccionario Trilingüe del Castellano Bascuence y Latin*. Nueva edición publicada por Don Pio de Zuazua, San Sebastián.

- Leibniz, G. (1679): *“Sobre la síntesis y el análisis universal, es decir sobre el arte de descubrir y el arte de juzgar”*. Escritos Filosóficos. Buenos Aires: Editorial Charcas GPVII. 298, p. 220
- Leibniz, G. (1961). *Discours touchant la methode de la certitude et l'art d'inventer pour finir les disputes et pour faire en peu de temps des grand progres. (French Edition)*. Edición Kindle.
- Leibniz, G. (2001). *Monadología. Principios de Filosofía*. Editorial biblioteca nueva, S. L. Madrid España.
- León, A. (2010). *Epistemología, experimentación y enseñanza de la física. Una propuesta integradora*. [Tesina]
- López, E. (2005). *Modelo para el proceso de formación de las competencias creativas en los estudiantes de la carrera de licenciatura en estudios socioculturales de la Universidad de Pinar del Río*. [Tesina]
- Lujan, R. (2003). *El desarrollo del pensamiento creativo en los niños de primer grado de educación primaria*. [Tesina]
- Mackinnon, D.W. (1970). *Personality and the realization of creative potential*. American Psychologist.
- Mackinnon, D.W. (1962). *The nature and nurture of creative talent*. American Psychologist.
- Markarian, R. (2004). *La dimensión humana matemática. La dimensión humana de la matemática: Ensayos sobre la matemática y la cultura*. Editorial edilar. 1era edición.
- Maturana, H. (1997). *La realidad: ¿Objetiva o construida? Tomo II. Fundamentos biológicos del conocimiento*. México: Anthropos.
- Mendoza, G. (2009). *El desarrollo de la creatividad favorece el interapredizaje de las matemáticas en los alumnos del primer curso del colegio nacional técnico “Raymundo Aveiga” de la ciudad de Chone, durante el año lectivo 2007-2008*. [Tesina]
- Miñón, A. (2012). *El pensamiento de Platón a la luz de una nueva Hermenéutica*. Prologo de Urbano Ferrer Santos. Editorial Club Universitario.
- Natera, A. (2000): *Método por descubrimiento en el aprendizaje de la geometría plana en séptimo grado de Educación básica*. [Tesina]
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia (USA): National Council of Teachers of Mathematics. (Trad. Cast: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (2003). *Principios y Estandares para la Educación Matemática*. Granada. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales). Revista virtual NCTM.
- Ortega, J. (1914). *Meditaciones del Quijote*. Obras completas, tomo I. Madrid: Espasa Calpe.
- Papalia, D. E. (2005). *Desarrollo humano*. (9ª edición). México: Mc. Graw Hill.
- Piaget, J. (1972). *Epistemología Matemática y Psicología*. Facultad de filosofía, letras y psicología. Universidad autónoma de Nuevo León. Monterrey México.
- Piaget, J. (1984). *Para onde vai a educação?*. Rio de Janeiro, José Olympio.
- PISA (2003). *Pruebas de matemáticas y solución de problemas*. Disponible: http://descartes.cnice.mec.es/heda/ASIPISA/ASIPISA_LCR/bibliografia/pisa2003liberados.pdf.
- Poincaré, H (1947). *La Invención Matemática, Ciencia y Método*, Flammarion, París.
- Poincaré, H (1968). *La Ciencia y la Hipótesis*, Espasa-Calpe Argentina S.A Buenos Aires, México.
- Poincaré, H. (1963). *Ciencia y Método*, Espasa-Calpe, Argentina S. A Buenos Aires, México
- Poincaré, H. (1900). *La Creación Matemática*. Conferencia pronunciada en la Sociedad Psicológica de París. Disponible: http://casanchi.com/casanchi_2000/03_henri01.pdf Consulta: [2012, Abril 27]
- Ponte, J. (1993). *A Educação Matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação*. Quadrante, 2 (2), pp.95-126
- Popper, K. (1959). *The Logic of Scientific Discovery*. Revised edition.
- Ricarte, J.M. (2001). *“Creatividad e innovación. El pensamiento productivo en la empresa.”* En Rev. Creatividad y Sociedad. Nº 0.Pp.29-32
- Rodríguez, N. (2007). *Estrategias de enseñanza como recurso para fomentar la creatividad en los niños con dificultades de aprendizajes de la II etapa de educación básica*. [Tesina]
- Santamaría, J. (2010). *Tecnología y Sociedad. El proceso Tecnológico*. Disponible: <http://www.slideshare.net/Nimiz/tecnologia-y-sociedad-5118180>.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Sequera, E. (2007). *Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria*. [Tesina]
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata
- Sternberg, R. y Lubart, T. (1995). *Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity*. New York: Free Press.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de la investigación*, Paidós, Buenos Aires, pág.20.
- Van, T. (2003). *Ideología y Discurso*. Primera edición. Editoria Ariel Lingüística. Barcelona.
- Vergara L. y Barrera Y. (2010). *Caracterización de procesos creativos grupales y su relación con el estilo cognitivo*. [Tesina]
- Waldegg, G. (1998). *La educación matemática ¿una disciplina científica?*. Instituto de Investigaciones en Educación de la Universidad Veracruzana.
- Wallas, G. (1926). *The art of thought*. New York: Harcourt, Brace & World.

Continúa en el próximo número...

APROXIMACIÓN A UNA INTERPRETACIÓN DE LA CREATIVIDAD EN EL DISCURSO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. (Parte II).

Por: Msc. HXIA LATOUCHE

Tomado de:
Aproximación a una interpretación de la creatividad en el discurso de la educación matemática. (Parte II). Capítulo I: El Problema. Pp. 3-19. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación (FACE). Bárbula, 2012.

Índice:

- Capítulo I: El Problema.
 - Planteamiento del problema.
 - Objetivos de la Investigación.
 - Objetivo General.
 - Objetivos Específicos.
 - Justificación.
 - Referencias.

CAPÍTULO I EL PROBLEMA

Planteamiento del problema

La educación a lo largo de la historia ha sido un tema sumamente discutido, y que ha generado controversia en la manera cómo es concebida, debido a que quienes tienen en sus manos la responsabilidad de trabajarla, pocas veces están de acuerdo en cuál será la mejor opción para que sea eficaz.

Durante años, filósofos, pensadores, intelectuales, docentes e investigadores han dedicado tiempo a plantear el deber ser de la educación, sus fines y funciones, sin embargo hasta ahora en la mayoría de los países del mundo no ha sido posible en lo aspirado, lograr una educación de calidad que aporte beneficios directos a la sociedad.

Pues como lo afirma Gómez (2000):

Una educación de calidad es aquella que promueve:

- La construcción de conocimientos psicológica, social y científicamente significativos.
- El desarrollo de procesos de pensamiento y estrategias cognitivas que le permitan al sujeto “aprender a aprender”.
- El desarrollo de habilidades básicas que posibiliten al educando, la inserción en condiciones adecuadas en el nivel siguiente del sistema educativo o la incorporación a la vida activa.
- La aplicación del conocimiento para operar sobre la realidad.
- La posibilidad de la duda y la discusión.
- La consideración de las características propias del sujeto de aprendizaje, en sus aspectos cognitivos, socioafectivos y psicomotrices.
- El crecimiento profesional del docente. (s/p)

Y considerando estos aspectos expuestos por la autora, es evidente que pocos han sido los países que han logrado estos fines. En lo que a Latinoamérica se refiere todos dirigen sus esfuerzos hacia ese objetivo, realizando reformas en sus sistemas educativos, copiando algunos elementos de modelos educativos ya existentes que han dado resultado en otros países y también proponiendo modelos propios.

En el caso específico de Venezuela, hace ya algunos años se han venido implementando cambios en el sistema educativo, que se han sustentado en las leyes y normativas existentes y en las modificaciones de éstas, todo con el firme objetivo de lograr la formación de ciudadanos íntegros y preparados para afrontar los cambios a los cuales los somete la sociedad, en la cual lo único constante es el cambio.

En el ámbito normativo legal, se han promulgado dos Constituciones en las últimas décadas, la de 1961 y la de 1999. En la más reciente, la Carta Magna plantea una educación con la finalidad de desarrollar el potencial creativo del individuo, lo cual le otorga al proceso educativo una connotación específica y particular. Este aspecto le confiere a la creatividad una necesidad primaria en el discente, atendiendo a sus actitudes y capacidades, que pudieran estar en desuso.

Además en el Diseño Curricular propuesto en el año 2007 para el Sistema de Educación Bolivariano en uno de los Pilares de la Educación Bolivariana, se refiere al aspecto creativo como componente fundamental de la Educación:

...de la frase **inventamos o erramos**, pronunciadas por Simón Rodríguez en 1828, surge el pilar de la educación **Aprender a Crear**; es decir, a innovar, a ser originales y libertadoras y libertadores; lo cual supone fortalecer y desarrollar cualidades creativas en el y la estudiante... (p. 16)

Reflexionando en torno a esta potencialidad para crear, cabe destacar que en el Génesis del Antiguo Testamento aparece la siguiente frase: “Dios creó al cielo y la Tierra de la nada” (Damasceno, 1994; p. 23); en este contexto, creación sería concebir desde la nada, y a propósito del tiempo transcurrido, es un concepto actualmente vigente en los diversos ámbitos sociales, gerenciales, industriales y comerciales, y sigue suponiendo que guarda como contexto ideal al campo educativo, con lo cual la educación se adjudica una nueva distinción en su haber responsable (Ramos, 2005).

Para Camacho (2005) “La creatividad es una actitud clave en el hombre, es un conjunto de actitudes ante la vida, involucra cualidades no sólo intelectuales, sino también emocionales, sociales y de carácter para resolver problemas”. (p. 35)

No sorprende entonces que en la actualidad, la creatividad se haya convertido en una necesidad prioritaria, debido a las innumerables facetas que ha de desempeñar cada ser humano en su ámbito vital, pudiendo entonces esbozar la creatividad, como esa encrucijada en cuyo cruce convergen todos los elementos necesarios para lograr una educación adecuada a los tiempos y circunstancias que rodean al mundo de hoy. (Ramos, 2005) Los vocablos, frases y oraciones como: cambio de paradigma, generación de ideas, solución de problemas, flexibilidad, originalidad, imaginación, heurística, innovación y tantos otros, encauzan y enfocan la naturaleza del pensamiento creativo y al mismo tiempo, son elementos de agrupación que realiza la persona basándose en asociaciones nuevas para llegar a la solución creativa.

Sería válido así, considerar a la creatividad como instrumento pedagógico, que se constituye como una de las mejores y más eficaces implicaciones prácticas de la educación, ya que permite en los estudiantes la generación de pensamientos, sin coartarlos ni ubicarlos dentro de lo que el docente quiere, sino que hace posible que el estudiante analice un problema o situación problemática desde distintas perspectivas.

Lo fundamental del asunto es que la humanidad viene aprovechando la esencia creativa desde los inicios del mundo y extrae de ella el beneficio para atender el dinamismo de la sociedad actual, y como aspecto trascendente, la educación hoy en día debe preparar al estudiante para el cambio y no para la quietud; al respecto resulta conveniente acotar también, la dirección conceptual destacada por Paiva (2007) al alinear la creatividad hacia los valores del ser humano, específicamente orientada al docente:

La creatividad es un valor natural que nace con el ser humano, pero queda de parte del docente potenciarla o apagarla. El educador ha de valorar de manera explícita los actos creativos del educando, ayudándole a reflexionar sobre la importancia de sus aportes, los cuales le permitirán destacarse... (p.72)

Desde esta concepción y al ubicarse específicamente en la realidad educativa que día a día se vive en las aulas, se consigue que por lo general, los docentes se limitan a impartir y transmitir conocimientos, sin procurar ir más allá, sino que el estudiante debe memorizar una serie de conceptos y proposiciones que quizás no entienda y no logre saber para qué las utilizará o les servirán.

Esto desencadena en los estudiantes en formación una actitud de desinterés y desgano ante el aprendizaje de las asignaturas en curso, y lo que directamente incide en el rendimiento académico de los estudiantes, pues al docente prestar poca importancia a los intereses del individuo, éste pierde la motivación hacia el aprendizaje y práctica de estos contenidos.

De allí que el docente como partícipe y protagonista del escenario educativo, debe afrontar los múltiples y variados desafíos en la formación de sus estudiantes, bajo la direccionalidad creativa. Muchos de estos retos se derivan de los avances de la ciencia y la tecnología, cuyas consecuencias afectan a la educación en todas sus modalidades y en todas sus partes.

Se entienden estos retos como desafíos o amenazas que estimulan a la acción, como indicadores de alerta provocadores de reacciones ejemplarizantes, desafíos motivadores de respuestas inmediatas, de soluciones aligeradas y acertadas que impiden la prolongación de situaciones indeseadas en el campo educativo.

En cuanto al campo educativo se refiere, los docentes son las figuras esenciales que son determinantes en la formación de las nuevas generaciones, en sus hábitos, modos de pensar y actuar, entre otros; pues la docencia no es sólo una profesión dirigida a transmitir la cultura o el conocimiento, sino que es una labor que apunta hacia construir, y transformar los hombres y mujeres encargados de desarrollar una nación y de impactar en el mundo entero.

Dado el papel esencial de los docentes en la preparación de los ciudadanos del futuro, se considera indispensable y urgente la transformación actitudinal por parte de cada uno vinculado al mejoramiento profesional, las reflexiones sobre el rol que ellos deben desempeñar, considerar la responsabilidad inherente a las instituciones dedicadas a la preparación de profesionales especializados así como la incorporación de conocimientos dirigidos al desarrollo de las capacidades y potencialidades, como elementos integrantes del andamiaje estructurado para la construcción de una sociedad más equilibrada, justa y próspera.

Es así como la formación del docente, específicamente, puede considerarse el que facilita la asignatura matemática, juega un papel fundamental, ya que debe propiciar la iniciación al cambio, rompiendo los patrones de enseñar así como lo enseñaron, copiando prototipos de otros colegas, y desincorporando paradigmas antiguos, para dar paso a la reflexión y eliminar los inhibidores creativos que coexisten en las aulas de clase, y que generan desaciertos y bemoles matemáticos.

Indudablemente que los retos son muchos y de dimensiones considerables, en virtud de que el docente en matemática tiene como materia prima elementos que requieren procesos del pensamiento, que implican casi simultáneamente la construcción y aplicación de una serie de ideas abstractas relacionadas lógicamente.

Ante este horizonte, resulta inconcebible no labrar ni cultivar las valiosas bondades que la creatividad confiere al docente de matemática, pues potencia la manera de crear, canalizar, combinar y producir ideas, además de adquirir destrezas mentales.

Y podría afirmarse que en la preparación del enseñante, están las posibilidades de éxito o fracaso de la transformación de los aprendices, su posición es clave, aunque no es suficiente para garantizar una educación de calidad. Sin embargo esta preparación también es determinante para considerar adecuadamente la planificación y programación dirigida a implementar cambios en el quehacer educativo.

