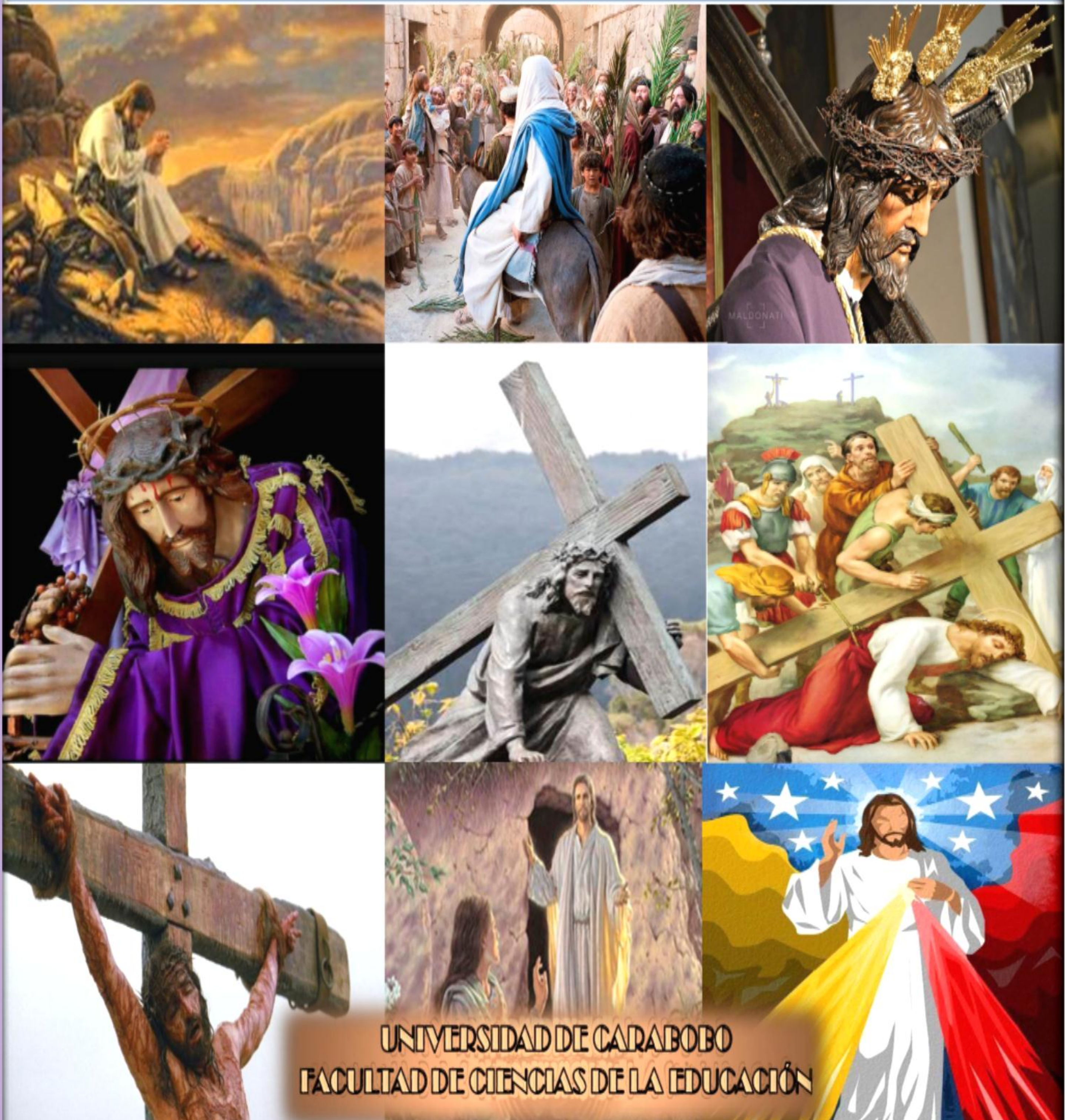
HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

 Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E-mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 3 – AÑO 22 Valencia, Viernes 1º de Marzo de 2024



DEUS LIBERTAS CULTURA

HOMOTECIA

DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y FISICA - FACE - UC

ADVENTUS NOVUS CALCULUS

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:
CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

Nº 3 - AÑO 22 - Valencia, Viernes 1º Marzo de 2024

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H. Tema imagen: Semana Santa 2024 en Venezuela

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y MSN, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace: http://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm

EDITORIAL

Nos preparamos en este mes para participar en la celebración de la Semana Santa, recuerdo imborrable de la Pasión y Muerte de nuestro señor Jesucristo, soporte de nuestra fe. Será un tiempo de reflexión y compromiso personal. Desde nuestra humanidad, es el momento de analizar si lo hemos hecho bien. Así sea.

Inteligencia y Aprendizaje. En este editorial trataremos sobre el *Plurifactorialismo intelectual*, siendo un reconocido representante del mismo *Louis León Thurstone* (1887-1955). Thursnone fue admirador de Spearman, por lo que hizo estudios para desarrollar al máximo sus investigaciones en torno a los factores especiales, hasta formular una teoría que terminaría desplazando en el mundo de los psicólogos el monofactorialismo.

Thursnone nació en Chicago y fue un ingeniero convertido en psicólogo, pionero en los campos de la psicometría y psicofísica. Estudió ingeniería eléctrica en la Universidad de Cornell; recibió su grado en1912. Durante su estancia en Cornell se caracterizó por ser buen estudiante, inventó nuevas máquinas y se interesó profundamente en la curva del aprendizaje y cómo representarla matemáticamente. Posteriormente, fue asistente de Thomas Alba Edison, quien le había ofrecido una beca para que trabajara con él apenas culminara sus estudios en Cornell.

Se doctoró en la Universidad de Chicago, donde impartió luego clases la mayor parte de su vida. Actuó como profesor de geometría en la Universidad de Minnesota, entre 1912 y 1914. Durante este tiempo tomó cursos de psicología con H. Woodrow y J. B Miner.

Especializado en psicometría, desarrolló nuevas técnicas para medir las cualidades mentales. Realizó y publicó varias escalas de actitud que pretendían medir la influencia de la propaganda en los prejuicios del hombre. También se interesó por la medición del aprendizaje e intentó entender lo que es el aprendizaje y cómo se produce a través de unidades absolutas y de pruebas objetivas.

En 1917 obtuvo su doctorado en psicología en Chicago, después de trabajar en la División de Psicología Aplicada del Instituto Carnegie de Tecnología de Pittsburg, Pensilvania. En los siete años que duró en Pittsburg (1917-1923), Thurstone enseñó estadística y recogió elementos que iban a ser de gran utilidad en sus elaboraciones teóricas posteriores.

Entre los cargos más importantes que ocupó se encuentran: Presidente de la American Psychological Association en 1932, Primer Presidente de la American Psychometric Society en1936, y su brillante participación en el desarrollo de la revista *Psychometrika*, primera revista dedicada al estudio de la psicología cuantitativa.

Comenzó a ver en la psicología un campo con amplias posibilidades de desarrollo y escenario para obtener respuesta a preguntas que se había comenzado a plantear siendo estudiante en Cornell, como la función matemática para la curva del aprendizaje.

Desarrolló un método estadístico que llamó *"Ley del juicio comparativo"* y que consiste en un sistema de ecuaciones que permiten estimar el valor de un conjunto de estímulos. Además es reconocido por sus aportes al análisis factorial y por la creación de la escala Thurston para la medición de actitudes.

Sus aportes ayudaron a comprender las diferencias intraindividuales observadas en el desempeño frente a pruebas de inteligencia general, permitiendo la construcción y mejora de tests de inteligencia, de personalidad e intereses, entre otros aspectos psicológicos.

Concibió la inteligencia como una combinación de varias capacidades distintivas, por ejemplo la comprensión verbal, el razonamiento y la memoria. Empleó una nueva técnica para la medición, conocida como *análisis factorial múltiple*, que puede manejar varios factores de capacidad simultáneamente. Sus trabajos sobre análisis factorial pudieron aplicarse a múltiples problemas, como el análisis de las capacidades perceptivas humanas o el desarrollo de nuevos tests de aptitudes.

Se interesó también por las características de la personalidad y elaboró un test de tendencias psiconeuróticas. Siendo fundador y director de la ya citada revista *"Psychometrika"*, entre sus obras destacan "La naturaleza de la inteligencia" donde consideró la inteligencia como capacidad de abstracción.

También desarrolla su atractiva teoría en "Inteligencia considerada como ejercicio mental", en "Un método graduado de los tests psicológicos y educativos. Los Vectores de la mente", en "Estudio factorial de la inteligencia", en "Análisis factorial múltiple" y en "Medida de las actitudes".

En relación a los diversos factores, cuyo producto es la inteligencia, Thursnone sostuvo que: *No hay relaciones jerárquicas entre las diversas aptitudes. Cada factor es independiente*.

Existen 7 factores, a los que llamó aptitudes mentales primarias:

+ *Comprensión verbal*: capacidad para captar ideas y significados verbales orales o gráficos.

+ *Fluidez verbal:* capacidad para manejar con rapidez y eficacia palabras simples (riqueza de vocabulario natural)

+ *Aptitud numérica:* capacidad de realizar con rapidez y eficacia cálculos numéricos.

+ *Aptitud de visualización espacial:* capacidad para percibir relaciones espaciales, geométricas, figurativas e imaginar sus cambios de posición.

+ *Memoria mecánica: capacidad* de recordar letras, nombres, cifras,..

+ *Razonamiento:* capacidad para extraer un patrón o principio general y aplicarlo para alcanzar una conclusión.

+ *Aptitud perceptiva:* capacidad para percibir con rapidez detalles, semejanzas, diferencias,...

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

También hay que reconocer que en ocasiones en sus análisis factoriales, Thurstone detectaba entre 11 y 13 factores.

En la actualidad se usan preferentemente cinco de sus factores cuando se trata de usos escolares (E, N, V, C, R) y se suele añadir M o I. Son los factores Espacial, Numérico, Fluidez verbal, Comprensión Verbal, Razonamiento, Memoria, Inducción.

Thurstone tuvo como uno de sus propósitos comprender la estructura de la inteligencia humana. La pregunta que orientó su trabajo se centró en establecer cuántos factores comunes se necesitan para explicar un número cualquiera de pruebas. Para ello incorporó al análisis factorial clásico desarrollado por Spearman los métodos del álgebra de matrices.

Su acierto más importante fue considerar la tabla de correlaciones de las pruebas como una matriz. Así pudo mostrar que los factores comunes necesarios para explicar las correlaciones entre un número cualquiera de pruebas psicológicas viene dado por la característica de la tabla de correlaciones de esas pruebas, considerada como una matriz simétrica cuadrada.

Teniendo en cuenta estos hallazgos postuló que el método de componentes principales descubierto por Spearman no era la única posibilidad matemática existente, sino sólo una de las muchas posiciones geométricas que se pueden adoptar.

De acuerdo con esto, el factor “g” y los factores menores esbozados por Spearman correspondían sólo a una posibilidad de agrupación de los datos y se pueden realizar diferentes agrupaciones con los mismos datos, empleando el mismo método para encontrar factores que expliquen lo que entendemos de inteligencia.

Producto de estas elaboraciones, desarrolló lo que hoy en día se conoce como “modelo de los factores mentales primarios”. Esos factores son los que condicionan el aprendizaje en general y las cualidades que manifiesta el aprender en cada uno de los sujetos. Su tesis quedó plasmada en su Test de Aptitudes Primarias (TAT), que todavía se aplica masivamente para detectar la capacidad y la forma del aprendizaje de cada escolar y las carencias que puedan existir para poder buscar refuerzos o compensaciones adecuadas

Thurstone falleció en el año de 1955, y dejó un gran legado para la comprensión de varios procesos psicológicos desde una perspectiva psicométrica, integrando los conocimientos obtenidos en ingeniería y matemática con el corpus de la psicología, y mostrando que la psicología y la matemática, lejos de ser disciplinas aisladas e inconexas, pueden apoyarse mutuamente para desarrollar modelos explicativos y técnicas de análisis de datos tendientes a indagar sobre la naturaleza de los procesos psicológicos.

El trabajo de Thurstone es además una invitación a conocer los fundamentos teóricos que subyacen a los instrumentos y pruebas que comúnmente utilizan los psicólogos en la actualidad, a fin de tener una clara visión de lo que estón midiendo, cómo lo están midiendo y los resultados que pueden obtener de los instrumentos; estas tareas forman parte de su ética profesional y de un óptimo desempeño en las áreas donde el psicólogo tiene la oportunidad de aportar sus conocimientos y experiencia.

La escuela de Thurstone fue abundante. Tanto en vida como después de su muerte la línea por él seguida se impuso como mayoritaria en el mundo. En España y Latinoamérica, desde su cátedra de la Universidad Complutense de Madrid y desde la Escuela Superior de Psicología de la misma Universidad, fue Mariano Yela Granizo (1921-1994) el que difundió la metodología investigadora de Thurstone y participó de muchas de sus ideas sobre el aprendizaje y la inteligencia y sobre los instrumentos de medida por él empleados.

Así, Mariano Yela nos muestra a Thurstone a través de su obra, siendo **s**us libros más significativos los siguientes: *“La forja de mi vocación”*, *“La percepción de la causalidad a distancia”*, *“Los tests y el análisis factorial”*, *“La estructura de la conducta. Estímulo, situación y conciencia”*, *“La evolución del conductismo”*, *“ El progreso de la inteligencia: evolución biológica y desarrollo cultural”*, *“Los tests”*, *“Psicología de la inteligencia: un ensayo de síntesis”*, *“La estructura diferencial de la inteligencia: el enfoque factorial”*, *“El problema del método científico en psicología”* , *“Evaluar qué y para qué: el problema del criterio”*, *“Problemas psicológicos de la educación*”.

Es evidente que, con sólo leer el título de los libros de Yela, se entiende que su orientación factorialista convierte la inteligencia en algo complejo y el aprendizaje en operación enormemente complicada, al tener muchas dimensiones que obtener.

La escuela multifactorialista en todos los países, al igual que con el ejemplo de Mariano Yela, ha mejorado gracias a que se ha sabido diferenciar los distintos rasgos que entran en juego para conocer, estudiar, aprender y enseñar. El funcionamiento de la mente no es simple ni homogéneo. Entre funcionamiento numérico y verbal, entre la abstracción y la inducción, hay diferencias significativas.

La mayoría del material considerado para elaborar este editorial fue tomado vía Internet del Blog **“***juandon. Innovación y conocimiento. La búsqueda del conocimiento en una Sociedad de la Inteligencia”*, de la página Web http://contexto-educativo.com.ar/2001/1/gardner y del libro *“HABILIDADES INTELECTUALES. Una guía para su potenciación”* (2011) de Lisbeth Sánchez González y Rafael Andrade Esparza (Alfaomega Grupo Editor S. A. de C. V., México. ISBN: 978-607-7854-55-5).

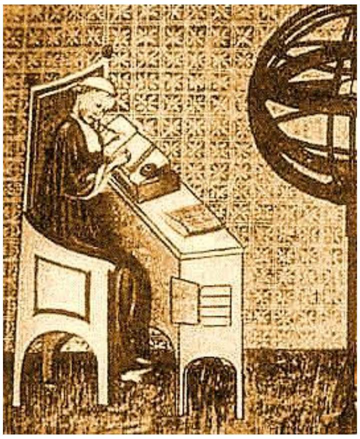
Reflexiones

"La imaginación es generosa y desprendida; la inteligencia calcula y se aferra a lo que sea".

THOMAS HENRY HUXLEY (1825-1895)

Biólogo y filósofo británico, especializado en anatomía comparativa, conocido como el Bulldog de Darwin por su defensa de la teoría de la evolución de Charles Darwin.

Los Grandes Matemáticos



Nicholas Oresme

(1323 - 1382)

Nació en 1323 (fecha desconocida) al Oeste de Riez; y falleció el 11 de julio de 1382 en Lisieux; ambas localidades en Francia.

Matemático francés quien inventó la geometría de coordenadas mucho antes que Descartes.
Fue el primero en utilizar a un exponente fraccionario y también trabajó en series infinitas.

Nicholas Oresme, cuyo nombre en francés se escribe como **Nicole Oresme**, era de origen normando. No se sabe nada sobre sus primeros años de vida, y lo primero que se sabe de él es que estudió para graduarse en Artes en la ciudad de París en los inicios de la década de 1340 enseñado por Jean Buridan en la Universidad de París.

Buridan fue un filósofo y experto en lógica quién hizo contribuciones en probabilidad, óptica y mecánica. Añadió a la teoría del movimiento de Aristóteles la noción de movimiento retardado por la resistencia del aire. Aunque sus opiniones eran en muchos aspectos similares a los de Ockham, él no estuvo de acuerdo con algunas opiniones de Ockham y lo enfrentó en 1340. Unos 35 años más tarde los seguidores de Ockham en represalia, pusieron los trabajos de Buridan en el índice de libros prohibidos. Buridan tuvo una influencia importante sobre los intereses de Oresme en filosofía natural y lo animaba a cuestionar las ideas de Aristóteles.

El nombre de Oresme aparece en la lista de becarios en teología del Colegio Universitario de Navarra en la Universidad de París en el año 1348. Obtuvo el grado de Maestro de Teología en 1355 y, al año siguiente, fue nombrado como Gran Maestro del Colegio Universitario de Navarra. No mucho tiempo después Oresme llegó a ser amigo del Príncipe Carlos, luego Carlos V Rey de Francia en 1362. La amistad entre Carlos y Oresme fue tal que se mantuvo durante toda la vida. Carlos fue un hombre intelectual y religioso que disfrutaba la compañía de eruditos tales como Oresme.

Después de seis años como Gran Maestro del Colegio Universitario de Navarra, Oresme partió en 1362 para convertirse en canónico de la Catedral de Rouen. Al año siguiente él asumió los derechos adicionales de canónico de la Sainte-Chapelle en París. En 1364 se convirtió en Decano de la Catedral de Rouen y, su amigo Carlos se convirtió en Rey de Francia el 8 de abril de ese año, y Oresme fue designado como capellán y consejero de Carlos. Desde 1370 vivió principalmente en París, asesorando a Carlos en materia financiera, así como traducir del latín al francés *"La ética"*, *"La Política"* y *"Sobre los cielos"* de Aristóteles y el trabajo de *"Economía"* en el estilo de Aristóteles. Estas traducciones fueron muy importantes, introduciendo muchos nuevos términos técnicos en la lengua francesa. Como recompensa por este trabajo Carlos nombró a Oresme obispo de Lisieux en 1377 y fue consagrado al año siguiente.

En el tiempo cuando las ideas de Aristóteles eran aceptadas casi sin lugar a dudas, Oresme las cuestionó. Por ejemplo, él rechazó la definición aristotélica de tiempo, que estaba basada en el movimiento uniforme y propuso una definición independiente de movimiento. Del mismo modo rechazó la definición de la posición de un cuerpo de Aristóteles, la cual era el límite de espacio circundante y lo reemplazó con una definición en términos del espacio que ocupa el cuerpo.

Oresme inventó un tipo de geometría de coordenadas antes que Descartes, encontrando la equivalencia lógica entre valores tabulares y el graficado de ellos en *De configurationibus qualitatum et motuum*. Propuso el uso de un gráfico para el trazado de una magnitud variable cuyo valor depende de otra variable. Es posible que Descartes fuera influenciado por el trabajo de Oresme, puesto que fue reimpreso varias veces durante los 100 años después de su primera publicación. Oresme fue el primero en probar Teorema de Merton, es decir, que la distancia recorrida en un tiempo fijo de un cuerpo en movimiento bajo aceleración uniforme es el mismo que si el cuerpo se mueve a una velocidad uniforme igual a su velocidad en el punto medio del período.

Otra obra de Oresme, *De proportionibus proportionum*, contiene el primer uso de un exponente fraccionario, aunque, por supuesto, no en notación moderna. Él examinó la cuestión de si la relación de los períodos de los dos cuerpos celestes era un número racional preguntando:

... ¿Si alguien debe hacer un reloj mecánico, él no haría que todas las ruedas se movieran lo más armónico posible?

Entonces respondió a su propia pregunta, argumentando que la irracionalidad de las relaciones no robará a los cielos su belleza y también que no será incompatible con el movimiento normal. Oresme también trabajó en series infinitas y abogó por un vacío infinito más allá de la Tierra.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Clagett escribe en la referencia [3]:

> *A este brillante erudito se le acredita... la invención de la geometría analítica antes que a Descartes, la proposición de las teorías estructurales de compuestos antes que los químicos orgánicos del siglo XIX, el descubrimiento de la ley de caída libre antes que Galileo y la promoción de la rotación de la Tierra antes que Copérnico. Ninguna de estas afirmaciones son, de hecho, ciertas, aunque cada una se basa en discusiones de Oresme con algo de profundidad y de originalidad...*

En el *Livre du ciel et du monde* (1377) Oresme se opuso a la teoría de una Tierra inmóvil según lo propuesto por Aristóteles y en este trabajo propone la rotación de la Tierra unos 200 años antes de Copérnico. Sin embargo, él con algo de malcriadez sobre este pedazo fino de pensamiento, rechaza sus propias ideas al final de la obra y por lo tanto, como Clagett escribe, no puede acreditársele que estuviera convencido que la Tierra girara antes de que Copérnico lo hiciera con convencimiento. Escribió *Questiones Super Libros Aristotelis de Anima* afrontando la naturaleza de la luz, la reflexión de la luz y la velocidad de la luz. El trabajo de Oresme sobre la luz se discute en detalle en la referencia [16].

Referencias.-

1. M Clagett, Biography in *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).
2. Biography in *Encyclopaedia Britannica*. http://www.britannica.com/biography/Nicholas-Oresme

Libros:

3. M Clagett, *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Quantities and Motions* (Madison, 1968).
4. M Clagett (ed.), *Nicole Oresme and the medieval geometry of qualities and motions. A treatise on the uniformity and difformity of intensities known as 'Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum'* (Madison, Wis.-London, 1968).
5. G W Coopland, *Nicole Oresme and the Astrologers: A Study of His 'Livre de divinacions'* (1952).
6. E Grant (ed.), *Nicole Oresme and the kinematics of circular motion. 'Tractatus de commensurabilitate vel incommensurabilitate motuum celi'* (Madison, Wis.-London, 1971).
7. H-J Ilgauds, Nicole Oresme, in H Wussing and W Arnold, *Biographien bedeutender Mathematiker* (Berlin, 1983).
8. O Pederson, *Nicole Oresme* (Copenhagen, 1956).
9. G Schuppener, Geschichte der Zeta-Funktion von Oresme bis Poisson, *Deutsche Hochschulschriften* **533** (Egelsbach, 1994).

Artículos:

10. H L L Busard, Die Quellen von Nicole Oresme, *Janus* **58** (1971), 161-193.
11. E Grant, Nicole Oresme and the Commensurability or Incommensurability of Celestial Motions, *Archive for History of Exact Science* **1** (1961), 420-.
12. E Grant, Nicole Oresme and his De proportionibus proportionum, *Isis* **51** (1960), 293-314.
13. L Gribaudo, Was Oresme a precursor of Descartes? (Italian), *Atti Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.* **113** (1-2) (1979), 155-164.
14. L Gribaudo, La serie geometrica nell'opera 'Quaestiones super geometriam Euclidis' di Nicole Oresme, *Rend. Sem. Mat. Univ. e Politec. Torino* **35** (1976/77), 147-158.
15. L Maieru, The theory of proportions in the 'Quaestiones super geometriam Euclidis' of Nicole Oresme (Italian), *Arch. Internat. Hist. Sci.* **40** (125) (1990), 258-277.
16. P Marshall, Nicole Oresme on the nature, reflection, and the speed of light, *Isis* **72** (1981), 357-374.
17. P Rusnock, Oresme on ratios of lesser inequality, *Arch. Internat. Hist. Sci.* **45** (135) (1995), 263-272.
18. E G Valabrega, La questione dell'incommensurabilità della diagonale in N Oresme (Italian), *Atti Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.* **105** (1971), 245-250.
19. J von Plato, Oresme's proof of the density of rotations of a circle through an irrational angle, *Historia Math.* **20** (4) (1993), 428-433.
20. J von Plato, Nicole Oresme and the ergodicity of rotations, *Acta Philos. Fenn.* **32** (1981), 190-197.
21. V P Zubov, Notes au traité de N Oresme, *Istor.-Mat. Issled.* **11** (1958), 720-731.
22. V P Zubov, Le traité 'De confinguratione qualitatum' de Nicole Oresme, *Istor.-Mat. Issled.* **11** (1958), 601-635.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Nicole Oresme" (Abril 2003).
FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Oresme html].

FÍSICOS NOTABLES

Ganadores del Premio Nobel en Física 2008:

Yoichiro Nambu, Makoto Kobayashi y Toshihide Maskawa

Por el descubrimiento de los orígenes de la ruptura de simetría que predice al menos la existencia de tres familias de quarks en la naturaleza.

Fuentes: MCNBiografias.com - EcuRed - Wikipedia.

Yoichiro Nambu. Físico estadounidense de origen japonés. Nació el 18 de enero de 1921 en Tokio, y falleció a los 94 años el 5 de julio de 2015 en Osaka; ambas localidades en Japón. Es conocido por haber propuesto la "carga de color" de la cromodinámica cuántica, por sus estudios en principios de ruptura espontánea de simetría electrodébil en la física de partículas y por descubrir que el Modelo de doble resonancia podría explicarse con la teoría de cuerdas de la mecánica cuántica. Fue junto a Holger Bech Nielsen, John H. Schwarz y Leonard Susskind, uno de los fundadores de la teoría de las cuerdas. Ganó numerosos premios y honores incluyendo el Premio Nobel de Física, Premio J. Robert Oppenheimer, la Medalla Nacional de Ciencias de Estados Unidos, Orden de Cultura de Japón, la Medalla Planck, el Premio Wolf, la Medalla Franklin, la Medalla Dirac y el Premio Sakurai.

YOICHIRO NAMBU
(1921-2015)

Nambu se convirtió en profesor de física de la Universidad de la Ciudad de Osaka en 1950. Más tarde fue profesor emérito de la Universidad de Chicago.

La acción de Nambu-Goto de la teoría de cuerdas recibe ese nombre en honor de Nambu y de Tetsuo Goto. Por otra parte, los bosones sin masa se plantean en la teoría de campos con ruptura espontánea de simetría y se denominan a veces bosones Nambu-Goldstone.

El 7 de octubre de 2008 fue galardonado con el Premio Nobel de Física por sus descubrimientos en física subatómica, junto a los japoneses Makoto Kobayashi y Toshihide Masukawa.

Makoto Kobayashi. Físico. Nació el 7 de abril de 1944 en Nagoya Japón. En octubre de 2008 fue galardonado con el premio Nobel de Física por *"el descubrimiento de los orígenes de la ruptura de simetría que predice al menos la existencia de tres familias de quarks en la naturaleza"*, junto a Yoichiro Nambu y a Toshihide Maskawa.

MAKOTO KOBAYASHI

Kobayashi y sus colegas proporcionaron una explicación que resultó imprescindible para los fundamentos del llamado Modelo Standard de la física, que postula que si el universo fuera perfectamente simétrico, no habría ni vida, ni seres humanos, ni universo. Las interacciones de la materia con sus elementos, opuestos y simétricos, llamados antipartículas, se habrían anulado mutuamente, aboliendo de ese modo toda existencia posible.

En la inmediata continuación del estallido inicial del universo, dichas rupturas en las simetrías permitieron la supervivencia de un grupo de materia, en una proporción de una partícula de materia por cada 10 mil millones de antimateria. *"Este (escaso) sobrante de materia fue la siembra de todo nuestro universo, que se llenó de galaxias, estrellas y planetas, y por último de vida"*, con estas palabras explicó el Comité Nobel en Estocolmo la importancia de los trabajos premiados.

Los investigados mencionados ya habían observado este fenómeno en sus laboratorios en la década de los 60, pero entonces eran incapaces de aportarle una explicación. Los dos japoneses postularon en 1972 en la universidad de Kioto que estas rupturas se podrían incorporar a las teorías vigentes, con la condición de que entre las partículas hubiera una tercera generación de quarks en aquel momento aún no descubiertas. Los quarks requeridos fueron detectados en 1977 el denominado "bottom" y en 1994 el llamado "top", completando la familia de pares de quarks necesarios para autorizar la consistencia de la teoría.

"Las rupturas espontáneas de simetría esconden el orden de la naturaleza debajo de una superficie desordenada", explicó el Comité Nobel, aunque, sin embargo, deja pendiente de explicación el motivo por el que sobra materia inmediatamente después del Big Bang. Las causas del residuo que deja la anulación recíproca de la materia están siendo investigadas por el acelerador gigantesco de partículas inaugurado por el CERN en Suiza.

Kobayashi, discípulo de Nambu antes de que éste emigrara a Estados Unidos, escribió con Maskawa un informe científico llamado *"Violación CP en la teoría renormalizada de la interacción débil"*, que fue uno de los reportes más citados del 2007. Como consecuencia del trabajo, se ha diseñado la matriz Caribbo-Kobayashi-Maskawa, utilizada para determinar los parámetros de mezcla entre los quarks.

Kobayashi fue profesor honorario del centro de investigaciones de Tsukuba, en Japón.

Versión de la Reseña Biográfica elaborada por CARLOS BENAVIDES MARTÍNEZ sobre Makoto Kobayashi (Tomado de MCNBiografias.com).

Toshihide Maskawa. Físico. Nació el 7 de febrero de 1940 en Aichi, Nagoya, Japón.

TOSHIHIDE MASKAWA

Se graduó en la Universidad de Nagoya en 1962; desde 1997 hasta 1999 dirigió el Instituto Yukawa de Física Teórica (YITP) de la Universidad de Kioto, y desde 2003 ejerce como docente en la Universidad Kyoto Sanyo.

En octubre de 2008 le fue concedido el premio Nobel de Física 2008, junto a Yoichiro Nambu y a Makoto Kobayashi, por "el descubrimiento de los orígenes de la ruptura de simetría que predice al menos la existencia de tres familias de quarks en la naturaleza", según el comunicado de la Academia sueca.

Maskawa y Kobayashi proporcionaron una explicación que resultó imprescindible para los fundamentos del llamado Modelo Standard de la física, que postula que si el universo fuera perfectamente simétrico, no habría ni vida, ni seres humanos, ni universo.