Por consiguiente se hace necesaria una permanente revisión del currículo, para mantenerlo actualizado y adaptarlo al entorno, el cual exige el desarrollo científico, pedagógico, andragógico y tecnológico del docente. Desde esta perspectiva, el papel de los profesores se plantea desde otro enfoque, pues pasa de ser el protagonista de la clase, a ser el facilitador, por lo cual debe dirigir su trabajo a construir creativamente el aprendizaje de sus estudiantes a través de diferentes estrategias.

En el estudio realizado por Villamizar (2003) el cual aborda la situación del mejoramiento profesional del docente venezolano, destaca:

...la educación debe orientarse a la construcción de estrategias para la solución de problemas del acontecer diario, logrando acciones desde el aula de clases, en una permanente reflexión sobre la actividad pedagógica, de tal forma que, partiendo de la auto-reflexión de cada docente, le conduzca a retomar nuevos paradigmas...(p.12)

Podría entonces afirmarse que, posiblemente, la mayoría de los problemas que se le presentan al docente en su quehacer diario, surgen como consecuencia del conjunto de actividades, estrategias y métodos planificados para el desarrollo de sus clases, los cuales si no se adaptan a la realidad del estudiante y del entorno en el cual se desenvuelve, terminan siendo descontextualizados e inapropiados.

En cuanto a la matemática, ésta ha sido a lo largo de la historia un punto de convergencia tanto para los profesores como para los estudiantes, en el cual siempre se deja ver por encima de todo, la dificultad que implica el aprendizaje de ella así como la enseñanza misma, de allí que en su mayoría los estudiantes muestran rechazo al aprendizaje de esta asignatura, buscando por lo general carreras universitarias o planes de estudio que incluyan la menor cantidad de asignaturas relacionadas con ella.

Sin embargo para muchos otros, que tienen facilidad para comprenderla y/o es un reto aprenderla, se inclinan entonces por profesiones en las que deben estudiar principalmente asignaturas matemáticas como geometría, álgebra, cálculo, entre otras.

Pues la matemática tiene un valor formativo, que ayuda a estructurar todo el pensamiento y a agilizar el razonamiento deductivo, pero también es una herramienta que sirve para el accionar diario y para muchas tareas específicas en casi todas las actividades laborales.

Es de allí entonces donde el docente de matemática se hace protagonista del proceso de aprendizaje de ella, el cual requiere de su creatividad para facilitarlo y del mismo modo propiciar el desarrollo de la creatividad en los estudiantes; y así poder “desencasillarlos” de la concepción en la cual los procedimientos matemáticos sólo deben repetirse, sin encontrar lógica alguna. Por lo que resulta fundamental que dentro de su rol sea componente elemental de las relaciones entre los estudiantes y el objeto de conocimiento, con el fin principal de lograr que sus alumnos se apropien de un saber ya constituido o por constituirse. La tarea consiste entonces en proponer una situación de aprendizaje donde los discentes produzcan sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta o planteamiento realizado por el docente.

Razones por las cuales se estima que debe legitimarse el ámbito escolar como espacio esencial para el desarrollo del pensamiento y la creatividad, mediante la conjunción de acciones sistémicas y sostenidas, por lo cual el docente debe convencerse que las actividades matemáticas, convenientemente seleccionadas y desarrolladas en el aula, son una fuente importante para el desarrollo de los procesos creativos.

Hasta ahora en el campo de la enseñanza de la matemática, han sido poco considerados los beneficios que aporta la creatividad en el aprendizaje de ésta, tal como lo manifiesta León (1997):

...en el caso particular de la enseñanza de la matemática, el docente lejos de identificar las potencialidades creadoras de sus alumnos y fomentarlas a través de estrategias metodológicas apropiadas, contribuye a atrofiarlas en su afán de lograr un formalismo a ultranza de cumplir con una serie de contenidos programáticos que hacen énfasis en el aprendizaje mecanicista de fórmulas, conceptos y algoritmos... (p. 31)

Podría entonces afirmarse que el docente debe centrar su enfoque personal hacia una construcción evolutiva y creativa, para no desembocar en una disonancia educativa ocasionando alarmantes resultados académicos, al pretender mantener en el tiempo estos paradigmas banales e intrascendentes.

Cuando se hace referencia a los docentes de matemática, no se considera únicamente aquellos que fueron formados como profesionales en el área de la Educación, sino a todos aquellos que tienen como responsabilidad facilitar esta asignatura y que quizás por su falta de formación en el área de educación, incurran en algunas de las situaciones planteadas anteriormente, pero que, sin embargo deben preocuparse tanto o más que los formados en educación, para que su discurso incentive el desarrollo de la creatividad y el pensamiento creativo de sus estudiantes, mostrándoles la importancia del comprender y analizar cada uno de los procesos y procedimientos que aplican y no sólo de quedarse en los memorístico y pragmático.

Ruíz (2006) define el discurso como “el razonamiento extenso dirigido por una persona a otra u otras, generalmente con el fin de persuadir” (p. 14), y es allí donde el docente de matemática debe considerar el cómo dirigirse a sus estudiantes, con la finalidad de lograr en ellos un cambio de actitud ante el aprendizaje de esta asignatura, pues esa es una manera de propiciar en ellos el desarrollo de la creatividad, al mostrarles la infinidad de posibilidades que se tienen cuando se analizan situaciones problemáticas desde distintos puntos de vista, y lo más importante sin miedo a equivocarse y respetando la individualidad de cada uno.

Quizás pudiese pensarse que es difícil lograr organizar y planificar una clase de matemática tomando en cuenta todos estos aspectos, sin embargo los profesores de matemática pueden apoyarse en distintos recursos para fortalecer su discurso tanto dentro como fuera del aula, pues no sólo dentro del aula el docente interactúa con sus estudiantes, sino también fuera de ella a través del ejemplo.

Con todo lo antes planteado entonces aparece la Educación Matemática, como un elemento que vincula la educación y la matemática, donde ambos convergen como un todo estructurado y coherente y que a nivel de investigación toma auge por su valioso aporte en la solución de situaciones problemáticas específicas, tal como lo expresa Waldegg (2000) “La Educación Matemática trata de construir explicaciones teóricas, globales y coherentes que permitan entender el fenómeno educativo en lo general y que, al mismo tiempo, ayuden a resolver satisfactoriamente situaciones problemáticas particulares...” (s/p). Para lograr esto debe adaptar y desarrollar métodos de estudio y de investigación, así como encontrar formas propias de contrastar los resultados teóricos con la realidad que éstos pretenden modelar.

La intención de la Educación Matemática va más allá de fomentar en el individuo el desarrollo de habilidades sólo de cálculo, se orienta a promover el desarrollo de las habilidades de pensamiento, de actitud, de forma y visión, para así integrar el medio en el cual se desenvuelve a su entorno de aprendizaje.

La investigación en este campo, representa una alternativa para ampliar los criterios de análisis didácticos tanto de la educación como de la matemática, que puedan favorecer la visión estratégica y fáctica de esta ciencia. Pues es a través de ella que se pretende conseguir respuesta ante las inquietudes sobre cuál matemática debe enseñarse y cómo se aprende. Sin embargo en este campo debe hacerse énfasis en la formación del docente, ente fundamental para el logro del conocimiento y desarrollo de la creatividad en el estudiante, pues como lo señala Godino (1995):

El fin específico de la Educación Matemática, como campo de investigación, es el estudio de los factores que afectan a la instrucción sobre las matemáticas (enseñanza y aprendizaje de la misma en instituciones educativas) y el desarrollo de programas para la mejora de dicha instrucción. Como consecuencia, una cuestión prioritaria deberá ser la indagación sobre la naturaleza del propio conocimiento matemático, así como de su génesis personal e institucional... (p.64)

Genera inquietud la aseveración hecha por este autor, pues para esta disciplina investigativa no se evidencia espacio para incluir al docente de matemática en formación y/o ejercicio, el cual tiene sobre sus hombros la responsabilidad de formar las nuevas generaciones de ciudadanos y profesionales.

En relación a la Educación Matemática y la creatividad, se estaría entonces hablando de un planteamiento que pudiese entrelazar a ambas, que según Sequera (2007) se llama “Educación Matemática Creativa”, pues él estima que la creatividad surge del mismo proceso de la actividad matemática, ya que no está considerada la circunstancia para el docente, de que estructure un pensamiento en el cual no le permita a la creatividad formar parte de la actividad educativa.

Dentro de esta perspectiva tampoco está fundamentada la posibilidad de que la creatividad sea un ingrediente de la receta docente, y que pueda formar parte o no de su didáctica como esencia de la Educación Matemática. En cuanto a estas ideas, Sequera (2007) articula un constructo holístico de la Educación Matemática Creativa y la define como:

...el conjunto de elementos que contribuyen a ver la matemática dentro del proceso educativo como una asignatura sorprendente, que desarrolla el pensamiento flexible, que incentiva a la invención de problemas y situaciones, que promueve la resolución de problemas en un contexto real, que incita a la imaginación, todo ello en un ambiente donde el alumno y el docente disfruten de la matemática y donde el pupilo se atreva a cometer errores y aprenda de sus errores... (p. 315)

Pudiendo entonces afirmarse que cuando el alumno y el docente disfrutan de la matemática, se están categorizando implícitamente al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, con una dimensión afectiva entre los participantes, por lo que es posible conferir una connotación particular a las vivencias del aula.

Sería notable entonces plantear que ser docente es mucho más que enseñar asignaturas de un pensum de estudio; educar es abrir caminos, dar luz, enseñar a “ser”, hacer de las personas seres libres, tener objetivos a futuro y vivir con coherencia (Ramos, 2000).

El momento en el cual el docente toma conciencia del sentido de sus acciones y promueve la conquista del futuro, lógicamente asumiendo su liderazgo en el aula como un compromiso social, ante las vidas que debe esculpir, da paso entonces al universo de los valores del educador.

Es justo allí cuando los procesos de pensamiento orientados a realizar formas inmediatas de innovación positiva en el discente, aportan al educador las herramientas necesarias que le permiten hilar fino en esta compleja labor, pudiendo también con ello tomar las riendas de la delicada situación que se presenta con la asignatura de matemática, pues debe ubicarse a la mano como instrumento del docente, y al mismo tiempo disponerle un lugar trascendente en el marco de su gestión educativa como factor esencial del cambio progresivo, aventajando los límites del profesional apático, indiferente y hermético, contribuyendo al mejoramiento profesional que la actividad educativa actual exige y reclama.

Es importante considerar que los docentes que se enfrentan día a día con esta realidad, deberían conocer principios y teorías que expliquen cómo aprende el individuo, cómo desarrolla su creatividad y su pensamiento creativo, pues deben participar directa y activamente en este proceso de formación. De lo planteado anteriormente se presenta la siguiente pregunta ¿Cómo se relaciona el acto creativo del docente y el discurso de la Educación Matemática?

Objetivos de estudio

Objetivo general

- Analizar cómo se relacionan el acto creativo del docente y el discurso de la Educación Matemática.

Objetivos Específicos

- Indagar los aspectos ontológicos del Acto creativo del Docente.
- Identificar los aspectos ontológicos de la Educación Matemática.
- Formular los criterios fundamentales que enlazan el acto creativo del docente y la Educación Matemática.

Justificación

La investigación relacionada al acto creativo del docente y el discurso de la Educación Matemática, implica una relevancia sustentada en el hecho de considerar la importancia del docente como pilar fundamental para propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento creativo en los estudiantes.

Es bien sabido que los profesores y profesoras de matemática, asumen continuamente un reto, la comprensión de los objetivos por parte de los estudiantes, y para el logro de este fin, se hace de gran beneficio conocer los elementos que conforman el acto creativo así como los principios que lo rigen. Además por los cambios acelerados que se viven actualmente a nivel social, tecnológico, y político, entre otros; surge la necesidad de estimular, cultivar, desarrollar y aplicar la capacidad de soluciones creativas a diferentes situaciones problemáticas que puedan presentarse dentro y fuera del aula.

Siendo así, la creatividad como instrumento pedagógico, constituye una de las mejores y más eficaces implicaciones prácticas de la inversión educativa establecida por la presente investigación, pues permite al docente organizar adecuadamente situaciones de aprendizaje que faciliten en los estudiantes un cúmulo de pensamientos espontáneos, lo cual contribuye de manera directa en el desarrollo de su potencial creativo.

Por lo que se hace necesario que todos los docentes se formen en esta dirección, orientando su quehacer cotidiano hacia el estímulo de procesos mentales que generarán en los discentes pensamientos originales, heurísticos, precisos, resolutivos, determinantes, y por ende incrementando el valor académico de los conocimientos involucrados.

En todo caso, el reto que se asume dentro del marco de competencias para el docente de matemática, radica en la necesidad de llevar a cabo una propuesta de trabajo que permita armonizar e internalizar su proceder, al mismo tiempo de que establezca la creatividad como una herramienta personal que permita a los estudiantes alcanzar las competencias.

En este mismo orden de ideas, todas las investigaciones enmarcadas dentro de la Educación Matemática, resultan un aporte a la praxis educativa, pues en este campo aún queda mucho por indagar; de esta manera quienes tienen su función como facilitadores de procesos de aprendizaje, necesitan día a día de conocimientos que expliquen cómo se dan estos procesos.

El discurso de la Educación Matemática se enfoca principalmente a relacionar la ciencia de la educación con la matemática como ciencia exacta, sin embargo se hace pertinente que cada docente afine su aptitud para formar adecuadamente un discurso que dentro del aula genere los resultados que se proponga, y no sólo limitarse a guiar a sus estudiantes a un aprendizaje memorístico.

Recalcando siempre que la tarea docente es una profesión humanística, donde el profesor de matemática están en contacto con personas en formación, y no puede conformarse con dominar unas técnicas y ponerlas en juego, sino que tiene que tratar de comprender la situación que afronta y adaptarse a las circunstancias cambiantes del grupo humano al que se dirige; para ello el profesional debe mantener una actitud abierta pero por sobre todo reflexiva.

Ante lo planteado, resulta inminentemente necesario que los profesionales encargados de facilitar las asignaturas de matemática, consideren realmente importante la organización de sus actos y discursos, los fundamenten y centren su interés en formarse y prepararse para lograr un cambio de actitud en los estudiantes hacia el aprendizaje de estas asignaturas, así entonces se tendrán un mayor número de individuos formados, en vías a consolidar su pensamiento matemático, crítico y creativo.

REFERENCIAS:

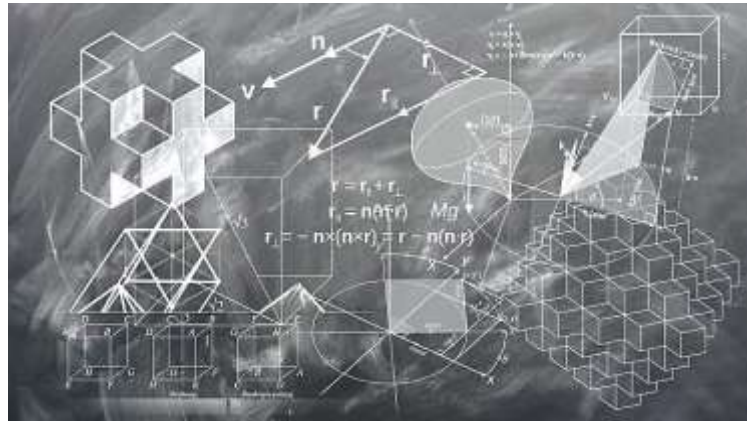
- CAMACHO, I. (2005). La creatividad en la formación del docente. Valencia: Compugráfica.
- DAMASCENO, R. (1994). Dios habla hoy. Biblia de estudio. Bogotá: Sociedades Bíblicas Unidas.
- GODINO, J. (1995). Contenidos teóricos y metodológicos para la formación de investigadores en Didáctica de la Matemática. [en línea]. Disponible en http://www.ugr.es/jgodino/Teoria_metodos/umea1esp.htm. Consultado en julio 14 de 2011.
- GÓMEZ, A. (2000). Un aporte sobre calidad en educación. [en línea]. Disponible en <http://www.educar.org/articulos/Calidadeneducacion.asp>. Consultado en julio 18 de 2011.
- LEÓN, N. (1997). Creatividad y matemática. 2do. Congreso Venezolano de Educación Matemática (Memorias). Valencia.
- MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN. (2007). Currículo Nacional Bolivariano. Caracas: MPPE.
- PAIVA, A. (2007). La creatividad: valor trascendental. Revista Educación en Valores. Enero- junio 2009. Vol. 1, número 11. Valencia: Universidad de Carabobo.
- RAMOS, M. (2005). Educadores creativos alumnos creadores. Valencia: Universidad de Carabobo.
- RAMOS, M. (2000). Programa para educar en valores. La Educación para transformar al país. Caracas: Paulinas.
- RUÍZ, A. (2006). El diálogo que somos. Ética discursiva y educación. Madrid: Trotta.
- SEQUERA, E. (2007). Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la Educación Primaria. Barcelona: Pirámide.
- VILLAMIZAR, S. (2003). Propuesta para la actualización permanente en matemática de los docentes de la I y II Etapa de Educación Básica. Tesis Doctoral. Universidad Nacional en Educación a Distancia, Madrid.
- WALDEGG, M (2000). ¿Qué se investiga en educación matemática? [en línea]. Disponible: <http://www.scielo.org.ve/scielo.php>. [consultado, agosto 06 de 2009]

Continúa en el próximo número...

¿Matemática o matemáticas?

Versión del artículo original de ANDRÉS NAVAS

Tomado del Blog: el mostrador – 4 de septiembre de 2021



Una vieja disyuntiva rebrota recurrentemente en las aulas escolares y universitarias, cafés, bares e internet: ¿se debe usar el singular o el plural para referirse a la ciencia de Pitágoras? Lo cierto es que la Real Academia Española zanjó esta duda hace muchísimo tiempo dando validez a ambas versiones: <https://www.fundeu.es/consulta/matematica-o-matematicas-2568/>

Ambas son usadas también por quienes investigan en esta disciplina en todo el mundo. Hay quienes optan por el singular, hay quienes prefieren el plural. También hay quienes no manifiestan preferencia y usan ambas formas indistintamente.

¿Por qué coexisten ambos vocablos? Hay diversas teorías sobre esto. Las más elaboradas se refieren a la relación con aspectos históricos ligados a la etimología y al desarrollo de la disciplina en la Antigüedad, los cuales no han sido del todo dilucidados (algo de esto aparece en este interesante artículo de la Universidad de Buenos Aires: <https://nexciencia.exactas.uba.ar/matematica-matematicas-lexicografia>). Por cierto, ni siquiera se tiene consenso absoluto sobre el significado de la palabra “matemática”... pero eso es otra historia. Ahora bien, la disyuntiva entre el singular y el plural no es exclusiva del castellano, sino que aparece también en otros idiomas, entre ellos el francés. En inglés, en cambio, se usa exclusivamente el plural.

En los idiomas en que coexisten ambos usos, la forma singular resulta cómoda para hacer alusión a la “unidad” de la disciplina, en el sentido de que sus métodos deductivos son transversales a todos los fenómenos estudiados. En general, es usada por quienes tienen una visión más formal de la matemática, aunque esto no es excluyente. Un ejemplo señero lo constituye el colectivo francés Bourbaki, que desde mediados del siglo XX pretendió reconstruir formalmente todo el edificio de la matemática y plasmó su trabajo en los famosos tratados titulados *Elementos de matemática*.

El término en plural hace alusión a que esta ciencia se compone de distintas ramas, muy arraigadas a lo largo de la historia. Por ejemplo, durante el medioevo, la geometría y la aritmética eran consideradas como parte de las artes liberales (las artes de las personas “libres”, en oposición a las tareas de siervos y esclavos...). Hoy en día, la comunidad internacional tiene repertoreadas todas sus disciplinas y subdisciplinas, y cada artículo publicado debe llevar la indexación correspondiente, la cual puede ser obtenida desde el sitio <https://zbmath.org/classification/>.

Existen varias otras razones esgrimidas por quienes optan por el plural. Personalmente, prefiero el plural al momento de aludir a las distintas formas de aproximación al conocimiento matemático, el que es influenciado por la cultura de la comunidad en que se desarrolla e, incluso, por la personalidad de quien la practica. Los ejemplos son muy variados y van desde lo más básico, como las distintas notaciones numéricas, hasta la eterna disputa entre los métodos intuitivos y formales para afrontar los problemas.

No deja de sorprenderme el grado de pasión en la que se cae a veces no solo al defender uno de los términos, sino al negar la “corrección” del otro. Recuerdo una ocasión en que, tras una charla pública, un asistente me esperó a la salida para señalarme que había cometido un error en uno de mis libros al llamarlo *Lecciones de “matemáticas” para el recreo...* Pues bien, justamente usé el plural porque el libro comienza mostrando cuán variadas son las matemáticas a través de las distintas formas de multiplicar que aún subsisten. El inca que multiplicaba con quipus, el etíope que lo hace aún hoy escondiendo la notación binaria, o el hindú que le legó al japonés el método de las barras, todos se aproxima(ba)n de manera diferente al mismo conocimiento matemático que en el Occidente actual se trabaja multiplicando dígito a dígito. En contraparte, quienes han leído el epílogo de mi primer libro, *Un viaje a las ideas*, habrán notado que allí me refiero a esta ciencia en singular...

En fin, no se trata de un asunto de vida o muerte, ni menos para dividir al mundo entre quienes se casan con el singular y quienes defienden el plural. Perfectamente puede haber días para la matemática y otros para las matemáticas...

FÍSICOS NOTABLES

Ganadores del Premio Nobel en Física 2000:

Zhorés Ivanovich Alferov, Herbert Kroemer y Jack St. Clair Kilby

Fuentes: EcuRed - Wikipedia.

Zhorés Ivánovich Alfiórov (también Alfýórov o Alférov). Nació el 15 de marzo de 1930 en Vítebsk, Bielorrusia. Físico que contribuyó significativamente a la creación de las modernas heteroestructuras en física y en electrónica. Vicepresidente de la Academia de Ciencias de Rusia.

Cuando Alfiórov nació en Vítebsk, Bielorrusia, esta formaba parte de la Unión Soviética. Sus padres, Iván Alfiórov y Anna Rosenblum, le pusieron de nombre Zhorés en honor al político socialista francés Jean Jaurès.

Desde 1962 ha estado trabajando en el área de heteroestructuras de semiconductores. Sus contribuciones a la física y a la tecnología de semiconductores, han producido avances en los campos de los láseres, células fotoeléctricas, LED y procesos epitaxiales de fabricación de microcomponentes.

Alfiórov es de ideología comunista, habiendo declarado públicamente su apoyo y simpatía hacia el Partido Comunista de la Federación Rusa, de hecho en la actualidad es miembro del partido y diputado en la Duma Estatal rusa en representación de dicho partido.

Ganador del Premio Nobel en Física 2000 por el desarrollo de heteroestructuras semiconductoras utilizadas en alta velocidad y optoelectrónica.

Además del Premio Nobel, ha recibido también los siguientes: Premio Lenin (1972), Premio Estatal de la URSS (1984), Premio Ioffe, de la Academia de Ciencias de Rusia (1996), y Premio Kioto en Tecnología Avanzada (2001).



ZHORÉS IVANOVICH ALFEROV

Herbert Kroemer. Físico alemán nacionalizado estadounidense. Nació el 25 de agosto de 1928, en Weimar, Alemania. Galardonado con el Premio Nobel de Física en 2000 por el desarrollo de las heteroestructuras semiconductoras utilizadas en la electrónica de alta velocidad y la optoelectrónica. Compartió el Premio Nobel con el físico estadounidense Jack Kilby y el físico ruso Zhores I. Alferov. Los trabajos de estos tres científicos han contribuido enormemente al desarrollo de las modernas tecnologías de la información y la comunicación.

Su padre era un empleado civil que trabajaba para la administración de la ciudad, la madre era una clásica alemana "Hausfrau" (Ama de casa).



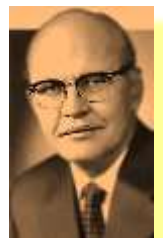
HERBERT KROEMER

En 1947 fue aceptado como estudiante de física en la Universidad de Jena. Se doctoró en Física Teórica por la Universidad de Gotinga en 1952. La mayor parte de su labor científica la ha realizado en Estados Unidos, donde ha trabajado en los Laboratorios RCA (Princeton), en la Universidad de Colorado y en la Universidad de California en Santa Bárbara.

En 1957, cuando trabajaba en la empresa RCA, publicó el primer estudio teórico sobre los transistores semiconductores en el que describió el transistor bipolar de heteroestructuras formado por dos o más materiales diferentes. Seis años más tarde, Kroemer y Alferov propusieron, de forma independiente, el principio del láser de heteroestructuras, capaz de funcionar a temperatura ambiente. La contribución principal de ambos científicos consistió en la propuesta de las dobles uniones que abrió el camino de la optoelectrónica con aplicaciones como los lectores ópticos y el CD.

Jack St. Clair Kilby. Nació el 8 de noviembre de 1923 en Jefferson City, Misuri, y falleció el 20 de junio de 2005 en Dallas, Texas; ambas localidades en EE. UU. Se licenció en Ingeniería Eléctrica por la Universidad de Illinois. La mayor parte de su carrera la desarrolló en la empresa Texas Instruments, en Dallas, donde inventó el chip en 1958. Desde 1978 hasta 1984 fue profesor de Ingeniería Eléctrica en la Universidad de Texas. En 1970 obtuvo la Medalla Nacional de la Ciencia en Estados Unidos.

La electrónica moderna nació en 1948 con el invento del transistor; sin embargo, la utilidad de este dispositivo en circuitos complejos presentaba ciertas dificultades. En 1958, Kilby concibió el modo de miniaturizar los circuitos fabricando las resistencias, los condensadores y los transistores en el mismo trozo de silicio que incluía las interconexiones en el propio sistema, sentando las bases del circuito integrado. Kilby acumuló en su carrera de inventor más de sesenta patentes, entre ellas la de la calculadora de bolsillo.



JACK ST. CLAIR KILBY
(1923-2005)

Las fuerzas aéreas de EE.UU. de inmediato mostraron interés por los circuitos integrados, mientras que la industria electrónica acogió el descubrimiento con escepticismo. En 1961 se usaron por vez primera en un ordenador del ejército y en 1962 se incluyeron en la electrónica de los cohetes "minuteman". También se usaron en las naves espaciales del proyecto Apolo. Los circuitos integrados llegaron al mercado de consumo a través de las calculadoras electrónicas, mucho más pequeñas que las electromecánicas usadas hasta entonces.

Kilby fue galardonado con más de 20 reconocimientos a sus trabajos, entre los que figuran dos de los premios más prestigiosos en ciencia e ingeniería de EE.UU. En 1970 recibió el *National Medal of Science* y en 1982 el Premio *National Inventors Hall of Fame*. También recibió distintos galardones del Institute of Electric and Electronics Engineer (IEEE). Recibió el Premio Nobel de Física en el 2000 por su contribución a la invención y desarrollo del circuito integrado, el chip, que permitió a la microelectrónica constituirse en la base de la tecnología moderna. El impacto de los circuitos integrados ha sido enorme, no sólo en la industria informática, sino también en otros campos como la medicina, comunicaciones, industria y entretenimiento.

Muere de cáncer el 20 de junio de 2005, en Estados Unidos a los 81 años de edad.

QUÍMICOS DESTACADOS

Ganadores del Premio Nobel en Química 2002:

John Bennett Fenn, Kōichi Tanaka y Kurt Wüthrich

FUENTES: EcuRed - Wikipedia

John Benett Fenn. Químico. Nació el 15 de junio de 1917, en Nueva York, Nueva York, y falleció el 10 de diciembre de 2010, en Richmond, Virginia; ambas localidades en EE. UU. Publicó el método ESI (Electro Spray Ionization), una nueva técnica basada en la espectroscopia de masas que permite detectar y analizar proteínas.

Este descubrimiento permitió comprender mejor los procesos vitales y aumentar rápidamente la velocidad con la cual los nuevos compuestos farmacéuticos complejos podrían ser evaluados, conduciendo directamente al desarrollo de las medicaciones para detener el avance del SIDA (inhibidores de proteasa) y la determinación del cáncer precoz.

Se matriculó en el Berea College de Kentucky para estudiar química donde se graduó en 1947, Se doctoró en Yale.

Desde 1952 se dedicó a la docencia. Entre este año y 1967 fue profesor de ciencias aeroespaciales y mecánicas en la Universidad de Princeton y después catedrático de Ingeniería Química en la Universidad de Yale desde 1967 donde se mantuvo hasta 1987.

Trabajó en diversas empresas químicas en Alabama, una de ellas de motores de combustión.

De ahí pasó en 1959 a dirigir el proyecto Squid, un programa de investigación de la Armada estadounidense sobre la propulsión a reacción que gestionaba la Universidad de Princeton. De esta manera, Fenn se convirtió en profesor en esta Universidad.

En 1988 publicó el método ESI (Electro Spray Ionization), una nueva técnica basada en la espectroscopia de masas que permite detectar y analizar proteínas. Este descubrimiento permitió aumentar rápidamente la velocidad con la cual los nuevos compuestos farmacéuticos complejos podrían ser evaluados, conduciendo directamente al desarrollo de las medicaciones para detener el avance del SIDA (inhibidores de proteasa) desarrollada en la década de 1990.

También se pusieron en marcha nuevas aplicaciones en otros campos, como el control alimentario y la detección precoz del cáncer de mama y de próstata. Antes de su hallazgo, los investigadores sólo podían identificar moléculas pequeñas, mientras que ahora se identifican también las macromoléculas biológicas.