Las interacciones de la materia con sus elementos, opuestos y simétricos, llamados antipartículas, se habrían anulado mutuamente, aboliendo de ese modo toda existencia posible.

En la inmediata continuación del estallido inicial del universo, dichas rupturas en las simetrías permitieron la supervivencia de un grupo de materia, en una proporción de una partícula de materia por cada 10 mil millones de antimateria. “Este (muy escaso) sobrante de materia fue la siembra de todo nuestro universo, que se llenó de galaxias, estrellas y planetas, y por último de vida”, con estas palabras explicó el Comité Nobel en Estocolmo la importancia de los trabajos premiados. Los investigados mencionados ya habían observado este fenómeno en sus laboratorios en la década de los 60, pero entonces eran incapaces de aportarle una explicación. Los dos físicos japoneses postularon en 1972 en la universidad de Kioto que estas rupturas se podrían incorporar a las teorías vigentes, con la condición de que entre las partículas hubiera una tercera generación de quarks, en aquel momento aún no descubiertas. Los quarks requeridos fueron detectados; en 1977 el denominado "bottom" y en 1994 el llamado "top", completando la familia de pares de quarks necesarios para autorizar la consistencia de la teoría.

“Las rupturas espontáneas de simetría esconden el orden de la naturaleza debajo de una superficie desordenada”, explicó el Comité del Nobel, aunque, sin embargo, deja pendiente de explicación el motivo por el que sobró materia inmediatamente después del Big Bang. Las causas del residuo que deja la anulación recíproca de la materia están siendo investigadas por el acelerador gigantesco de partículas inaugurado por el CERN en Suiza.

Junto con su compañero de investigaciones Makoto Kobayashi, Maskawa publicó en 2007 un trabajo con el título "Violación CP en la teoría renormalizada de la interacción débil", que resultó ser uno de los informes científicos más consultados, y por el que se han logrado definir los parámetros entre los diferentes quarks para diferenciarlos, e idear la matriz conocida como "Caribbo-Kobayashi-Maskawa".

Se le reconoce por su trabajo en la física de partículas, concretamente con el concepto de Violación CP.

Su artículo «*Violación CP en la teoría renomarlizada de la interacción débil*» (1973) escrito junto a Makoto Kobayashi era en 2007 el tercer documento de física más citado de todos los tiempos. La matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, en la que se definen los máximos parámetros entre quarks, es fruto de su trabajo.

En 2008 ganó, junto a Makoto Kobayashi y a Yoichiro Nambu, el Premio Nobel de Física.

También ha sido reconocido con Premio J.J. Sakurai de la Sociedad de Física Americana y recibió en 2007 el Premio de la Sociedad Europea de Física de Alta Energía y Partículas.

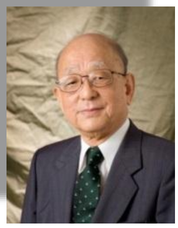
QUÍMICOS DESTACADOS

Ganadores del Premio Nobel en Química 2010:

Akira Suzuki, Richard Frederick Heck y Ei-ichi Negishi

FUENTES: EcuREd - Wikipedia.

Akira Suzuki. Destacado científico japonés. Nació el 12 de septiembre de 1930 en Mukawa, Distrito de Yūfutsu, Hokkaido, Japón.



AKIRA SUZUKI

Entró en una escuela secundaria en Tomakomai, que es el hogar de una de las mayores empresas de papel en Japón. En la escuela secundaria, estaba interesado en las matemáticas.

En consecuencia, cuando entró en la Universidad de Hokkaido en Sapporo, quería aprender más sobre el tema. En su primer año se interesó en la Química Orgánica después de leer libros de texto del tema por L. F. Fieser y M. Fieser. Finalmente, decidió especializarse en dicho tema.

Después de completar un doctorado cursó en la Escuela de Graduados de Ciencias de la Universidad de Hokkaido en 1959. Se convirtió en profesor asistente en el Departamento de Ingeniería de Procesos Químicos de la Facultad de Ingeniería en 1961.

Más tarde, en 1973, se convirtió en profesor en el Departamento de Química Aplicada. Al llegar a la edad de jubilación obligatoria en 1994, se convirtió en profesor emérito dela Universidad de Hokkaido. Se desempeñó como profesor en la Universidad de Okayama de la Ciencia en 1994.

También se desempeñó como profesor en la Universidad de Okayama Ciencias y las Artes a partir de 1995 hasta el año 2002, donde ascendió obra de su vida en la investigación sobre la química del boro.

Su investigación sobre la síntesis y el uso de un compuesto de boro orgánico como becario de investigación de doctorado en la HC del laboratorio de Brown (Universidad de Purdue, EE.UU). Durante dos años a partir de 1963 continuó avanzando en este campo y ha logrado muchos y excelentes resultados líderes en el mundo después de regresar a Japón.

Su trabajo sobre la reacción de acoplamiento cruzado de un compuesto de boroorgánico utilizando paladio como catalizador, el trabajo se informó en 1979, ha crecido como un campo con profundo impacto en la química catalítica y ciencia de los materiales, así como la química orgánica sintética.

Desde entonces ha desarrollado una nueva línea de investigación reconocida mundialmente como la "reacción de acoplamiento de Suzuki". Es por este logro que se le galardonó con el Nobel. La reacción permite universalidad extensa y practicidad, y se ha utilizado para la síntesis de muchos productos naturales biológicamente activos, incluyendo los preparados farmacéuticos.

Además del Nobel 2008, ha recibido los premios de la Sociedad Química de Japón (1989), el Premio Especial de la Sociedad de Química Orgánica Sintética de Japón (2004), el Premio de la Academia de Japón (2004), la Orden del Tesoro Sagrado (Rayos de Oro con la cinta del cuello) (2005), la Medalla de Oro P. Karrer (2009) y Orden de la Cultura de Japón (2010).

Richard Frederick Heck. Nació el 15 de agosto de 1931 en Springfield, Massachusetts, EE. UU y falleció el 10 de Octubre de 2015 en Manila, Filipinas. Químico reconocido por el descubrimiento y el desarrollo de la reacción de Heck, que utiliza paladio para catalizar reacciones químicas orgánicas con haluros de arilo con alquenos. Heck fue premiado con el Premio Nobel de Química en 2010.

RICHARD FREDERICK HECK

Richard F. Heck es único hijo de un ama de casa y un vendedor, se mudó a Los Ángeles, California a la edad de ocho años. Su pasión por la química comenzó en su adolescencia y se deriva naturalmente de su interés en el cultivo de orquídeas. Su interés se desarrolló a lo largo de la escuela secundaria y culminó con su especialización en Química en la Universidad de California, Los Angeles (UCLA).

Recibió su licenciatura en 1952 y de inmediato comenzó sus estudios de posgrado bajo la supervisión del profesor Saúl Winstein. Recibió su Ph.D. en 1954 en química orgánica física, y su principal área de investigación era en la solubilización de arilsulfonatos. Nacional Science Foundation Postdoctoral Fellowship lo llevó al Instituto Federal Suizo de Tecnología en Zurich, donde trabajó con el Profesor Vladimir Prelog, quien se convirtió en un ganador del Premio Nobel 1975. Durante su estancia de un año se llevó a cabo la investigación sobre la solubilización de arilsulfonatos cicloalquilo de tamaño medio. En 1955, Heck regresó a UCLA y continuó su investigación sobre los efectos de grupos vecinos, un área que ahora se incluye en todos los libros de texto de química orgánica . En 1956, Heck se fue a trabajar para el Hercules Powder Co. (ahora Ashland Inc.) en su centro de investigación en Wilmington, Delaware. Su primer proyecto consistió en trabajar en el desarrollo de un proceso comercial para la producción de polímeros con catalizadores Ziegler (este proceso se sigue utilizando hoy en día para producir grandes volúmenes de gomas y plásticos).

En 2005, se convirtió en el ganador del Premio Wallace Carothers, que reconoce a las aplicaciones creativas de la química que han tenido impacto comercial sustancial. En 2006, recibió el Premio C. Brown Herbert para la investigación creativa en los métodos sintéticos a partir de la American Chemical Society.

Ese mismo año también volvió al laboratorio como profesor visitante en la Universidad de Queen, Canadá. En 2010, recibió un doctorado honorario de la Universidad de Uppsala, Suecia. Richard Heck ha publicado más de 200 artículos científicos, se retiró en 1989.

Ninguno de los tres científicos trabajó conjuntamente, pero sus trabajos experimentales por separado lograron el desarrollo de esta importante herramienta química y la posibilidad de utilizarla en la actualidad.

Heck, nacido en 1931 en Springfield (EEUU), se doctoró en 1954 por la Universidad de Los Angeles, California, y es profesor emérito de la Universidad de Delaware, en Nueva York.

El japonés Negishi nació en 1935 en Changchun (actualmente, China) y se doctoró en 1963 en la Universidad de Pensilvania, para ejercer posteriormente en la Purdue University (West Lafayette, EEUU).

Suzuki, nacido en Japón en 1930, se doctoró en 1959 por la Universidad de Hokkaido, de la que es actualmente profesor.

Los tres comparten el Premio Nobel 2010 otorgado por la La Real Academia de Ciencias Sueca, un premio de cerca de 1 millón de euros que se les otorgó en una pomposa ceremonia dirigida por el Rey de Suecia el 10 de diciembre, día en que se recuerda la muerte de Alfred Nobel.

Después del retiro, Richard ahora vive en las Filipinas, con su esposa, a quien conoció en un restaurante de Manila durante su visita a Filipinas en 1979. La vida de Richard ahora ha dado un giro completo y tal como lo hizo cuando era un adolescente en Los Angeles, él pasa su tiempo libre en el cultivo de orquídeas.

EI-ICHI NEGISHI

Ei-ichi Negishi. Nació el 14 de julio de 1935 en Changchún, República Popular China. Premio Nobel por conseguir "acoplamientos cruzados catalizados por paladio en síntesis orgánica". El eje central sobre el que se construyen la mayoría de las pequeñas y grandes moléculas que forman y regulan los sistemas vivos en la Tierra, son cadenas de átomos de carbono dispuestas en diferentes formas.

Ei-ichi Negishi nació en 1935 en la ciudad china de Changchun, a la sazón bajo control japonés, y se licenció en Química Orgánica en la Universidad de Tokio en 1958. Dos años después se trasladó a Estados Unidos con una beca Fullbright y se doctoró en 1963 en la Universidad de Pennsylvania. Tres años más tarde inició su trayectoria en la Universidad de Purdue, trabajando como profesor asistente con el premio Nobel Herbert C. Brown. Posteriormente ejerció de profesor en la Universidad de Siracusa 1972, regresando en 1979 a Purdue, donde lleva a cabo sus trabajos de investigación actualmente.

Ei-ichi Negishi recibió el Premio Nobel de Química compartido con Richard F. Heck y Akira Suzuki- por el descubrimiento de un método para crear enlaces entre átomos de carbono de diferentes moléculas utilizando un elemento metálico, el paladio, como catalizador. Esta metodología es esencial hoy en día en la síntesis química moderna. Las denominadas reacciones de acoplamiento cruzado catalizadas por paladio –la descubierta por Negishi se conoce como "acoplamiento de Negishi"- permiten sintetizar de manera productiva, eficiente y selectiva compuestos orgánicos de todo tipo de estructura compleja, muy difíciles de conseguir hasta su descubrimiento, hace más de cuarenta años.

Las reacciones de acoplamiento cruzado catalizadas por paladio han contribuido a realizar avances fundamentales en numerosos ámbitos. Ejemplos de su aplicación se pueden encontrar en la fabricación de fármacos más eficaces, fungicidas avanzados para la agricultura, marcadores fluorescentes para secuenciación de ADN, cristales líquidos o LEDs orgánicos.

Ei-ichi Negishi está convencido de que todavía se puede avanzar más en la utilización de los elementos metálicos como catalizadores, sobre todo los de la serie d, que él denomina "mágicos", como el oro y la plata. El elevado coste de estos metales de transición impide su aplicación masiva en síntesis química. El paladio, utilizado en cantidad catalítica puede ser reciclado múltiples veces, lo que permite reducir drásticamente los costes y fabricar en masa moléculas orgánicas funcionales complejas. Negishi cree que existe aún un gran potencial en este campo, y en la química en general, para hacer de este mundo un lugar más sostenible. Entre las posibles aplicaciones de futuro que ha comentado en alguna ocasión se hallan las energías renovables, la valorización de residuos o el reciclaje de CO_2.

A lo largo de su carrera ha recibido numerosos reconocimientos, entre ellos los otorgados por las sociedades químicas de Japón, Estados Unidos y Gran Bretaña. Es autor de más de 400 publicaciones y varios libros, entre los que destaca el "Handbook of Organopalladium Chemistry for Organic Synthesis". Sus publicaciones han sido citadas más de 20.000 veces.

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 34)

La divergencia de un tensor (I)

Versión de la publicación hecha por ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ **el 18 Marzo de 2009**
Documento en línea: http://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/18-el-calculo-tensorial

Teniendo ya en nuestras manos la definición de una derivada que puede comportarse como un tensor bajo una transformación de coordenadas, la derivada covariante, la cual aplicándose a un campo tensorial **V** = (V^α) se escribe con la notación del semicolon como:

$$V^\alpha_{;\beta}$$

resulta casi irresistible la tentación de igualar los índices α y β:

$$V^\alpha_{;\alpha}$$

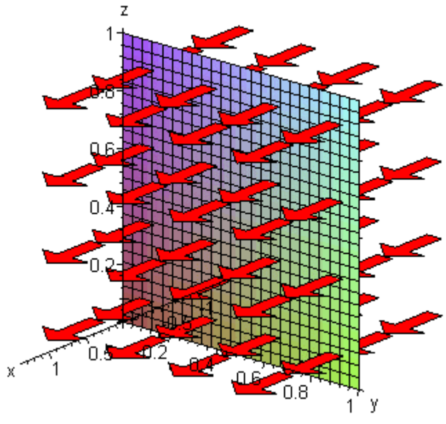
lo cual hace que entre en acción la convención de sumación para índices repetidos efectuándose de este modo la operación tensorial de contracción que nos producirá en este caso un escalar. Pero, ¿qué significa el número así obtenido? Esto es lo que cubriremos en esta entrada.

Uno de los conceptos fundamentales en el análisis vectorial es el de la *divergencia*. En un espacio de tres dimensiones, al hablar acerca de la divergencia en realidad estamos hablando de la **divergencia de un campo vectorial**. Matemáticamente hablando, para definir a la divergencia utilizamos el operador vectorial *del* ó *nabla* ∇, (en griego la palabra "nabla" significa "arpa"). Pero antes de entrar con mayor formalidad en detalles técnicos, es conveniente tener una idea sobre el significado físico de lo que estamos hablando.

Como ya se había explicado previamente en la entrada "Introducción al cálculo tensorial", un campo vectorial es algo que podemos imaginar como una infinitud de vectores en un espacio tri-dimensional, en donde a cada punto en el espacio se le asigna un vector específico. Un ejemplo de un campo vectorial puede ser la representación gráfica aproximada de varios vectores típicos de un remolino de agua. Otro ejemplo lo pueden ser las líneas del *campo de fuerza* eléctrico que emanan de una carga eléctrica positiva. Hay muchísimos ejemplos que podríamos citar, pero la idea sigue siendo la misma.

En dondequiera que haya un campo vectorial, podemos trazar una superficie y podemos formularnos una pregunta acerca del *flujo neto* de líneas de fuerza que están atravesando dicha superficie. Aunque la cantidad de líneas de fuerza que atraviesan un pedazo pequeño de la superficie es infinito (al haber una cantidad infinta de puntos dentro de dicho pedazo de superficie), de cualquier manera nos las podemos arreglar para definir el flujo de líneas de fuerza que están atravesando ese pedazo de superficie. Esto requiere que consideremos únicamente las líneas de fuerza que, efectivamente, están *atravesando* la superficie. Si en una porción pequeña de la superficie las líneas de fuerza son tales que están recorriendo la superficie *tangencialmente*, sin entrar ni salir de la misma, entonces no hay flujo alguno de líneas de fuerza a través de dicha superficie.

En la siguiente ilustración, tenemos un flujo de vectores fluyendo en el sentido del eje-x que está atravesando una lámina plana cuadrada montada con sus orillas sobre el eje-y y el eje-z, estando por lo tanto perpendicular al eje-x:



Es obvio que si la lámina estuviera acostada en el plano formado por el eje-x y el eje-y, aunque el flujo de vectores se mantuviera igual no habría un flujo de vectores *atravesando* la lámina. Obviamente, la orientación que tenga una superficie con respecto a un flujo de vectores es importante para determinar cuantitativamente el flujo que la atraviesa y al cual denominaremos con la letra Φ.

Vectorialmente hablando, utilizando los *vectores unitarios de base* usuales **i**=(1,0,0), **j**=(0,1,0) y **k**=(0,1,0) en un sistema de coordenadas rectangulares, y suponiendo que el flujo de vectores de la ilustración de arriba tiene una intensidad de 5 unidades, este flujo de vectores lo podemos representar como:

$$\mathbf{F} = 5\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}$$
$$\mathbf{F} = 5\,\mathbf{i}$$

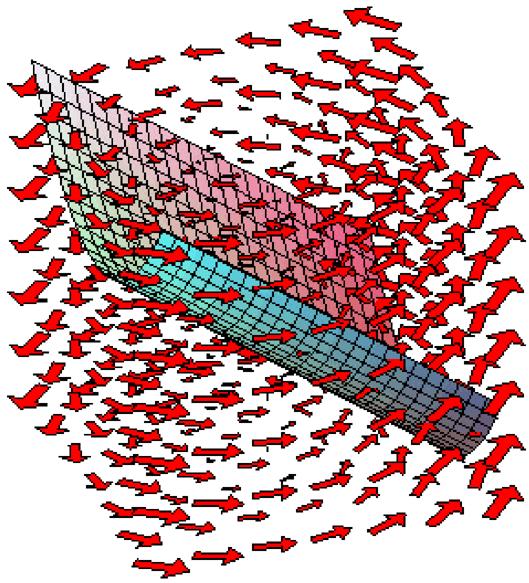
En este caso, podemos definir el flujo vectorial Φ a través de la lámina simplemente multiplicando la magnitud de la intensidad del flujo de vectores **F** por el área que está atravesando:

$$\Phi = F \cdot A$$

que evaluada numéricamente para este caso resulta ser simplemente:

$$\Phi = F \cdot \Delta x\ \Delta y = 5 \cdot (1)\,(1) = 5$$

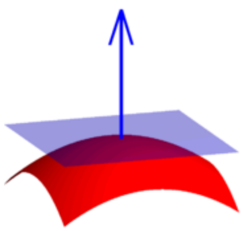
Este es un ejemplo sencillo, inclusive trivial. Pero si inclinamos la lámina o inclusive si la doblamos, ya no resulta tan trivial. Y si además de ello en vez de un campo vectorial de magnitud constante la lámina es atravesada por un campo vectorial que cambia de dirección constantemente, como en el caso de la siguiente figura en donde la lámina ha sido deformada y en donde el campo vectorial cambia de magnitud y cambia de dirección constantemente:



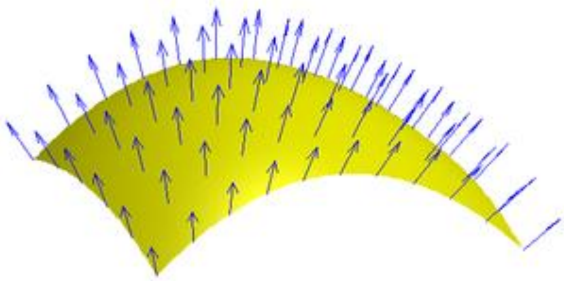
entonces la determinación del flujo tiene que ser formalizada de alguna manera. Lo primero que se nos viene a la mente es sub-dividir la lámina (como se ha hecho en la figura de arriba) en un gran número de pequeños "pedazos" de superficie, determinar el flujo a través de cada uno de ellos, y sumar la contribución individual para así obtener el flujo total a través de la lámina. Puesto que en cada punto del espacio tri-dimensional cada vector tiene bien definida su magnitud y su dirección, para definir la operación del flujo vectorial en cada uno de esos pequeños "pedazos" de superficie tenemos que asignarle una dirección a cada elemento de superficie.

¿Y cómo le asignamos una dirección a una superficie?

Mediante un **vector normal** a dicha superficie, un vector perpendicular como el que se muestra a continuación:



Resulta evidente que para una superficie que no es plana, para una superficie *curva*, habrá un gran número de normales que podemos trazar en cada "pequeño pedazo de superficie":



De este modo, habiéndole asignado una dirección a cada "pequeño pedazo de superficie" si calculamos el flujo $\Delta\Phi$ que atraviesa cada "pequeño pedazo de superficie" ΔS, podemos definir el flujo que atraviesa a ΔS como el **producto punto** o **producto escalar** de los vectores **F** y **ΔS**:

$$\Delta\Phi = \mathbf{F} \cdot \mathbf{\Delta S}$$

El *flujo total* Φ que atraviesa la superficie de la lámina será igual con un buen grado de precisión a la suma de las contribuciones individuales, o sea:

$$\Phi = \Sigma\, \mathbf{F} \cdot \mathbf{\Delta S}$$

La evaluación será matemáticamente exacta si en vez de recurrir a pequeños pedazos discretos utilizamos pedacitos infinitesimales y llevamos a cabo la integración:

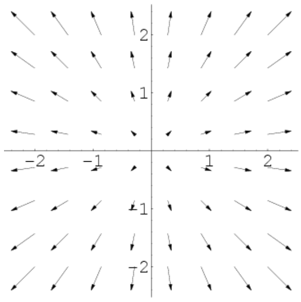
$$\Phi = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{\Delta S}$$

La pregunta que nos hacemos ahora es la siguiente: ¿Y si consideramos toda una superficie cerrada? En tal caso, podemos considerar la posibilidad de que al flujo *total* de líneas de fuerza **saliendo** a través de una superficie cerrada pueda asignársele un número *positivo*, el cual nos indicaría que a través de dicha superficie después de sumar el flujo neto de líneas que entran por la superficie y el flujo total de líneas de fuerza que salen de la superficie tenemos una *salida* neta de líneas de fuerza, lo cual nos indica que adentro de la superficie cerrada hay "algo" que nos está generando líneas de fuerza, hay una *fuente*. Y al haber un flujo neto de líneas de fuerza saliendo de una superficie cerrada, decimos que hay una **divergencia** (positiva) de líneas de fuerza, o más formalmente, decimos que la divergencia del campo vectorial sobre esa superficie cerrada es positiva.

Por otro lado, también podemos considerar la posibilidad de que al flujo *total* de líneas de fuerza **entrando** a través de una superficie cerrada pueda asignársele un número *negativo*, el cual nos indicaría que a través de dicha superficie después de sumar el flujo neto de líneas que entran por la superficie y el flujo total de líneas de fuerza que salen de la superficie tenemos una *entrada* neta de líneas de fuerza, lo cual nos indica que adentro de la superficie cerrada hay un *sumidero*. Y al haber un flujo neto de líneas de fuerza entrando hacia una superficie cerrada, decimos que hay una **divergencia** (negativa) de líneas de fuerza, o más formalmente, decimos que la divergencia del campo vectorial sobre esa superficie cerrada es negativa.

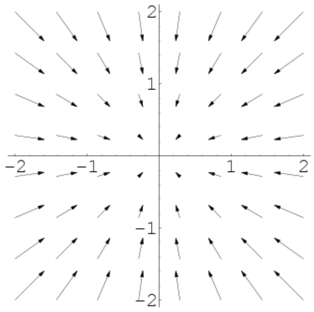
Y en el caso en el que el flujo neto *total* de líneas de fuerza que atraviesan a una superficie cerrada sea *igual a cero*, esto nos indicaría que a través de dicha superficie el flujo neto de líneas que entran por la superficie es *igual* al flujo total de líneas de fuerza que salen de la superficie.

Considérese a continuación el campo vectorial que representa las líneas de fuerza eléctrica de una carga positiva situada en el centro, de la cual emanan las líneas de fuerza que repelen a otra carga de prueba (también positiva) que se quiera acercar a la carga situada en el centro (aunque el dibujo es un dibujo en dos dimensiones, en realidad se está tratando de representar un campo vectorial de *tres* dimensiones):



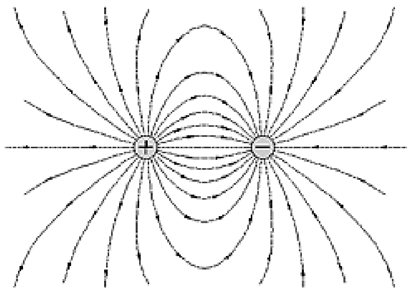
Si esta *fuente* de líneas de fuerza la encerramos dentro de una esfera imaginaria, podemos ver que a través de la superficie de dicha esfera no habrá líneas de fuerza entrando, atravesándola desde fuera hacia adentro; únicamente hay líneas de fuerza que están *saliendo*. Entonces el flujo neto de líneas de fuerza tiene que ser una cantidad positiva. *La divergencia del campo eléctrico ocasionado por una carga eléctrica positiva siempre tiene un valor positivo cuando la superficie con la cual se mide dicha divergencia únicamente encierra esa carga positiva.*

Considérese a continuación el campo vectorial que representa las líneas de fuerza eléctrica de una carga *negativa* situada en el centro, la cual genera líneas de fuerza que no repelen sino que atraen a otra carga de prueba (positiva) que se quiera acercar a la carga situada en el centro:



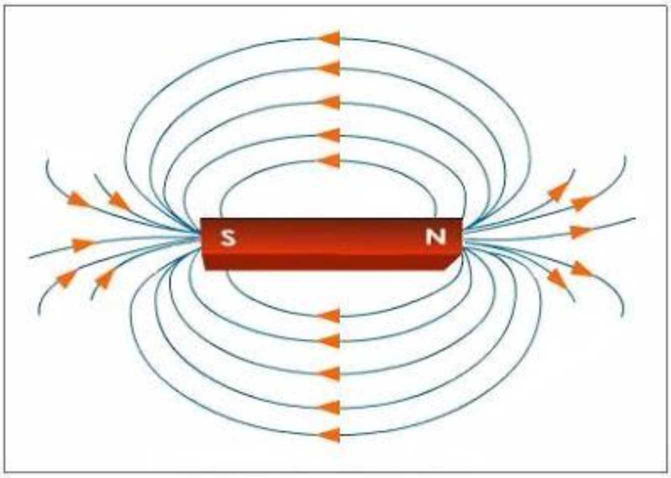
Si este *sumidero* de líneas de fuerza lo encerramos dentro de una esfera imaginaria, podemos ver que a través de la superficie de dicha esfera no habrá líneas de fuerza saliendo, atravesándola desde dentro hacia afuera; únicamente hay líneas de fuerza que están *entrando*. Entonces el flujo neto de líneas de fuerza tiene que ser una cantidad negativa. *La divergencia del campo eléctrico ocasionado por una carga eléctrica negativa siempre tiene un valor negativo cuando la superficie con la cual se mide dicha divergencia únicamente encierra esa carga negativa.*

Ahora veremos un ejemplo en el que la divergencia de líneas de fuerza es *cero*. Considérese no una carga elétrica positiva solitaria o una carga eléctrica negativa solitaria sino un par de cargas eléctricas *iguales* en magnitud y diferentes únicamente en cuanto al signo, una carga positiva y una carga negativa, como lo muestra la siguiente figura:



De nueva cuenta, si encerramos la carga positiva situada a la izquierda dentro de una superficie esférica imaginaria, entonces habrá una divergencia positiva del campo vectorial sobre dicha superficie. Y si encerramos la carga negativa situada a la derecha dentro de una superficie esférica imaginaria, entonces habrá una divergencia negativa del campo vectorial sobre dicha superficie. *Pero si encerramos ambas cargas dentro de una superficie esférica, la divergencia del campo vectorial sobre dicha superficie será igual a cero, porque todas las líneas de fuerza que entran es igual a las líneas de fuerza que salen*. En el dibujo de arriba, aunque es bi-dimensional, podemos ver que por cada línea de fuerza que entra a la superficie esférica imaginaria que encierra ambas cargas habrá una línea de fuerza que sale "cancelándola". Pero no es necesario que la superficie imaginaria sea esférica. **La superficie puede tener cualquier configuración**, como la de una caja. La divergencia seguirá siendo igual a cero, porque dentro de la superficie hay una fuente y un sumidero que se cancelan mutuamente.

Consideremos un último ejemplo, el de un imán cuyo campo vectorial posiblemente ha sido "visualizado" por muchos niños y jóvenes que han tenido la oportunidad de poner un imán debajo de una hoja de papel esparciendo encima de la hoja limaduras de hierro:



En este caso, podemos trazar una superficie cerrada de cualquier forma en torno a cualquier parte del imán, y la divergencia será cero, porque por cada línea de fuerza que entre a dicha superficie habrá una línea de fuerza que salga. A diferencia de lo que ocurre con las cargas eléctricas, no hay *monopolos* magnéticos en donde uno de ellos actúe como una fuente (el monopolo "norte") y el otro como un sumidero (el monopolio "sur") de líneas de fuerza. Si los hay, no han sido descubiertos hasta la fecha ni han podido ser producidos en el laboratorio. En el dibujo de arriba tal vez algunos puedan confundirse al creer que en el extremo izquierdo del imán (el polo sur) hay un sumidero y que en el extremo derecho del imán (el polo norte) hay una fuente de líneas de campo magnético, pero debe tomarse en cuenta de que todas las líneas de fuerza que están entrando en el extremo izquierdo del imán se están yendo *dentro del imán* hacia el extremo derecho, de modo que el flujo neto de líneas de fuerza es igual a cero.

La realidad física de que no existen ni fuentes ni sumideros de líneas del campo magnético fue expresada por James Clerk Maxwell con la siguiente fórmula:

$$\nabla \cdot \mathrm{B} = 0$$

Esta fórmula lo que nos dice es que, *para cualquier superficie cerrada, la divergencia de las líneas del campo magnético, representadas con un campo vectorial designado como* **B**, *es igual a cero*.

Se había señalado arriba que la divergencia es un simple número, un escalar. Pero en la fórmula de arriba, a la izquierda de la misma tenemos un campo vectorial. La única forma en la cual podamos obtener un escalar (o hablando "tensorialmente", *un tensor de orden cero*) en el lado derecho de la fórmula, es llevando a cabo un *producto interno* de los tensores de orden uno que aparecen en el lado izquierdo de la fórmula. Esto quiere decir que ∇ es un **operador tensorial**. Para un campo de fuerza vectorial $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ definido en coordenadas Cartesianas:

$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k}\ \mathrm{i}$$

la divergencia del campo vectorial *sobre una superficie cerrada* está dada por:

$$\operatorname{div}\mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Con la ayuda de los tensores, el concepto de la divergencia se puede extender de un campo vectorial hacia un *campo tensorial* en cualquier número de dimensiones, sin tener que limitarnos a las tres dimensiones originales sobre las cuales fue concebida dicha idea. La definición de la divergencia de un campo tensorial $\mathbf{T} = (\mathrm{T}^{\alpha})$ se puede comenzar dándola como la divergencia de un tensor contravariante de orden uno de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{T} = \partial_{\mu}\mathrm{T}^{\mu} = \partial\mathrm{T}^{\mu}/\partial\mathrm{x}_{\mu}$$

Por los índices repetidos, vemos que la convención de sumación entra en acción de inmediato, y que en un caso general la divergencia de un campo tensorial en un espacio n-dimensional será:

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{T} = \partial\mathrm{T}^1/\partial\mathrm{x}_1 + \partial\mathrm{T}^2/\partial\mathrm{x}_2 + \partial\mathrm{T}^3/\partial\mathrm{x}_3 + \ldots$$

A continuación llevaremos a cabo la derivación de la fórmula tensorial para poder obtener la divergencia de un campo vectorial en un espacio n-dimensional cualquiera.

PROBLEMA: *Demostrar que la divergencia de un campo vectorial* **V** = (V^α) *está dada por la siguiente fórmula:*

$$\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^k}(\sqrt{g}V^k)$$

Para un campo vectorial **V** = (V^α), *y téngase en mente que un vector es un tensor*, la definición de la derivada covariante empleando la notación del semicolon e involucrando a los símbolos de Christoffel se puede escribir de la siguiente manera:

$$V^\alpha{}_{;\beta} = V^\alpha{}_{,\beta} + \Gamma^\alpha{}_{\beta\mu} V^\mu$$

Esta definición nos proporciona la siguiente relación para la divergencia del campo vectorial al llevarse a cabo la igualación de los índices en la definición de la derivada covariante de un tensor contravariante de orden uno:

$$\operatorname{div} V^p = V^p{}_{;p} = V^k{}_{,k} + \Gamma^p{}_{pk} V^k$$

Para mayor claridad, prescindiremos de la notación de la coma utilizada para denotar en forma compacta la diferenciación parcial, y escribiremos la relación en su forma explícita:

$$\operatorname{div} V^p = V^p_{;p} = \frac{\partial V^k}{\partial x^k} + \Gamma^p_{pk}V^k$$

Ahora utilizaremos la siguiente relación demostrada en la entrada "El determinante del tensor métrico":

$$\Gamma^r_{rm} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^m}(\ln g)$$

Tenemos entonces lo siguiente sustituyendo el símbolo de Christoffel:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{\partial V^k}{\partial x^k} + (\frac{\partial}{\partial x^k}\ln\sqrt{g})V^k$$

Tomaremos la derivada eliminando del panorama al logaritmo natural y preparando el terreno para una simplificación posterior:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{\partial V^k}{\partial x^k} + \left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial x^k}\right)V^k$$

La simplificación que podemos llevar a cabo consiste en unirlo todo, la suma de dos términos, bajo un solo término, la derivada de un producto:

$$\boxed{\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^k}(\sqrt{g}V^k)}$$

Esta es la fórmula que queríamos demostrar.

Si estamos dispuestos a sacrificar un poco de claridad en aras de una mayor compacidad, podemos recurrir a la notación de la coma para indicar con mayor brevedad la diferenciación en la fórmula que acabamos de obtener, llegando así al siguiente resultado alterno que tal vez sea más fácilmente memorizable:

$$\boxed{\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{g}}(\sqrt{g}V^k)_{,k}}$$

Es conveniente hacer aquí un señalamiento. En algunos libros de texto y en algunas publicaciones de índole técnica y científica, en las dos fórmulas que acabamos de demostrar el determinante g del tensor métrico se escribe dentro de los radicales no como lo hemos mostrado sino *con un signo negativo*. Es así como se nos muestran las siguientes fórmulas que nos pueden parecer un poco extrañas a primera vista:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^k}(\sqrt{-g}V^k)$$

$$\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}V^k)_{,k}$$

En realidad, esta última notación es algo confusa y no está realmente justificada, porque en ningún momento tomamos la raíz cuadrada de un número negativo (lo cual nos produciría un número imaginario). La intención original en escribir así las fórmulas tensoriales de la divergencia de esta manera era advertir que, siendo el determinante g de una matriz un número que puede ser positivo o negativo, en caso de ser negativo la fórmula se debería aplicar la fórmula tal cual, y en caso de ser positivo simplemente se ignoraba el signo negativo. Desafortunadamente, la costumbre en el uso de esta notación se asentó sin ser acompañada en todo momento por las razones detrás de su razón de ser, aumentando la confusión en quienes tienen la intención de aprender la Teoría de la Relatividad como autodidactas sin contar con un buen maestro que les aclare estos puntos confusos.

PROBLEMA: *Obtener la expresión para la divergencia de un campo vectorial* **V** = (V^α) *expresada en coordenadas polares.*

Para el tensor métrico **g** expresado en coordenadas polares, puesto que la representación matricial G de los componentes de la métrica es:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r^2 \end{bmatrix}$$

el determinante g de su representación matricial será simplemente r²:

$$g = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r^2 \end{vmatrix} = r^2$$

En coordenadas polares (r,θ), si denotamos las componentes del tensor **V** como (V^r,V^θ), la aplicación de la fórmula tensorial para la divergencia obtenida en la entrada previa es directa e inmediata. Empezando con la fórmula:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^k}(\sqrt{g}V^k)$$

que expandida para fines de cálculo es:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{\partial V^k}{\partial x^k} + \left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial x^k}\right)\mathrm{V}^k$$

lo primero que podemos hacer es llevar a cabo la expansión de las sumatorias dentro de la fórmula para cada coordenada como lo indica la convención de sumación para índices repetidos utilizando el hecho de que:

$$\sqrt{g} = \sqrt{r^2} = r$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{r}$$

con lo cual tenemos, representando las diferenciaciones parciales con la notación de la coma (esta representación que pudiera parecer superflua tiene la intención de ir familiarizando a los lectores con otros tipos de notación utilizadas para representar la evaluación de la divergencia de un campo vectorial bajo algún sistema de coordenadas) :

$$V^\alpha_{;\alpha} = V^r_{,r} + V^\theta_{,\theta} + \frac{1}{r}V^r(r)_{,r} + \frac{1}{r}V^\theta(r)_{,\theta}$$

Escribiendo los términos explícitamente como lo indica la notación de la coma como índice que significa diferenciación parcial:

$$V^\alpha_{;\alpha} = \frac{\partial V^r}{\partial r} + \frac{\partial V^\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial r} + \frac{1}{r}V^\theta\frac{\partial r}{\partial \theta}$$

En esta expresión se ha puesto de color rojo la parte del término que en virtud de la independencia de las coordenadas será eliminado, dejándonos con lo siguiente:

$$V^\alpha_{;\alpha} = \frac{\partial V^r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial r} + \frac{\partial V^\theta}{\partial \theta}$$

Reacomodando los términos es así como llegamos a la expresión de la fórmula final del modo más compacto posible:

$$V^\alpha_{;\alpha} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV^r) + \frac{\partial}{\partial \theta}V^\theta$$

PROBLEMA: *Obtener la expresión para la divergencia de un campo vectorial* **V** = (V^α) *expresada en coordenadas esféricas*.

Para el tensor métrico **g** expresado en coordenadas esféricas, puesto que la representación matricial G de los componentes de la métrica es:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 sen^2\theta \end{bmatrix}$$

el determinante g de su representación matricial será simplemente:

$$g = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 sen^2\theta \end{vmatrix} = r^4 sen^2\theta$$

En coordenadas esféricas (r,θ,φ), si denotamos las componentes del tensor **V** como (V^r,V^θ,V^φ), la aplicación de la fórmula tensorial para la divergencia es directa e inmediata. Nuevamente, recurrimos a la fórmula tensorial para la divergencia:

$$\operatorname{div} V^p = \frac{\partial V^k}{\partial x^k} + \left(\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial x^k}\right)\mathrm{V}^k$$

En este caso, tenemos:

$$\sqrt{g} = \sqrt{r^4 sen^2\theta} = r^2 sen\theta$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{r^2 sen\theta}$$

Habiendo reemplazado al determinante g por su valor, la expansión que habremos de llevar a cabo sobre los índices repetidos en base a la convención de sumación deberá ser:

$$V^\alpha_{;\alpha} = V^\alpha_{,\alpha} + \frac{1}{r^2 sen\theta}V^\alpha(r^2 sen\theta)_{,\alpha}$$

Esta expansión de sumatorias dentro de la fórmula se debe llevar a cabo para cada una de las tres coordenadas tal y como lo indica la convención de sumación para índices repetidos, lo cual nos resulta en:

$$V^{\alpha}_{;\alpha} = V^{\alpha}_{,\alpha} + \frac{1}{r^2 sen\theta}\left[V^{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 sen\theta) + V^{\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(r^2 sen\theta) + V^{\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(r^2 sen\theta)\right]$$

El tercer término al llevarse a cabo la diferenciación con respecto a obviamente se nos volverá cero. Llevando a cabo las diferenciaciones de los términos dentro del paréntesis tenemos entonces:

$$V^{\alpha}_{;\alpha} = V^{\alpha}_{,\alpha} + \frac{1}{r^2 sen\theta}\left[V^{r} sen\theta\frac{\partial}{\partial r}(r^2) + V^{\theta} r^2\frac{\partial}{\partial\theta}(sen\theta) + 0\right]$$

$$V^{\alpha}_{;\alpha} = V^{\alpha}_{,\alpha} + \frac{1}{r^2 sen\theta}\left[V^{r} sen\theta(2r) + V^{\theta} r^2(cos\theta)\right]$$

Simplificando:

$$V^{\alpha}_{;\alpha} = V^{\alpha}_{,\alpha} + \frac{2}{r}V^{r} + \frac{cos\theta}{sen\theta}V^{\theta}$$

Expandiendo el término remanente hacia la sumatoria requerida sobre las tres coordenadas de acuerdo a la convención de sumación para índices repetidos:

$$V^{\alpha}_{;\alpha} = \frac{\partial V^{r}}{\partial r} + \frac{\partial V^{\theta}}{\partial\theta} + \frac{\partial V^{\phi}}{\partial\phi} + \frac{2}{r}V^{r} + (cot\theta)V^{\theta}$$

Continúa en el próximo número…

EL INFINITO ¿ANTINOMIA O APODÍCTICO?
HACIA UNA EPISTEMOLOGÍA DE LA NOCIÓN DE INFINITO ACTUAL.
ANÁLISIS DE LOS MODELOS INTUITIVOS Y ESQUEMAS CONCEPTUALES ASOCIADOS AL DESARROLLO HISTÓRICO DE ESTA NOCIÓN.
(Parte V).

Por: **Msc Romstine Cescutti**
(romstinecescutti@gmail.com)

Tomado de:

El infinito ¿antinomia o apodíctico? Hacia una epistemología de la noción de infinito actual. Análisis de los modelos intuitivos y esquemas conceptuales asociados al desarrollo histórico de esta noción. (Parte V).Capítulo IV: Análisis e interpretación de la información. Pp. 161-216. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Escuela de Educación. Julio 2015.

Índice:

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

4.1. Análisis documental.

Ya aplicadas las técnicas y elaborados los instrumentos, así como los métodos para la recolección de datos, se procede a la realización de su análisis. Por lo que, se inicia el proceso de fragmentación de la información obtenida de los datos no estructurados provenientes de la recolección, para así disponer y organizar la información y construir un análisis interpretativo de la información recibida, es decir, la elaboración de una síntesis “de alto orden que emergen en la forma de descripciones, expresiones, temas, patrones, hipótesis y teoría” (Mertens, 2005; citado por Hernández y otros, 2008; p. 625).

Por otro lado, cabe destacar algunas de las características que definen al análisis cualitativo, siguiendo a Hernández y otros (2008), se tienen:

1. El Proceso esencial del análisis consiste en que recibimos datos no estructurados y los estructuramos.
2. Los propósitos centrales del análisis cualitativo son:
   - Darle estructura a los datos (Patton, 2002), lo cual implica organizar las unidades, las categorías, los temas y los patrones (Grinnell, 1997).
   - Describir las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones (Grinnell, 1997, Ceswell, 2005).
   - Comprender en profundidad el contexto que rodea los datos.
   - Interpretar y evaluar unidades, categorías, temas y patrones (Patton, 2002).
   - Explicar ambientes, situaciones, hechos, fenómenos (Baptiste, 2001).
   - Reconstruir historias (Baptiste, 2001).
   - Encontrar sentido a los datos en el marco del planteamiento del problema.
   - Relacionar los resultados del análisis con la teoría fundamentada o construir teorías (Chamaz, 2000, Baptiste, 2001).
3. El logro de tales propósitos es una labor paulatina, para cumplirlos debemos organizar y evaluar grandes volúmenes de datos recolectados (generados), de tal manera que las interpretaciones surgidas en el proceso se dirijan al planteamiento del problema. (p.624)

De esta manera, la información recogida mediante la técnica del *análisis de contenido* aplicada a la reconstrucción histórica de la noción de *Infinito*, realizada anteriormente, permitió identificar una serie de esquemas conceptuales asociados a esta noción, que dominaron el pensamiento del hombre durante ciertos periodos históricos; para esta investigación se consideraron cuatro periodos, los cuales son: *1º Preludio. Egipto y Mesopotamia, las civilizaciones de los valles fluviales*; *2º El Pensamiento Helénico*; *3º Interludio Medieval y Moderno*; y *4º La Matemática Contemporánea. Siglos XIX – XX.*

Además, se aplicó dicha técnica de análisis a la perspectiva cantoriana del *Infinito* (denominada el Paraíso de Cantor para efectos de este trabajo), es decir, la manera en que es manejada la noción de *Infinito* según Georg Cantor (1885). Estos esquemas fueron categorizados y descritos de acuerdo a la información que iba emergiendo como resultado de los segmentos relevantes y significativos de cada unidad de análisis que fueron considerados en la reconstrucción histórica de la noción de *Infinito*. Estos fueron analizados por medio de una matriz de análisis, tomando en cuenta las diversas situaciones, las actividades, los procedimientos empleados, representación gráficas, los métodos y técnicas, y los conceptos relacionados como: el número, el límite, la derivada, la integral, entre otros, así como también las ideas más resaltantes que expresaron y desarrollaron algunos matemáticos y filósofos más distintivos de cada época.

La información recolectada se agrupó en categorías provisionales que iban siendo modificadas a medida que surgían otros datos u observaciones y mientras se comparaba la información que se encontraba bajo cada categoría provisoria (primer plano de categorización). Ahora, como resultado de este proceso, se identificaron ocho esquemas conceptuales asociados a la noción de *Infinito* los cuales fueron dispuestos y descritos en la matriz de análisis que se presenta a continuación.

Matriz de Análisis. Esquemas conceptuales asociados a la noción de *Infinito*.

	Metacategorías:		***Categorías: Esquema Conceptual Dominante***	***Descripción***	***Código***
Noción de Infinito	***Periodo Histórico***	*Preludio. Egipto y Mesopotamia, las civilizaciones de los valles fluviales.*	Esquema de *Infinito* en su Acepción más Primitiva, asociada a la idea de número.	Carácter a priori de la infinitud a través de magnitudes muy elevadas.	EIAP
		El Pensamiento Helénico.	Esquema de *Infinito* Potencial asociado a una división o adición de magnitudes de manera reiterativa e ilimitada, es decir, esquema asociado a una razón.	Visión Potencial de Infinito que responde a dos cosas, lo infinitamente grande y la que atañe a lo infinitamente pequeño (noción clara de lo infinitesimal).	EIP
			Esquema de *Infinito* Metafísico asociado a lo eterno o a una sustancia eterna principio originador de todo que trasciende.	Manifestación de la idea de que el concepto de eternidad inmutable es igual al de infinidad de los tiempos, es decir la infinitud temporal concebida como eterna.	EIM
		Interludio Medieval y Moderno.	Esquema de *Infinito* asociado a una Perspectiva Teológica como propiedad exclusiva de Dios. El Infinito Absoluto.	Surge la Diatriba entre la potencialidad y la actualidad con respecto a la idea de Dios y su atributo de infinitud. El *Infinito* es categorizado, de acuerdo a su naturaleza, en dos aspectos diferentes, tales como: en relación a la idea de forma y en relación a la idea de materia.	EIPT
			Esquema de *Infinito* asociado a lo Infinitesimal y a una unidad invisible (punto). Existencia de elementos infinitésimos e indivisibles.	Manifestación de la noción de *Infinito* atribuida a su relación con los infinitesimales en cuanto a tres aspectos: como *diferencia*, como *razón aritmética* y como un *incremento*. Como consecuencia de la introducción de los infinitesimales en los nuevos procedimientos del cálculo, es decir magnitudes actuales que no son ni finitas, ni nulas y cuya naturaleza se desconoce, pero que en ausencia de una noción precisa de *Infinito* y de infinitesimal esta será aceptada en cuanto a su carácter práctico, basados en la lógica proposicional que establece de premisas falsas se deducen fórmulas verdaderas. Así como también en la noción de continuidad.	EII

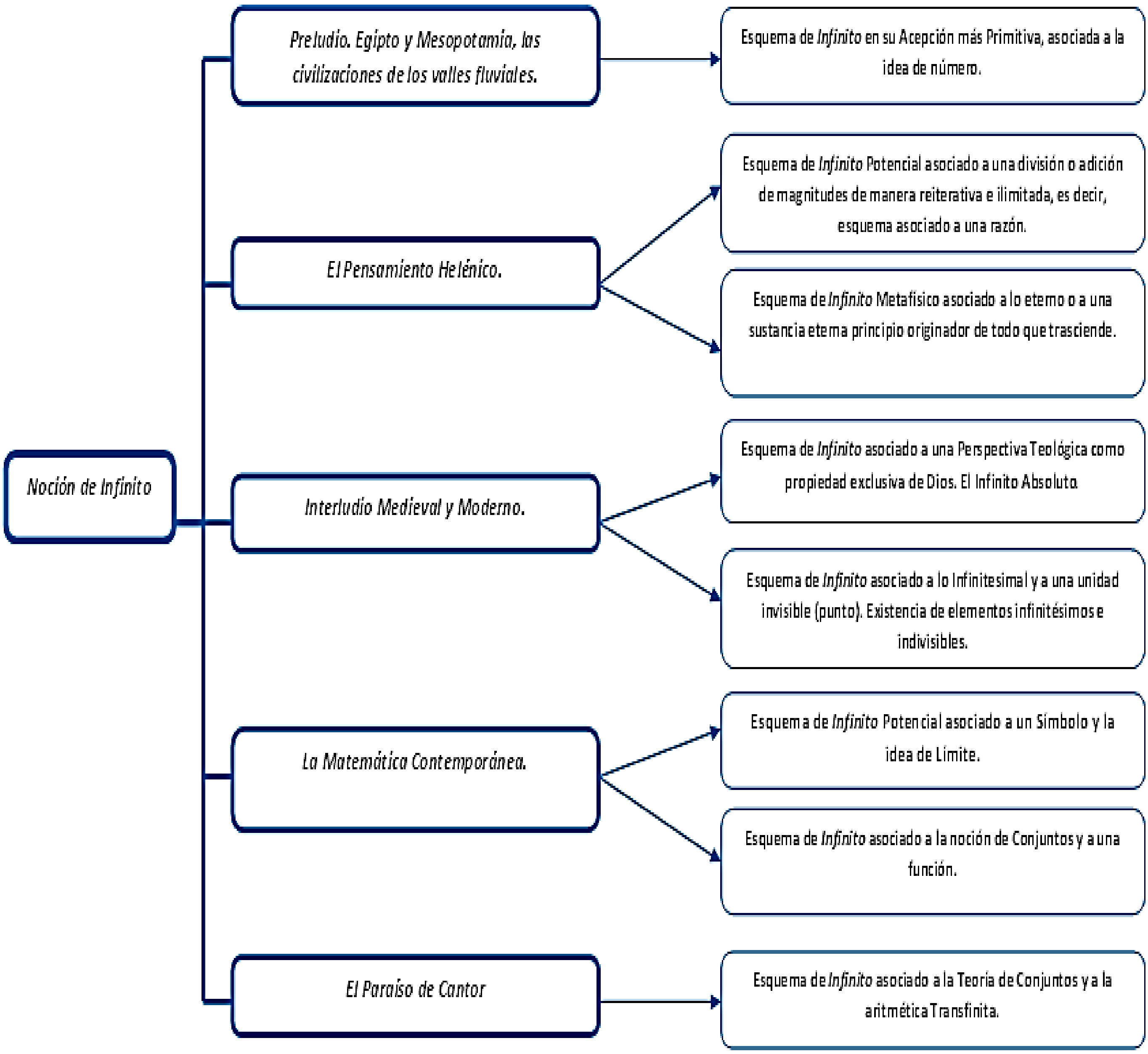
Fuente: Cescutti, R. (2014).

Matriz de Análisis. Esquemas conceptuales asociados a la noción de *Infinito*.

	Metacategorías:		***Categorías: Esquema Conceptual Dominante***	***Descripción***	***Código***
Noción de Infinito	***Periodo Histórico***	*La Matemática Contemporánea. Siglos XIX – XX.*	Esquema de *Infinito* Potencial asociado a un Símbolo y la idea de Límite.	Noción Potencial de Infinito basada en la teoría de límites y la convergencia de series infinitas.	EIPSL
			Esquema de *Infinito* asociado a la noción de Conjuntos y a una Función.	Perspectiva de *Infinito* Actual, explicada mediante: 1. La relación de equipotencia entre conjuntos a través de una relación biyectiva (con lo cual se puede distinguir entre conjuntos numerables y no numerables); 2. Definición la Cardinalidad, Cardinal y Ordenalidad. 3. La relación de equipotencia que se puede establecer entre dimensiones, como por ejemplo entre una línea y un plano.	EICF
	Perspectiva Cantoniana del infinito	*El Paraíso de Cantor.*	Esquema de *Infinito* asociado a la Teoría de Conjuntos y a la aritmética Transfinita.	Noción de Infinito Actual que manifiesta lo siguiente: 1. La existencia de varios órdenes o tamaños de infinitud; 2. La invención del concepto de función biyectiva como herramienta para establecer la relación exhaustiva y uno a uno para comparar conjuntos y establecer así si eran equivalentes o no; 3. Definición de Conjunto potencia o número cardinal; 4. Números transfinitos o números hechos infinitos. Planteando, además, el *Infinito* como una cantidad en sí fija y constante que va más allá de toda magnitud finita y que surge al superar el paso de la idea de Límite.	EITCAT

Fuente: Cescutti, R. (2014).

Representación de los diversos Esquemas conceptuales asociados a la noción de Infinito agrupados por periodos históricos.



Fuente: Cescutti, R. (2014).

1.1.1. Descripción y análisis de los esquemas:

Los esquemas conceptuales obtenidos mediante el análisis de contenido realizado son descritos y analizados a continuación:

1. *Esquema de Infinito en su acepción más primitiva (EIAP):* Este esquema conceptual está conformado por todas aquellas representaciones de carácter a priori de la infinitud, que en principio giraban en relación a la distinción primitiva entre uno y muchos, y que luego, por la invención de sistemas numéricos básicos mediante los cuales se podían representar magnitudes, se llega a la concepción de un infinito ligado a la expresión de una cantidad muy elevada, producto de procesos iterativos como resultado del desarrollo e implementación de estos sistemas numéricos antiguos.

2. *Esquema de Infinito Potencial (EIP):* Esquema ligado a procedimientos que involucran la división o adición de magnitudes de manera reiterativa e ilimitada, como por ejemplo lo evidenciado en la teoría atomista de Demócrito, los trabajos de Antifón y la cuadratura del círculo, la postura de Aristóteles y su forma de idealización de *Infinito*, las paradojas de Zenón con respecto al tiempo y al movimiento, y las definiciones dadas por Euclides en su obra los *Elementos*, como por ejemplo la de las rectas paralelas y la prolongación de rectas, en las cuales se puede apreciar estas operaciones, entre otros.

   Este tipo de esquema conceptual responde a dos cosas, lo infinitamente grande y a lo infinitamente pequeño, relacionadas a una razón, basada en la intuición del sentido común y en una explicación finita del mundo. Por lo que, se centra en el alegato de que por muy grande que sea una cantidad numérica siempre se puede pensar en uno mayor que este y así sucesivamente, de esta manera la operación así descrita nunca tendrá fin o término, debido a la recursividad interminable a la cual está sometida. Manifestándose así, la dificultad de distinguir entre el continuo y el *Infinito*, en este esquema no existe *Infinito* en acto, sino como proceso de crecimiento ilimitado o de subdivisión sin final.

3. *Esquema de Infinito Metafísico (EIM):* Es el que está asociado a lo eterno o a una sustancia eterna principio originador de todo lo que trasciende. Su manifestación a partir de la idea de que el concepto de eternidad inmutable es percibida como atributo del ser universal y que es igual al de infinidad de los tiempos, es decir la infinitud temporal es concebida como eterna, donde el *ápeiron*es el principio y elemento primordial de los seres, es decir es el generador de todo en la naturaleza y el universo. Esta postura se puede observar en la mentalidad griega.

4. *Esquema de Infinito asociado a una Perspectiva Teológica (EIPT):* Se retoman algunos aspectos de la filosofía aristotélica y platónica, más específicamente las ligadas a la relación entre punto, línea y el continuo. Por lo tanto, bajo esta perspectiva, el *Infinito* es categorizado, de acuerdo a su naturaleza, en dos aspectos diferentes, tales como: en relación a la idea de forma y en relación a la idea de materia, como atributos y propiedad exclusiva de Dios, puesto que él "es infinito, y eterno, e incircunscribible" tal como afirma Santo Tomás de Aquino, postura ampliada por Descartes quien alegaba que "concibo a Dios como un ser eterno, infinito, omnisciente, omnipotente, creador de todas las cosas que existen, excepto de sí mismo, que aquellas por las que se presentan las substancias finitas" (p. 25), además explicita que Dios es un ser *Infinito* en acto ya que en su perfección ya nada puede ser añadido; y que su naturaleza es distinta a la del hombre que es un ser finito, y aunque el conocimiento que va adquiriendo este crezca paulatinamente y potencialmente este nunca será *Infinito* en acto como el de Dios.

   De aquí surge la Diatriba entre la potencialidad y la actualidad con respecto a la idea de Dios la cual domina durante la mayoría de la edad media. Por otro lado, Bruno (tr.1972), manifiesta la creencia de infinitos mundos en el universo y aunque sea innumerable cada parte de él se pueden considerar finitas cada una de ellas, "la cual está totalmente en todo y no en las partes" (p.71), en contraste con la magnificencia infinita de Dios que es absoluto, ya que esta "está en todo el mundo y está infinita y totalmente en cada una de sus partes" (p.71).

5. *Esquema de Infinito asociado a lo Infinitesimal (EII):* Manifestación de la noción de *Infinito* atribuida a su relación con los infinitesimales en cuanto a tres aspectos: como diferencia, como razón aritmética y como un incremento. Esto originado por la introducción de los infinitesimales en los nuevos procedimientos del cálculo, en la geometría y en los estudios astronómicos; esto se evidencian en los trabajos de Kepler, Wallis, Cavalieri, Pascal, Leibniz, Newton, entre otros. Por otro lado, estas magnitudes actuales (los infinitesimales) son de naturaleza desconocida y no son consideradas ni finitas, ni nulas, pero que en ausencia de una noción precisa de *Infinito* y de infinitesimal esta fue aceptada en cuanto a su carácter práctico y utilitario, basados en la lógica proposicional que establece que de premisas falsas se deducen fórmulas verdaderas. Así como también en la noción de continuidad, estos conceptos y nociones no eran muy claros pero las herramientas desarrolladas a partir de ellos permitían encontrar resultados consistentes con la realidad.

   Por tanto, lo infinitesimales se veían como algo incomprensible que no podrían ser representados de forma explícita, pero que eran un principio originario inevitable de carácter geométrico. Se comienzan a trabajar con las series infinitas y aparecen nomenclaturas que hacían posible tratar con los infinitesimales y las pequeñas variaciones que experimentaban las variables en determinados intervalos de tiempo, con lo que se inicia el desarrollo de los primeros fundamentos del cálculo. Además, se rechaza la idea de un *Infinito* actual en la matemática debido a las contradicciones que este genera, ejemplo de ello la paradoja de Galileo donde se colocan en correspondencia biunívoca los puntos de dos segmentos de diferente longitud, lo cual escapaba a la razón de época.

6. *Esquema de Infinito Potencial asociado a un Símbolo y a la idea de Límite (EIPSL):* Esta acepción es la versión evolucionada del esquema EII, solo se acepta el *Infinito* potencial estudiado y avalado por la teoría de límites fundamentada principalmente en los trabajos de Cavalieri y Weierstrass; concebidos desde una perspectiva aritmética y sin hacer uso de la geometría y de los infinitesimales. La derivada y la integral se desarrollaron en relación al concepto de límite y de función; y se establecen criterios de convergencias para series infinitas. El *Infinito* actual era rechazado por las anomalías que se presentaban, ejemplo los estudios realizados por Bolzano en su obra Paradojas de lo infinito (1851).