Fue la persona de más edad en recibir el Premio Nobel de Química. Tenía 85 años cuando se lo otorgaron en el 2002, por el desarrollo de métodos de identificación y de análisis estructural de macromoléculas biológicas, como las proteínas, que han contribuido a obtener grandes progresos en el diagnóstico precoz del cáncer.

Murió el 10 de diciembre de 2010 en la ciudad de Richmond (Virginia), Estados Unidos, a los 93 años. Nunca dejó de trabajar y ejerció hasta su muerte como ingeniero de investigación en la Virginia Commonwealth University.



JOHN BENNETT FENN
(1917-2010)

Kōichi Tanaka. Ingeniero. Nació el 3 de agosto de 1959 en Toyama, Japón. Tanaka obtuvo el grado de ingeniero por la Universidad de Tohoku, Japón en 1983. En ese mismo año entró a formar parte como ingeniero de investigación y desarrollo del Laboratorio Central de Investigación en Kioto de la compañía Shimadzu.

En 1987 mostró en un congreso sobre espectrometría de masas (Second Japan-China Joint Symposium on Mass Spectrometry) que las proteínas se podían ionizar empleando un láser. Al año siguiente se publicó un artículo completo sobre el nuevo método (Rapid Communications in Mass Spectrometry 2).

En 1992 se incorporó al Departamento de Investigación y Desarrollo de la División de Instrumentos Analíticos tras una estancia de casi un año en Kratos Group PLC (subsidiario de Shimadzu) en Reino Unido. En 1997 volvió al Reino Unido para apoyar el Laboratorio de Investigación de Shimadzu en Europa.

En 1999 trabajó de nuevo para Kratos Group PLC hasta mayo de 2002, cuando se incorporó al Laboratorio de Ciencias de la Vida en Japón.

Ganador del Premio Nobel en Química en 2002 por el desarrollo de una técnica de análisis por espectrometría de masa aplicable a macromoléculas biológicas.

Además del Premio Nobel, ha recibido el Premio al Estímulo de la Sociedad de Espectroscopía de Masas de Japón (1989).



KŌICHI TANAKA

Kurt Wüthrich. Químico. Nació el 4 de octubre de 1938, en Aarberg, Suiza. Premio Nobel en Química 2002 por su desarrollo de la espectroscopia de resonancia magnética nuclear para la determinación de la estructura tridimensional de macromoléculas biológicas en disolución.

Estas nuevas técnicas no sólo encuentran gran aplicación en la investigación científica. Su uso se ha extendido por los laboratorios de todo el mundo y representan un gran paso para el diseño de nuevos fármacos que revolucionan la medicina.

Nacido en Aarberg, ciudad de Suiza en 1938, en 1963 se casó con Marianne Briner, con quien tuvo dos hijos: Bernhard Andrew en 1968 y Karin Lynn en 1970.

Ingresa en la Universidad de Berna en 1957 y se licenció cinco años más tarde en Química, Física y Matemáticas. En 1962 se trasladó a la Universidad de Basilea, donde se doctoró en Química Inorgánica en 1964.

Tras su tesis doctoral continuó trabajando en la Universidad de Basilea hasta 1965, cuando se marchó a realizar una estancia postdoctoral a la Universidad de California (Berkeley) con el profesor R.E. Connick.

En 1967 comenzó a trabajar en el laboratorio de la compañía telefónica Bell en Nueva Jersey como miembro del equipo técnico, hasta 1969 cuando regresó a Suiza para incorporarse al Instituto Politécnico de Zúrich (ETH, Eidgenössische Technische Hochschule).

Desempeñó diferentes cargos: Privatdozent (1970), Profesor Ayudante (1970), Profesor Asociado (1976), Catedrático de Biofísica (1980), Director del Departamento de Biología (1995-2000).

En el 2001 volvió a California como profesor visitante en Biología Estructural del Instituto de Investigación The Scripps (TSRI) en La Jolla, aunque siguió trabajando simultáneamente para el ETH Zúrich.

Wüthrich y su grupo de investigación se encaminaron hacia la determinación estructural de las proteínas a mediados de los años 70 del siglo XX. En 1982 ya habían conseguido las bases de su método que demostraron posteriormente ser lo suficientemente generales para poder acomodar los sucesivos avances técnicos.

Entre las numerosas determinaciones estructurales en disolución realizadas por este laboratorio se encuentran la primeras estructuras por RMN de una proteína globular, de una proteína con alta resolución y de una metaloproteína, la estructura del primer complejo de una proteína con ADN por RMN (homeodominio de la Antennapedia-operador BS2) y la estructura del sistema ciclosporina A-ciclofilina A (de especial interés en el campo de la inmunosupresión).

A partir de 1994 estudiaron los priones y en 1996 determinaron la estructura de la primera proteína de este tipo. Posteriormente resolvieron la estructura de priones de mamíferos (de ratones, vacas o humanos) y no mamíferos (pollos) que son fundamentales para el estudio de la transmisión entre las distintas especies de la encefalopatía espongiforme.

Además de la determinación estructural, trabajó en la estructura electrónica de grupos protésicos en hemoproteínas (1968-1980), y la dinámica biomacromolecular y equilibrio conformacional (1973-1995), como el estudio del papel que desempeñan las moléculas de hidratación en el reconocimiento proteína-ADN. A partir de 1997, con la introducción de nuevas técnicas (TROSY y CRINEPT) ampliaron sus estudios en disolución a especies con pesos moleculares muy elevados.

Entre los cargos que ha ocupado, se tienen: Desempeñó cargos de alta responsabilidad en distintas organizaciones profesionales como la Unión Internacional de Biofísica Pura y Aplicada (Miembro del Consejo 1975-1978 y 1987-1990, Secretario General 1978-1984, Vicepresidente 1984-1987 y la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada, Miembro de la Comisión de Biofísica Química 1996-1999, Presidente 2000-2001. Fue editor de varias revistas internacionales: Q. Rev. Biophys. 1984-1991 y 1996-2001, Macromolecular Structures 1990-2000 y J. Biomol. NMR desde 1991, Asesor científico de organismos políticos, empresas, fundaciones, universidades e institutos de investigación.

Su bibliografía incluye más de 600 artículos y revisiones, además de las monografías:

- RMN en Investigación Biológica: Péptidos y Proteínas. Holanda del Norte, Amsterdam, 1976
- RMN de Proteínas y Ácidos Nucleicos, Wiley. New York, EE. UU., 1986
- RMN en Biología Estructural, World Scientific. Singapur, 1995

Ha recibido varios doctorados Honoris Causa en Italia (Siena 1997) y Suiza (Zúrich 1997, Lausana 2001) y es miembro honorífico de numerosas academias y sociedades científicas de Europa (EMBO 1984, Academia Alemana de Ciencias Naturales Leopoldina 1987, Academia Europea 1989, Academia de las Ciencias Francesa 2000, SATW 2001); EE.UU. (Academia Nacional de las Ciencias 1992, Academia de las Artes y las Ciencias 1993, Asociación para el Avance de las Ciencias 1998); India (Academia Nacional de las Ciencias 1993, Sociedad de Resonancia Magnética 1998); y Japón (Sociedad Bioquímica Japonesa 1993).

Algunos de los premios más destacados anteriores al Premio Nobel son el Premio Friedrich Miescher 1974, Medalla P. Bruylants 1986, Premio Stein y Moore 1990, Premio Louisa Gross Horwitz 1991, Medalla Gilbert Newton Lewis 1991, Premio Marcel Benoist 1992, Premio Louis Jeantet 1993, Premio Kaj Linderstrøm-Lang 1996, Científico Eminente de RIKEN Tokio, 1997, Premio Kioto 1998, Premio Günther Laukien 1999, Medalla Otto Warburg 1999, Medalla de Honor de Plata (Sociedad de Fomento del Progreso), París 2001.



KURT WÜTHRICH

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 26)

Propiedades de los tensores.

Versión de la publicación hecha por **ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ** el 18 Marzo de 2009
Documento en línea: <http://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/18-el-calculo-tensorial>

Los tensores tienen algunas propiedades que nos resultan extremadamente útiles en la simplificación de expresiones ahorrándonos una buena cantidad de tiempo. Una de dichas propiedades es la propiedad de simetría que caracteriza a los **tensores simétricos**.

Decimos que dos tensores son simétricos con respecto a dos índices covariantes o contravariantes cuando sus componentes respectivos son iguales tras un intercambio de índices.

De este modo, si para un tensor $\mathbf{T} = (T^{mpr}_{qs})$ tenemos que $T^{mpr}_{qs} = T^{pmr}_{qs}$, decimos que el tensor es simétrico en los índices m y p . Si el tensor es simétrico con respecto a dos índices contravariantes *cualesquiera* y dos índices covariantes *cualesquiera*, se dice que el tensor es simétrico.

PROBLEMA: (a) ¿Es simétrico un tensor contravariante de orden tres $\mathbf{T} = (T^{abc})$ en un espacio de dos dimensiones, en donde sus componentes en cierto punto adquieren los siguientes valores?:

$$T^{111} = 7, T^{211} = 3, T^{121} = 3, T^{221} = 0 \\ T^{112} = 7, T^{212} = -2, T^{122} = -2, T^{222} = 5$$

(b) ¿Es simétrico un tensor covariante de orden dos $\mathbf{U} = (U_{ij})$ en un espacio de cinco dimensiones para el cual sus componentes adquieren los siguientes valores?:

$$U_{11} = a, U_{12} = -p, U_{13} = 3u, U_{14} = -t, U_{15} = -m^2 \\ U_{21} = -p, U_{22} = b, U_{23} = cpt, U_{24} = b + d, U_{25} = -c \\ U_{31} = 3u, U_{32} = cpt, U_{33} = j, U_{34} = -b, U_{35} = t \\ U_{41} = -t, U_{42} = b + d, U_{43} = -b, U_{44} = e, U_{45} = -u \\ U_{51} = -m^2, U_{52} = -c, U_{53} = t, U_{54} = -u, U_{55} = b$$

(a) Puesto que, en todos los casos, el intercambio entre el primer índice y el segundo índice nos resulta en el mismo valor numérico para el componente del tensor, *independientemente del valor que tenga el otro índice al ser mantenido constante*:

$$T^{211} = 3 = T^{121} \\ T^{212} = -2 = T^{122}$$

podemos afirmar que el tensor es simétrico en el primer y segundo índices *en el punto en donde sus componentes adquieren esos valores*. Sin embargo, no podemos afirmar que el tensor sea simétrico en todo el espacio bi-dimensional disponible de puntos, porque para ello necesitaríamos tener a la mano la expresión matemática que define a dicho tensor. Por otro lado, el tensor no es simétrico respecto al segundo y el tercer índices al ser diferentes los siguientes componentes:

$$T^{121} = 3, T^{112} = 7 \\ T^{221} = 0, T^{212} = -2$$

El tensor tampoco es simétrico respecto al primero y el tercer índices al ser diferentes los siguientes componentes:

$$T^{112} = 7, T^{211} = 3 \\ T^{122} = -2, T^{221} = 0$$

(b) Puesto que, en todos los casos, el intercambio entre los dos índices nos resulta en el mismo valor simbólico para el componente del tensor:

$$U_{12} = U_{21} = -p \\ U_{13} = U_{31} = 3u \\ U_{14} = U_{41} = -t \\ U_{15} = U_{51} = -m^2 \\ U_{23} = U_{32} = cpt \\ U_{24} = U_{42} = b + d \\ U_{25} = U_{52} = -c \\ U_{34} = U_{43} = -b \\ U_{45} = U_{54} = -u$$

podemos afirmar que el tensor es simétrico, y es simétrico en todo el espacio 5-dimensional.

Aunque esto último lo resolvimos aplicando estrictamente la definición de simetría sin recurrir a ayudas visuales (algo que le gusta mucho a los practicantes de la matemática pura), podemos aprovechar en ventaja nuestra el hecho de que el tensor es un tensor de orden dos, acomodando sus componentes en una matriz cuadrada 5x5 en la cual la simetría salta a relucir casi de inmediato:

$$\begin{bmatrix} a & -p & 3u & -t & -m^2 \\ -p & b & cpt & b+d & -c \\ 3u & cpt & j & -b & t \\ -t & b+d & -b & e & -u \\ -m^2 & -c & t & -u & b \end{bmatrix}$$

Obsérvese la simetría de los componentes con respecto a la diagonal principal cuyos componentes han sido puestos de color rojo, una simetría en la cual se reflejan como si estuviesen puestos frente a un espejo.

Desafortunadamente, este método visual fracasa al tratar de extenderlo hacia tensores de orden tres en adelante. Por esta misma razón no pudimos utilizarlo en la primera parte del problema en el caso del tensor contravariante $\mathbf{T}=(T^{abc})$ de orden tres. Afortunadamente, una buena cantidad de los tensores que manejamos en la Teoría General de la Relatividad resultan ser precisamente de orden dos.

Una vez definidos los tensores simétricos, podemos definir los **tensores hemi-simétricos o semi-simétricos**. En la literatura es muy frecuente encontrarse estos tensores referidos como **tensores anti-simétricos**. Sin embargo, esta última definición sugiere una antisimetría cuando en realidad sigue habiendo cierto tipo de simetría en los componentes del tensor, razón por la cual aquí retendremos aquí la convención de llamarlos tensores hemi-simétricos (*skew-symmetric*) aunque esta definición será acompañada por la más frecuentemente usada palabra de anti-simetría.

Decimos que dos tensores son hemi-simétricos con respecto a dos índices covariantes o contravariantes cuando sus componentes respectivos son iguales en magnitud pero opuestos en signos tras un intercambio de índices.

Una de las propiedades más obvias de un tensor es que cuando es hemi-simétrico con respecto a dos de sus índices p y q entonces todas sus componentes tendrán un valor de cero para $p = q$. En el caso de un tensor de orden dos en su representación matricial, esto es lo que identificamos como “una diagonal principal puesta a ceros”.

PROBLEMA: *Demostrar que los componentes de un tensor hemi-simétrico en sus índices p y q deben ser iguales a cero para $p = q$.*

La demostración es trivial, y la llevaremos a cabo con un tensor $\mathbf{T}$ covariante de orden dos. Si el tensor es hemisimétrico con respecto a dos de sus índices p y q , entonces por su propia definición debemos tener:

$$T_{pq} = -T_{qp}$$

Para el caso $p = q$ tenemos entonces:

$$T_{pp} = -T_{pp}$$

Pero la única forma en la cual esto puede ser cierto es con $(T_{pp})=0$. Se concluye que los componentes de un tensor que es hemi-simétrico en sus índices p y q deben ser iguales a cero para $p=q$.

En general, si para un tensor $\mathbf{T} = (T^{mp}_{qs})$ tenemos que $T^{mp}_{qs} = -T^{pm}_{qs}$, entonces el tensor es *hemi-simétrico* en los índices m y p . Si el tensor es hemi-simétrico con respecto a dos índices contravariantes *cualesquiera* o dos índices covariantes *cualesquiera*, se dice que el tensor es hemi-simétrico.