7. *Esquema de Infinito asociado a la noción de Conjuntos y a una Función (EICF):* Este esquema presenta la manera como era concebido o ideada la noción de *Infinito* por parte de Georg Cantor y otros Matemáticos posteriores. Para él, la noción de *Infinito* aceptada era noción de *Infinito actual*, donde se puede observar dicha noción juega un papel preponderante para el desarrollo de su Teoría de Conjuntos en la cual se manifiesta la existencia de varios ordenes o tamaños de infinitud expresadas a través de la idea de cardinal de un conjunto, llegando a descubrir la presencia de conjuntos infinitos numerables y no numerables, y demostrando la diferencia entre ambos, por medio de la invención del concepto de función biyectiva como herramienta para establecer la relación exhaustiva y uno a uno para comparar conjuntos y establecer así si eran equipotentes o no.

   De allí, surge la definición de Conjunto potencia o número cardinal para poder proseguir con su idealización de una Teoría de Conjuntos que diera respuesta a aquellos conflictos surgidos por la invención del cálculo integral, unos de estos la noción de infinitesimal, la convergencia o no de series numéricas, los diferenciales, la noción de Infinito en sí misma, las porciones área de bajo de la curva que escapaban al rectángulo de integración, entre otros.

   Por otro lado, ideo los números transfinitos o números hechos infinitos, para los cuales construyo una axiomática convincente basada en los resultados de trabajos e investigaciones, y en los trabajos de Peano. Plantea, además, el *Infinito* actual como una cantidad en sí fija y constante que va más allá de toda magnitud finita y que surge al superar el paso de la idea de Límite.

8. *Esquema de Infinito asociado a la Teoría de Conjuntos y a la aritmética Transfinita (EITCAT):*Noción de *Infinito actual* que manifiesta las ideas de Cantor, aunque fueron rechazadas y no obtuvieron críticas favorables en sus comienzos, debido a los usos que realizó de la noción de *Infinito actual*, así como de la existencia de conjuntos infinitos equipolentes y de diversos ordenes; estas fueron aceptadas y respaldadas por la comunidad matemática e incluso otros continuaron con sus trabajos, pero ocurrido ya cuando se había retirado de sus investigaciones, entrando el siglo XX. Su pensamiento y sus trabajos contemplaron creación de una Teoría de Conjuntos por medio de una noción clave, la noción de *Infinito actual*, la cual comprendió y desarrolló de una manera original para la época.

   En su teoría, se puede apreciar una noción de *Infinito* que declara y aboga por los siguientes aspectos: 1) La existencia de varios órdenes o tamaños de infinitud; 2) La invención del concepto de función biyectiva como herramienta para establecer la relación exhaustiva y uno a uno para comparar conjuntos y establecer así si eran equivalentes o no; 3) Definición de Conjunto potencia o número cardinal; y por último, 4) Números transfinitos o números hechos infinitos. Dicha noción es referida a la noción de *Infinito actual*, ya intuida y rechazada en la historia por los matemáticos, filósofos y científicos más influyentes. La noción de *Infinito actual* para Cantor era la validad y la aceptaba tanto en concreto como en abstracto, veía el *Infinito* como una cantidad en sí fija y constante que va más allá de toda magnitud finita y que surge al superar el paso de la idea de Límite.

1.2. Descripción y análisis de los esquemas conceptuales que operan en los estudiantes:

Los datos recolectados a través de la aplicación de los cuestionarios a estudiantes pertenecientes al último año de educación media y general y a estudiantes cursantes de la asignatura de Cálculo II del cuarto semestre de la Facultad de Ciencias de la Educación arrojaron una serie de información relevante para la presente investigación, puesto que permite un análisis y un mayor entendimiento de cómo se da la comprensión de la noción de *Infinito*, así como también la formación de los esquemas mentales en los estudiantes, las dificultades y obstáculos asociados a tal concepción. De esta manera, en la recolección de información se aplicó dos talleres, uno a los estudiantes de educación media y general, y otro a los estudiantes de la asignatura de Cálculo II, donde se les planteó todo lo relacionado al tópico de la noción de *Infinito* descrito y elaborado atendiendo al proceso Transposición Didáctica, ya descrito por Chevallard (1991).

1.2.1. Registros obtenidos de los Estudiantes del 5to año de educación media y general.

Ahora bien, para el taller aplicado a los estudiantes del último año de Educación Media y General se dispuso a los jóvenes en grupos de tres alumnos (estudiantes con edades comprendidas de 15 a 17 años) cada grupo, abordando el contenido en función de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986), desarrollado ampliamente en la fundamentación teórica, donde el problema central era la noción de *Infinito*, estructurado en una serie de planteamientos expresados en diversas representaciones semióticas dispuestos en un instrumento para tal fin. Una vez realizado el taller, en un episodio de clases, se obtuvo una serie de datos los cuales se les realizó la técnica del *análisis de contenido* y un *análisis didáctico* en función de los aspectos más relevantes de las teorías explicadas en el marco teórico.

Análisis de la información obtenida:

1. ¿Has escuchado alguna vez la palabra *Infinito*? ¿Qué significado tiene para ti dicha palabra? ¿Cómo lo describirías, da algunos ejemplos?
Grupo Nº 1: Si. Es cuando un número dado tiene más infinitos de lo que realmente es. Ejemplo: En la recta se coloca el signo ∞ se porque se supone que el número sigue o continua.
Grupo Nº 2: La palabra infinito significa algo que no tiene fin, que siempre seguirá, o sea siempre habrá más. Ejemplo: Los números son infinitos ya que siempre combinándolos habrá más. Ejemplo: 0, 1, 2, 3,.. y -1, -2, -3,…
Grupo Nº 3: La hemos escuchado en términos matemáticos como algo que no tiene final o algo que no acaba. Ejemplo: los números.
Grupo Nº 4: Si la escuchamos, puede ser cuando hablamos de números infinitos en matemática. Ejemplo: cuando contamos sabemos por dónde empezar, pero por donde terminar no.
Grupo Nº 5: Es un símbolo que se utiliza en matemática pera decir que un número no tiene fin.
Grupo Nº 6: La palabra Infinito para nosotros significa sin límites, una cantidad que no tiene fin. Ejemplo: los números, las estrellas.
Grupo Nº 7: Si. La palabra infinito significa que los números no tienen fin, son infinitos. Por ejemplo: El plano cartesiano y las rectas numéricas.
Grupo Nº 8: El infinito son todos aquellos números que en el cual no tienen ningún límite. Para esas cantidades se usa ∞
Grupo Nº 9: No tiene fin. Ejemplo: los números.
Grupo Nº 10: Infinito es algo que nunca se acaba. Ejemplo: El universo, el cielo, ∞.

Análisis:

En esta interrogante se le plantea a los grupos que significado personal posee para ellos el objeto matemático *Infinito*, y que según sus experiencias que características le atribuirían para describirlo. En esta, cada grupo manifiesta su respuesta de acuerdo a su opinión en consenso a los integrantes de su mismo grupo, se puede observar que todos los grupos coinciden en relacionar o representar semánticamente el término *Infinito* con algo que no posee fin o no tiene límite, donde para mayoría tiene que ver con los números y conjuntos numéricos, mientras que para algunos está relacionado a un número como tal, representado a través de un símbolo ∞ o por medio dereferencias a un marco espacial.

De lo anterior dicho, se evidencia, entre otros aspectos, la existencia en el esquema conceptual de imágenes asociadas realidad física y cotidiana cuya finitud se extrapola y de otras con un sentido abstracto y formal ligado a lógica del lenguaje. Por lo que, la correcta interpretación de este tipo de respuestas contribuye de manera significativa en el estudio de los esquemas adquiridos que poseen los estudiantes.

Dentro de los objetos que intervienen en la práctica matemática, tales como el lenguaje, los conceptos, las proposiciones, las propiedades, los procedimientos y los argumentos, dispuestos en una configuración epistémica global se puede observar el uso del lenguaje verbal y simbólico, entre ellos verbal: recta, sin límites, que continua, no tiene fin, número, que siempre seguirá, entre otros y simbólicos: ∞; 0, 1, 2, 3,.. y -1, -2, -3,..., así como el empleo de conceptos de recta, número, plano cartesiano, cantidad. Cabe agregar, que la noción predominante en los estudiantes es la noción de *Infinito potencial*, EIP, debido a que la concepción generalizada mantiene la idea que por más grande que sea un número siempre se puede concebir uno más grande y así sucesivamente.

2. **Considere la siguiente suma** $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots+\ldots$ **¿Cuál crees que es el valor de esta suma? Explica tu respuesta. (Garbín, 2000)**
Grupo Nº 1: 1+0,5+0, 25+0,125+0,0625 = 1,9375. Se Dividen las fracciones y sus resultados se suman con los siguientes.
Grupo Nº 2: Se aproxima a dos porque se dividen las fracciones y se suman.
Grupo Nº 3: Según nuestra intuición va a dar +∞ porque la suma de los números va a ser mas pequeños pero nunca va terminar.
Grupo Nº 4: Se considera infinito, ya que los términos son infinitos y el resultado será infinito.
Grupo Nº 5: El valor de esta suma es 2 porque se sumaría el uno más un cuarto y así sucesivamente sacaríamos el resultado.
Grupo Nº 6: No sabríamos como explicarlo.
Grupo Nº 7: El valor de esta suma es 2. Porque así lo pensamos.
Grupo Nº 8: El valor de esta suma es $\frac{1}{30}$.
Grupo Nº 9: El resultado es infinito porque se suman infinitos números.
Grupo Nº 10: La suma de las fracciones es ∞ porque siempre sumamos un número más y otro más y así hasta el infinito.

Análisis:

Como resultado a este problema, se observa que los grupos 1, 2, 5, 7 plantean su solución a través de la suma del cociente obtenido a través de la fracción y aunque al ser un proceso *Infinito* logran intuir que dicha suma da como resultado 2, puesto que siempre se va a ir adicionado un número muy pequeño a la cantidad obtenida y este se va aproximando a 2, este tipo de esquema responde al *Esquema de Infinito asociado a lo Infinitesimal* (EII). Por otro lado, los grupos 3, 4, 9 y 10 coinciden en manifestar que el resultado es *Infinito* alegando que al ser un proceso infinito en el cual se adiciona una cantidad a otra, de manera reiterada y aunque sea muy pequeña cada vez más la cantidad resultante será infinita. Al repetirse de manera ilimitada el procedimiento, se observa que surge un obstáculo epistemológico, ya estudiado por D'Amore y otros (2006), que guarda relación al fenómeno de *Dependencia* y tiene su origen en el desarrollo dentro del estudiante del *Esquema de Infinito Potencial* (EIP) ya identificado por medio del análisis histórico.

Por otro lado, a lo concerniente a los grupos 6 y 8, hay que mencionar que el grupo 6 no supo contestar, tal vez por la imposibilidad de saber operar con fracciones, lo cual indica conflictos u obstáculos de otra índole, lo mismo se puede decir del grupo 8, ya que su respuesta no es correcta y nada lógica.

3. **Dados dos segmentos de recta *AB* y *CD* que se muestran a continuación:** A ———————— B C ———— D **¿En cuál de los segmentos existe una mayor cantidad de puntos? Justifique su respuesta.**
Grupo Nº 1: Es la línea AB, porque la línea está formada por una sucesión de puntos más extensos.
Grupo Nº 2: Es la recta AB ya que es una línea más grande.
Grupo Nº 3: AB. Porque la recta es una sucesión de puntos en un plano y como vemos según lo explicado la recta AB es más larga o sea tiene más puntos.
Grupo Nº 4: La mayor cantidad de números esta AB porque es la más larga.
Grupo Nº 5: Es el AB porque tiene gran cantidad de puntos que el CD y es más grande la distancia que existe en ese segmento.
Grupo Nº 6: AB. Porque es más larga la cantidad de puntos.
Grupo Nº 7: AB ya que su recta es más larga que la de CD.
Grupo Nº 8: A y B porque lo cual tiene una mayor cantidad de números, etc. Y es más larga.
Grupo Nº 9: AB. Mientras más larga mayor cantidad.
Grupo Nº 10: La recta que tendría mayor número de puntos es la AB ya que la línea es más larga.

Análisis:

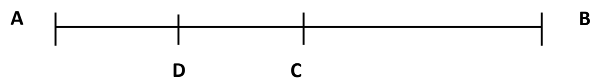
Es de notar, que ante esta interrogante, la totalidad de los grupos, en base a un modelo gráfico, manifiestan que un segmento de mayor longitud existe una mayor cantidad de puntos en comparación a otro segmento de menor tamaño, y esto es atribuido a la extensión del segmento; puesto que, al evocar que una recta es una sucesión de puntos en un mismo plano llegan a la conclusión que una mayor extensión en el segmento es garantía de un mayor número de puntos en este. Esto tiene que ver a lo descrito y explicado anteriormente en lo concerniente al fenómeno de *Dependencia* (D'Amore y otros, 2006), este esquema conceptual guarda relación al EIAP.

4. **¿Tendrá el conjunto de los números naturales $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, n\}$ más elementos que el conjunto $[0, 1]$ de lo números reales? Justifique su respuesta.**
Grupo Nº 1: El de los números naturales porque son una sucesión de números hasta el infinito igual al conjunto $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$
Grupo Nº 2: Los dos conjuntos tienen números infinitos porque los números naturales y el conjunto $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$ siguen hasta el infinito.
Grupo Nº 3: Los números reales tienen menos elementos porque los números naturales son infinitos y los reales nos dicen que solo es $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$.
Grupo Nº 4: N tiene más porque los números reales tiene de $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$ y los números naturales son de 0 hasta mas infinito.
Grupo Nº 5: Los números naturales tienen más elementos porque son infinitos.
Grupo Nº 6: Los números naturales tienen más elementos porque son infinitos.
Grupo Nº 7: Los números naturales tienen más, ya que los naturales llegarían en este caso hasta el infinito.
Grupo Nº 8: No sabríamos explicarlo, los dos son infinitos.
Grupo Nº 9: Los números naturales tienen más porque son de 0 al infinito.
Grupo Nº 10: Los números naturales tienen más elementos ya que tiene más números.

Análisis:

La presente interrogante plantea que conjunto posee mayor cantidad de elementos, si el conjunto de los números naturales o el conjunto conformado por el intervalo $[0,1]$ de los números reales, ante tal problemática los grupos 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9 y 10 expresan que el conjunto de los números naturales es el que ostenta mayor cuantía de elementos. Puesto, los elementos que integran dicho conjunto son vistos como una sucesión de números que comienzan con el 0 siguen hasta el infinito. El esquema predominante es el EIP y el obstáculo epistemológico presente el de *Dependencia*. Sin embargo, en los grupos 2 y 8 se observa la patología del *Aplastamiento* (Arrigo y D'Amore, 2004) incurriendo así en la equipotencia entre estos dos conjuntos, solo por el hecho de ser infinitos llegan a pensar que son iguales.

5. **Dado el segmento AB:**



Si este se divide a la mitad, digamos en el punto C, se forma el segmento AC. Si este segmento se divide a la mitad, en el punto D, se obtiene el segmento AD. Si este proceso continua realizándose ¿Tendría fin este proceso? Explique su respuesta.

Grupo Nº 1: No tendría fin porque se podría seguir dividiendo el segmento.
Grupo Nº 2: No tendría fin, ya que se podría seguir dividiendo a la mitad todos los segmentos.
Grupo Nº 3: No tendrían fin porque cada vez que dividimos tendríamos otro punto es decir seria infinito.
Grupo Nº 4: Claro que seguiría realizándose para conseguir la mitad de AD y si tendría fin porque ya no hay mas línea.
Grupo Nº 5: No tendría fin, ya que esa recta se podría dividir en infinidades de puntos.
Grupo Nº 6: Si, si el proceso continua se llegaría al punto A.
Grupo Nº 7: Si, hasta llegar a A.
Grupo Nº 8: No, pues se seguiría realizándose.
Grupo Nº 9: Se podría realizar el proceso pero si tiene fin porque no hay más espacio.
Grupo Nº 10: Si tendría fin ya que el punto final es B.

Análisis:

En este ítems se busca obtener información con relación al esquema que poseen los sujetos ante lo posibilidad de aplicar un proceso de subdivisión infinita en un segmento de recta, trabajando así sobre la base de un modelo gráfico, al igual que en el ítems Nº 3. Como resultado, se obtuvo que al aplicar el análisis de contenido a las respuestas dadas por los grupos establecidos, se evidenció que los grupos Nº: 1, 2, 3, 5 y 8 manifiestan que dicha subdivisión si se podría seguir realizando al infinito, puesto que siempre que se realice la subdivisión continua del segmento se podrá conseguir un nuevo punto que determine el punto medio del segmento obtenido por este proceso. Este esquema, responde al EIP ya identificado anteriormente. Por otro lado, este tipo de esquema adolece del obstáculo epistemológico de *Dependencia* (D'Amore y otros, 2006).

De igual manera, en los grupos Nº: 4, 6, 7, 9 y 10 se pudo constatar otro tipo de respuesta, para los cuales el proceso de subdivisión del segmento si tiene fin y alcanza al punto A, dando el paso a la idea de límite y logrando alcanzar el extremo del segmento. Este esquema, está asociado EICF, en su forma más simple, debido a que aunque el proceso se realice de manera ilimitada se llega a un momento en el proceso donde se alcanza la magnitud, en este caso el punto extremo.

6. **Dados dos conjuntos, el conjunto $A = \{-5, 0, 2, 4, 6, 8\}$ y el conjunto $B = \{-8, -1, 3, 5, \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}\}$. ¿Cuántos elementos posee cada conjunto? además explique si los dos conjuntos poseen una mayor o menor o igual cantidad de elementos. Justifique su respuesta.**
Grupo Nº 1: El conjunto A contiene 6 elementos y el B contiene 5. Porque el caso del B los números están encerrados con llaves y se cuenta como uno solo.
Grupo Nº 2: El conjunto A posee 6 elementos y el conjunto B posee 5 elementos. El conjunto A posee mayores elementos que el conjunto B.
Grupo Nº 3: El conjuntos A posee 6 elementos y el conjunto B es la sucesión de números o sea es infinito nunca va terminar, eso quiere decir que el conjunto B contiene más elementos por qué no va a terminar.
Grupo Nº 4: El conjunto A tiene 6 elementos y el conjunto B tiene 11. El conjunto A tiene una menor cantidad y el conjunto B tiene mayor cantidad.
Grupo Nº 5: No saben, no respondieron.
Grupo Nº 6: El conjunto A posee 6 elementos y el conjunto B posee elementos en infinito.
Grupo Nº 7: No saben, no respondieron.
Grupo Nº 8: El conjunto A tiene más elementos que el conjunto B. Por lo cual el B tiene 5 elementos mientras que el A tiene 6 elementos.
Grupo Nº 9: No saben, no respondieron.
Grupo Nº 10: El conjunto A posee 6 elementos y el conjunto B posee 5. El conjunto A posee más elementos.

Análisis:

El problema descrito tiene como fundamento la teoría de conjunto y en él se busca obtener información relacionada a la noción de infinito actual ligada a la idea de un todo en un solo conjunto y que este a su vez es elemento de otro conjunto. Como consecuencia de esta, se obtuvieron una serie de respuestas que giran en torno a tres vertientes. La primera, manifiesta que el conjunto A contiene 6 elementos mientras el conjunto B contiene 5 (grupos: 1, 2, 8 y 10), y esto se debe, a que logran intuir que el conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$ es también un elemento que pertenece al conjunto B. Aquí se puede observar que el esquema que predomina es el EICF.

Por su parte, el segundo tipo de respuesta expresa que el conjunto B posee más elementos que el conjunto A, alegando que el conjunto B posee infinitos elementos. Esto se debe a que no comprenden la idea de conjunto como una totalidad de los elementos que lo conforman, aunque estos elementos sean infinitos, es decir, que el esquema que opera en ellos es el EIAP. Cabe agregar, que el grupo Nº 4 su respuesta la manifiesta desde una confusión al determinar mal los elementos de B al no entender la simbología empleada. Asimismo, se obtiene otro tipo de respuesta ligada quizás a conflictos semióticos al no entender el significado ciertos signos, símbolos, el lenguaje empleado o la comprensión de conceptos previos, en este tipo de respuesta se encuentran los grupos Nº: 5, 7 y 9; puesto que no saben, no contestaron.

7. **Un día Aquiles y la Tortuga compiten en una carrera. Si la tortuga inicia la carrera con una leve ventaja con respecto al heleno, antes de alcanzar a la Tortuga, Aquiles debe recorrer el espacio que le separaba inicialmente de ella y, mientras tanto, la Tortuga habrá avanzado una distancia, por pequeña que sea. De igual manera, Aquiles debe recorrer esta distancia que ahora le separa de la Tortuga antes de alcanzarla, dando ocasión al animal de avanzar otro poco, aunque sea una distancia pequeña, con lo que de nuevo surge una separación entre ambos corredores que Aquiles ha de cubrir en un tiempo durante el cual la Tortuga adelantará otra distancia muy minúscula, y así, sucesivamente, siempre existirá una separación entre los dos corredores. ¿Podrá o no Aquiles alcanzar a la Tortuga? Explique su respuesta.**

Grupo Nº 1: No, porque mientras Aquiles se cansa, la tortuga va avanzando más y más. Así sea tan poco. Lo que avance la tortuga Aquiles no lo va alcanzar.
Grupo Nº 2: No porque mientras él intenta alcanzarla la tortuga avanza una distancia más pequeña cada vez y mientras él se cansa ella continua adelante.
Grupo Nº 3: No la podrá alcanzar porque cada vez que el alcance lo que llevo la tortuga, la tortuga va a avanzar también.
Grupo Nº 4: Si existe una separación pero si se puede alcanzar con solo aumentar el paso de su carrera y si no lo hace no lo alcanzaría nunca.
Grupo Nº 5: No alcanzaría a la tortuga porque habrá una mínima distancia que hace que permita a la tortuga avanzar una distancia más para que ella llegue a la carrera.
Grupo Nº 6: No porque mientras el alcance la distancia por más pequeña que sea la tortuga va avanzando un poco más y más.
Grupo Nº 7: ´No, ya que Aquiles permitirá que avance una pequeña distancia y siempre habrá una distancia entre ellas.
Grupo Nº 8: Si alcanza a la tortuga.
Grupo Nº 9: Si Aquiles corre mucho más rápido puede alcanzar la distancia porque la tortuga necesita apresurarse.
Grupo Nº 10: Aquiles si alcanza la tortuga ya que es una tortuga y Aquiles es más rápido.

Análisis:

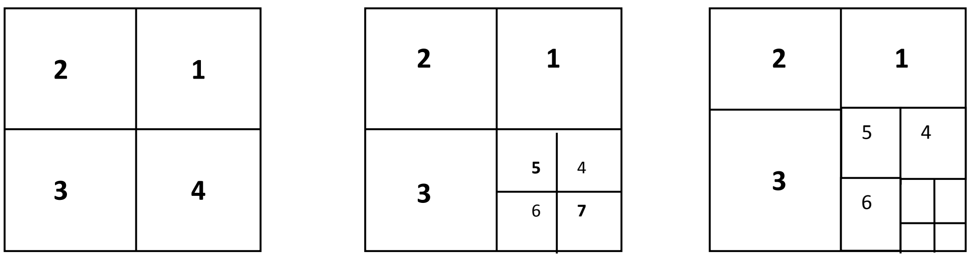
El problema presentado a los estudiantes alude a una de las paradojas de Zenón, la paradoja de Aquiles y la tortuga, en este se describe un proceso de subdivisión infinita que se obtiene al dividir infinitamente el camino que recorren por una distancia determinada por: el movimiento, tiempo y el espacio que se da a lugar entre ambos, pidiéndole a los sujetos, a groso modo, que determine si el proceso tendrá fin justificando al hacerlo.

Sin embargo, estas respuestas dependen de la naturaleza del objeto, es decir, si este es matemático se considera que el proceso descrito es infinito, aunque de resolución a través la teoría de límites. Mientras, si trata de un objeto físico el proceso es finito. Esta dualidad es observada en las respuestas manifestada por los individuos, puesto que la mayoría de los grupos participantes (6 de 10) responden siguiendo el EIP, por lo que llegan a pensar que si se mantiene dicho proceso durante la carrera, jamás Aquiles alcanzara a la tortuga.

En este punto, se puede observar además, que tal concepción puede ser impulsada o fundamentada por la falsa creencia en su subconsciente de que la suma de un número infinitamente grande de magnitudes finitas y extensas, por pequeñas que sean, constituye una magnitud infinitamente grande, pensamiento dominante en la cultura griega. Por otro lado, 4 de 10 grupos manifiestan que si es posible que Aquiles alcance a la tortuga, pero sus respuestas están basadas más desde su experiencia cotidiana y abordadas desde una perspectiva física, más que producto de un análisis lógico – matemático, por lo que para ellos el proceso detallado durante la carrera es finito.

8. **Dado un cuadrado de 4cm de lado y de área 16 cm^2 y que se divide en cuatro partes iguales como se muestra en la *figura (a)*, Luego, a ese mismo cuadrado se le vuelve a aplicar una subdivisión pero ahora al cuadrado Nº 4, obteniendo otros cuatro cuadrados iguales, como se observa en la *figura (b)*. Si se sigue realizando este proceso de subdivisión al último cuadrado de los cuadrados que resulten de la subdivisión anterior, como se ejemplifica en la *figura (c)*, y así realizándose sucesivamente de manera como se ha ido describiendo, tantas veces como se pueda efectuar ¿Cuántos cuadrados se pueden obtener? Justifique su respuesta.**

Figura (a) *Figura (b)* *Figura (c)*



Además, si se suma el área de todos los cuadrados conseguidos como resultados de las subdivisiones progresivas ¿Cuál sería el valor total de esta área? Argumente razonadamente su respuesta.

Grupo Nº 1: R1[1]: Se puede subdividir cuantas veces quieres, es infinito este procedimiento. R2: Son infinitos como ya se dijo en la respuesta anterior, no podría decir algo en específico, ya que es infinito.
Grupo Nº 2: R1: Los cuadros van a ser infinitos porque siempre el último cuadro se va a dividir en 4 y así sucesivamente. R2: El valor del área no se podría saber ya que también el número sería infinito.
Grupo Nº 3: R1: Se debe obtener una sucesión de cuadrado que nunca va a terminar, ya que siempre se puede dividir. R2: El área seria infinita porque por más pequeña que sea el cuadrado va a tener área, y se va a seguir sumando por cada subdivisión que se haga.
Grupo Nº 4: R1: Solo los que tenemos en las figuras, ya que si hacemos otros cuadros más no cabría en el cuadro inicial. R2: No tendría valor porque son infinitos.
Grupo Nº 5: R1: Infinidades de cuadrados, ya que seguimos dividiendo cada último cuadro por 4. R2: Infinita. Pues son infinitos cuadrados.
Grupo Nº 6: No contestaron.
Grupo Nº 7: R1: Infinitos cuadrados. R2: 16 y hasta el infinito.
Grupo Nº 8: R1: Infinitos. Se realizan indefinidamente los cuadrados. R2: El valor total sería la misma porque estas subdivisiones se obtendrían de la misma de 4cm de lado y de área 16 $\boldsymbol{cm^2}$.
Grupo Nº 9: R1: Podría ser cuadro sobre cuadro hasta donde la vista pueda llegar. R2:12 si son 4 cuadrados en cada cuadro.
Grupo Nº 10: R1: 14 cuadrados ya que al último cuadrado sería imposible sacarle una subdivisión. R2: No contestaron.

Análisis:

De manera similar a las anteriores interrogantes, en esta pregunta se plantea el problema de la subdivisión infinita pero esta vez en un contexto geométrico relacionado a un problema de área de un cuadrado, así de esta manera se les pide determinar cuántos cuadrados pueden resultar si se continúa el proceso detallado en dicha pregunta. Por otro lado, se pide, además, el valor del área total del cuadrado, aquí lo que se busca es comprobar si los sujetos están en capacidad de comprender que aunque el cuadrado se subdivida en infinitos subcuadrados el área sigue permaneciendo igual sin variar visto desde la perspectiva del *Infinito actual*.

Como resultado se obtuvo, que 6 de 10 grupos manifestaron que la cantidad de cuadrados que se obtendrían a través del procedimiento descrito es *Infinito*, debido a la reiterratividad del proceso de subdivisión. Mientras que 3 de 10 grupos convergen en que el espacio del cuadrado determina la cantidad de cuadrados que se pueden obtener mediante este proceso. De igual forma, se puede observar que 1 de 10 grupos no respondió al problema planteado, esto puede ser debido a que no entendió la situación que se le planteaba convirtiéndose en un obstáculo semiótico al carecer de conceptos básicos para su entendimiento. El esquema dominante es el EIP.

En cuanto a la segunda parte del problema, 6 de 10 grupos convergen en que el área total del cuadrado es infinita, solo por el hecho de obtenerse infinitos cuadrados del de subdivisión ilimitada. Asimismo 1 de 10 grupos logró comprender que sin importar la cantidad de subcuadrados que se obtengan mediante ese proceso, el área total del cuadrado se mantendrá igual.

Otros resultados hallados, 2 de 10 grupos no contestaron posiblemente porque no tenían las herramientas cognitivas o por conflictos semióticos, y 1 de 10 grupos que respondió desde un punto de vista finitista al manifestar una cantidad dependiendo del número de cuadrados obtenidos, no entendiendo el concepto de área, evidenciándose el obstáculo de Deslizamiento (Arrigo y D'Amore, 1999).

9. **Sean los siguientes conjuntos: el conjunto de los números naturales N, el conjunto de los números enteros Z, el conjunto de los números racionales Q y el conjunto de los números reales R ¿Qué relaciones y características podrías establecer entre ellos?** **Además, si se comparan entre sí, según tu opinión, ¿Quién tiene una mayor o menor o igual cantidad de elementos? De ser posible la clasificación, manifiéstala justificando tu respuesta.**
Grupo Nº 1: R1: Los Números N, Z y R son iguales porque son infinitos. Q dentro de los números reales. R2: Los conjuntos N, Z y R son infinitos los números racionales son fracciones que no tienen mucha extensión.
Grupo Nº 2: R1: los números N, Z y R son iguales, ya que todos son números enteros e infinitos. Y dentro de los números Reales (R) están o se encuentran los números N, Z y Q. R2: Los conjuntos N, Z y R son infinitos, los números racionales son fracciones pero no se extienden mucho.
Grupo Nº 3: R1: Todos son infinitos y ninguno tiene fin. R2: Todos son iguales, son infinitos o sea no hay número mayor.
Grupo Nº 4: No contestaron.
Grupo Nº 5: R1: Sus relaciones tendría como resultado una combinación de números. R2: Los números naturales tienen más elementos.
Grupo Nº 6: No contestaron.
Grupo Nº 7: R1: Que hay números entre ellos. R2: Todos son infinitos.
Grupo Nº 8: R1: Que ambos tienen conjunto en el cual están relacionados con los números naturales. R2: Los números N.
Grupo Nº 9: No contestaron.
Grupo Nº 10: R1: Que todos son números. R2: Los números naturales tendrían más elementos que los demás.