Por lo que acabamos de ver arriba, si un tensor $\mathbf{T} = (T^{mp}_{qs})$ es hemi-simétrico en dos índices como los índices m y r , entonces haciendo $m = r$ tenemos que $(T^{mp}_{qs}) = 0$ para todas las combinaciones posibles de los índices restantes.

PROBLEMA: *¿Es hemi-simétrico un tensor covariante de orden dos $\mathbf{V} = (V_{ij})$ en un espacio de cuatro dimensiones en donde sus componentes adquieren los siguientes valores?:*

$$\begin{aligned} V_{11} &= 0, V_{12} = -b, V_{13} = d, V_{14} = -c \\ V_{21} &= b, V_{22} = 0, V_{23} = -c, V_{24} = -d \\ V_{31} &= -d, V_{32} = c, V_{33} = 0, V_{34} = -b \\ V_{41} &= c, V_{42} = d, V_{43} = b, V_{44} = 0 \end{aligned}$$

Comparando los valores, encontramos que para en todos los casos en los que los dos índices son iguales los componentes tienen un valor de cero:

$$V_{11} = V_{22} = V_{33} = V_{44} = 0$$

Por otro lado, comparando todas las posibilidades de combinación restantes cuando los índices son diferentes, todos resultan tener signos opuestos:

$$\begin{aligned} V_{12} &= -V_{21}, V_{13} = -V_{31}, V_{14} = -V_{41} \\ V_{23} &= -V_{32}, V_{24} = -V_{42} \\ V_{34} &= -V_{43} \end{aligned}$$

Concluimos entonces que el tensor $\mathbf{V}$ es un tensor hemi-simétrico.

Aunque este último problema también lo resolvimos aplicando estrictamente la definición sin recurrir a ayudas visuales, aprovechando en ventaja nuestra el hecho de que el tensor es un tensor de orden dos podemos acomodar sus componentes en una matriz cuadrada 4x4 en la cual haciendo $a=0$ la hemi-simetría salta a relucir casi de inmediato:

$$\begin{pmatrix} a & -b & d & -c \\ b & a & -c & -d \\ -d & c & a & -b \\ c & d & b & a \end{pmatrix}$$

De nueva cuenta, este método visual fracasa al tratar de extenderlo hacia tensores de orden tres en adelante.

Dado un tensor $\mathbf{T} = (T_{ab})$ cualquiera, podemos obtener a partir del mismo un tensor simétrico $\mathbf{T}_s$ mediante la siguiente regla sencilla:

$$\mathbf{T}_s = (T_s) = (T_{ab} + T_{ba})/2$$

Esta definición se encuentra con la suficiente frecuencia como para darle la siguiente notación especial en la cual la simetría sobre un par de componentes se denota mediante paréntesis *curvos* en los índices de los componentes:

$$T_{(\mathbf{ab})} = \frac{1}{2}(T_{ab} + T_{ba})$$

PROBLEMA: A partir de la definición anterior, demostrar que no es posible transformar un tensor anti-simétrico en un tensor simétrico.

Un tensor anti-simétrico $\mathbf{T} = (T_{ab})$ será aquél para el cual $T_{ab} = -T_{ba}$. En la definición que se ha dado:

$$T_{(ab)} = (T_{ab} + T_{ba})/2 = (-T_{ba} + T_{ba})/2 = 0$$

No es posible, por lo tanto, obtener un tensor simétrico a partir de un tensor anti-simétrico.

Dado un tensor $\mathbf{T} = (T_{ab})$ cualquiera, podemos obtener a partir del mismo un tensor anti-simétrico $\mathbf{T}_a$ mediante la siguiente regla sencilla:

$$\mathbf{T}_a = (T_a) = (T_{ab} - T_{ba})/2$$

Esta definición se encuentra con la suficiente frecuencia como para darle la siguiente notación especial en la cual la anti-simetría sobre un par de componentes se denota mediante paréntesis cuadrados en los índices de los componentes:

$$T_{[ab]} = \frac{1}{2}(T_{ab} - T_{ba})$$

Como esta forma de obtener un tensor anti-simétrico a partir de un tensor $\mathbf{T}$ cualquiera es a veces vista con desconfianza por quienes no se toman el tiempo para verificar esta última aserción, se llevarán a cabo aquí algunos pasos extra para quienes no estén convencidos del enunciado. Supóngase que la matriz $[\mathbf{T}]$ que representa a los componentes del tensor $\mathbf{T}$ es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 6 & -4 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Entonces, puesto que la operación de invertir los índices p y q equivale matricialmente a intercambiar los renglones por las columnas, si hacemos esto obteniendo una segunda matriz y la restamos de la primera obtenemos el siguiente resultado:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 6 & -4 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 6 & 5 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 & -1 \\ -1 & -4 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 3 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -7 & -4 & 6 \\ 7 & 0 & 2 & -5 \\ 4 & -2 & 0 & -2 \\ -6 & 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Como puede verse, el resultado de la operación de restar T^{qp} de T^{pq} nos produce una matriz en la cual todos los elementos en la diagonal principal de la matriz que corre de la esquina superior izquierda hasta la esquina inferior derecha han sido reducidos a cero, y con respecto a esta diagonal principal los elementos opuestos tienen la misma magnitud pero el signo contrario. Claramente, esta es una matriz anti-simétrica (hemi-simétrica).

PROBLEMA: A partir de la definición anterior que se ha dado para la obtención de un tensor anti-simétrico, demostrar que no es posible transformar un tensor simétrico en un tensor anti-simétrico.

Un tensor simétrico $\mathbf{T} = (T_{ab})$ será aquél para el cual $T_{ab} = T_{ba}$. Usando la definición que se ha dado arriba para un tensor anti-simétrico:

$$T_{[ab]} = (T_{ab} - T_{ba})/2 = (T_{ba} - T_{ba})/2 = 0$$

No es posible, por lo tanto, obtener un tensor anti-simétrico a partir de un tensor simétrico.

Tenemos además varios resultados basados en las propiedades ya señaladas que nos pueden ser de utilidad en la simplificación de los cálculos matemáticos.

PROBLEMA: Demostrar que cualquier tensor puede ser expresado como la suma de dos tensores, uno de los cuales es simétrico y el otro de los cuales es anti-simétrico (hemi-simétrico) en un par de índices covariantes (o contravariantes).

Considérese el tensor contravariante $\mathbf{T} = (T^{pq})$ y considérese la siguiente igualdad aritmética:

$$T^{pq} = (T^{pq} + T^{qp})/2 + (T^{pq} - T^{qp})/2$$

Por la definición dada arriba, el tensor $\mathbf{S} = (S^{pq})$ formado por la siguiente operación de componentes tensoriales:

$$S^{(pq)} = (T^{pq} + T^{qp})/2$$

es un tensor simétrico, o sea:

$$\mathbf{S} = (S^{pq}) = (S^{qp})$$

Por otro lado, vimos también arriba que el tensor $\mathbf{A} = (A^{pq})$ formado por la siguiente operación de componentes tensoriales:

$$A^{[pq]} = (T^{pq} - T^{qp})/2$$

es un tensor anti-simétrico (hemi-simétrico), o sea:

$$A^{pq} = -A^{qp}$$

Entonces, todo tensor $\mathbf{T}$ puede ser expresado como la suma de un tensor simétrico $\mathbf{S}$ y un tensor anti-simétrico (hemi-simétrico) $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S} + \mathbf{A}$$

Un tensor que sea simétrico bajo un sistema de coordenadas seguirá siendo simétrico bajo cualquier otro sistema de coordenadas después de haberse llevado a cabo la transformación. Lo mismo se puede decir de un tensor anti-simétrico. La preservación de la simetría (o de la anti-simetría) es una propiedad *interna* del tensor, independiente del sistema de coordenadas que esté siendo utilizado.

Las convenciones notacionales que se han dado arriba pueden ser anidadas dentro de tensores de orden mayor, por ejemplo:

$$T^{(ab)c} = (T^{abc} + T^{bac})/2$$

$$T_{ab[cd]ef} = (T_{abcdef} - T_{abdcef})/2$$

PROBLEMA: Escribir explícitamente en notación de componentes lo que simboliza la siguiente expresión tensorial compacta:

$$T^{(ab)c}_{[de]}$$

Expandiendo primero sobre la parte simétrica:

$$T^{(ab)c}_{[de]} = (T^{abc}_{[de]} + T^{bac}_{[de]})/2$$

Expandiendo a continuación sobre la parte anti-simétrica (hemi-simétrica) nos produce la expresión final explícita:

$$T^{(ab)c}_{[de]} = \{T^{abc}_{[de]} + T^{bac}_{[de]}\}/2$$

$$T^{(ab)c}_{[de]} = \{(T^{abc}_{de} - T^{abc}_{ed})/2 + (T^{bac}_{de} - T^{bac}_{ed})\}/2$$

$$T^{(ab)c}_{[de]} = (T^{abc}_{de} + T^{bac}_{de} - T^{abc}_{ed} - T^{bac}_{ed})/4$$

PROBLEMA: Demostrar que el producto interno de un tensor simétrico $U = (U^{ab}) = (U^{(ab)})$ y de un tensor anti-simétrico $V = (V_{ab}) = (V_{[ab]})$ es igual a cero.

Llevaremos a cabo la demostración sobre un 3-espacio, expandiendo la doble sumatoria requerida de acuerdo a la convención de sumación por la presencia de dos pares de índices repetidos:

$$U^{(ab)}V_{[ab]} = U^{ab}V_{ab} = U^{1b}V_{1b} + U^{2b}V_{2b} + U^{3b}V_{3b} = U^{11}V_{11} + U^{21}V_{21} + U^{31}V_{31} + U^{12}V_{12} + U^{22}V_{22} + U^{32}V_{32} + U^{13}V_{13} + U^{23}V_{23} + U^{33}V_{33}$$

En el tercer paso se han destacado de color rojo los componentes del tensor anti-simétrico V que son iguales a cero cuando ambos índices son iguales, lo cual tiene como consecuencia desvanecer los términos en donde aparecen. Tras esto, recurrimos a las propiedades de simetría y hemi-simetría que nos relacionan los componentes internos de cada tensor de la siguiente manera:

$$U^{21} = U^{12} \quad U^{31} = U^{13} \quad U^{32} = U^{23}$$

$$V_{21} = -V_{12} \quad V_{31} = -V_{13} \quad V_{23} = -V_{32}$$

Con esto tenemos entonces:

$$U^{(ab)}V_{[ab]} = -U^{12}V_{12} - U^{13}V_{13} + U^{12}V_{12} - U^{23}V_{23} + U^{13}V_{13} + U^{23}V_{23}$$

$$U^{(ab)}V_{[ab]} = 0$$

La generalización a un espacio N-dimensional cualesquiera se lleva a cabo fácilmente generalizando las razones por las cuales el producto interno de un tensor simétrico y un tensor anti-simétrico es igual a cero en un 3-espacio.

PROBLEMA: Demuéstrese que si un tensor $A = (A^{pq}_{st})$ es simétrico (o hemi-simétrico) con respecto a sus dos índices p y q en un sistema de coordenadas, entonces permanecerá simétrico (o hemi-simétrico) con respecto a los mismos índices tras un cambio de coordenadas.

En virtud de que únicamente los índices p y q están involucrados, se llevará a cabo la demostración sobre un tensor $T = (T^{pq})$ con esos dos índices exclusivamente.

Como siempre, la demostración se llevará a cabo recurriendo a la definición formal del tensor. Suponiendo que el tensor T sea simétrico con respecto a un intercambio de los índices p y q , entonces $T^{pq} = T^{qp}$. Entonces:

$$\bar{T}^{jk} = \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^p} \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} T^{pq} = \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^p} T^{qp} = \bar{T}^{kj}$$

Se concluye que la simetría de un tensor es preservada bajo un cambio de coordenadas.

Y si el tensor es hemi-simétrico con respecto a un intercambio de los índices p y q , entonces $T^{pq} = -T^{qp}$, con lo cual:

$$\bar{T}^{jk} = \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^p} \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} T^{pq} = -\frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^p} T^{qp} = -\bar{T}^{kj}$$

Se concluye que también la hemi-simetría de un tensor es preservada bajo un cambio de coordenadas.

PROBLEMA: Determínese si una cantidad $A(j,k,m)$ que es una función de las coordenadas generalizadas x^i y se transforma a otro sistema de coordenadas generalizadas $\bar{x}^i$ de acuerdo con la siguiente regla:

$$\bar{A}(p,q,r) = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^p} \frac{\partial x^k}{\partial \bar{x}^q} \frac{\partial x^r}{\partial x^m} A(j,k,m)$$

es un tensor. Si lo es, escríbase dicha cantidad en notación tensorial de componentes identificando el orden y el tipo.

Inspeccionando la transformación de cada componente, podemos ver que la cantidad cumple con todos los requerimientos de un tensor. En notación tensorial de componentes, esta cantidad se escribe como el tensor:

$$A = (A^m_{jk})$$

tratándose por lo tanto de un tensor de orden tres, contravariante de orden uno y covariante de orden dos.

PROBLEMA: Determínese si una cantidad $B(j,k,l,m)$ que es una función de las coordenadas generalizadas x^i y se transforma a otro sistema de coordenadas generalizadas $\bar{x}^i$ de acuerdo con la siguiente regla:

$$\bar{B}(p,q,r,s) = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^p} \frac{\partial \bar{x}^q}{\partial x^k} \frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^l} \frac{\partial \bar{x}^s}{\partial x^m} B(j,k,l,m)$$

es un tensor. Si lo es, escríbase dicha cantidad en notación tensorial de componentes identificando el orden y el tipo.

Inspeccionando la transformación de cada componente, podemos ver que la cantidad cumple con todos los requerimientos de un tensor. En notación tensorial de componentes, esta cantidad se escribe como el tensor:

$$\mathbf{B} = (B^{klm}{}_{;j})$$

tratándose por lo tanto de un tensor de orden cuatro, contravariante de orden tres y covariante de orden uno.

PROBLEMA: *Determinese si una cantidad $T(j,k,m,n)$ que es una función de las coordenadas generalizadas x^i y se transforma a otro sistema de coordenadas generalizadas $\bar{x}^i$ de acuerdo con la siguiente regla:*

$$\bar{T}(p,q,r,s) = \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^j} \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^r} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^s} T(j,k,m,n)$$

es un tensor. Si lo es, escríbase dicha cantidad en notación tensorial de componentes identificando el orden y el tipo.

Inspeccionando la transformación de cada componente, podemos ver que la cantidad **no** es un tensor puesto que no cumple con todos los requerimientos propios de la definición de un tensor. A continuación se destaca de color rojo las partes de la transformación que no cumplen con los requisitos estipulados:

$$\bar{T}(p,q,r,s) = \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^j} \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^r} \frac{\partial x^n}{\partial \bar{x}^s} T(j,k,m,n)$$

Las operaciones matemáticas que podemos llevar a cabo con tensores, al igual que las operaciones matemáticas que podemos llevar a cabo con matrices, están limitadas a la suma, la resta, la multiplicación externa (producto externo), y en el caso de los tensores, la contracción. No es posible llevar a cabo una “división” entre dos tensores, tal cosa no está definida. Sin embargo, es posible hacer algo que aunque no constituya una división en sí, se trata de una aserción de carácter general que en ocasiones resulta útil en el desarrollo de operaciones tensoriales. Se trata de la **ley del cociente**, que enunciada brevemente nos dice que si en el producto interno de una cantidad **X** con un tensor **B** obtenemos un tensor **C** (o sea $\mathbf{XB} = \mathbf{C}$), entonces **X** debe ser un tensor también.

PROBLEMA: *Mostrar que si $X(p,q,r)$ es una cantidad tal que $X(p,q,r)U^{qn}_r = 0$ para un tensor arbitrario $\mathbf{U} = (U^{qn}_r)$, entonces se debe tener $X(p,q,r) = 0$.*

Puesto que U^{qn}_r puede ser un tensor arbitrario cualquiera, podemos escoger un componente en particular de dicho tensor (por ejemplo, el componente para el cual $q = 4$ y $r = 3$) que no sea igual a cero, mientras que todos los demás componentes del tensor pueden ser considerados iguales a cero en nuestro ejemplo. Entonces:

$$X(p,4,3)U^{4n}_3 = 0$$

de modo tal que debemos tener necesariamente $X(p,4,3)U^{4n}_3 = 0$, ya que U^{4n}_3 no es igual a cero por hipótesis. Razonando de manera similar, para todas las demás combinaciones posibles de q y r debemos tener entonces que $X(p,q,r) = 0$, lo cual concluye la demostración.

PROBLEMA: *Una cantidad $T(p,q,r)$ es tal que bajo cierto sistema de coordenadas generalizadas x^i se tiene lo siguiente:*

$$T(p,q,r) U^{qs}_r = V^s_p$$

siendo tanto U^{qs}_r como V^s_p tensores. Demuéstrese que también $T(p,q,r)$ es un tensor.

En un sistema transformado de coordenadas $\bar{x}^i$, tenemos lo siguiente:

$$T(j,k,l) U^{km}_l = V^s_p$$

Entonces, puesto que tanto $\mathbf{U} = (U^{qs}_r)$ como $\mathbf{V} = (V^s_p)$ son tensores, recurriendo a la definición del tensor debemos tener:

$$\bar{T}(j,k,l) \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^s} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^l} U^{qs}_r = \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^s} \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} V^s_p = \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^s} \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} T(p,q,r) U^{qs}_r$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^s} \left[\frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^l} \bar{T}(j,k,l) - \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} T(p,q,r) \right] U^{qs}_r = 0$$

Si llevamos a cabo la multiplicación interna de esto con $\partial x^n / \partial x^m$, o sea multiplicando por $\partial x^n / \partial x^m$, y efectuando la contracción $w = m$, obtenemos entonces lo siguiente:

$$\delta^n_s \left[\frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^l} \bar{T}(j,k,l) - \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} T(p,q,r) \right] U^{qs}_r = 0$$

Aplicando el efecto del delta Kronecker al super-índice s :

$$\left[\frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^l} \bar{T}(j,k,l) - \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} T(p,q,r) \right] U^{qn}_r = 0$$

Aquí podemos aplicar directamente el resultado obtenido en el problema anterior. Puesto que U^{qn}_r es un tensor arbitrario cualquiera, entonces lo que tenemos dentro de los paréntesis debe ser igual a cero:

$$\frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^q} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^l} \bar{T}(j, k, l) - \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} T(p, q, r) = 0$$

Llevaremos a cabo ahora una segunda multiplicación interna de lo que tenemos arriba, en este caso por:

$$\frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^m} \frac{\partial \bar{x}^n}{\partial x^r}$$

Esto nos produce el siguiente resultado:

$$\delta_m^k \delta_l^n \bar{T}(j, k, l) - \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^m} \frac{\partial \bar{x}^n}{\partial x^r} T(p, q, r) = 0$$

o bien, aplicando el efecto del delta Kronecker:

$$\bar{T}(j, m, n) = \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^m} \frac{\partial \bar{x}^n}{\partial x^r} T(p, q, r)$$

Esta es precisamente la definición de un tensor. Entonces $\mathbf{T}$ es un tensor. *Esta es la ley del cociente en acción.* Observando el posicionamiento de los índices, podemos ver que la notación apropiada para $\mathbf{T}$ como un tensor de orden tres viene siendo $\mathbf{T} = (T^r_{pq})$.

Continúa en el próximo número...

Conciliar la mecánica cuántica y la relatividad quedaría en manos de las supercomputadoras.

Versión del artículo original de DIMAS IBARRA

TOMADO DE: Cambio 16 – 4 de diciembre de 2020



IMAGEN DE GERD ALTMANN EN PIXABAY.

Uno de los mayores **retos para la física teórica**, y que ha perseguido a los científicos por más de un siglo, es tratar de **explicar los fenómenos** físicos conocidos en el universo **unificando** los contradictorios y aparentemente irreconciliables principios de la **mecánica cuántica y la teoría de la relatividad** de Albert Einstein.

Estas dos teorías han acompañado a la humanidad para responder qué es el espacio, qué es el tiempo y qué es la materia. Nos han enseñado a caracterizar estas entidades. A pesar de sus grandes éxitos, no todo ha sido suave y amable.

Cada uno de estos pilares de la física moderna sirve para describir con gran precisión los fenómenos que corresponde a su respectiva área de investigación. La mecánica cuántica explica cómo funcionan las leyes que rigen las cosas más pequeñas. Mientras, la relatividad se adapta perfectamente para las escalas masivas del cosmos. Pero el gran problema es que **fallan estrepitosamente cuando tratan de aplicarse en el campo de la otra**.

La relatividad y la mecánica cuántica **no se pueden aplicar al mismo tiempo ni al mismo problema**. Al intentar hacerlo aparecen las contradicciones. Surgen de los aspectos fundamentales y más primarios de cada teoría: localidad, causalidad y determinismo en la relatividad; y entrelazamiento, eventos anticausales y resultados probabilísticos en mecánica cuántica.

Se trata de **un conflicto realmente complejo**. Para la ciencia, la comprensión del cosmos ha sido una tarea posible gracias, en gran parte, a la rigurosidad de las leyes que lo rigen. Lo que sucede es que se aplican de la misma manera en cualquier rincón del Universo. Lo mismo para una calle de Madrid que para un punto de EGS8p7, una galaxia que está a más de 13.200 millones de años la luz de nosotros. Hasta ahora, una teoría general de todo **ha eludido a los científicos**, y algunos creen que el objetivo final no es realista.

Una búsqueda infructuosa

Albert Einstein **comenzó a buscar una teoría unificadora** en la década de 1920. Nunca había aceptado completamente las extrañas paradojas de la mecánica cuántica. Creía que las matemáticas que describen el electromagnetismo y la gravedad, las únicas dos fuerzas conocidas en ese momento, podrían combinarse en un solo marco.

Pero su **búsqueda resultó una tarea quijotesca**. «La mayoría de mi descendencia intelectual termina siendo muy joven en el cementerio de las esperanzas decepcionadas», escribió en una carta en 1938.

A mediados del siglo XX, los físicos desarrollaron el *Modelo Estándar*, que se ha llamado la «teoría de casi todo». Describe las interacciones de todas las partículas subatómicas conocidas y tres de las cuatro fuerzas fundamentales: el electromagnetismo y las fuerzas nucleares fuerte y débil, pero no la gravedad.

Un modelo que también incluye la gravedad se conocería como teoría cuántica de la gravedad. Algunos investigadores creen que la teoría de cuerdas es un marco de este tipo y encaja perfectamente con una teoría del todo. La teoría de cuerdas postula que las partículas son en realidad entidades unidimensionales similares a cuerdas que vibran en una realidad de 11 dimensiones. Las vibraciones determinan las propiedades de las diferentes partículas, como su masa y carga.

Un callejón sin salida

Pero **otros científicos consideran** la idea de la teoría de cuerdas como **un callejón sin salida intelectual**. Peter Woit, físico teórico de la Universidad de Columbia, ha insistido en que se trata de **perseguir un sueño imaginario**.

«El problema básico con la investigación de la unificación de la teoría de cuerdas no es que el progreso haya sido lento durante los últimos 30 años, sino que ha sido negativo, todo lo aprendido muestra más claramente por qué la idea no funciona».



EINSTEIN COMENZÓ A BUSCAR UNA TEORÍA UNIFICADORA EN LA DÉCADA DE 1920.

En su exitoso libro *Una breve historia del tiempo*, el físico Stephen Hawking **discutió su deseo de ayudar a crear una teoría del todo**. Pero cambió de opinión más tarde en la vida. Pensó que tal teoría estaría fuera de su alcance para siempre porque las descripciones humanas de la realidad son siempre incompletas.

Este hecho no lo entristeció, sino que le dio esperanza. «Ahora me alegra que nuestra búsqueda de comprensión nunca llegue a su fin y que siempre tendremos el desafío de un nuevo descubrimiento. Sin él, nos estancaríamos», dijo Hawking.



STEPHEN HAWKING

Solución en las computadoras

Pero **Einstein y Hawking podrían verse reivindicados** con un poco de ayuda de la tecnología. Las **computadoras podrían tomar el testigo** de estos genios y tratar de culminar la senda que los científicos iniciaron, pero no lograron completar.

Los humanos han estudiado durante siglos estrategias de juegos como el ajedrez. Y sin embargo, los programas informáticos han descubierto nuevas formas de vencerlos. Entonces, no sería descabellado pensar que la **inteligencia artificial pueda resolver** acertijos que los investigadores no han podido dilucidar.

Las computadoras asumen cada vez más tareas que estaban reservadas a la inteligencia humana. Conducir en el tráfico, ayudar a clientes en tiendas en línea... ¿Resolver los grandes enigmas del cosmos?

Un paso posible

Ciertamente, determinar a cuál lado de la calle girar o recomendar cuál móvil será mejor regalo de Navidad es más sencillo que hallar la fórmula que unifique la mecánica cuántica y la teoría de la relatividad. Pero los avances, hasta ahora, han sido asombrosos.

Algunos físicos creen que el próximo gran salto vendrá con **la llegada de la inteligencia artificial en computadoras cuánticas**. A diferencia de las computadoras clásicas, que manipulan bits que pueden ser 1 o 0, los llamados qubits en las computadoras cuánticas pueden ser ambos a la vez. Esto permite que las computadoras cuánticas procesen grandes cantidades de información simultáneamente.

Estas máquinas están todavía en su infancia, pero **son muy prometedoras**. La idea básica es que los sistemas cuánticos puedan generar patrones que son difíciles de lograr para los sistemas clásicos. En otras palabras, será capaces de **ir más lejos y más rápido**.

Los científicos creen que aún **es muy pronto para saber cuán lejos pueden llegar** estas máquinas. Quizás podrían unificar los principios de la teoría cuántica con los de la relatividad de Einstein. Quizás llegarían a producir una teoría que los humanos no puedan entender.

Sin embargo, los más escépticos advierten que el campo de la informática está plagado de exageraciones sobre el poder y la amenaza de las máquinas superinteligentes.

Otros creen que si los humanos no son lo suficientemente inteligentes para comprender la teoría del todo, quizás tampoco lo serán para diseñar una computadora que pueda resolver el problema.

Por otro lado, el **avance en los cálculos podría no ser suficiente**. Si finalmente las computadoras encuentran ecuaciones o relaciones que no sabemos cómo interpretar, **estaremos en el punto de partida, con preguntas que no podemos responder**.

Un equilibrio hombre-máquina

Pero hay **otra posibilidad**. Quizás las computadoras no puedan generar una teoría del todo. Tal vez solo logren hacer cálculos que no puedan ser interpretados. Sin embargo, es probable que tengamos **la inteligencia suficiente para colaborar con las máquinas**. Tal vez así sería posible avanzar hacia una respuesta, con base en la nueva información que nos brinden sus cálculos y sus hallazgos.

En ese caso, **las computadoras no reemplazarán a Einstein o Hawking**. En lugar de eso, la próxima generación de científicos contará con su ingenio, con el conocimiento heredado de sus predecesores y con la ayuda de máquinas con capacidades de cálculo y de solución de problemas sencillamente asombrosas.

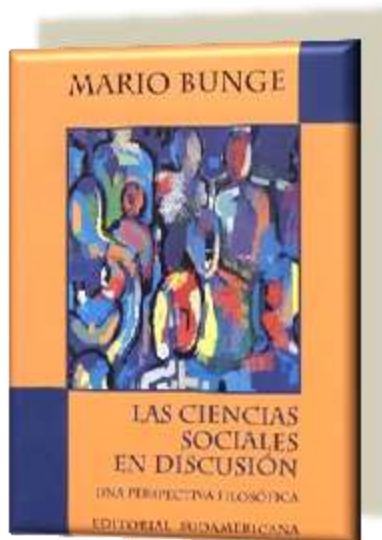
Isaac Newton dijo una vez: «Si consigo ver más lejos es porque he conseguido auparme a hombros de gigantes». El día de mañana, alguien podría decir: «Si vemos aún más lejos, es porque nos aupamos en máquinas gigantes». **Unificar la mecánica cuántica y la teoría de la relatividad** quizás requiera **unificar la inteligencia humana y la inteligencia artificial**.

ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (VII).

Obra: *Las Ciencias Sociales en Discusión. Una perspectiva filosófica*. **AUTOR:** Mario Bunge (1999). Editorial: Suramericana, Buenos Aires, Argentina, ISBN 950-07-1566-X.

Presentado por: Colectivo transdisciplinario de ciencias sociales.

Enviado vía Facebook por Dr. VÍCTOR HERMOSO AGUILAR



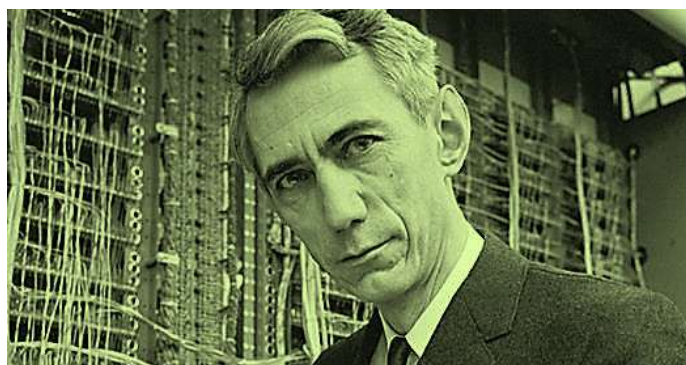
«En este volumen centra su atención en las ciencias y tecnologías sociales, considera numerosas disciplinas que incluyen: antropología, sociología, economía, ciencia política, derecho, historia y ciencias de la administración. Bunge sostiene que la investigación en ciencias sociales está actualmente sujeta a la fascinación posmoderna por el irracionalismo y el relativismo. Les propone a los científicos sociales reexaminar la filosofía y la metodología que está en la base de sus propias disciplinas. Aboga por la objetividad, las teorizaciones rigurosas, las comprobaciones empíricas así como por un diseño de políticas moderadamente sensibles y socialmente responsables.