***Análisis*:**

De lo planteado, se puede observar que todos los grupos no tienen bien claro la definición que le corresponde a cada conjunto numérico, lo cual resulta un obstáculo para comprender otros conceptos relacionados con los conjuntos y así establecer comparaciones. Por otro parte, se evidencia la existencia del obstáculo epistemológico denominado *Aplastamiento* (D'Amore,y otros, 2006), ya que consideran que los distintos conjuntos numéricos son iguales, en cuanto infinitos estos tienen la misma cantidad de elementos. Es notorio señalar, que 3 de 10 grupos afirman que el conjunto de los números naturales poseen la mayor extensión de elementos, esto puede ser debido a nociones erróneas que se suscitaron al momento de comenzar a estudiar en los primeros años de educación media y general.

[1] R1 alude a la respuesta de la primera parte del problema y R2 a la segunda.

1.2.2. Resumen de los resultados obtenidos de la implementación y aplicación del taller y del instrumento a nivel del 5to año de educación media y general.

Como resultado del recolección, procesamiento y análisis de la información obtenida de los estudiantes del 5to año de educación media y general se pudo constatar una tendencia a relacionar o representar semánticamente el término *Infinito* con algo que no posee fin o ilimitado, atribuyéndole en la mayoría de los casos como propiedad o característica de los números y los conjuntos numéricos, no obstante algunos tiene un significado asociado a una especie de número representado a través de un símbolo ∞ o por medio dereferencias a un marco espacial. Además, se pudo observar que las respuestas emitidas por los jóvenes tienen su marco referencial desde su experiencia cotidiana abordadas desde una perspectiva física, producto de su relación con el entorno social y espacial, más que de un análisis lógico – matemático.

Por otro lado, se identificó una serie de esquemas conceptuales que operan dentro del modelo de pensamiento desarrollado por los sujetos, estos son en su mayoría el *Esquema de Infinito en su Acepción más Primitiva* (EIAP) y *Esquema de Infinito Potencial* (EIP). Mientras que, en pocos casos, se evidenció la existencia del *Esquema de Infinito asociado a lo Infinitesimal* (EII) y *Esquema de Infinito asociado a la noción de Conjuntos y a una Función* (EICF) en la resolución de cierto tipos de problemas. Cabe agregar, que además, se verificó la presencia de obstáculos de orden epistemológicos ligados a la noción de *Infinito* como lo son el fenómeno de *Dependencia* y el de *Aplastamiento*; así como también obstáculos relacionados al concepto de fracción, conjuntos y de orden semiótico al no entender el significado ciertos signos, símbolos, el lenguaje empleado o la comprensión de conceptos matemáticos previos. Estos podrían ser interés para futuras investigaciones para la mejor comprensión de la formación de los esquemas conceptuales de otros conceptos fundamentales para el entendimiento y desarrollo del pensamiento matemático avanzado.

4.2.3. Registros obtenidos de los estudiantes del cuarto semestre de Educación Mención Matemática, pertenecientes a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Para este caso se elaboró y se aplicó, de igual manera, un taller a doce (12) Estudiantes del cuarto semestre de Educación Mención Matemática pertenecientes a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, turno mañana, concerniente a la noción de *Infinito*. Este, comprendió en una primera fase en una Transposición Didáctica (TD) del tópico: *Infinito* mediante una presentación en Power Point explicada por el investigador, los puntos tratados fueron:

- Infinito potencial vs. Infinito actual.
- Noción de Conjunto y conjuntos numéricos.
- Función. Tipos. Función biyectiva.
- La idea de Número. Noción de clase. La Paradoja de Russell. El acto de contar.
- Conjuntos finitos y Conjuntos infinitos.
- Comparación entre los conjuntos numéricos (conjuntos infinitos numerables y no numerables). La idea de Cardinal de un conjunto. Conjuntos Equipotentes. Demostraciones de Georg Cantor.
- El conjunto Potencia.
- La hipótesis del continuo.
- La paradoja de Zenón.
- La idea de Límite.

Luego de esto, se procedió a la verificación de conocimientos, aplicando un instrumento a cada sujeto, teniendo en cuenta lo manifestado en la *TPMA* (la formación o construcción de esquemas mentales o conceptuales por medio de actividades donde la capacidad de razonamiento lógico y reflexivo de los participantes se vea aumentada, así como también el reajuste y la reorganización de sus conocimientos previos. Ahora, a las respuestas obtenidas, los métodos de resolución y las soluciones dadas por los participantes se les aplicó un análisis didáctico desde la perspectiva de las teorías ya mencionadas en la presente investigación.

Análisis de la información obtenida:

Como consecuencia de la actividad realizada se pudo obtener los siguientes registros, de acuerdo al orden de los ítems planteados en el cuestionario. A continuación se describen y analizan la información conseguida.

1. ¿Has escuchado alguna vez la palabra *Infinito*? ¿Qué significado tiene para ti dicha palabra? ¿Cómo lo describirías, da algunos ejemplos?
Sujeto Nº 1: Si, es un conjunto de elementos no contables.
Sujeto Nº 2: El infinito es una palabra que describe lo que no es tangible que está muy lejos de ser tangible. Ej.: El espacio (es infinito), no sabemos cuál es su límite.
Sujeto Nº 3: Si, mi significado para mí los números no tienen un infinito en si por ejemplos $\{\mathbf{1}, \mathbf{2}. \mathbf{3}, \dots\}$
Sujeto Nº 4: Una palabra que no posee ningún punto de llegada ej.: expresión de los naturales que van desde el 0 hasta ∞.
Sujeto Nº 5: Si, el significado es que es un digito o cifra de extensión incalculable.
Sujeto Nº 6: Si, esto quiere decir que significa que por más números o elementos que existan y se ordenen jamás tendrá fin ejemplo cuando hace la representación en una gráfica o una recta dices desde $-\infty, \dots, \boldsymbol{x_0}, \dots, +\infty$
Sujeto Nº 7: Si, que es una sucesión ilimitada. Ejm: $\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \dots \infty$
Sujeto Nº 8: Si, para mí sería un conjunto de números de los cuales no tienen inicio ni final un ejemplo seria los números reales.
Sujeto Nº 9: Si la he escuchado, para mí significa un conjunto en el sus elementos son incontables sin un inicio y sin un fin. Un ejemplo seria el contar los granos de arena.
Sujeto Nº 10: Infinito podría ser la continuación de cualquier número que no tiene fin. Ejemplo: los números naturales: $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \dots, \boldsymbol{n}\}$
Sujeto Nº 11: Si, tiene como significado algo que no termina, puede ser un buen ejemplo los números reales.
Sujeto Nº 12: Si la he escuchado, pues para mí es un conjunto de números que no se pueden contar. Un ejemplo de ello son los intervalos que van de un número a otro en los reales. Hay infinitos números.

Análisis:

En primera instancia se puede observar que el esquema imperante es el EIP, puesto prevalece la visión de un *Infinito* potencial en un 100% de los encuestados, por más grande que sea un número, siempre existirá otro más grande que este y así sucesivamente, esto se puede observar frases como "elementos son incontables sin un inicio y sin un fin", "sucesión ilimitada", conjunto de números que no se pueden contar, entre otros. Por otro lado, también se hace referencia al *Infinito* como algo intangible o en asociación a un símbolo ∞.

2. Considere la siguiente suma $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots+\ldots$ ¿Cuál crees que es el valor de esta suma? Explica tu respuesta. (Garbín, 2000)
Sujeto Nº 1: Es una suma infinita de fracciones.
Sujeto Nº 2: $\frac{1}{(n)^2}$; donde $\mathbf{n=}$ **número par**. El valor de esta suma es infinito ya que se puede seguir sumando la sucesión de números.
Sujeto Nº 3: $\frac{5}{36}$ ese valor que creo porque sumo todo.
Sujeto Nº 4: No contesto.
Sujeto Nº 5: Considero que se aproxima a 2, puesto que a medida que crece el denominador se acerca a cero el valor de la fracción que posee dicho denominador.
Sujeto Nº 6: No contesto.
Sujeto Nº 7: $\frac{N}{N^2}+\infty$ es una sucesión ilimitada, no posee un fin.
Sujeto Nº 8: El valor seria $\frac{1}{32}$ por la sucesión de los términos.
Sujeto Nº 9: El valor seria $\frac{1}{2n}$
Sujeto Nº 10: El valor es infinito. Consecuencia en enteros de multiplicar el resultado por sí mismo.
Sujeto Nº 11: El resultado es infinito.
Sujeto Nº 12: Es $\frac{1}{n.2}$ ya que es una sucesión que va de 2 en 2.

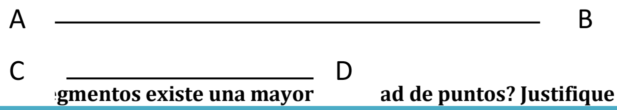
Análisis:

En este se aprecia como la idea generalizada en relación a la sucesión $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots+\ldots$ es que su suma sea infinita o ilimitada, aunque algunos lo hayan explicado desde el termino general, no obstante en muchos casos equivocada, esto puede ser debido a conflictos semióticos u obstáculos adquiridos en el proceso de aprendizaje ajenos a la noción de *Infinito*, estos no son objeto de estudio para la presente investigación, pero son de interés relevante para futuros trabajos. Es conveniente señalar, que solo un individuo logro comprender el problema al plantear que dicha suma de sucesión ya mencionada es 2, comprendió que a medida que se va sumando fracciones estas van tendiendo a 0 debido a que el denominador se va haciendo más grande a medida que continua la sucesión. El esquema dominante en los sujetos es el EIP.

3. Dada la siguiente sucesión $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \ldots$ ¿Cuál crees que es el valor del último término de esta sucesión? Razone su respuesta.
Sujeto Nº 1: El siguiente número de la sucesión es $\frac{1}{390625}$ al multiplicar el denominador $\frac{1}{625}$ dos veces, al seguir multiplicando se siguen generando más números.
Sujeto Nº 2: El patrón de esta sucesión es: $\frac{1}{5^n}$; donde n es desde 1 hasta el infinito numérico.
Sujeto Nº 3: $\frac{1}{1025}$ porque veo cuanto tengo que llegar.
Sujeto Nº 4: No contesto.
Sujeto Nº 5: No contesto.
Sujeto Nº 6: El término de esta sucesión es $\frac{1}{78125}$ porque se realiza una multiplicación entre fracciones de la sucesión.
Sujeto Nº 7: $\frac{1}{(N)^5}+\cdots$, no posee esuna sucesión ilimitada.
Sujeto Nº 8: Seria $\frac{1}{3125}$ también dada siguiendo la sucesión.
Sujeto Nº 9: No tiene, pero se puede expresar como $\frac{1}{5^n}$.
Sujeto Nº 10: $\frac{1}{3125}$ multiplique el resultado del denominador por 5.
Sujeto Nº 11: No contesto.
Sujeto Nº 12: Es $\frac{1}{5n}$ ya que es una sucesión que va de 5 en 5.

Análisis:

En este ítem se plantea algo similar a lo descrito en el ítem Nº 2, salvo que en vez de pedirles hallar la suma, se les pide encontrar el valor del término enésimo de la sucesión, en este caso 0. Aquí se puede ver que los sujetos presentan problemas al trabajar con secuencias sucesiones numéricas que involucren una serie infinita y fracciones, así como también la obtención del término enésimo. Por otro lado, no comprenden el hecho de que a medida que el denominador va tendiendo a una cantidad muy elevada, la sucesión se va acercándose al valor de 0. En algunos casos, se observó, a pesar de sus respuestas, la tendencia a manifestar que el valor no se podía hallar, que era ilimitada o era infinita, por lo que se releja en los sujetos el esquema EIP.

4. Dados dos segmentos de recta *AB* y *CD* que se muestran a continuación:  **¿En cuál de los gmentos existe una mayor ad de puntos? Justifique su respuesta.**
Sujeto Nº 1: El segmento AB por ser este de mayor longitud que el segmento CD
Sujeto Nº 2: Donde existen más cantidad de números es el segmento AB ya que la distancia entre A y B es mayor que el CD; por lo tanto tiene más cantidad de puntos.
Sujeto Nº 3: AB porque la distancia que tiene en cambio CD no tiene mucha distancia.
Sujeto Nº 4: AB ya que la línea es una sucesión de puntos y si se observa la línea más amplia es del segmento AB.
Sujeto Nº 5: En el segmento AB, ya que es más extensa.
Sujeto Nº6: Desde C hasta D; porque si te vas a la representación puede existir la posibilidad que el segmento de recta AB tenga menos elementos que CD.
Sujeto Nº 7: AB, posee la mayor sucesión de puntos, ya que el segmento es mayor.
Sujeto Nº8: El segmento AB por tener una mayor sucesión de puntos que el otro segmento.
Sujeto Nº 9: El segmento AB tiene mayor cantidad de puntos, ya que por definición una recta (o en este caso un segmento, es una sucesión de puntos con una distancia muy aproximada, por figura se puede notar por figura que AB > CD.
Sujeto Nº 10: Es el segmento AB porque tiene mayor distancia.
Sujeto Nº 11: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 12: En la recta de AB, ya que mide más que la recta CD.

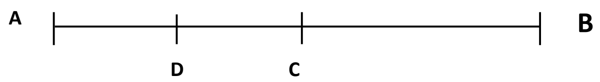
Análisis:

Como resultado del análisis se evidenció que un 83,33 % de los sujetos presentan el fenómeno de Dependencia (D'Amore y otros, 2006), puesto que la cantidad de elementos (puntos) existentes en el segmentos depende de su extensión, no comprendiendo que dichos segmentos pueden tener la misma cantidad. Pese a que este hecho fue explicado durante la presentación, los procesos mentales ya interiorizados y los obstáculos epistemológicos son persistentes y recurrentes, por lo que siguen respondiendo desde ese modelo cognitivo adquirido con el tiempo. Además, también se puede notar que el esquema que domina en sus procesos cognitivos es el EIAP.

5. **¿Tendrá el conjunto de los números naturales $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ más elementos que el conjunto $[0, 1]$ de lo números reales? Justifique su respuesta.**
Sujeto Nº 1: No, porque el conjunto N tiene una cantidad n de elementos que nos sirven para contar y el conjunto$[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$ tiene una cantidad infinita de decimales.
Sujeto Nº 2: Si, ya que dentro del intervalo de los números naturales existen más números que dentro del intervalo $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$.
Sujeto Nº 3: Si, porque el conjunto N tiene más elementos que el conjunto $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$.
*Sujeto Nº 4:*No, ya que del 0 a 1 aparecerán progresivamente decimales como sea necesario (infinitos)
Sujeto Nº 5: evidentemente si ya que es más grande el conjunto N respecto al intervalo $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$.
Sujeto Nº 6: No, porque si cuentas jamás llegara a 1 como lo explico en la exposición.
Sujeto Nº 7: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: No tiene porque entre $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$ existen infinitos números.
Sujeto Nº 9: No, debido a que se puede ir asociando cada elementos del conjunto de los números naturales son los elementos del conjunto de los números naturales son los elementos de ese intervalo, pero dentro de ese intervalo irán apareciendo más elementos entre cada elemento.
Sujeto Nº 10: No, ya que el conjunto $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$ tiene infinitos decimales entre ellos.
Sujeto Nº 11: no, ya que ambos conjuntos poseen infinitos números.
Sujeto Nº 12: No tiene más elementos como ya se dijo anteriormente en un intervalo pequeño de los números reales existen infinitos números, aunque se puede decir que son equivalentes.

Análisis:

En este caso se tiene que el 66,67 % de los sujetos, a los que se le aplicó el cuestionario, concuerda con que es imposible que el conjunto de los números naturales posea más elementos que el conjunto de elementos comprendidos en el intervalo real [0,1], lo cual indica la comprensión del cardinal del conjunto de números reales y que este no puede ser dispuesto en correspondencia biunívoca con el conjuntos de los números naturales, esto puede ser debido a la demostración realizada durante la presentación, por lo que, a lo que respecta a este punto, parece haberse franqueado el obstáculo de *Aplastamiento*. No obstante, los obstáculos epistemológicos se presentan de forma recurrente en andamiaje cognoscitivo, aunque se hayan podido superar en un primer momento. El esquema manifestado es el EICF.

6. **Dado el segmento *AB*:**  **Si este se divide a la mitad, digamos en el punto *C*, se forma el segmento *AC*. Si este segmento se divide a la mitad, en el punto *D*, se obtiene el segmento *AD*. Si este proceso continua realizándose ¿Tendría fin este proceso? Explique su respuesta.**
Sujeto Nº 1: No, ya que la distancia entre de dos puntos hay números infinitesimales
Sujeto Nº 2: Si ya que un segmento se puede seguir dividendo hasta que su distancia no le permita seguir dividiéndose por la mitad.
Sujeto Nº 3: Claro que tendría fin porque si seguimos dividiendo vamos a tener fin en el conjunto.
Sujeto Nº 4: Si porque podrá realizarse cantidades de veces pero llegara un punto en que ya no se logre dividir a la mitad y el punto toque con el punto A.
Sujeto Nº 5: En teoría no tendría fin porque por más pequeño que fuere el segmento este siempre va a tener un punto medio que es infinitesimalmente pequeño respecto al anterior.
Sujeto Nº 6: Si tendría fin; porque una vez que se formen todos los elementos posibles de combinación no se podrá realiza más combinación de segmentos.
Sujeto Nº 7: No, ya que en cada punto se pueden generar más divisiones.
Sujeto Nº 8: Si porque el segmento tiene fin.
Sujeto Nº 9: Si, se tardara un buen tiempo en llegar al fin. Pero por definición de segmento: es un área de una línea con principio y fin sabemos que los segmentos no son infinitos.
Sujeto Nº 10: No tiene fin porque es una secuencia que conlleva a otros puntos igual a los números.
Sujeto Nº 11: No tendrá fin, ya que siempre existirán infinitos puntos entre cada nuevo segmento resultante.
Sujeto Nº 12: Si, ya que es una recta infinita. Este cerrada entre dos puntos.

Análisis:

Se puede observar que un 58,33 % de los estudiantes que participaron plantean que si es posible que el proceso termine ya que las sucesivas subdivisiones del segmento tienden al punto extremo, dando la idea de la noción de Infinito actual, aunque el tipo de respuesta dada por los sujetos implica al EIPSL, ya que se expresa en sus argumentos a modo de tendencia como se explica en la teoría de límites.

7. **Dados dos conjuntos, el conjunto $A = \{-5, 0, 2, 4, 6, 8\}$ y el conjunto $B = \{-8, -1, 3, 5, \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}\}$. ¿Cuántos elementos posee cada conjunto? además explique si los dos conjuntos poseen una mayor o menor o igual cantidad de elementos. Justifique su respuesta.**
Sujeto Nº 1: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 2: Los conjuntos A y B poseen finitos elementos; pero en el conjunto B hay muchos más elementos.
Sujeto Nº 3: A posee 6 elementos en cambio B tiene 11 elementos, el conjunto B tiene mayor elementos que el conjunto A y ninguno tiene igual cantidad de elementos.
Sujeto Nº 4: El conjunto A posee los elementos de dos números enteros pero el conjunto B posee dentro de sus elementos enteros un subconjunto de los números naturales.
Sujeto Nº 5: A posee 6 elementos. B posee 5 elementos.
Sujeto Nº 6: Tendrán la misma cantidad de elementos.
Sujeto Nº 7: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: A tiene 6 elementos y B posee 11 elementos. B es mayor.
Sujeto Nº 9: A posee 6 elementos y B posee 5 elementos, $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B}$ en cantidad de elementos, ya que en B se puede notar que su quinto elemento es $\boldsymbol{N} - \{\boldsymbol{0}\}$
Sujeto Nº 10: El conjunto A posee 6 elementos y el conjunto B posee infinitos elementos.
Sujeto Nº 11: El conjunto A posee finitos elementos pero en el conjunto B son infinitos.
Sujeto Nº 12: A posee 6 elementos y B posee 5 elementos enteros, $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B}$ en cuestión de elementos.

Análisis:

En este problema de orden algebraico, un 58,33%, lo que representa a siete individuos, respondieron incorrectamente al no entender bien el problema, las dificultades al parecer son de orden semiótico y de concepto, aunque cabe, destacar que de allí dos individuos, 16,67% del total, no son capaces de intuir la noción de infinito actual, puesto que un elemento perteneciente al conjunto B es otro conjunto, en este caso el conjunto de los números Naturales, y al mostrárseles como un subconjunto con sus elementos en llaves, surge la creencia que el conjunto B posee infinitos elementos.

8. **Un día Aquiles y la Tortuga compiten en una carrera. Si la tortuga inicia la carrera con una leve ventaja con respecto al heleno, antes de alcanzar a la Tortuga, Aquiles debe recorrer el espacio que le separaba inicialmente de ella y, mientras tanto, la Tortuga habrá avanzado una distancia, por pequeña que sea. De igual manera, Aquiles debe recorrer esta distancia que ahora le separa de la Tortuga antes de alcanzarla, dando ocasión al animal de avanzar otro poco, aunque sea una distancia pequeña, con lo que de nuevo surge una separación entre ambos corredores que Aquiles ha de cubrir en un tiempo durante el cual la Tortuga adelantará otra distancia muy minúscula, y así, sucesivamente, siempre existirá una separación entre los dos corredores. ¿Podrá o no Aquiles alcanzar a la Tortuga? Explique su respuesta.**
Sujeto Nº 1: Matemáticamente no es posible, ya que al salir la tortuga de primero siempre va a estar delante de Aquiles en distancia recorrida.
Sujeto Nº 2: Se dice que no, pero por medio de los límites se pueden alcanzar en algún punto.
Sujeto Nº 3: Si, pero a su vez no porque si la tortuga sigue con esa distancia y el sigue no podrá alcanzarla.
Sujeto Nº 4: No, porque siempre habrá esa pequeña distancia que los separa.
Sujeto Nº 5: No, sabe, no respondió.
Sujeto Nº 6: No, jamás podrá Alcanzarla porque Aquiles sea más veloz que la tortuga cuenta con una leve desventaja el tiempo entre carrera o cuando tenga que disminuir la velocidad para descansar, mientras la tortuga jamás se tendrá que detener a descansar.
Sujeto Nº 7: Si podrá, según el punto físico, porque Aquiles posee mayor agilidad, por otro lado, no ya que la tortuga siempre poseerá una distancia más delante que Aquiles.
Sujeto Nº 8. No podrá porque siempre habrá una distancia entre las dos.
Sujeto Nº 9: Por lógica o realismo, si, ya que Aquiles es un humano, y suele ser más rápido que la tortuga, llegando a un punto en el que la alcanza.
Sujeto Nº 10: No la puede alcanzar según la teoría de un matemático antiguo que explica que mientras Aquiles trata de alcanzar la tortuga, la tortuga ya habrá avanzado un poco más.
Sujeto Nº 11: Puede acercarse pero no alcanzarla.
Sujeto Nº 12: Matemáticamente no, ya que la tortuga siempre tendrá una ligera ventaja con respecto a la tortuga.

Análisis:

Como ya se explicó anteriormente, este ítem está basado en la paradoja de Zenón como resultado se puede observar un 75% de los participantes manifiestan que no es posible que Aquiles alcance a la Tortuga, entre otras cosas concuerdan en decir, que esto es debido a la distancia inicial de la Tortuga con respecto a Aquiles y al hecho del avance, en términos de distancia, de la misma cada vez que Aquiles recorre un determinado espacio. Por lo que la Tortuga mantiene siempre su ventaja, por mínima que sea, con respecto al heleno.

Ahora bien, el esquema que se evidencia en este tipo de respuestas es el esquema denominado EIP. No obstante, 16,67% afirmaron que si es posible que Aquiles alcance a la Tortuga, pero esta repuesta es dada desde la perspectiva del sentido común del individuo y desde el punto de vista físico y biológico, basados en un conocimiento práctico de las cosas que acontecen en su vida diaria.

9. Dado un cuadrado de 4cm de lado y de área 16 cm^2 y que se divide en cuatro partes iguales como se muestra en la *figura (a)*, Luego, a ese mismo cuadrado se le vuelve a aplicar una subdivisión pero ahora al cuadrado Nº 4, obteniendo otros cuatro cuadrados iguales, como se observa en la *figura (b)*. Si se sigue realizando este proceso de subdivisión al último cuadrado de los cuadrados que resulten de la subdivisión anterior, como se ejemplifica en la *figura (c)*, y así realizándose sucesivamente de manera como se ha ido describiendo, tantas veces como se pueda efectuar ¿Cuántos cuadrados se pueden obtener? Justifique su respuesta.

Figura (a)

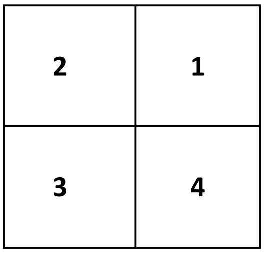


Figura (b)

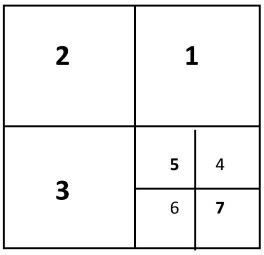
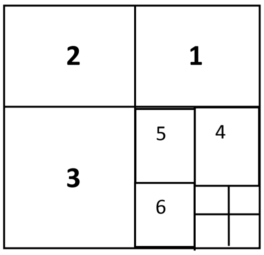


Figura (c)



Además, si se suma el área de todos los cuadrados conseguidos como resultados de las subdivisiones progresivas ¿Cuál sería el valor total de esta área? Argumente razonadamente su respuesta.

Sujeto Nº 1: R1: Puede llegar a existir una cantidad no contable de cuadros, por muy pequeños que sean pueden ser infinitos. R2: Es un área muy grande para poder calcular de forma finita.
Sujeto Nº 2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 3: R1: Se puede obtener hasta 30 cuadros por cada figura. R2: El valor seria de 3 cm por cada cuadrado.
Sujeto Nº 4: R1:16 si en cada cuadrado se logra sacar 4 cuadrados subdivididos. R2: no sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: R1: Se obtendrán infinitos cuadrados y respectivamente el área de dicho cuadrado tendrá un área muy pequeña delante de los anteriores. R2: La suma de las áreas seria $\mathbf{16cm^2}$, ya que las sumas de sus partes dan el área entera.
Sujeto Nº 6: R1: Infinitos cuadrados porque mientras más se repita la operación cada vez más los cuadrados se irán haciendo más y más diminutos. R2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 7: R1: Un ilimitado de cuadros.R2: Obtengo el cuadrado original (**4 *cm de lado y area* 16*cm*²**).
Sujeto Nº 8: R1: Se puede obtener infinitos cuadrados porque la división no terminara, siempre habrá un espacio que dividir. R2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 9: R1: Infinitos cuadrados, ya que en cada cuadro se puede hacer subdivisión. R2: De cada figura el área sería igual, pero en cada división seria $\frac{16}{4n}$ siendo n el cm de los lados de cada subdivisión.
Sujeto Nº 10: R1: Infinitos cuadrados. R2: Infinito el área siempre se puede subdividir en muchas otras áreas.
Sujeto Nº 11: R1: Se obtendrán infinitos cuadros ya que siempre resultara un nuevo cuadro para subdividir. R2: Al sumar todas las áreas resultara el cuadro inicial.
Sujeto Nº 12: R1: Se puede obtener infinitos cuadros ya que la secuencia seguirá. R2: No sabe, no respondió.

Análisis:

De las preguntas formuladas en este ítem, se obtiene que un 83,33% de los individuos concuerdan en sus respuestas, al manifestar que se puede obtener una cantidad ilimitada de cuadrados mediante el proceso descrito en el problema. Sin embargo, solo un 30% de los mismos, al plantearse la segunda interrogante del ítem la referente suma de las áreas de infinitos subcuadrados, respondieron correctamente, es decir, expresaron que el área total sigue siendo la misma del cuadrado original, el resto manifestó que el área era infinita o no respondió. De esta manera, se evidencia que el esquema que se manifiesta con mayor frecuencia en los estudiantes es el relacionado al EIP.

Asimismo, se puede observar la existencia del obstáculo de *Deslizamiento* (Arrigo y D'Amore, 1999, p.8) en un 58,33% por la dificultad que presenta el estudiante al realizar el cambio en distintos contextos, en este caso del contexto algebraico-aritmético al geométrico y viceversas, lo cual lleva a expresar alegatos erróneos o incoherentes o a no responder al no entender lo que se le está planteando.

10. El economista Vilfredo Pareto estableció la siguiente ley de distribución del ingreso: el número de individuos N de una población de tamaño a, cuyos ingresos exceden x es: $N_{(x)} = \frac{a}{x^b}$, donde b es un parámetro que depende de la población. Usualmente se toma 1,5 como valor aproximado de b. ¿Qué sucede con el número de individuos N si el ingreso se hace muy grande? Explique su respuesta. (UNA, 2005)

Sujeto Nº 1: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 3: Sucede si el ingreso es grande, seria aumentar más el parámetro que el que tenía antes.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 6: El número de individuos disminuye mientras más aumente e ingreso menos individuos habrá.
Sujeto Nº 7: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: Crece el parámetro.
Sujeto Nº 9: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 10: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 11: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 12: No sabe, no respondió.

Análisis:

Se evidencia que una gran mayoría de los sujetos no demostró dominio al resolver un problema relacionado con el concepto de límite que involucra procesos infinitos, ya que un 75% de los encuestados no respondieron al ítem. Esto demuestra un grave problema para los estudiantes debido a que si no dominan estos tópicos se le dificultará el aprendizaje y la adquisición de otros conceptos tales como la derivada y la integral fundamentales en el cálculo. Además, es reflejo de la existencia de posibles obstáculos, ya sea epistemológico o didáctico, en la adquisición y encapsulación de la idea de límite, tema de una investigación a futuro. Por otro lado, solo un individuo respondió de una forma lógica y coherente en relación al problema planteado.