El mérito mayor de esta obra reside en su amplio espectro de contenidos relevantes y en su estructura inteligente, confiable y clara. De este volumen se aprende muchísimo, puede ser utilizado como columna vertebral de un curso o por una persona inteligente que desee iniciarse en cualquiera de las disciplinas que trata. Reitero: calidad y erudición son sus principales méritos.

Claude Elwood Shannon, el olvidado inventor de la era digital.

Versión del artículo original de GONZALO SUARDÍAZ

Elaborado por Materia para OpenMind



CLAUDE ELWOOD SHANNON (1916-2001)

Claude Elwood Shannon. Nació el 30 de abril de 1916 en Petoskey, y falleció a los 84 años, el 24 de febrero de 2001 en Medford; ambas localidades en EE. UU. Fue matemático, ingeniero y criptógrafo. Se le recuerda como «el padre de la Teoría de la Información».

Cada vez que enviamos un e-mail, chateamos, hablamos por teléfono, navegamos por Internet o vemos una serie en *streaming*, detrás está una innovación de Claude Shannon. Sin embargo, tras haber sentado las bases de la digitalización y de todos los sistemas de comunicación actuales, desapareció del primer plano científico. Y solo en los últimos años se han reconocido sus verdaderos méritos como creador de la teoría de la información. Además, este carismático matemático, ingeniero, inventor y malabarista desplegó su desbordante creatividad en campos tan dispares como el diseño de circuitos digitales, la genética, el criptoanálisis y la inteligencia artificial.

Claude Shannon creció en Gaylord, una pequeña ciudad del estado de Michigan (EE. UU.). Desde pequeño destacó en matemáticas y mostró una notable inclinación hacia los objetos mecánicos y eléctricos, especializándose en arreglar las radios estropeadas de su vecindario. Siendo tan solo un adolescente que idolatraba a Edison, construyó un barco teledirigido e incluso un telégrafo para comunicarse con su amigo Rodney Hutchins, que vivía a unos 800 metros de distancia.

Tras graduarse como matemático e ingeniero electrónico en la Universidad de Michigan empezó su carrera investigadora en el MIT, donde Vannevar Bush (precursor de Internet) acabó convirtiéndose en su mentor y en una de sus grandes influencias profesionales. Allí trabajó con algunos de los considerados primeros ordenadores, como la computadora analógica más avanzada de esa era: el analizador diferencial.

SU DEBUT CIENTÍFICO

En su debut científico —una tesis de licenciatura presentada en 1938, con tan solo 21 años— llevó más allá las ideas de George Boole, abriendo el camino del diseño de circuitos digitales, con los que demostró que podría representarse cualquier relación lógico-numérica. Aquel brillante trabajo despertó mucha atención en revistas especializadas de la época y más tarde se la llegó a calificar como “una de las tesis más importantes de la historia”, según afirmó Herman Goldstine en su libro *Las computadoras desde Pascal hasta Von Neumann*. En 1940 Bush le sugiere desarrollar una formulación matemática de la genética mendeliana, a la que Shannon dio forma en su tesis doctoral, titulada *Un algebra para la genética teórica*.



SHANNON PICOTEÓ LIBREMENTE ENTRE VARIAS DISCIPLINAS, Y ESO LE AYUDÓ A FORMAR EL EMBRIÓN DE SU TEORÍA DE LA INFORMACIÓN.
CRÉDITO FOTO: TEKNISKA MUSEET.

Tras doctorarse en el MIT, Shannon siguió sus investigaciones en Princeton, donde llegó a trabajar con John von Neumann o Hermann Weyl y a coincidir esporádicamente con figuras como Albert Einstein o Kurt Gödel. Ese ambiente de excelencia, único en la historia, le permite a Shannon picotear libremente entre varias disciplinas, y eso le ayuda a formar el embrión de su teoría de la información, cuya gestación se vio interrumpida por una causa de fuerza mayor: la Segunda Guerra Mundial.

Al estallar la guerra, las mejores mentes de EE. UU. fueron inmediatamente fichadas por distintas agencias gubernamentales y centros de investigación privados para trabajar en la defensa del país. Así empezó a trabajar en los Laboratorios Bell, primero en sistemas de control de disparo y luego en cifrado de códigos y seguridad en las telecomunicaciones. Este segundo cometido le llevaría a coincidir en persona con Alan Turing en Washington a principios de 1943. Ambos compartieron sus ideas fundacionales de la informática moderna y llegaron a entablar una cordial relación.

SU ROMPEDORA TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

Terminada la guerra, Claude Shannon dispone finalmente de un periodo tranquilo para consolidar todos aquellos conocimientos, adquiridos durante la década anterior, en su obra maestra: *Una teoría matemática de la comunicación*. Presentada cuando apenas tenía 32 años, contiene una serie de leyes matemáticas que se ocupan de la medición y representación de la información y que rigen su transmisión y procesamiento, así como la capacidad de los sistemas de comunicación sobre la que se transmite.



ESQUEMA DEL SISTEMA GENERAL DE COMUNICACIÓN DE CLAUDE SHANNON. FUENTE IMAGEN: WIKIMEDIA.

En su rompedora teoría también postula que la relación entre la señal que tratamos de enviar y el ruido es constante. Aquello dejaba obsoleto el enfoque clásico para combatir el ruido (repetir la transmisión o amplificar la señal enviada). Shannon asume que el ruido es inevitable en cualquier canal de comunicación y propone una manera revolucionaria de combatirlo: añadir redundancia al mensaje codificado; así, a pesar de las distorsiones o interferencias que afecten a la señal, siempre se pueden corregir los errores en destino y recuperar la información original de forma fidedigna.

Las ideas descritas en su ensayo sientan las bases de la mayoría de los sistemas de comunicación de hoy en día, incluyendo sus mecanismos de corrección de errores y de compresión. Además, Shannon introdujo también el concepto de entropía de la información y fue quien popularizó el término bit (*binary digit*, acuñado por John Tukey), siendo el primero en proponer que toda información —ya fuera lenguaje escrito, lenguaje oral, imágenes o vídeo— podía ser digitalizada; es decir, convertida a bits.

EL AJEDREZ COMPUTACIONAL Y THESEUS

Durante los años siguientes, realizó importantes contribuciones en el campo de la inteligencia artificial. En una época en la que los ordenadores eran máquinas gigantescas con una limitada capacidad de cálculo, predijo que podrían ser programados para jugar al ajedrez y llegar a derrotar a un humano. En su ensayo de 1950, que abrió el camino del ajedrez computacional, estimó que el número de posibles partidas (también conocido como Número de Shannon) sería de 10^{120} , una cifra mayor que el número de átomos en el universo conocido. Por eso Shannon consideraba que usar un algoritmo de fuerza bruta no sería nada eficiente. Sugería, en cambio, un algoritmo con una cierta inteligencia artificial estratégica: había que analizar solo las mejores jugadas de cada posición, más o menos como hacen los jugadores humanos.

Un año más tarde, en 1951, Shannon volvía a sorprender con la creación de Theseus, un ratón mecánico capaz de resolver un laberinto y encontrar un trozo de queso por sí mismo. El cerebro de Theseus, situado debajo del laberinto, estaba compuesto por un complejo sistema de imanes y relés y fue montado en gran parte por Betty Shannon, su mujer. Siempre una cercana colaboradora, Betty fue un gran estímulo y ayuda para desarrollar sus ideas.

Claude Shannon era entonces una estrella; o al menos, todo lo que puede serlo un científico. En 1954 la revista *Fortune* lo destacó en una lista de los 20 científicos más importantes de EE. UU., junto a futuros premios Nobel como Richard Feynman o James Watson. Detrás de la estampa del matemático que había revolucionado las telecomunicaciones, se escondía también la de un gran malabarista, músico, descifrador de códigos, experto en el mercado bursátil, poeta e innovador nato. Ese carisma y genialidad le llevaron también a apariciones televisivas en cadenas nacionales, y a saltar de las revistas de investigación a publicaciones generalistas como *Time* o *Life*, e incluso la revista *Vogue* le dedicó un amplio reportaje en el que Shannon salía retratado por el prestigioso fotógrafo Henri Cartier-Bresson.

UNA DESATADA CREATIVIDAD E IMAGINACIÓN

En la cima de su carrera, tras quince años trabajando en los Laboratorios Bell, Shannon regresó en 1956 como profesor al MIT. Durante esta etapa, se separó de las principales líneas académicas de investigación y siguió dando rienda suelta a su desatada creatividad e imaginación, aplicándola sobre todo a sus aficiones e intereses. Shannon dedicó aquellos años a construir una gran cantidad de artefactos caseros: entre muchos otros, una trompeta que expulsaba fuego, un cohete que lanzaba discos o un robot capaz de hacer malabares con tres bolas.



CLAUDE SHANNON EN EL ARS ELECTRONICA FESTIVAL EN 1980. CRÉDITO FOTO: ARS ELECTRONICA.

Su figura fue cayendo en el olvido a medida que fue haciéndose realidad la era digital, hija de las ideas de Claude Shannon. Aunque no del todo. Ya retirado, en 1985 recibió el premio Kioto de Matemáticas en su primera edición; ese máximo galardón japonés a las artes y las ciencias, que cubre áreas que no son premiadas por los Nobel, ha ido ganando desde entonces un considerable prestigio.

Enfermo de Alzheimer, falleció en febrero de 2001 siendo una figura relativamente anónima. Con motivo del centenario de su nacimiento, varios homenajes rescataron su figura en 2016. En 2017 se publicó su biografía *Una mente en juego* y en 2018 la asociación mundial de ingenieros IEEE produjo el documental *The bit player*. Todas estas iniciativas recalcan el carácter hipercreativo de uno de los grandes impulsores de la revolución digital que ha cambiado nuestro mundo. En los últimos años de su vida, Shannon pudo ser testigo de ello, apartado por decisión propia del foco mediático, pero siempre dedicado a seguir su infinita curiosidad.

Memoria transactiva y efecto Google.

Por: CHICHÍ PÁEZ - gerenciaenaccionve@gmail.com / @genaccion
TOMADO DE: El carabobeño.com - 2 de mayo de 2021



Chichí Páez

Dilatada experiencia académica universitaria. Más de veinte años en la industria privada, complementada como Consultor Organizacional. Productor y director del micro-programa "Gerencia en Acción" que se transmite diariamente por Universitaria 104,5FM. Sub-Director de la Revista Digital entorno-empresarial.com

Los educadores y científicos habían empezado a advertir que el hombre se estaba haciendo cada vez más dependiente de la información en Internet, pero hasta ahora había pocos estudios que lo confirmaran. Una investigación de la psicóloga Betsy Sparrow, profesora adjunta de la Universidad de Columbia en Nueva York (EE UU), revela que Internet funciona como una "memoria externa" que nos hace retener cada vez menos información.

El concepto de memoria transactiva fue desarrollado por el psicólogo Daniel Wegner, de la Universidad de Harvard, planteando que no sólo se almacenan datos en el propio cerebro, sino que también se hace usando el de otras personas.

Se puede recordar menos datos a nivel individual, pero se sabe en dónde está retenida dicha información. Esto es como usar a los demás individuos como una especie de disco externo y apoyarse en su capacidad para obtener la información

Mientras que el Efecto Google es atribuido al uso continuado de internet para buscar información que consiste en la disminución de la capacidad de retener datos en la memoria.

Los análisis de las consecuencias del efecto Google han revelado que el uso de buscadores y bases de datos en internet reduce la memoria, pero hace a las personas más habilidosas para encontrar información.

Dentro del contexto tecnológico-digital actual, Google es el gran almacén de datos para el ser humano, es la gigantesca memoria colectiva externa y sus motores de búsqueda.

Los psicólogos lo llaman el "efecto Google", es decir, la alteración en el proceso de aprendizaje y en el desarrollo que se produce cuando una persona tiene a golpe de "click" el acceso a una información que no supone ningún esfuerzo y al que se acude de forma constante.

La revista "Science" recogió un estudio realizado a universitarios y mostraba que los alumnos que no retenían datos, era porque sabían que podían tener acceso a ellos a través de internet.

Todo esto no es ni bueno ni malo, pero como afirma el neurólogo Toshiyuki Sawaguchi (Universidad de Hokkaido, Japón) "se está perdiendo la capacidad de recordar cosas aprendidas recientemente, para sacar datos antiguos y para distinguir entre la información importante y la poco importante. Es un tipo de disfunción cerebral".

El psicólogo Raúl Quevedo Blasco, de la Universidad de Granada, afirma que "las nuevas tecnologías son geniales, pero han logrado que muchas personas hayan olvidado multiplicar".

Paradójicamente se está en un momento en el que se están desarrollando juegos, como el popular "Brain Training", para potenciar la materia gris en el cerebro.

"Las nuevas tecnologías cambian paradigmas. De esta manera, las formas de procesamiento que eran habituales en generaciones anteriores se alteran; es decir, si en el pasado el procesamiento de la información era más lineal, actualmente es en paralelo, por eso una persona puede mantener al mismo tiempo varias conversaciones a través de Twitter, SMS y chat sin inconvenientes", detalla el neurólogo Ricardo Allegri.

Está claro que las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) han afectado al aprendizaje y al comportamiento de los alumnos. Se citan varios aspectos ampliamente investigados por la psicóloga Esther Legorgeu:

- Empeoramiento por el interés de libros escritos y la capacidad de comprensión.
- Pérdida de la capacidad de imaginación y de la inventiva. Internet lo da todo hecho y ahora lo que se hace es planificar la búsqueda de la información.
- Decrecimiento del esfuerzo mental y de realizar un trabajo intelectual.
- La exposición oral es menos atractiva por su falta de interactividad respecto de Internet.
- Las TIC fomentan el autoaprendizaje, ya que se puede profundizar aprovechándose de una enorme cantidad de información, mucho más global.
- Aumento de la capacidad de memoria visual.

Sea como fuere, el cerebro y sus capacidades cognitivas se está adaptando a las TIC y con el tiempo se sabrá si se están generando nuevas conexiones cerebrales o modificaciones en las áreas de materia gris, debido a la gran capacidad plástica de este órgano.

En resumen, el efecto Google es la tendencia a terminar u olvidar la información ya que debido a varios factores que se encuentran en la vida diaria, se ha acostumbrado a buscar lo que se desea en internet. Resulta fácil poder buscarlo ya que se olvidan los lugares donde encontrarlo, por ejemplo, un libro.

¡Todos Somos Familia!

Por: Dr. EDGAR REDONDO
Enviado vía Facebook, Agosto 2019



EDGAR REDONDO

Nació en Caracas, Venezuela. Actualmente residenciado en Madrid, España. Egresó como Bachiller del Liceo Carlos Soublette. Realizó estudios universitarios de Pre y Postgrado en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), Universidad Nacional Abierta (U.N.A.), Universidad de Carabobo, Universidad de Málaga, Universidad de Córdoba, Universidad del Sur Cancún. Se ha desempeñado como docente en Universidad de Carabobo, Universidad Central de Venezuela y Universidad Nacional Abierta.