11. **Sean los siguientes conjuntos: el conjunto de los números naturales N, el conjunto de los números enteros Z, el conjunto de los números racionales Q y el conjunto de los números reales R ¿Qué relaciones y características podrías establecer entre ellos? Además, si se comparan entre sí, según tu opinión, ¿Quién tiene una mayor o menor o igual cantidad de elementos? De ser posible la clasificación, manifiéstala justificando tu respuesta.**
Sujeto Nº 1: R1: Todos comparten las mismas propiedades de adición, sustracción, multiplicación, división; todos tienen infinitos números. R2: Todos estos conjuntos están formados por funciones inyectivas, por lo tanto tienen la misma cantidad de elementos excepto el conjunto R.
Sujeto Nº 2: R1: La relación entre ellos es que todos son números, pero hay una característica que los números N se vuelven indispensables en los demás conjuntos. Ej.: 1, 2, 3, 4 ; ellos se repiten en otras maneras en los demás conjuntos. R2: Todos tienen muchos elementos dentro de los conjuntos.
Sujeto Nº 3: R1: La relación que podía es que en algunos elementos debería ser iguales entre ello. R2: La mayor cantidad la tiene el conjunto N, no tiene igual cantidad que las demás.
Sujeto Nº 4: Cada uno de ellos tendrá la misma cantidad de elementos.
Sujeto Nº 5: R1: La relación clara es que están contenidos unos en otros $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{Z} \subset \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{Q} \subset \boldsymbol{R}$. R2: Todos tienen infinita cantidad de elementos es difícil establecer una relación donde se indique quien tiene más o menos elementos, pero se diría que todos pueden ser iguales.
Sujeto Nº 6: R1: Que todos siempre podrían llegar a tener la misma cantidad de elementos y en algunos casos elementos iguales. R2: Todos serian iguales porque todos tendrían la misma cantidad de elementos.
Sujeto Nº 7: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: R1: La relación sería cada conjunto tiene infinitos elementos. R2: Bueno para mí los reales porque este conjunto tiene a los naturales, enteros y racionales.
Sujeto Nº 9: R1: Ambos poseen valores o elementos numéricos. R2: N, Z y Q tienen una misma cantidad de elementos, pero la del conjunto de R es mayor.
Sujeto Nº 10: R1: Que tiene la misma cantidad de elementos. R2: Creería que los reales ya adentro de él están los demás conjuntos.
Sujeto Nº 11: R1: No sabe, no respondió. R2: Todos los conjuntos tienen infinitos números.
Sujeto Nº 12: R1: Si bien es cierto que hay una teoría que establece que N, Z y Q son infinitos. Se podrá decir que los números reales no tienen relación con ellos.

Análisis:

Al realizar un análisis de contenido a las respuestas dadas por los individuos se puede evidenciar que la mayoría convergen en la idea de que todos los conjuntos poseen una infinidad de números, pero divergen en cuanto a la equipotencia entre ellos, para un 41,67% de los encuestados todos los conjuntos son iguales entre sí al parecer por el hecho de ser infinitos, mientras que un 33,33% manifiesta la discrepancia entre los conjuntos N, Z y Q con respecto al conjunto R, puesto que expresan, entre otras cosas, que R es más grande debido a que es el conjunto que alberga a los demás conjuntos numéricos.

12. **Considera la siguiente suma $0,1 + 0,01 + 0,001 + 0,0001 + \cdots$ ¿Cuál crees que es el resultado?**
Sujeto Nº 1: $\mathbf{0,1111}$ ... y si se le sigue sumando números sigue aumentando en cantidad.
Sujeto Nº 2: El resultado va a resultar muy pequeño por la suma de cantidades muy pequeños.
Sujeto Nº 3: El resultado es 0, 1111 de esta suma en sí.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: Por aproximación 0,1 es su resultado.
Sujeto Nº 6: Infinito porque mientras más se sume se alejara del uno.
Sujeto Nº 7: Es una serie infinita, los decimales no poseen fin.
Sujeto Nº 8: El resultado es infinito no termina la suma.
Sujeto Nº 9: Ni idea, la suma seria infinita.
Sujeto Nº 10: Infinitos números.
Sujeto Nº 11: ∞
Sujeto Nº 12: La suma seria infinita.

Análisis:

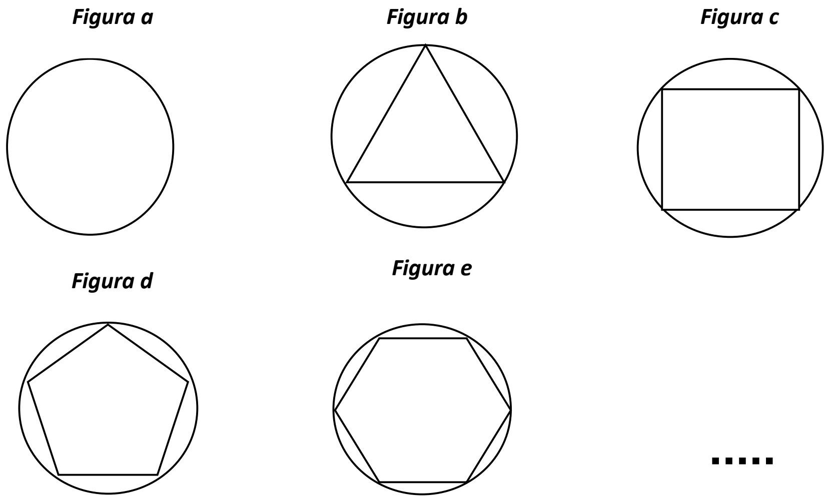
En función a lo obtenido se puede apreciar que la mayoría de los individuos, un 58,33%, optan por manifestar que el resultado de la suma dispuesta en el ítem es infinito, de este hecho se puede determinar que el esquema que domina en los sujetos es el EIP. Puesto que, para ellos la suma no termina, siempre se le está agregando una cantidad por muy pequeña que sea, aunque este tipo de respuestas es incorrecto para el problema planteado, esto puede ser debido a la no comprensión de la noción de un número decimal. Mientras que un 33,33% de estos sí lograron comprende esta noción y la noción de suma infinitesimal.

13. **Considera un número positivo cualquiera; a continuación lo divides entre dos, el resultado lo vuelves a dividir entre dos, el resultado de nuevo entre dos y así sucesivamente. ¿Qué resultado se obtendrá al final?, ¿por qué? (Belmonte, 2010)**
Sujeto Nº 1: Cada vez que se divide un numero hasta su expresión mínima, encontramos que llegar a ser un numero infinitesimal.
Sujeto Nº 2: El resultado va a resultar muy pequeño ya que se sigue dividiendo.
Sujeto Nº 3: El número positivo es 8 y el resultado seria 1 si lo vas dividiendo tres veces entre dos.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: El resultado de esa división sucesiva es un número que tiende a cero.
Sujeto Nº 6: El mismo número positivo u otro numero positivo y se continua realizando jamás tendría o se podría llegar a ningún otro resultado.
Sujeto Nº 7: Una sucesión de decimales infinitos porque es continúa.
Sujeto Nº 8: Se obtendrá un número real.
Sujeto Nº 9: $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\frac{1}{16},\dots,\frac{1}{2n}$; $\boldsymbol{n \in N - \{0\}}$
Sujeto Nº 10: Infinitos números porque al dividir el resultado siempre me va a dar infinitos decimales.
Sujeto Nº 11: La operación se puede repetir infinitas veces porque siempre tendremos un nuevo elemento divisible entre 2.
Sujeto Nº 12: Un número que cada vez se va acercando a cero.

Análisis:

Ante el problema señalado en esta pregunta se puede evidenciar que el esquema mental correspondiente es EIP, puesto que un 66,66% de los estudiantes concuerdan en que el proceso descrito en dicho problema es un proceso que se realiza indefinidamente y se obtendría un número infinitesimal cada vez más pequeño y, es decir, la división se realizaría infinitamente ya que siempre se podrá obtener un número por este medio. Lo que demuestra, que los estudiantes no logran intuir el hecho de que a medida que se van realizando las divisiones el número va tendiendo a cero y que al dar el paso de la idea de limite este permite lograr una cantidad en sí fija e invariable, implicando la noción de Infinito actual. No obstante, solo un 16,67% logro intuir este hecho.

14. **Considera la siguiente circunferencia *(figura a)* si se traza un polígono regular de tres lados inscrito en esta, resulta un triángulo equilátero *(figura b)*. Si en vez de trazar un triángulo aumentáramos el número de lados a cuatro, al polígono, obtendríamos un cuadrado *(figura c)*. Ahora, si en vez de ser cuatro lados fueran cinco, se tendría un pentágono *(figura d)*. Si fueran seis, un hexágono *(figura e)*. Y así sucesivamente, se van obteniendo polígonos regulares al ir aumentando el número de sus lados ¿este proceso tendrá fin o tiene un límite si se sigue el incremento? Justifique su respuesta.**



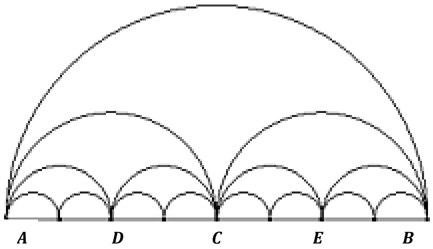
Si se sigue aumentando el número de lados hasta una cantidad muy elevada ¿Qué sucede con el polígono inscrito en la circunferencia? ¿Qué conclusiones se puede establecer al respecto?

Sujeto Nº 1: R1: No tiene fin, ya que siempre que se incrementen los lados va al salir un nuevo polígono. R2: Seria un polígono muy grande de lados muy pequeños.
Sujeto Nº 2: R1: Esta subdivisión va a tener un límite ya que cada vez va a tener menos subdivisiones hasta llegar a una línea recta. R2: Sucede que se convertirá en una circunferencia.
Sujeto Nº 3: R1: Si se sigue intentando no se tendría un fin como tal. R2: Lo que sucede con el polígono es que podemos llegar a tener un polígono más extenso, es decir cada vez más grande de lo previsto en el polígono.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: R1: Tiene un límite el cual es un polígono tal que se asemejara mucho a la forma de la circunferencia en donde está inscrito. R2: Se torna una casi una circunferencia dicho polígono.
Sujeto Nº 6: R1: Si tendría fin porque en algún momento se volverá a formar el mismo círculo. R2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 7: R1: Si el segmento de dos lados va aumentando no tiene fin, ya que para que tuviera fin seria la circunferencia como tal. R2: El polígono tendrá una infinidad de lados.
Sujeto Nº 8: R1: Se tiene límite porque la circunferencia no aumenta solo el número de lados. R2: No sabe, no respondió.
*Sujeto Nº 9:*R1: No tiene un fin, ya que existe un límite en los polígonos regulares. R2: Cada vez sus lados se van haciendo más pequeños.
Sujeto Nº 10: R1: No tiene fin. R2: Que el espacio de la circunferencia se reduce y quedaría un polígono de muchos lados.
Sujeto Nº 11: R1: No tiene fin. R2: Al aumentar los lados serán casi imperceptibles pero siempre se podrá incluir otro más pequeño resultando otra figura.
Sujeto Nº 12: R1: Se tendría fin porque a medida que se aumente sus lados este va tomando la forma de la circunferencia y ya ella no tendría más lados. R2. Que se volverá una circunferencia.

Análisis:

Aunque, las respuestas de los estudiantes son variadas, se puede observar que un 50% de los sujetos convergen en la idea de que siempre que se incrementen los lados se va obtener un nuevo polígono, y que este, a medida que se realicen estos incrementos se obtendrán polígonos cuyos lados se van haciendo pequeños e infinitos. Por otro lado, un 41,67% de los encuestados expresa que si es posible que exista un límite y que este se logra cuando el polígono tienda a la circunferencia, indicando una cierta prenoción de *Infinito* actual. Sin embargo, el esquema con mayor frecuencia en los sujetos es el EIP.

16. Sea el semicírculo de diámetro AB, ver figura, en el cual se divide el diámetro en dos partes iguales, determinado por el punto medio C, obteniéndose los segmentos AC y BC. Luego, se trazan sobre ellos dos semicírculos, tal como se puede observar en la figura, para seguidamente repetir el procedimiento. Si se continúan dividiendo los segmentos obtenidos y trazando semicírculos sobre ellos ¿Qué sucede con la longitud de la línea del diámetro y los semicírculos que se van trazando a medida que se disminuye la longitud de cada subsegmento? Justifique su respuesta.



Además, si se suman las áreas de todos los semicírculos ¿Qué valor se obtendría? Explique su respuesta.

Sujeto Nº 1: R1: Cada vez van siendo más pequeños pero aun así pueden formarse una cantidad infinitas de semicírculos y el diámetro seria de longitud infinitesimal. R2: Seria una cantidad muy grande por la gran cantidad de semicírculos que pueden formar.
Sujeto Nº 2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 3: R1: Si se sigue trazando vamos a obtener una medida muy pequeña a su vez. R2: Del valor original.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
*Sujeto Nº 5:*R1: Los semicírculos se volverán más pequeños al punto de llegar a ser en un punto una recta por ser cada vez menor su radio de amplitud. R2: Da el mismo resultado del área total.
Sujeto Nº 6:R1: No sabe, no respondió. R2: infinita porque se tendría que tener primero el valor de cada una de las áreas.
Sujeto Nº 7: R1: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: R1: No sabe, no respondió. R2: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 9: R1: Si cada subsegmento se va haciendo más pequeño en cada subdivisión. R2: El área total del semicírculo AB.
Sujeto Nº 10: R1: No sabe, no respondió. R2: El valor se acerca al original.
*Sujeto Nº 11:*R1: No sabe, no respondió. R2: Se obtendrá el área original.
Sujeto Nº 12:R1: Se van convirtiendo en puntos que se pueden confundir con la recta. R2: No sabe, no respondió.

Análisis:

Como resultado de este problema, se verifica que un 41,67% de los sujetos manifiestan, de un u otra forma, que los semicírculos se van haciendo más pequeños en un proceso de subdivisión infinita. Además, con igual porcentaje, pero no todos de los mismos sujetos, expresan que el área total que se obtendría seria la misma que la del semicírculo original. Es notorio señalar que un 58,33% de los encuestados optaron por no responder la primera interrogante la relacionada con la longitud de la línea. El esquema que domina es el EIP.

15. **Dada la siguiente función $f_{(x)} = \frac{1}{2^x}$, al darle valores enteros positivos, arbitrarios y consecutivos a la función ¿Qué Observa? Razone su respuesta.** **¿Qué sucede cuando el valor de la variable se hace muy grande? Justifique su respuesta. Además, realice una gráfica aproximada de esta función.** ***Gráfica:***
Sujeto Nº 1: R1: Cada vez el denominador se va haciendo más grande y se llega a un número infinito. R2: Son cantidades que no se pueden calcular.
Sujeto Nº 2: R1: Que la fracción se hace más pequeña. R2: Bueno se toma todos los valores dentro de la recta.
Sujeto Nº 3: R1: $\frac{1}{2^x}$ ese seria mi valor positivo. R2: Obtenemos una cantidad mas grande de los obtenidos en la gráfica.
Sujeto Nº 4: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 5: R1: Van decreciendo los valores. R2: Tiende a cero de tal manera que el eje c es asíntota horizontal de dicha gráfica.
Sujeto Nº 6: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 7: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 8: No sabe, no respondió.
Sujeto Nº 9: R1: Que el valor de la fracción va disminuyendo siendo la mitad exacta del valor anterior. R2: Se hace más pequeño el valor de la fracción.
Sujeto Nº 10: R1: El numerador se hace mayor y la fracción se hace más pequeña. R2: La fracción se hace más pequeña.
Sujeto Nº 11: R1: El denominador se hace mayor lo que hace que la fracción sea menor. R2. Al aumentar el valor de la variable la expresión se hace menor.
Sujeto Nº 12: R1: La función se va acercando a cero. No sabe, no respondió.

Análisis:

En este ítem se observa que un 50% de los estudiantes muestran una tendencia a afirmar que la fracción se va haciendo más pequeña a medida que el denominador va creciendo en cantidad, no obstante sólo un 16,67% logra comprender que la fracción va tendiendo a cero, lo cual demuestra graves conflictos epistemológicos y didácticos en relación a la noción de limite y de *Infinito*. Esto también se puede evidenciar por el porcentaje de estudiantes que no respondieron al ítem, el cual fue de un 33,33% de los mismos. El esquema que se manifiesta es el EIP. Asimismo, los sujetos no realizaron la gráfica concerniente a la función estipulada en el problema dando a entender problemas de comprensión de la noción de función y grafica de la misma.

4.2.4. Resumen de los resultados obtenidos de la aplicación del taller y del instrumento a concerniente a la noción de Infinito aplicados a nivel universitario.

Una vez hecho los análisis de los registros obtenidos, se logró evidenciar dentro de los Estudiantes del cuarto semestre de Educación Mención Matemática pertenecientes a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo la idea generalizada de asociar la noción de *Infinito* como aquello cuyo fin o límite no se conoce, es decir, como algo muy grande o imposible de contar, y cuya representación inmediata según su intuición es explicada a partir de los conjuntos numéricos y del símbolo ∞, si bien es cierto que son estudiantes universitarios con conocimientos de la teoría de límites y de cálculo diferencial e integral, sus respuesta muestran debilidades en cuanto al manejo y dominio de conceptos como sucesión, suma de n términos, series, gráfica de funciones y hasta de la noción misma de limite, en algunos casos.

Esto demuestra la existencia de posibles obstáculos, ya sea epistemológico o didáctico, en la adquisición y encapsulación de la idea de límite y de otros conceptos matemáticos, así como también, de la presencia de conflictos semióticos adquiridos en el proceso de aprendizaje ajeno a la noción de *Infinito*. En este orden de ideas, se identificó, además, la existencia de los obstáculos de *Dependencia*, *Aplastamiento* y *Deslizamiento* en muchos de los casos, lo cual indica que aunque sean de un nivel avanzado de instrucción, estos son susceptibles a padecer de estas patologías sino lograron una adecuada y correcta formación de sus esquemas conceptuales al momento de precipitar el aprendizaje de ciertos conceptos que empleen la noción de *Infinito*.

De la misma manera, se identificó una serie de esquemas conceptuales que operan en el modo de pensar de los estudiantes, estos manifestaron en su mayoría el *Esquema de Infinito en su Acepción más Primitiva* (EIAP) y *Esquema de Infinito Potencial* (EIP) de una manera muy marcada. No obstante, en algunos casos, se observó la presencia del *Esquema de Infinito asociado a la noción de Conjuntos*(EICF)y *a una Función* y el *Esquema de Infinito Potencial asociado a un Símbolo y la idea de Límite* (EIPSL), para cierto tipos de problemas con relación a la idea de límite.

4.3. Los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos asociados a la noción de Infinito.

Ahora bien, en cuanto a los procesos de aprendizaje de los conceptos matemáticos cuyas conceptualizaciones emplean los modelos intuitivos que poseen los estudiantes sobre la noción de *Infinito*, se debe entender primero una serie de aspectos fundamentales que permitan analizar este hecho: *el aprendizaje de entes matemáticos*. Como tal, este proceso se encuentra ligado profundamente a otros dos aspectos importantes como lo son el saber y la educación, los cuales interactúan en un devenir constante donde intervienen una gran diversidad de factores, ya sean pedagógicos, didácticos, psicológicos, culturales y sociales. Como se sabe, el hombre se encuentra rodeado de creencias, opiniones y teorías entorno a la realidad, que surgen de su sistema vivencial como consecuencia inmediata de la interacción vida – realidad que ocasiona que se encuentre con interpretaciones de lo real. Por tal motivo, se origina la ciencia, pues con ella se intenta validar esa realidad constitutiva (interpretación) a través de un método en función de la exigencia de inteligibilidad y la exigencia de positividad, para así despojarla de todo aquello que impida, en la medida de lo posible, ver la realidad tal cual es.

Este hecho, desemboca en adquisición de conocimientos, lo que trae consigo el origen del saber fundamentado. Pero como se discierne si este saber está acorde con lo que se muestra realmente, es decir, si este conocimiento es un reflejo fidedigno de la realidad inherente al objeto. De tal manera, que esta ciencia, requiere de un sistema de lógica simbólica, es decir un sistema de signos con reglas para su empleo, que sean válidas para todos los casos posibles, o sea, propias a adaptarse a cualquier contenido o situación, es por ello que surge la matemática y la lógica como ciencias y a la vez como instrumentos idóneos para tal fin, ya sea por su aspecto homogéneo o por su carácter tautológico. Es preciso señalar, que la matemática como ciencia no ofrece un conocimiento propio de las cosas, sino que da las fórmulas que permiten transformar el discurso y descubrir las leyes que rigen los diversos fenómenos logrando la reconstrucción abstracta de lo real manejándose en un lenguaje coherente.

Entendido esto, se tiene que las verdades matemáticas son en parte verdades de definición, que representan a aspectos reales del mundo físico, y es por ello que siempre son exactas y demostrativas, pero a su vez, abstractas, intelectuales y arbitrarias, de allí su importancia de su instrucción. No obstante, no solo son relativas al sistema de axiomas arbitrariamente elegido, sino que el sentido de las palabras se reduce a las reglas de su uso fijadas implícitamente por estos axiomas. Ahora bien, al generarse este tipo de saber, el saber matemático, este al ser dispuesto sobre un lenguaje es inmediatamente susceptible al proceso de comunicación y difusión entre los seres humanos. De aquí, surge, entre otras cosas, el hecho educativo, ante dos inquietudes básicas, como lo son la del ¿cómo lograr transmitir a otra persona ese saber? y del ¿cómo lograr que esa otra persona interprete, comprenda, analice, juzgue y asimile internamente el saber que se le está transmitiendo?

Por lo tanto, para entender el hecho educativo matemático como un proceso dinámico y eminentemente comunicativo, hay que tener presente tres conceptos claves para la comprensión de la misma, y éstas son la *pedagogía*, la *didáctica* y la *educación*, el primer término etimológicamente proviene del griego y es producto de la unión de dos palabras "paidon", que significa niño, y "gogos", cuyo significado es conducir o dirigir, esto se traduce como dirigir al niño, pero, como es sabido, con el pasar del tiempo y el devenir de la historia el significado de los términos se van haciendo más complejos y a su vez son influenciados por una *solución genérica condicionante* que los ata de manera predeterminada a la postura asumida por el autor que las concibe y al contexto en el cual se desenvuelven y se desarrollan dichas definiciones.

Por lo que, cabe preguntarse *¿qué es la pedagogía realmente?*, ante esta interrogante surgen dos posturas: la primera, centra el objeto de estudio del proceso educativo en la reflexión, y la segunda, en función de la instrumentalización para transmitir contenidos disciplinares, de aquí surge que la concepción de pedagogía se maneja de manera dual, o la pedagogía es la ciencia de la educación o la pedagogía es el arte de educar, con la finalidad de responder a esta duplicidad se hizo necesario diferenciar lo que es la Pedagogía General (Filosofía de la Educación) y lo que son la Pedagogías Especiales o Practicas (las que dictan los lineamientos a los maestros para enseñar), esta última, al continuar el proceso del reduccionismo de los objetos de estudios debido a la pluralización de las ciencias se convierte en lo que se conoce como la didáctica, la cual alude tanto a una teoría, así como también a una metodología de la relación alumno y profesor mediada por los contenidos de las diferentes disciplinas.

Siguiendo este orden de ideas, el tercer término (educación), en su sentido más amplio proviene de dos vocablos latinos: “educere”, término que significa sacar o extraer de adentro hacia afuera, y “educare”, el cual significa conducir, alimentar, guiar, nutrir y criar. Entendiendo así la educación como una actividad que consiste en guiar o proporcionar, desde afuera, lo necesario para construir, encauzando las potencialidades ya existentes en el individuo como ser educable, puesto que es una actividad inherente al hombre y que se desarrolla por medio de la empíria, en pocas palabras la educación es toda aquella actividad o acción individual – colectivo que permite desarrollar o perfeccionar las facultades intelectuales – cognitivas, físicas y ético – morales del / los individuo(s), atendiendo a la mismisidad de la condición humana, la identidad colectiva – cultural y a la conciencia de nuestra temporalidad en el mundo, siendo un producto de la experiencia obtenida mediante la práctica educativa y, a su vez, reflexiva, concibiéndola más como una categoría sociológica que como una categoría pedagógica, ya que responde a una intencionalidad, ya sea política, económica o ideológica, y al marco epistemológico operante en la nación (Ugas, 2007).

No obstante, desde el instante que la *Didáctica de las Matemáticas* empieza a considerarse como una disciplina autónoma[2], surge la problemática epistemológica de cuál es su naturaleza, así como también cuál es su ámbito dentro del cual ha de delimitarse su objeto de estudio. Ante estas cuestiones, se origina lo que se conoce como “el problema de la educación de la matemática” entendida por Gascón (1998) como el problema que genera el objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas. Asimismo, hay que tener presente que la didáctica de las matemáticas en un principio fue considerada como un arte que no podía ser analizado, controlado y sometido a reglas, esta visón corresponde a la concepción precientífica de la enseñanza, pero una vez que crece el interés de extender y explicar los hechos didácticos.

Es decir, desde que se instaura la *Didáctica de las Matemáticas* como disciplina científica, se fue arraigando un punto de vista llamado clásico, el cual se caracteriza porque en la explicación de los hechos didácticos, toma como central la actividad cognitiva del sujeto presuponiendo, además, que dicha actividad puede ser descrita y explicada de manera relativamente independiente de los restantes aspectos de la relación didáctica (Brousseau,1986), por lo que la evolución de la *Didáctica de las Matemáticas* está determinada por sucesivas ampliaciones de la problemática didáctica, donde cada una de estas ampliaciones comporta cambios de su objeto primario de investigación, tal como lo afirma Josep Gascón (1998) en su obra *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*.

En consecuencia, la epistemología proporciona a la didáctica una herramienta de análisis de los fundamentos científicos, por medio del análisis histórico – critico de algunos conceptos matemáticos que son presentados en la enseñanza, para así reducir la brecha que se suscita entre el saber sabio y el saber ensañado, es decir, estableciendo las diferencias existentes que se da entre el objeto de enseñanza y objeto de la ciencia, debido al reduccionismo al cual se ve sometido para garantizar su comprensión por parte de los estudiantes, esto es la ilusión de transparencia de los objetos que muchas veces introduce representaciones epistemológicas erróneas en el proceso de enseñanza.

En tal sentido, una vez que se da el fracaso de la respuesta pedagógica al problema de la educación surge la *Didáctica de las Matemáticas* partiendo de la necesidad de hacerse cargo de lo pedagógico y lo matemático de forma integral y no disociada, y que se puede llevar acabo de dos maneras diferentes de acuerdo a los Programas de Investigación o enfoques en Didáctica. El primero, conocido como el *Programa Cognitivo*, en el cual se considera los fenómenos didácticos como fenómenos esencialmente cognitivos en el sentido de la estructura de las concepciones del alumno y más recientemente las concepciones del profesor. El segundo, denominado el *Programa Epistemológico*, donde se integra lo pedagógico y lo matemático mediante el cuestionamiento y la ampliación de lo que se consideraba matemático en el modelo popular de las matemáticas (Gascón, 1998).

De esta manera, se tiene dos enfoques con los cuales el poder dar explicación a los procesos que ocurren en la educación matemática, una cuya hipótesis plantea que: “El problema de la educación Matemática puede ser abordado y resuelto a partir del análisis de ciertas características individuales de los sujetos (actitudinales, cognitivos, metacognitivos, motivacionales, lingüístico, etc) relativas a su relación con los objetos matemáticos”(Gascón, 1998; p.8); y otro, que tiene como hipótesis expresa que:“El problema de la Educación Matemática puede ser abordado a partir del análisis de las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en las diferentes instituciones (no sólo docentes)” (Gascón, 1998; p.11). Las cuales, de lejos de ser opuestas, pueden ser complementarias, puesto que la primera enfoca aspectos que la segunda no considera y viceversa, llenando los vacios que pueden sucintarse.

Una vez dicho lo anterior, en los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos asociados a la noción de *Infinito*, se tiene que los estudios realizados sobre la evolución histórica y epistemológica de los conceptos fundamentales del Cálculo, tienen como finalidad la de dar a conocer a la actividad matemática como un proceso entramado y complejo que alberga en su seno todos aquellos significados, definiciones, teoremas, métodos y técnicas que se emplearon en diversos periodos de tiempo para abordar y dar solución cierta clase de problemas. De esta manera, se puede observar que en lo referente a las técnicas y métodos que antecedieron a la axiomatización de la noción de Límite, se encuentran que estos se basaron en procedimientos de procesos infinitos, procesos de aproximación y también en el continuo numérico. Por otro lado, el continuo numérico es un concepto base en la construcción del continuo matemático, y este, junto a la noción de Infinito juegan un papel preponderante para la comprensión de la idea de Límite.

Por otro lado, se pudo evidenciar en los registros obtenidos por medio de instrumento para ambas muestras de estudiantes, que el estudio de los conjuntos finitos no proporciona a los estudiantes un modo factible para la comprensión de los conjuntos infinitos, así como también el estudio de sus propiedades. Puesto que, los conjuntos infinitos no se sitúan en una realidad física a priori y palpable a sus sentidos, por lo que la extrapolación que realiza en relación a la definición, características y propiedades del conjunto finito con respecto a la definición, características y propiedades del conjunto infinito, por parte de los sujetos, en la mayoría de los casos son generadoras de obstáculos y conflictos, debido al choque que se da entre la intuición y la razón.

Esto quedo claro, en el caso de comparar el número de puntos que contienen dos segmentos de diferente longitud, puesto que los sujetos (de ambas muestras), entraron en contradicción, aunque se les enseño que ambos conjuntos son equivalentes en cuanto a su cardinal, esto no quedo claro, puesto que el obstáculo epistemológico de *Dependencia*, estudiado por D’Amore y otros (2006), está fuertemente arraigado en los individuos, debido a la falsa creencia que se suscita basados en un modelo gráfico, por lo que los lleva a pensar de que un segmento de mayor longitud posee una cantidad aún mayor de puntos en comparación con otro de menor longitud, la raíz de esto puede estar involucrada a viejas estructura de pensamiento y a otros esquemas mentales operantes asociados a otros objetos y nociones matemáticas, como lo son la noción de punto, la línea, el plano cartesiano, el espacio euclidio, la idea de número, entre otros, que tuvieron su origen en determinadas etapas de su formación.

[2] Consecuencia directa del fracaso de la respuesta pedagógica al problema de la Educación Matemática “que se constituyó, desde el principio, sobre el postulado de la necesidad de hacerse cargo, de forma integrada, de lo “pedagógico” y lo “matemático” (Gascón, 1998, p.6).

Aunque, se sabe que los puntos matemáticos no tienen dimensiones, la estructura cognitiva del estudiante sigue pensando manifiestamente e inconscientemente en términos de pequeñas marcas o manchas del mismo tamaño, por lo que, si se razona intuitivamente de esta manera se llega a la conclusión de que los dos conjuntos no son equivalentes. Al parecer, aunque se tenga diferentes grados de instrucción o un conocimiento matemático elevado, los sujetos siguen mostrando este tipo de patología por lo que se hace recurrente en sus modelos conceptuales y operacionales.

Por otro lado, se debe evitar caer en el aquivo de declarar que dos o más conjuntos al poseer infinitos elementos, estos son iguales entre sí por el hecho de ser infinitos, lo cual es un absurdo desde el punto de vista cantoriano, debido a que no todos los conjuntos infinitos son equivalentes entre sí, puesto que hay diversos ordenes de infinitud, por ejemplo el conjunto de los números naturales, puede ser equivalente con el conjunto de los números enteros y además con el conjuntos de números racionales, mas no con el conjunto de los números irracionales y conjunto de los números reales; lo mismo podría decirse a su vez del conjunto de los naturales y el conjunto de los puntos pertenecientes a un segmento de recta, pues no lo son aunque ambos sean infinitos. Esta incongruencia de manifestar que dos conjuntos por el hecho de ser infinitos son iguales, también se pudo observar en varios de los sujetos encuestados, aunque se les haya explicado durante el transcurso del taller, evidenciando otro tipo de obstáculo el denominado por D'Amore,y otros (2006) como *Aplastamiento*, el cual tiene que ver con este tipo de pensamiento a priori.

De igual modo, se puedo constatar que en los estudiantes de nivel universitario el concepto de función en su aparato cognitivo no está totalmente formado de una manera adecuada, los sujetos tal vez son capaces de reproducir la definición formal de función haciendo uso de sus propios esquemas conceptuales para resolver ciertas tareas o determinado tipo de problemas, pero al plantearse problemas donde intervienen indirectamente la noción de *Infinito*, entran en conflicto y no parecen comprender que lo principal en la noción de función, es la idea de una relación entre magnitudes variables.

Asimismo, en ambos casos, surge el problema entre lo discreto y lo continuo en relación a la idea de Límite, si bien es cierto de manera indirecta, si se alcanza o no en diversos contextos el geométrico, el algebraico y el geométrico. Además, de la existencia obstáculos relacionados con la simbología propia de la matemática, sin mencionar los obstáculos ligados a la noción de *Infinito* ya mencionados. Adicionalmente, también es evidente la aparente confusión con el infinito decimal (infinitésimos) que ocurre en aquellos estudiantes que se limitan a pensar que expresiones de la forma: $0{,}1 + 0{,}01 + 0{,}001 + 0{,}0001 + \cdots$, $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots + \ldots$,o $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \ldots$, son un proceso continuo, es decir como una sucesión infinita, aunque conciban al número 0 y 2 como un objeto acabado, donde el proceso se concibe como algo que *se hace* y no como algo que *es*, debido a la fuerte influencia que ejerce el EIP en el sujeto.

REFERENCIAS

- Arrigo, G. y D`Amore B. (1999). *"Lo veo y no lo creo". Obstáculos epistemológicos y didácticos en el proceso de comprensión de un teorema de Cantor que involucra al infinito actual*. Educación matemática, México DF, vol. 11 (1) p. 5 – 24.
- Arrigo, G. y D`Amore B. (2004). *Otros hallazgos sobre los obstáculos en la comprensión de algunos teoremas de Georg Cantor*. Educación matemática, México DF, vol. 16 (2) p. 5 – 19.
- Brousseau, (1983). *Los Obstáculos Epistemológicos*. Argentina. Disponible: [online http://aportes.educ.ar/matematica/tipos_de_obstaculos.php?page=2] Consultado el día 20/06/12 a las 3:01 pm
- Cantor Georg (1885). *Las diferentes posturas en relación al infinito actual*. Georg Cantor en la carta escrita a G. Enestöm, el 4 de noviembre de 1885. Carta publicada en la revista Signos Filosóficos vol. VI, número 11, enero – junio, 2004, p.175 – 185.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique: Buenos Aires.
- D'Amore B., Arrigo G., Bonilla E., Fandiño M., Piatti A., Rodriguez J., Rojas P., Romero J. y Sbaragli S. (2006). *El "sentido del infinito"*. Epsilon. Sevilla, España Vol. 22(2), Nº 65, p. 187 – 216.
- Gascón, J. (1998). *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Universidad Autónoma de Barcelona, España; p. 12- 17.
- Hernández S., R; Fernández, C. y Baptista, P. (2008). *Metodología de la Investigación*. México. Editorial: Mc Graw – Hill.
- Ugas, G. (2007). *Epistemología de la educación y la pedagogía*. Ediciones del Taller Permanente de Estudios Epistemológicos en Ciencias Sociales. Venezuela.

Continúa en el próximo número…

EFECTO DE LA ESTRATEGIA METODOLOGICA IREAL EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO DIVERGENTE APLICADO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA (Parte I).

Por: **Dra. ILIANA Y. RODRÍGUEZ**

Docente FACE UC

Tomado de:

Efecto de la metodológica IREAL en el desarrollo del pensamiento divergente aplicado a la resolución de problemas matemáticos en alumnos del primer año de Educación Media. (Parte I). Resumen. Abstract. Introducción. Pp. i-ii / 1-4. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Octubre 2008.

Índice:

RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue: Determinar el efecto que produce la Estrategia Metodológica IREAL en el desarrollo del pensamiento divergente aplicado en la resolución de problemas matemáticos en alumnos del Primer Año de Educación Media. La misma estuvo sustentada teóricamente en los postulados de la heurística como estrategia didáctica (Pappus, 1966), la teoría del desarrollo de las habilidades de pensamiento (De Sánchez, 2002), los elementos del pensamiento divergente (De Bono, 1991), la resolución de problemas (Schöenfeld, 1985) y la estructura de la Estrategia Metodológica IREAL (Piña y Rodríguez, 2004). Adicionalmente, se toman ciertos principios del aprendizaje significativo (Ausubel, 1976) y fundamentos de la teoría de la creatividad (Stemberg y Lubart, 1996). Asimismo, esta investigación se ajustó bajo la modalidad explicativa con diseño cuasiexperimental y para seleccionar la muestra se utilizó el muestreo aleatorio simple sin reemplazamiento. Para determinar la efectividad de la estrategia metodológica, ésta se aplicó al grupo experimental con el desarrollo del contenido de fracciones mientras que al grupo control dicho contenido se aplicó con la metodología de enseñanza tradicional. Se pudo concluir de acuerdo con los resultados de diferencia de medias, que ambos grupos son equivalentes en condiciones iniciales, respecto a las variable dependiente y con el análisis multivariado de mediciones repetidas MANOVA la existencia de diferencia significativa entre los grupos en todas las dimensiones de dicha variable, teniendo mayor efecto la estrategia metodológica en las operaciones mentales del pensamiento matemático y pensamiento crítico-representacional.

Palabras Clave: Estrategia metodológica IREAL, Pensamiento Divergente, y Resolución de Problemas Matemáticos.

Effect of the methodology IREAL in the development of thought divergences applied to the problem-solving in mathematics students the first year of education media

ABSTRACT

The objective of this research was to determine the effect that produces the Methodological Strategy IREAL in the development of divergent thinking applied in solving mathematical problems in the First Year students of Media Education. The same theory was based on the tenets of the heuristics as a teaching strategy (Pappus, 1966), the theory of development of thinking skills (De Sánchez, 2002), the elements of divergent thinking (De Bono, 1991), resolution problems (Schoenfeld, 1985) and the structure of the Methodological Strategy IREAL (Piña and Rodriguez, 2004). Additionally, certain principles are taken significant learning (Ausubel, 1976) and foundations of the theory of creativity (Stemberg and Lubart, 1996). Also, this research was adjusted under the quasi-experimental design with explanatory mode and to select the sample was used simple random sampling without replacement. To determine the effectiveness of methodological strategy, it was applied to the experimental group with the development of the content of fractions while the control group that content was applied with the methodology of teaching. We concluded according to the results of mean difference, both groups are equivalent in initial conditions, with regard to the dependent variable and with the multivariate analysis of repeated measurements MANOVA the existence of significant difference between groups in all dimensions of that variable, taking the biggest effect methodological strategy in the mental operations of mathematical thinking and critical thinking-representational.

Key Words: Methodological IREAL Strategy, Thinking divergent, and Mathematical Problem Solving.

INTRODUCCIÓN

La actividad cognoscitiva del hombre comienza con la sensopercepción, de allí que, la teoría piagetiana asume varias etapas del desarrollo evolutivo sobre la adquisición del conocimiento, entre ellas se encuentra la primera etapa, que hace alusión a la prevalencia sensorial-perceptiva en el pensamiento, la cual se aprende a través de la experiencia sobre los objetos y fenómenos. En esta etapa, se hace referencia a aspectos propios sensomotores en la adquisición propia del conocimiento mismo que consisten en las apropiaciones físicas de los objetos, y al movimiento de los niños en su entorno.

Por otra parte, la sensopercepción unido a la memoria y la imaginación no le permiten un conocimiento completo sobre los objetos y fenómenos de la realidad y, es por ello, que el pensamiento a partir de la información ya obtenida por los procesos cognoscitivos que le preceden, le permite al hombre conocer los aspectos esenciales de esa realidad, descubriendo los vínculos reales que en ella existen, así como las leyes que la rigen. Es así como, dicho pensamiento representa la forma superior de la actividad cognoscitiva del individuo, ya que según la teoría socio-cultural de Vigostky es a través de éste, que se llega a lo desconocido partiendo de lo conocido, rebasando las formas del reflejo sensoperceptual, cuando éstas son insuficientes para la acción transformadora que desarrolla el hombre sobre el mundo material y no se pueden satisfacer las necesidades que van surgiendo por el desarrollo de la vida.

El objeto de la práctica educativa está centrado en provocar la reconstrucción de formas de pensar y sentir para que el hombre transcienda en el desarrollo social y humano, ofreciéndoles como instrumentos de trabajo, los esquemas conceptuales y el arraigo en las diferentes formas de creación cultural.

En el estudio sobre aspectos de aptitud intelectual destacan el hecho de que los enfoques tradicionales de la educación han prestado poca atención a la enseñanza de las habilidades del pensamiento, habilidades que hoy son más decisivas que en épocas anteriores, por la rapidez de los cambios que enfrenta el individuo al dar respuestas innovadoras, aprender nuevas destrezas y sobre todo a desarrollar el pensamiento crítico y divergente. Además, estas habilidades intervienen en actividades de orden superior tales como el razonamiento y la solución de problemas.

Por consiguiente, se tiene que, "la función esencial del pensamiento humano es la solución de problemas en su sentido general descubrir lo nuevo, formar conceptos, y penetrar en la esencia de un fenómeno" (Garnham y Oakhill, 1996). Es por ello, que en la enseñanza de la matemática se debe contribuir a la formación de una actitud positiva ante la actividad mental si los alumnos tienen suficiente oportunidad de construir el conocimiento de acuerdo con sus condiciones; ya que este aspecto contribuye al desarrollo del pensamiento.

La necesidad de desarrollar los procesos de pensamiento en matemática cobra especial relevancia frente a tradicionales formas de enseñanza centradas en metodologías convencionales que no le facilitan al alumno potencializar su pensamiento. Por ello, el interés de esta investigación está enfocado en romper con esos esquemas a través de una enseñanza basada en una estrategia metodológica denominada IREAL que pueda propiciar un ambiente estimulante, dando origen a nuevas ideas, a la fluidez, a la originalidad, y a la puesta en práctica del pensamiento divergente, esto es, a las diferentes vías metodológicas resultantes de la actividad cognoscitiva partiendo de la ejercitación para llegar a la solución de diversos problemas matemáticos que agobian al estudiante.

Por todo esto, el presente trabajo tiene como objetivo principal determinar el efecto que produce la estrategia metodológica IREAL en el desarrollo del pensamiento divergente aplicado en la resolución de problemas matemáticos en alumnos del primer año de Educación Media y, está conformado en cuatro (4) capítulos. En el primero se describe el planteamiento del problema, el objetivo (general y específico) y su respectiva justificación.

En el segundo capítulo, se hace referencia al marco teórico que sustenta la investigación; así como la operatividad de las variables y, la definición de términos básicos que contempla los conceptos más relevantes de toda la investigación.

El tercer capítulo, trata sobre la metodología a utilizar para cumplir con las metas propuestas y, el capítulo cuatro, se presentan los resultados obtenidos en el presente estudio, así como también, las conclusiones del diagnóstico.

Y para finalizar, se presentan las conclusiones y recomendaciones producto de los resultados obtenidos de la investigación.

Referencias

- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa. Un Punto de Vista Cognoscitivo.* México: Editorial Trillas.
- De Bono, E. (1991). *El Pensamiento Lateral*. (M.M.L.R, trad). Tercera Edición. Barcelona-España. Paidós. (Trabajo Original publicado en 1974).
- De Sánchez, M. A. (2002). *Desarrollo de Habilidades del Pensamiento. Procesos Básicos del Pensamiento.* México: Trillas.
- Piña, I. y Rodríguez, I. (2004, Junio). *Resolución de Problemas: Una Estrategia para el Desarrollo del Pensamiento Divergente en Alumnos del Séptimo Grado de Educación Básica.* Trabajo Especial de Grado presentado en las V Jornadas Nacionales de Investigación Humanística y Educativa en la Universidad Católica Andrés Bello. Caracas, Venezuela.
- Schöenfeld, A. (1985) S*ugerencia para la Enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos.* En separata del libro "La enseñanza de la matemática debate" Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Sternberg, R. y T. Lubart. K. (1996). Revista *UDEG, Dossier la Atención a los Niños Sobresalientes.* Número 5, junio-julio, Guadalajara-México.

Continúa en el próximo número…

INTERPRETACIONES GENERADAS EN LA PRAXEOLOGÍA DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE LAS LEYES DE INFERENCIA POR ESTUDIANTES CURSANTES DE LA ASIGNATURA LÓGICA MATEMÁTICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE CARABOBO. (ENTRADA 6c).

Por: Dra. **EINYS FERNÁNDEZ**

Tomado de:

Interpretaciones generadas en la praxeología de las representaciones semióticas de las leyes de inferencia por estudiantes cursantes de la asignatura Lógica Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. (Entrada 6c). Capítulo IV: Análisis de los datos. Pp. 63-157. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, 2012.

Índice:

PARTE II "PRUEBA OBJETIVA CON ITEMS DE OPCIÓN MÚLTIPLE"

DIMENSIÓN: Conceptual

CRITERIO: Reconoce, Diferencia, Explica e Interpreta la Representación Mental de las Leyes de Inferencias expresadas a través de Representaciones Semióticas.

A continuación se presentan los siguientes ítems para respuestas de selección simple, seleccione la opción que usted considere correcta en función de los conocimientos que domine acerca de las leyes de Inferencias y explique desde un punto de vista social qué significado tiene para usted la opción que indico.

(Continuación)

Ítem n° 19	19. De las siguientes leyes de Inferencias dadas, cuál de ellas es la representación semiótica de la Ley de Simplificación
ALTERNATIVA CORRECTA A	a) $\dfrac{p \wedge q}{p}$ b) $\dfrac{p}{p \vee q}$ c) $\dfrac{\begin{matrix} p \\ q \end{matrix}}{p \wedge q}$ d) $\dfrac{(p \wedge q) \vee q}{q}$ ¿Por qué? ____________________

TABLA N° 27 "Distribución de Frecuencia de la diferenciación de la Ley"

Tabla n° 27-A

	Alternativas					
Opción	A	B	C	D	N.R	Total
f	140	3	0	4	15	162
%	86	1.9	0	2.5	9.3	100

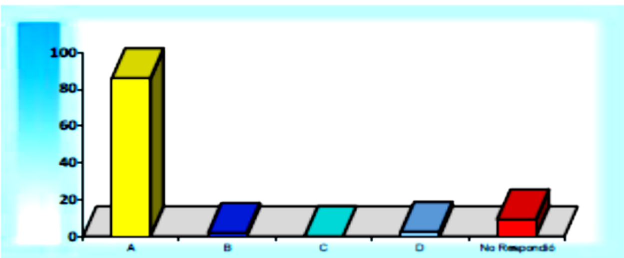
INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Tabla n° 27-B

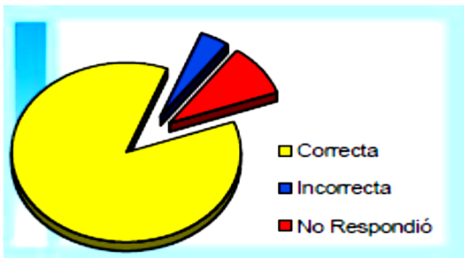
	Respuestas			
Opción	C	I	N.R	Total
f	140	7	15	162
%	86	4.3	9.3	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica n° 26-A



Gráfica n° 26-B



INTERPRETACIÓN:

En este ítem diecinueve (19) se les pidió primeramente a los estudiantes indicar cuál era la representación semiótica de la ley de inferencia denominada Simplificación, donde se obtuvo como resultado que el 86% de la muestra poseen una clara noción y representación mental de tal objeto en estudio; pero sólo una pequeña porción del 4,3% de los sujetos no están claros, puesto que un 1,9% señalaron que era la opción B, otro 2,5% que era la D y ninguno la asoció con la alternativa C; a su vez se presentó que el 9,3% prefirieron no aportar algún tipo de respuesta. Duval, (1999) indica que no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación, la cual permitirá aportar sus explicaciones que han obtenido.

TABLA Nº 28 "Distribución de Interpretación de la Ley"

SUJETO N°	DESCRIPCIÓN DE LAS EXPLICACIONES Y/O INTERPRETACIONES
1	Estraer una de las variables, y es con conjunción
2	Seria la opción a) ya que cuando simplificamos nos queda p
3	Tengo una formula de conjunción y me da como resultado cualquiera de las dos variables
4	Se utiliza implicación porque tiene el mismo punto de esa ley
5	La letra "D" porque tengo una formula de disyunción inclusiva que está formada por un antecedente que es una fórmula de conjunción y una premisa cualquiera y me da como resultado esta premisa
6	Tengo una formula de conjunción y me da como resultado cualquiera de las dos variables
7	Tengo una formula de conjunción con la característica q´ de cómo resultado el antecedente o la variable q uno quiere
8	La letra "A" porque como se ve esta el conectivo antecedente y consecuente. Se va el consecuente con el conectivo y queda el antecedente se hace la simplificación
9	Tengo una formula de conjunción y me da como resultado cualquiera de las dos variables
10	Porque tengo una formula de conjunción y me da como resultado cualquiera de las dos variables
11	Porque me da como resultado la variable deseada
12	Se tomara alguno de los dos resultados de la conjunción
13	Porque nos habla de una conjunción y podemos tomar cualquiera
14	Ley de simplificación está representada en la opción "a" porque me separa
15	La ley de simplificación dice que si tengo una formula de conjunción me da como resultado cualquiera de sus variables
16	Porque permite obtener la premisa que uno desee dejando a un lado la otra
17	Simplifico lo que no necesito y obtengo la que necesito es decir quito de mis planes lo que no es importante y obtengo lo que necesito
18	Porque se simplica la variable no a utilizar y nos quedamos con la necesitada
19	Si estoy trabajando con el conector ^ puedo simplificar
20	Se llama asi porque baja a la variable que se necesita
21	Consiste en simplifar una premisa que este con disyunción, y luego se puede obtener con su mismo signo el elemento buscado
22	Tacha la letra que no necesitas y la otra queda como resultado
23	"A" eliminamos lo que no necesitamos
24	Nos sirve para eliminar la variable que no necesitamos para obtener la conclusión
25	Elimino al que no necesito
26	La a porque se elimina una variable
27	Es la (a) elimina quien no necesita
28	Elimino a quien no necesito
29	La opción "A" es de la ley de simplificación ya se tiene el conector ^ y se elimina la letra "q"
30	Elimino al que no necesito
31	Por que se elimina
32	Elimina a quien no necesito y el otro lo dejo tal cual, trabaja con conjunción
33	Es la ley que permite quitar o eliminar la premisa que no necesite siempre y cuando su símbolo sea una conjunción
34	Cuando queremos una sola variable usamos esta ley
35	Por que separa a las variables
36	Usando la conjunción se simplifica extrayendo la premisa p
37	Es la expresión o representación de la ley de simplificación
38	Por el orden las premisas, esta ley se elimina
39	Porque la ley de simplificación consiste en simplificar si tienes dos letras iguales en un mismo ejercicio puedes bajar a una sola
40	En ella se elimina una premisa si se quiere siempre y cuando tenga el simbolo ^

41	Elimina "q" que no la necesito quedando con "p"
42	Por que es la ley que le corresponde
43	Porque en su representación posee solo una conjunción
44	Elimino una que no quiera
45	Tengo el símbolo de conjunción así que puedo simplificar
46	En este caso se puede tomar cualquiera de las variables como resultado
47	Pienso que es la correcta
48	Se simplifica el consecuente para obtener el antecedente
49	La ley de simplificación nos ayuda a eliminar una variable que necesitemos en la premisa
50	Aquí se simplifica al que no necesita para obtener el contrario
51	Porque utiliza el condicional ^ y se obtiene la variable que se necesite en este caso la "p" o la "q"
52	Elimina lo que no necesita y simplifica
53	Porque estamos utilizando dos variables y necesitamos unirlas para así obtener una simplificación
54	En las leyes de inferencia el simplificar se aplica para dejar solo la premisa que sea necesaria
55	Se elimina la variable que se desee y se obtiene la contraria sin cambiar la variable
56	Esta simplifica la letra que no se utiliza solo si esta el símbolo (^), de ser necesario eliminar
57	Nos dice que se elimina la premisa que no se vaya a utilizar
58	Porque está representado por el ^ , quedando eliminado una variable en este caso la "q" y como resultado la "p"
59	La ley de simplificación se usa para separar
60	Quita una premisa

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012) TRANSCRIPCIÓN FIEL Y EXACTA DE LA INFORMACIÓN DADA POR LOS ENCUESTADOS.

Tabla nº 28-A

	Respuestas		
Opción	E	N.E	Total
f	60	102	162
%	37	63	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica n° 27

INTERPRETACIÓN:

En el presente ítem se tiene que el 37% de los encuestados aportaron sus interpretaciones en cuanto a la ley de inferencia denominada Simplificación lo cual indica que poseen una sincronización entre la representación mental y la semiótica, pero por el contrario lo mismo no sucede con el 63% de los sujetos que no dieron ningún tipo de descripción, ya sea por las siguientes alternativas que se deducen del estudio: por falta de tiempo, por desconocer la teoría, por no gozar de un vocabulario rico y extenso que les permitan informar a través de sus representaciones semióticas aquellas ideas referenciales que poseen en sus estructuras mentales.

Entre las fallas que presentaron en las descripciones fue que tienen incoherencia en las redacciones, errores ortográficos que hacen que se pierdan el sentido del texto redactado, confundieron el concepto de implicación con la ley de simplificación, en otros casos usaron el termino de disyunción inclusiva para mencionar el conector de la presente ley en disertación.

En este mismo orden de ideas, entienden a la ley de simplificación como aquella expresión lógica que facilita eliminar, separar y/o quitar las componentes que la conforman, por otro lado, los discentes indicaron que pueden eliminar el consecuente de la ley en estudio para sí obtener el respectivo antecedente, pero no tiene en correspondencia el proceso inverso.

Confunden el objeto de estudio con las leyes de Conjunción, Adición e Idempotencia; al conector conjunción lo denominan disyunción o en otros casos condicional (ver sujeto n° 51), otros indicaron que se usan tal ley sólo cuando se busca un solo elemento, además las descripciones que plantearon no están fundamentadas teóricamente ya que unos se limitaron a indicar la opción que según ellos pensaron que era la correcta, mas no interpretaron el por qué lo consideran así.

En otro sentido, dieron opiniones subjetivas sin ninguna postura teórica puesto que usaron expresiones como *"porque es la ley que corresponde"*, *pienso que es la correcta"*, mientras que un caso particular dio su interpretación desde un punto de vista social, donde manifestó un ejemplo del proceso de la ley mediante una expresión lingüística basada en una acción de su vida, (ver sujeto n° 17).

Todo lo anterior, enfatiza la teoría de Duval (1999) cuando indica que las representaciones semióticas no solo son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, sino también son indispensables para fines de comunicación, y para que exista un correcto aprendizaje debe haber una congruencia entre las representaciones mentales que maneja el individuo con las semióticas que plasma en los diferentes tipos de evaluaciones.

Ítem n° 20	20. De las siguientes leyes de Inferencias dadas, cuál de ellas es la representación semiótica de la Ley de Adición
ALTERNATIVA CORRECTA B	a) $\dfrac{p \wedge q}{p}$ b) $\dfrac{p}{p \vee q}$ c) $\dfrac{\begin{matrix}p\\q\end{matrix}}{p \wedge q}$ d) $\dfrac{(p \wedge q) \vee q}{q}$ ¿Por qué? ________________

TABLA N° 29 "Distribución de Frecuencia de la diferenciación de la Ley"

Tabla nº 29-A

Opción	Alternativas A	B	C	D	N.R	Total
f	2	126	14	4	16	162
%	1,2	78	8,6	2,5	9,9	100

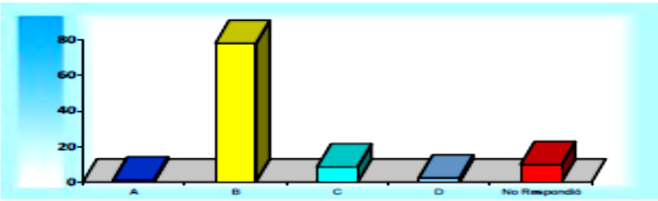
INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Tabla nº 29-B

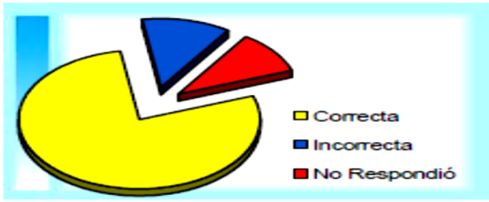
Opción	Respuestas C	I	N.R	Total
f	126	20	16	162
%	78	12	9,9	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica n° 28-A



Gráfica n° 28-B



INTERPRETACIÓN:

A través del presente ítem se pretendía en primera parte lograr verificar que porcentaje de la muestra encuestada tiene un dominio teórico en sus estructuras cognitivas del objeto de estudio denominado Ley de Adición mediante el reconocimiento de su representación semiótica en las diferentes alternativas planteadas y sólo el 78% de los estudiantes poseen esa clara noción y/o representación mental; pero, otra mínima porción conformada por el 12% no están claros al identificar la ley, ya que el 1,2% la confundieron con la opción A, otro 8,6% con la C y un 2,5% con la D; mientras que el resto de los individuos conformado por el 9,9% no dieron respuesta mostrando que tiene una disyuntiva en sus estructuras mentales; lo anterior se fundamenta cuando Duval (1999) señala que el funcionamiento cognitivo del pensamiento implica la coordinación los sistemas semióticos por parte del mismo sujeto.