Si todos nosotros tenemos 2 padres, 4 abuelos, 8 bisabuelos, 16 tatarabuelos... Si continuamos con esta tendencia, duplicando cada paso, hace solo 40 generaciones encontraríamos que tendríamos un billón de ancestros, lo cual es ridículo:

$$2^{40} = 1.099.511.627.766 \text{ ancestros. } (2^{40} = 2^{40})$$

En efecto, eso no es solo más gente de la que jamás haya existido (que se calculan en unos 100 mil millones de personas)... ¡Son más que las estrellas que se encuentran en la Vía Láctea! Además, desde que nuestra especie apareció en escena, ha habido entre siete u ocho mil generaciones de humanos antes de ti.

Ahora bien, el cálculo matemático de que en 40 generaciones tendríamos alrededor de 1 billón de ancestros sería correcto *sí y sólo si* suponemos que no hay, ni ha habido, cruzamientos del tipo endogámico... Peeero, como esta enorme cifra está muy lejos de ser real, esto lógicamente significa que sí ha habido cruzamientos, y es por ello que la cifra real es mucho menor.

[En genética la endogamia es el producto de la reproducción de un acoplamiento de padres que están estrechamente relacionados genéticamente... reproducción entre individuos de ascendencia común. El incesto es la práctica de relaciones sexuales entre individuos muy próximos por consanguinidad (parentesco biológico). En muchas culturas se consideran también incestuosas las relaciones sexuales entre tíos, primos y sobrinos]

Por ejemplo, la premisa de que "al tener dos padres, tienes 4 abuelos", que es cierta en ausencia de endogamia, no tiene en cuenta que el padre de mi madre podría ser también el padre de mi padre, con lo cual tendría dos padres y tres abuelos, no cuatro abuelos. Sirva de ejemplo, el que personas como Charles Darwin y Albert Einstein se casaron con sus primas hermanas, de igual forma muchas personas con antepasados compartidos se han reproducido.

Así, nuestro número de antepasados reales es mucho menor de lo que nos dicen las matemáticas. En efecto, la endogamia, a medida que escalamos por el árbol genealógico de cada uno de nosotros tuvo que hacerse cada vez más, y más, frecuente...

Quizás lo veas más claro a través del enfoque opuesto (como lo plantean las religiones) si todos los humanos que existen en el planeta fueran descendientes de una sola pareja, (que podríamos simbolizar como "Adán y Eva"), entonces, a medida que ascendemos, y ascendemos, por nuestro árbol genealógico el número de ancestros iría reduciéndose, para llegar al final, en los orígenes, a ser solamente dos personas, no billones, ya que solamente había una "pareja original".

Si reemplazamos esos sencillos cálculos con matemáticas más sofisticadas que tienen en cuenta cómo las personas se movían de territorio y vivían, además con la esperanza de vida, y otras decenas de variables, encontramos algo interesante:

Todos los seres humanos vivos hoy comparten un antepasado común en su árbol genealógico y esta persona vivió hace poco tiempo... Todos nosotros compartimos el mismo tatar tatar tatar tatar tatar tatar tatar... tatarabuelo o abuela.

Todos llevamos un registro de nuestros antepasados en nuestros genes porque el ADN se copia una y otra vez... De vez en cuando se escribe un error, pero dado que la mayor parte de nuestro ADN se puede cambiar sin afectar el funcionamiento de las cosas, muchas de estas mutaciones pasan a la siguiente generación y estos cambios genéticos se acumulan a lo largo del tiempo.

Entonces, los científicos pueden leerlos como un reloj molecular y estimar cuánto tiempo ha pasado y qué cambios comparten grupos de individuos, lo que nos dice qué tan cercana o distante están entre sí los humanos. Esta similitud genética nos dice que nuestra especie es relativamente nueva en el gran listado de la vida.

El ADN no miente, y así identificamos a un antepasado, de no hace mucho, que está relacionado con todos nosotros. Encontramos que el ADN mitocondrial humano más antiguo proviene de África, donde se originó nuestra especie, incluso podemos rastrearlo hasta una mujer hace unos 150.000 años, claro que otras hembras *homo sapiens* vivían junto a ella, pero solo su linaje vive en la actualidad, todos los demás linajes *homo sapiens* están extintos... Todos y cada uno de nosotros descendemos de ella en el sentido más verdadero... **Todos realmente ¡SOMOS FAMILIA!**

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

Andrés Eloy Blanco

Poeta, escritor, abogado, humorista y político venezolano.



(1896-1955)

Andrés Eloy Blanco Meaño. Nació el 6 de agosto de 1896 en Cumaná, Venezuela; y falleció el 21 de mayo de 1955 en Ciudad de México. Fue poeta, escritor, abogado, humorista y político venezolano. Perteneció a la llamada Generación del 28.

Sus padres fueron el doctor Luis Felipe Blanco Fariñas y Dolores Meaño Escalante de Blanco.

Cursó la enseñanza primaria y parte de la media, completando su formación académica en Caracas, graduándose en la Universidad Central de Doctor en ciencias políticas y sociales.

Siendo un adolescente ganó el primer premio en los Juegos florales de Caracas en 1916.

Como poeta, sus composiciones tuvieron popularidad. En 1919 publicó su libro de versos "El huerto de la Epopeya", y en 1921 el poemario "Tierras que me Oyeron".

Entre 1923 y 1950 escribió: Poda, Barco de Piedra, Giraluna, y Beadeker 2000, y en prosa publicó: La Aeroplana Clueca, Episodios (1935); Malvina recobrada y Liberación y siembra (1937), además de la obra de teatro Abigail.

En su obra destaca El alma inquieta; El río de las siete estrellas; El limonero del Señor; El conejo blanco o en El gato verde, La loca luz Caraballo, A un año de tu luz y Canto a los hijos.

Al triunfar la Revolución el 18 de octubre de 1945, ocupó el cargo de Presidente de la Asamblea Constituyente (1947), y en 1948 el de Ministro de Relaciones Exteriores en el gobierno constitucional de Rómulo Gallegos.

Tras el golpe de estado de la Junta Militar en contra del gobierno de Gallegos, en 1948, se exilió en México, donde murió en un accidente automovilístico el 21 de mayo de 1955. Sus restos descansan en el Panteón Nacional.

Listado resumen de sus Obras:

El huerto de la epopeya (1918)

Tierras que me oyeron (1921)

Los claveles de la puerta (1922)

El amor no fue a los toros (1924)

El Cristo de las violetas (1925)

Poda (1934)

La aeroplana clueca (1935)

El pie de la Virgen (1937)

Barco de piedra (1937)

Abigaíl (1937)

Malvina recobrada (1937)

Baedeker 2000 (1938)

Liberación y Siembra (1938)

Navegación de altura (1942)

Vargas, albacea de la angustia (1947)

Los muertos las prefieren negras (1950)

A un año de tu luz (1951)

El poeta y el pueblo (1954)

Giraluna (1955)

La Juanbimbada (1959, publicación póstuma)

GALERÍA



László Filep

Nació el 6 de diciembre de 1941 en Cszaszlo, Szabolcs-Szatmar-Bereg, y falleció el 19 de noviembre de 2004 en Budapest; ambas localidades en Hungría.

El padre de **László Filep** era el Ministro calvinista para la comunidad en torno a la aldea de Cszaszlo en la región de la gran llanura norte del este de Hungría cerca de la frontera con Rumania. La escuela primaria de Cszaszlo tenía un solo salón donde recibían educación todos los alumnos aun de diferentes edades y Filep estudió en esta escuela hasta que alcanzó la edad para asistir a la escuela secundaria. Asistió a la escuela secundaria en Mátészalka, una de las principales ciudades en el Condado de Szabolcs-Szatmar-Bereg donde vivía.

Filep se graduó en la escuela secundaria de Mátészalka y entró a la Kossuth Lajos Tudományegyetem, la Universidad de Kossuth Lajos, en Debrecen. Esta Universidad fue fundada en 1912, pero había sido un colegio protestante desde 1550. Fue nombrada después Lajos Kossuth, en honor al líder del gobierno revolucionario, quien declaró la independencia de Hungría de los Habsburgo en Debrecen en 1849. Filep egresó de la Universidad de Kossuth en 1964, calificando como profesor de secundaria en matemáticas y física. Entonces se convirtió en profesor de matemáticas para la secundaria.

En 1973 Filep fue nombrado profesor en el Colegio Universitario de Nyíregyháza. Trabajó para obtener el grado de dr. univ. (doctor universitatis o doctor universitario) presentando su tesis *Life and work of Gyula Farkas* (Vida y obra de Gyula Farkas) (1847-1930) a la Universidad de Kossuth en Debrecen en 1978. Este es el título inglés de una versión abreviada de la tesis que él publicó como libro en 1983. G. H. Moore escribe en un informe que el trabajo:

... contiene una biografía del matemático y físico teórico húngaro Gyula Farkas, junto con una bibliografía de sus publicaciones. Hay cierta discusión del teorema de Farkas (utilizado en programación lineal) y, en general, de la investigación de Farkas sobre inecuaciones lineales. Sus contribuciones a la física se refieren a la electrodinámica, termodinámica y equilibrio mecánico.

En la introducción de una versión húngara del trabajo publicado en 1981, Filep escribe:

Hace cincuenta años, el 26 de diciembre de 1930, el destacado matemático y físico húngaro Gyula Farkas murió. Fue miembro de la Academia Húngara de Ciencias y miembro honorario del Instituto de Física y Matemáticas Eötvös Loránd. Después de su muerte tanto él como sus logros en su mayor parte cayeron en el olvido. Sin embargo, en la actualidad se está dando una renovada atención a sus resultados en teoría de la optimización y en mecánica.

Pero esta no fue la primera publicación de Filep, había publicado varios artículos en la prestigiosa revista científica popular húngara, *Termesztudományok* (El mundo de la naturaleza). El primero de estos artículos fue *Farkas Gyula* (1847-1930) lo publicó en 1976, fue seguido por *A matematika nagy nőalakjai* (1977) y *Helyünk a tudományvilágban* (1979). Publicó muchos artículos sobre historia de las matemáticas como *Lajos David* (1881-1962), *historian of Hungarian mathematics* (1981), *Great female figures of Hungarian mathematics in 19th-20th centuries* (1983), *The development, and the developing of, the concept of a fraction* (2001), *The genesis of Eudoxus's infinity lemma and proportion theory* (2001), *From Fejer's disciples to Erdős's epsilons - change over from analysis to combinatorics in Hungarian mathematics* (2002) y *Irrationality and approximation of $\sqrt{2}$ and $\sqrt{3}$ in Greek mathematics* (2004). También publicó biografías de muchos matemáticos como Janos Bolyai, John C. Harsanyi, John von Neumann, Paul Erdős.

Detallando un poco más a tres de los artículos de Filep sobre historia de las matemáticas citando su propio resumen a estos documentos. Publicó a *Pal Gyula-Julius Pal* (1881-1946), el matemático húngaro danés en el año 2000, escribiendo en el Resumen:

Julius Pal (en Hungría se usa Pál Gyula) fue un destacado matemático de la primera mitad del siglo XX. La primera parte de su vida está conectada a Hungría, la segunda a Dinamarca. Como consecuencia de este hecho y de la agitada historia, poca información exacta sobre su vida y obra ha sobrevivido. Comenzamos nuestro trabajo de investigación común sobre Pal hace algunos años, y ahora somos capaces de dar un resumen de su trayectoria de vida y conocer algunos de sus trabajos científicos. Para el estudio de su vida principalmente nos basamos en fuentes primarias de archivos estatales y de archivos primarios tanto en Hungría como en Dinamarca.

Él resumió su trabajo de 2003 en *Proportion theory in Greek mathematics* como sigue:

Los conceptos de proporción, proporciones iguales, y proporción jugaron un papel importante en la matemática griega antiguo. El libro V de los “Elementos” de Euclides contiene una teoría de la proporción de magnitudes (geométricas) basada en la definición de proporciones iguales de Eudoxo (Definición V.5). En este trabajo estudiamos la teoría de la proporción pre-Eudoxo y la génesis de la definición de Eudoxo.

Finalmente en el abstract de Filep de su trabajo *A new approach for explaining Rhind's Recto - and its utility in teaching* se lee lo siguiente:

El Recto es una tabla presentada en el Papiro Matemático de Rhind (PMR) del antiguo Egipto que contiene la descomposición de la fracción unidad en las fracciones $\frac{2}{n}$ ($3 \leq n \leq 101$, n impar). A la pregunta cómo (y por qué) las descomposiciones se realizaron, no existe ninguna respuesta generalmente aceptada. El hecho de que en algunas otras fuentes de las matemáticas egipcias, las descomposiciones diferentes de estas en el Recto existen, hace el problema más difícil. Los investigadores normalmente tratan de encontrar la respuesta en algunas fórmulas por las cuales las entradas de la tabla fueron calculadas [véase p. ej. 1, 42]. Estamos convencidos de que la respuesta correcta no está oculta en fórmulas, sino en las características de las matemáticas egipcias. Para estudiarlos es importante no sólo desde el punto de vista histórico sino también desde lo metodológico: cómo desarrollar el concepto de fracción y cómo hacer más fácil la división.

No se debe tener la impresión de que el único interés de investigación de Filep fuera la historia de las matemáticas, él también publicó una larga serie de trabajos sobre los grupos borrosos, algunos escritos con su colaborador Gyula Iulius Maurer, comenzando en 1987.

Cambios en el sistema húngaro de doctorados en la década de 1990 significó que Filep estimara que el dr. univ. obtenido en 1978 ahora no satisfacía el ejercicio de su cargo académico por lo que él presentó una tesis para un doctorado en la Universidad de Debrecen en 1995. Este le fue otorgado por su tesis *Life and Work of Gyula Farkas* escrito bajo la supervisión de Barna Szénássy y Lajos Tamássy. Cabe destacar que en sus dos doctorados se juntan el de la Universidad Kossuth Lajos en Debrecen y el de la Universidad de Debrecen, esta última resultado de la unión de la Universidad Médica de Debrecen con una Universidad Técnica en Debrecen.

J. J. O'Connor y E. F. Robertson, autores de esta reseña biográfica de László Filep en inglés, lo conocieron cuando asistieron en 2004 a una conferencia sobre historia de las matemáticas en Miskolc, Hungría. Philip Davis también asistió a esta Conferencia en Miskolc, después de asistir a otra en Viena en los días previos. Filep había traído a Davis desde Viena hasta Miskolc para que él pudiera asistir a ambas conferencias. Poco después de la Conferencia en Miskolc, Filep se desplomó y murió durante una conferencia que él estaba dando en el Colegio Sapientia de Teología de las Órdenes Religiosas en Budapest. Poco antes de su muerte había recibido el Premio Beke Mano de la Asociación Matemática Janos Bolyai.

Referencias.-

1. In Memoriam - Filep Laszlo: 1941-2004, *Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyíregyhaziensis* 21 (2005), 1-4.