TABLA Nº 30 "Distribución de Interpretación de la Ley"

SUJETO Nº	DESCRIPCIÓN DE LAS EXPLICACIONES Y/O INTERPRETACIONES
1	Se agrega otra variable con "disyunción"
2	Tengo una variable cualquiera y me da como resultado una formula de disyunción inclusiva formada por la variable y una variable cualquiera del universo
3	Utilizando esta ley se representa esta fórmula o inferencia
4	La letra "C" porque está formada por dos premisas y me da como resultado una formula de conjunción con la primera premisa como antecedente y la segunda premisa como consecuente
5	Porque con una sola variable formamos una formula de disyunción "v" agarrando cualquier variable del universo
6	Se añadirá una variable en el resultado en disyunción
7	Porque esa variable es el antecedente en la formula de conjunción con cualquier variable que se encuentre en el universo
8	Porque tengo una variable cualquiera y me da como resultado una formula de disyunción formada por esa variable y por cualquier variable del universo
9	Tengo una variable y me da como resultado una formula de conjunción formada por la variable y cualquier variable del universo
10	Es letra "B" porque es cuando no está el consecuente y se une con el conectivo al antecedente
11	Tengo una variable sola y la uno por conjunción con la otra variable cualquiera
12	Tengo una variable y me da como resultado la unión en disyunción inclusiva con cualquier variable del universo
13	Es una de las leyes de inferencia que agrega lo que no existe
14	Agrega una premisa que no existe
15	Agrega lo que no existe

16	Porque esta representada por el ^ y se le agrega una letra adicional
17	Porque sirve para adicionar cualquiera letra que no nos den en los datos previos y se realiza con disyunción inclusiva
18	Esta añade el valor que no exista
19	Se adiciona a una variable deseada por medio de disyunción exclusiva
20	Porque en las leyes de inferencia adicción se aplica para agregarle una premisa que no esté en el ejercicio y que sea necesaria
21	Con uso de una requiere unir las dos variables "p" y "q" para asi "p" pueda seguir positiva
22	Añade una variable
23	Porque se adiciona cualquier variable que necesitamos utilizando el condicional v
24	Se le adiciona otra premisa que necesitas
25	Ley de adición nos ayuda a adicionar o sumar una variable que necesitemos en la premisa sin importar cual sea
26	Se le agrega lo que no existe
27	Pienso que es la correcta
28	Porque como su nombre lo dice "Adición", se le suma una variable
29	La ley de adición trabaja con la disyunción (v)
30	Por que se le suma una
31	Porque se le está agregando otra variable por medio de una disyunción inclusiva
32	Por que es la ley que le corresponde
33	Adiciona "q"
34	Ya que tengo una sola premisa la ley de adición me permite agregar aquello que no existe
35	Porque la ley de adición agrega lo que no existe
36	Por el orden de las premisas, esta ley agrega lo que no existe
37	La opción B se puede reconocer como ley de adición
38	Usando la disyunción se tiene premisa p, y se inventa la premisa q para que exista adición
39	b) por qué agrega lo que no existe
40	Es la única que agrega lo que no existe
41	La ley de adición me dice que puedo agregar una premisa (letra) que yo necesite colocando con un signo de disyunción inclusiva
42	Adiciona a quien no tengo, y trabaja con disyunción
43	Por que adicionamos a la variable que necesitemos
44	Permite agregar una premisa que no exista
45	Se agrega una variable a la premisa para poder resolverla operación
46	La opción "c" es de la ley de adición que se suman las letras "p" y "q" conectados para el conector ^
47	Por que agrega el q no existe
48	La (b) porq agrega al q' no existe
49	Se le agrega una variable
50	Su signo lo cambia
51	Nos permite adicionar una variable sino la tenemos en el ejercicio y nos la piden en la conclusión
52	"B" agregamos una posible opción a algo
53	Esta ley agrega lo que necesitas
54	Consiste en unir a una premisa de una solo elemento con un elemento buscado
55	Es porque agrega la variable que no se encuentra en el ejercicio
56	La ley de adición nos sirve para agregar lo que no existe y trabaja solo con el conector v
57	Esta ley agrega y une la variable para utilizar o para un resultado
58	Puedo adicionar una variable mas a mi desición es decir tengo 1 variable pero me puede salir otra desición y la puedo adicionar
59	Porque permite agregar una letra que no este dentro del ejercicio y que se desee tener
60	La ley de adición dice que si tengo una variable la puedo agregar por disyunción inclusive una variable cualquiera
61	Ley de adición está representada en la opción "b" y me agrega la que no existe

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012) TRANSCRIPCIÓN FIEL Y EXACTA DE LA INFORMACIÓN DADA POR LOS ENCUESTADOS.

Tabla nº 30-A

	Respuestas		
Opción	**E**	**N.E**	**Total**
f	61	101	162
%	38	62	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica n° 29

INTERPRETACIÓN:

A través del ítem veinte (20) se pretendía que los estudiantes aportaran sus interpretaciones de la representación semiótica de la ley de inferencia denominada Adición para verificar si existe una equivalencia correcta con su representación mental pero sólo el 38% de los encuestados tienen tal sincronía, puesto que otro 62% obvio dar respuestas.

En este orden de ideas, se encontró que mencionan que con tal ley pueden agregar, añadir, agarrar otra variable cualquiera del universo con el conector disyunción pero no indican si es exclusivo o inclusivo, manifestaron interpretaciones con incoherencia en la redacción que imposibilita entender los escritos (ver sujeto 50) y en otro caso las descripciones no contaban con un sustento teórico y aún menos gozan de un orden gramático sin fundamentación teórica (ver sujeto 37).

Por otra lado, se observaron errores ortográficos y opiniones subjetivas desprovistas de todo razonamiento donde usaron expresiones como *"pienso que es la correcta"* y *"porque es la ley que corresponde"*, confundieron el objeto de estudio con la ley de Conjunción puesto que indicaron que podían unir mediante el término de enlace de la disyunción inclusiva; al conector disyunción lo denominaron conjunción, disyunción exclusiva y condicional.

En suma a lo antes escrito, se tiene que los discentes consideran y nombran a la variable proposicional como un valor, así como que el paso de adicionar es un proceso de sumar aquella variable que ellos necesiten, (ver sujetos n° 28 y 30).

Todo lo anterior, presenta una correlación con lo que plantea Duval (1999) cuando señala que toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida de la comprensión: los conocimientos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por fuera de su contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos, o porque permanecen como representaciones "inertes" que no sugieren ninguna transformación productora.

Ítem n° 21	**21. De las siguientes leyes de Inferencias dadas, cuál de ellas es la representación semiótica de la Ley de Conjunción**
ALTERNATIVA CORRECTA C	a) $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ -q \end{array}}{p}$ b) $\dfrac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ -q \end{array}}{-p}$ c) $\dfrac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$ d) $\dfrac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{q}$ ¿Por qué? ______________________

TABLA Nº 31 "Distribución de Frecuencia de la diferenciación de la Ley"

Tabla n° 31-A

	Alternativas					
Opción	**A**	**B**	**C**	**D**	**N.R**	**Total**
f	0	0	138	3	21	162
%	0	0	85	1.9	13	100

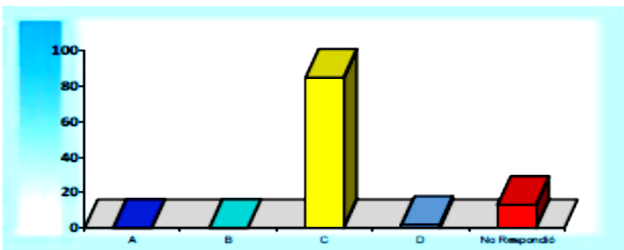
INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Tabla n° 31-B

	Respuestas			
Opción	**C**	**I**	**N.R**	**Total**
f	138	3	21	162
%	85	1.9	13	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica n° 30-A



Gráfica n° 30-B

INTERPRETACIÓN:

A través de la tabulación de los datos en cuanto al ítem veintiuno (21) se pudo constatar que el 85% de los sujetos poseen una clara representación mental de la ley de inferencia denominada Conjunción, es decir, ellos manejan la teoría donde se pueden unir dos premisas dadas a través del conector conjunción; más sin embargo, un 1,9% no están claros con esto ya que la confundieron con la alternativa D, la cual es la representación semiótica del Modus Ponendo Ponens; y otro 13% no aportó respuesta alguna reflejando así un vacío en sus estructuras cognitivas para la identificación de tal ley, además de encontrarse enfrentados a una disyuntivas a la variedad de alternativas planteadas.

Tales resultados verifican la cita que menciona Duval (1999) de Piaget, (1968) al referirse que el desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los preceptos.

TABLA Nº 32 "Distribución de Interpretación de la Ley"

SUJETO N°	DESCRIPCIÓN DE LAS EXPLICACIONES Y/O INTERPRETACIONES
1	Es como una suma y queda con " ^ "
2	Porque teniendo p y teniendo q las puedo unir para tener como resultado p ^ q
3	Tengo una variable cualquiera y me encuentro con otra variable me da como resultado una formula de conjunción formada por esas dos variables
4	Tengo 2 variables y me da como resultado una formula de conjunción con 2 variables
5	Tengo una variable y me encuentro con otra variable me da como resultado una formula entre esas dos variables
6	La letra "C" porque se encuentra premisas pero las separa el conectivo y juntos vendrían siendo antecedente y consecuente
7	Tengo una variable me encuentro con otra variable y me da como resultado una formula de conjunción formada por las variables
8	Porque tengo dos variables y me da como resultado una formula de conjunción formada por esas dos variables
9	Porque con las dos variables se obtiene la formula de conjunción el antecedente y el consecuente
10	Se toma las variables y se pone en conjunción
11	Porque nos encontramos con 2 variables y las unimos y nos va a dar el resultado dicha fórmula formadas por esas 2 variables
12	La ley de conjunción está representada en la opción "c" y me une las variables
13	Ley de conjunción tengo dos variables cualquiera y me da como resultado las dos variables unidas por conjunción
14	Porque permite unir dos premisas
15	Me permite unir 2 variables separadas y hacer una sola respuesta
16	Esta ley une 2 variable ya existente
17	Esta ley nos permite unir trabajando solo con el conector ^
18	Porque une a las variables que están separadas
19	Consiste en unir dos premisas de un solo elemento
20	Esta ley sirve para unir
21	"C" porque unimos las opciones que nos presentan por ejemplo dos salidas en un solo dia
22	Porque nos permite unir dos variables
23	Son diferentes
24	La c porque uno dos variable con (^)
25	Es la (c)
26	Une dos variables
27	Permite unir las premisas
28	Por que une lo que está separado
29	Une a las variables, trabaja con conjunción
30	La opción "c" es la ley de conjunción porque es la que me permite unir dos premisas siempre y cuando se le coloque el símbolo de conjunción
31	Cuando se necesitan dos variables que no están unidas, se utiliza esta ley
32	c) por qué une dos variables
33	Se tiene la premisa p y la premisa q por separado y mediante la conjunción estas se pueden unir
34	Se representa como ley de conjunción
35	Esta ley une las dos premisas, que se encuentran separadas
36	Porque es la que une
37	Tengo la premisas p y q separadas y luego el resultado las muestra unida
38	Une lo que está separado
39	Por q es la ley que le corresponde
40	Porque se están uniendo dos variables por medio de una conjunción

41	Se une dos
42	Al unir dos premisas utilizo el símbolo (^)
43	Porque al estar dos variables separadas, se procede a "unirlas" con esta ley de conjunción
44	Pienso que es la correcta
45	Es conjunción porque une las premisas
46	Nos ayuda a unir dos premisas para formar una nueva
47	Se agrupan las dos premisas que necesitas
48	Porque unimos 2 variables por medio del condicional ^
49	Porque las leyes de inferencia dice que al tener dos premisas solas deben ir unidas por una conjunción, esa es su función unir premisas
50	Se une dos variables deseadas por medio de la conjunción
51	Une a las variables
52	Nos permite unir dos premisas
53	Porque esta representado en el resultado con el ^, quedando una unión entre las variables "p" y "q"
54	Se utiliza para unir premisas
55	Une las premisas que están solas para unirlas
56	Es una de las leyes de inferencia que permite unir

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012) TRANSCRIPCIÓN FIEL Y EXACTA DE LA INFORMACIÓN DADA POR LOS ENCUESTADOS.

Tabla nº 32-A

	Respuestas		
Opción	E	N.E	Total
f	56	106	162
%	35	65	100

INFORMACIÓN RECOPILADA POR LA AUTORA (2012)

Gráfica nº 31

INTERPRETACIÓN:

El análisis cuantitativo permitió deducir que el 35% de los encuestados tienen una sincronía entre la representación mental y semiótica en cuanto al objeto de estudio denominado Ley de Conjunción, por el contrario no sucede con otro 65% ya que no aportaron ningún tipo de interpretación. En este orden de idea, los sujetos no dieron explicaciones equivalentes, puesto que no existe coherencia en la redacción y las mismas están desprovistas de fundamento teórico que permitan al lector comprender la ley, mientras que en otros llamaron al conector conjunción, condicional, así como se observó que consideran a la ley como una unión de expresiones o premisas que se encuentran separadas.

En relación a lo anterior, Duval (1999) señala que en las matemáticas no sólo debe existir la coordinación de las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes, sino también en la lengua natural; ya que el dominio no dependerá de las reglas gramaticales sino más bien de la capacidad para escribir textos coherentes, organizados, argumentados, de la capacidad para comprender las tareas planteadas, para aportar información cuando se les pide una justificación, interpretación, o una respuesta a una pregunta específica.

REFERENCIAS:

- Chevallard, Y. (1999). ***El Análisis de las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico***. Vol. 19. Nº 12. pp. 221-266. Disponible: http://josedesktop.uacm.edu.mx/nolineal/libros/campomedio/El_analisis_de_las_practicas_docentes_en_la_teoria_antropologica_de_los_didactico.pdf [Consulta: 2009, Marzo 19].
- Duval, R. (1999). ***Semiosis y Pensamiento Humano***. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática. ISBN 958-8030-23-4. Traducción de Myriam Vega Restrepo. Cali-Colombia.

Continúa en el próximo número…

¿Qué métodos de demostración matemática son válidos?

En la década de 1920, algunos matemáticos rechazaban uno de los métodos de demostración más empleados.

Versión del artículo original de CARLOS M. MADRID CASADO

TOMADO DE: El País – España / Sección Café y Teoremas, 6 de enero de 2022

Carlos M. Madrid Casado *es investigador de la* ***Fundación Gustavo Bueno****.*

Café y Teoremas *es una sección dedicada a las matemáticas y al entorno en el que se crean, coordinado por el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), en la que los investigadores y miembros del centro describen los últimos avances de esta disciplina, comparten puntos de encuentro entre las matemáticas y otras expresiones sociales y culturales y recuerdan a quienes marcaron su desarrollo y supieron transformar café en teoremas. El nombre evoca la definición del matemático húngaro Alfred Rényi: "Un matemático es una máquina que transforma café en teoremas".*

Edición y coordinación: Ágata A. Timón G Longoria (ICMAT).

L.E.J. BROUWER (A LA DERECHA) Y HARALD BOHR (A LA IZQUIERDA) DURANTE EL CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS CELEBRADO EN ZÚRICH EN 1932.

Desde los antiguos geómetras griegos, quien dice matemáticas dice demostración. Una demostración es un razonamiento que, a partir de unos principios o axiomas que se consideran correctos, permite deducir un resultado o teorema. Las demostraciones son el pegamento que mantiene unidas las matemáticas. Pero, ¿cuáles son los métodos de demostración válidos? Es decir, ¿de qué formas se puede llegar de los axiomas a los resultados? Esta cuestión experimentó un giro radical hace exactamente un siglo. En los felices años 20, dos matemáticos, David Hilbert y L.E.J. Brouwer, discutieron la validez de uno de los métodos de demostración en boga (llamado reducción al absurdo) y con ello se internaron en el terreno de la filosofía.

Todo había comenzado más de tres décadas atrás. En 1888, un joven Hilbert había dejado boquiabiertos a sus contemporáneos al solucionar un problema algebraico (el problema de Gordan) de un modo tan novedoso que hizo exclamar al propio Paul Gordan, quien había propuesto el problema: "¡Esto no son matemáticas! ¡Es teología!" En lugar de buscar la solución del problema, Hilbert demostró que no podía no tener solución. Su prueba no era constructiva. Era existencial. No ofrecía directamente la solución del problema, sino que demostraba de forma indirecta que si no la hubiera, se produciría una contradicción.

Se trataba de un razonamiento por reducción al absurdo. Para demostrar que una proposición matemática es verdadera, se prueba que si no lo fuera, se deduciría una contradicción (un absurdo), por lo que ha de ser verdadera. El método, ya empleado por Euclides, no era aceptado unánimemente por la comunidad matemática.

La disputa confrontaba dos formas del hacer matemático. Por un lado, la visión constructiva, típica del siglo XIX, que forzosamente pasaba por la construcción del objeto matemático cuya existencia se quiere demostrar. Por otro, la existencial, una tendencia que se impondría en el siglo XX, y donde la palabra existir no tiene más significado que estar exento de contradicción. Las demostraciones existenciales informan de que en el mundo hay un tesoro escondido, pero no descubren su localización.

Brouwer mantenía que esta clase de razonamiento era responsable de las paradojas que asolaban las matemáticas desde finales del XIX. El matemático neerlandés se percató de que las demostraciones existenciales por reducción al absurdo se basaban en un principio lógico incuestionado desde que lo formulara Aristóteles: el principio de tercio excluso. Este establece que, para cualquier proposición matemática, o bien esta es verdadera, o bien lo es su negación, puesto que cualquier tercera opción queda excluida.

Así, el método de reducción al absurdo deduce la verdad de una proposición a partir de que su negación no puede ser verdadera. Sin embargo, para Brouwer, este principio no era una verdad filosófica y demostrar la falsedad de la negación de un enunciado no garantiza que este sea verdadero, como si no hubiera otra opción. Porque hay otra posibilidad: existen enunciados que no son verdaderos ni falsos. Por ejemplo, como no sabemos si la expresión decimal del número π contiene veinte ceros seguidos, Brouwer diría que la proposición "el desarrollo decimal de π contiene veinte ceros seguidos" no es ni verdadera ni falsa. Para este matemático, afirmar la verdad de un enunciado es dar una prueba constructiva del mismo, de manera que, si no podemos probar que π contiene o no veinte ceros seguidos, la proposición no es verdadera ni falsa a día de hoy. El principio de tercio excluso puede ser válido para un ser superior, que conociese toda la secuencia decimal de π de un vistazo y sabe si la proposición es verdadera o falsa, pero no lo es para la lógica humana.

En la década de 1920, estas dos filosofías de las matemáticas –el intuicionismo de Brouwer y el formalismo de Hilbert– lucharon por el alma de cada matemático, al tiempo que sus promotores se enzarzaban en una cruda polémica no exenta de golpes bajos, y que Einstein denominó "guerra de sapos y ratones".

En 1921, el matemático Hermann Weyl, discípulo de Hilbert, publicó un artículo titulado *Sobre la nueva crisis de fundamentos de las matemáticas*, donde profetizaba el advenimiento de una revolución en la forma de hacer matemáticas de la mano de Brouwer. Hilbert comparó el asunto con un golpe de Estado por parte de un filósofo disfrazado de matemático.

Brouwer intentó reconstruir la matemática sin apelar al principio de tercio excluso, pero el resultado tiraba por la borda múltiples teoremas clásicos. Este precio demasiado alto determinó que la mayoría de matemáticos, incluso Weyl, terminaran distanciándose de la matemática intuicionista. Como decía Hilbert, quitarle al matemático el método de demostración por reducción al absurdo es como prohibir al astrónomo emplear el telescopio o al boxeador usar sus puños.

Lise Meitner: La física que nunca perdió su humanidad.

En 1938, Lise Meitner propuso la explicación teórica de la fisión nuclear, fundamentada en la ecuación $E=mc^2$ de Albert Einstein.

Versión del artículo original de Mª ÁNGELES GARCÍA FERRERO y JUAN GARCÍA FERRERO

FUENTE: El País – España / Sección Café y Teoremas / 26 julio 2020

LISE MEITNER TRABAJANDO CON EL PREMIO NOBEL DE QUÍMICA OTTO HAHN EN 1920.
CRÉDITO FOTO: GETTY.

Lise Meitner, siendo su nombre completo *Elise Meitner*. Nació el 7 de noviembre de 1878 en Viena, Austria; y falleció el 27 de octubre de 1968 en Cambridge, Reino Unido. Fue una científica austriaca que investigó en radiactividad y en física nuclear. Formó parte del equipo que descubrió la fisión nuclear, un logro por el cual su amigo y colaborador Otto Hahn recibió el Premio Nobel.

- **Mª Ángeles García Ferrero.** Investigadora. Ganadora Premio José Luis Rubio de Francia.
- **Juan García Ferrero.** Físico e ingeniero.

Café y Teoremas es una sección dedicada a las matemáticas y al entorno en el que se crean, coordinado por el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), en la que los investigadores y miembros del centro describen los últimos avances de esta disciplina, comparten puntos de encuentro entre las matemáticas y otras expresiones sociales y culturales y recuerdan a quienes marcaron su desarrollo y supieron transformar café en teoremas. El nombre evoca la definición del matemático húngaro Alfred Rényi: "Un matemático es una máquina que transforma café en teoremas". Editada y coordinada por Ágata A. Timón García-Longoria (ICMAT).

En Viena, quizá la encarnación más perfecta de la Europa liberal, multilingüe y segura de sí misma de finales del siglo XIX, nació Lise Meitner en 1878. Sus aportaciones a la física, fruto de una equilibrada perspectiva teórica y experimental, son comparables a las de Marie Curie en química o a las de Emmy Noether en matemáticas. Su vida, marcada por la discriminación y el descrédito, también.

LISE MEITNER
(1878-1968)

Meitner, de origen judío, estudió Física y Matemáticas en su ciudad natal con Ludwig Boltzmann, pionero de la llamada mecánica estadística. Esta disciplina explica las magnitudes macroscópicas, como la temperatura o la entropía, en base a fenómenos microscópicos. Tras doctorarse en física teórica, también en la Universidad de Viena, y con tres artículos publicados, Meitner quiso seguir ampliando sus conocimientos en la Universidad de Berlín, donde a duras penas logró ser admitida como oyente.

Allí enseñaba Max Planck, padre de la teoría cuántica, quien en 1912 la acabaría contratando como asistente. Fue la primera mujer en ocupar tal puesto en Prusia y este fue el único modo que le permitía contar con ciertos ingresos en el ambiente académico, y poder continuar así con su trabajo en el instituto del eminente químico Emil Fischer. Allí, Meitner realizaba sus investigaciones en el sótano, ya que tenía vedado el acceso al resto del edificio.

En aquella época dedicó su empeño al novedoso campo de la radioquímica, que en aquel momento estudiaba a través de técnicas químicas la radiactividad, un fenómeno propio del núcleo atómico. Aunque la química es una ciencia basada en la corteza atómica, como el átomo posee la misma carga eléctrica en el núcleo que en la corteza –aunque de signos opuestos–, es posible obtener información a través de ésta sobre fenómenos del núcleo. El único especialista en radioquímica en Alemania en esa época era Otto Hahn, que se convertiría en colaborador de Meitner por muchos años. Junto a él, midió el espectro de la radiación beta, paso previo hacia el descubrimiento del neutrino, la fuerza débil (y electrodébil) y el bosón de Higgs. También descubrió el protactinio, elemento anterior al uranio; y, lo más importante de todo: descubrió la fisión nuclear.

Los experimentos de Otto Hanh reflejaban que al bombardear uranio con neutrones se obtenían elementos que no eran los que cabría esperar. Lise Meitner propuso la siguiente explicación: el neutrón, al impactar sobre el núcleo de uranio, no se limita a causar un pequeño desconchón, sino que lo parte en dos fragmentos más o menos iguales. Fundamentó su idea en la ecuación $E=mc^2$ dada por Albert Einstein 33 años antes.

Para entender esta idea, pensemos en una ballesta. Sabemos que la energía cinética de la flecha disparada es igual a la energía potencial de la ballesta montada. También es cierto, aunque mucho menos intuitivo, que el peso de la ballesta montada no coincide con la suma de los pesos de la flecha y de la ballesta por separado, sino que es ligeramente superior. No obstante, este "defecto de masa" es demasiado pequeño para poder determinarlo con precisión en este ejemplo. Sin embargo, la teoría de la relatividad especial afirma que esta diferencia de masa, multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado, es igual a la energía cinética de la flecha. En la fisión nuclear, el núcleo del átomo de uranio actúa como la ballesta montada, que es disparada al absorber un neutrón. En este caso, las fuerzas que mantienen unido al núcleo son tan intensas que la diferencia entre su masa y la de los dos fragmentos en los que se escinde sí que puede medirse con precisión.

Lise Meitner realizó estos cálculos junto con su sobrino Otto Frisch y observó que coincidían con las energías cinéticas de los núcleos resultantes del proceso. Con ello concluyó que lo que se observaba en los experimentos de bombardeo de uranio era la fisión del núcleo en dos partes de tamaños comparables. Estos experimentos se venían realizando desde 1934 en diferentes laboratorios de Europa y Estados Unidos, pero jamás se habían atribuido al fenómeno descrito por Meitner en 1938.

Meitner llegó a estas conclusiones revolucionarias en Suecia, a donde había huido de la Alemania nazi. A la publicación de sus resultados en la revista *Nature*, le siguió una avalancha de comunicaciones sobre la fisión nuclear que se cortó de golpe con el comienzo de la guerra en septiembre de 1939. La investigación sobre la fisión nuclear se intensificó pero pasó a ser un secreto militar. Seis años más tarde, en agosto de 1945, la enormidad de las fuerzas nucleares se manifestó en Japón. Solo tres meses después, se otorgó el premio Nobel de Química exclusivamente a Otto Hahn por el descubrimiento de la fisión nuclear.

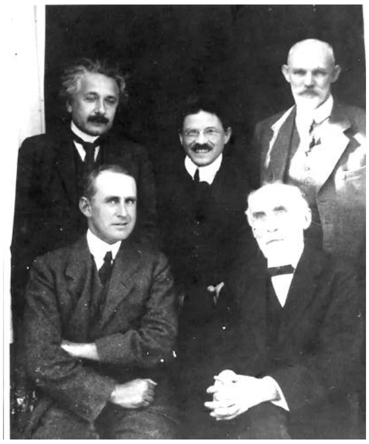
Lise Meitner murió en 1968 en Inglaterra. Su oposición a la aplicación de la fisión nuclear con fines bélicos le valió el epitafio que da título a este artículo. Veintinueve años después, el elemento químico 109 fue nombrado meitnerio en su honor.

Einstein y Arthur Eddington.

Arthur Eddington creyó en las teorías de Einstein desde el principio, y fueron sus datos tomados durante el eclipse solar de 1919 los que dieron el primer indicio experimental de que la teoría general de la relatividad podría ser correcta. La amplia cobertura informativa de los resultados de Eddington llevó a la teoría de la relatividad, y al propio Einstein, a unos niveles de fama sin precedentes.

Versión del artículo original de CÉSAR TOMÉ LÓPEZ
Divulgador científico y editor de Mapping Ignorance

Una versión anterior de este artículo se publicó en Experientia Docet el 15 de noviembre de 2009.



EN LA IMAGEN, TOMADA EN LEIDEN EN 1923, PODEMOS VER DE ARRIBA ABAJO Y DE IZQUIERDA A DERECHA A ALBERT EINSTEIN, PAUL EHRENFEST, WILLEM DE SITTER, ARTHUR EDDINGTON Y HENDRIK LORENTZ. FUENTE FOTO: WIKIMEDIA COMMONS.

Arthur Eddington está considerado uno de los más importantes astrónomos ingleses del siglo XX. Se especializó en la interpretación de las observaciones de los movimientos de las estrellas en el Observatorio de Greenwich. En 1913, fue uno de los primeros científicos no alemanes en entrar en contacto con las primeras versiones de la teoría general de la relatividad, e inmediatamente se convirtió en un declarado partidario.

Cuando Einstein empezó a publicar sobre la teoría general de la relatividad, Eddington, como otros muchos científicos, estaba convencido de que era correcta; simplemente tenía tanto sentido que *sentían* que tenía que ser correcta. Pero eso no significaba que no quisiesen ver una prueba concreta, experimental. Dado que la teoría de la relatividad general se centra en la idea de que las masas gigantescas (estrellas, planetas, etc.) deforman el mismísimo espacio (estrictamente, el espaciotiempo), la única forma de comprobar la teoría era la observación astronómica. Los científicos querían medir si la luz de una estrella se desviaba al pasar cerca de una masa como la del Sol. El problema era que esa observación de la débil luz de una estrella no se podía hacer con el Sol brillando con toda su intensidad. Era necesario un eclipse.

Y así en 1912, 1914 y 1916, se enviaron expediciones a varias localizaciones alrededor del mundo para estudiar eclipses solares. Pero cada una de ellas no pudo aportar datos: en la primera llovió y las segundas fueron detenidas por motivos geopolíticos (la Primera Guerra Mundial había comenzado en 1914). Sin embargo, esto terminó siendo una suerte ya que, si bien hoy sabemos la teoría de Einstein era correcta, en esas fechas un cálculo clave era erróneo. En la primera publicación de la teoría en 1911, Einstein había calculado mal el valor de la curvatura de la luz debida a la gravedad; se había descuidado a la hora de incluir todos los efectos del espacio curvado. Si los datos de los eclipses hubiesen estado en desacuerdo con las predicciones de Einstein, como probablemente habría ocurrido, la teoría podría haber sido desechada por incorrecta.

En 1915 Einstein corrigió el modelo matemático de la teoría, proporcionando un valor revisado para el arco de la luz. Hubo un intento de medición en 1918 en los Estados Unidos pero los resultados no fueron concluyentes.

Durante todos estos intentos, Eddington simplemente aceptó la teoría general de la relatividad, sin necesitar más pruebas que su razón, pero el director del Observatorio de Greenwich y Astrónomo Real, Frank Watson Dyson, quería ver los datos de una prueba "concluyente" **[1]**. Así, Dyson ordenó dos expediciones para 1919. Eligió a Andrew Crommelin del Observatorio Real para liderar una a la ciudad de Sobral (Brasil) y a Eddington para la otra. La elección de Eddington tuvo toda una historia detrás.

En 1917, el gobierno británico comenzó una nueva tanda de reclutamiento y, aunque la Universidad de Cambridge había movido los hilos para que no tocasen a su profesor, la crianza cuáquera de Eddington le llevó a denunciar formalmente la guerra. Dyson intervino y, usando toda su influencia, convenció al Ejército Británico de que se olvidase del científico bocazas. A cambio de no ir a un campo de prisioneros, el compromiso que adquirieron Eddington y Dyson fue que Eddington "encabezaría una expedición que aseguraría la tradición británica de estar a la vanguardia de la física de manera que el brillo de Newton no se viese empañado". De esta forma Eddington fue el encargado de dirigir la expedición a la isla portuguesa de Príncipe (actualmente parte de Santo Tomé y Príncipe) en el Golfo de Guinea en África.

LA EXPEDICIÓN DE EDDINGTON FUE TODO UN ÉXITO MEDIÁTICO

Tan pronto como supo del éxito de los científicos británicos, Einstein mandó una postal a su madre. Decía: “Querida madre, felices noticias hoy. H.A. Lorentz me ha telegrafiado diciendo que las expediciones británicas han demostrado de hecho la deflexión de la luz por el Sol”. Los científicos también saludaron con entusiasmo los resultados, y posiblemente gracias a un profundo deseo de superar las divisiones de la Gran Guerra, el resto del mundo se alegró de que unos británicos hubiesen confirmado las teorías de un alemán. Eddington fue el encargado de presentar los resultados ante una reunión conjunta de la *Royal Society* y la *Royal Astronomical Society*. Los periódicos estaban encantados con la noticia. **[2]**

El *Times* de Londres afirmaba en sus titulares del 17 de noviembre de 1919. “Revolución en la ciencia – Nueva teoría del universo – Las ideas de Newton derrocadas”. Y antes incluso de que las noticias se difundiesen por Europa, el *New York Times* en los Estados Unidos escribía una serie de seis artículos con titulares como: “Luces torcidas en los cielos”; “Los hombres de ciencia más o menos convulsionados: la teoría de Einstein triunfa”. Eddington también pasó al primer plano. Era requerido para que diese conferencias continuamente y, en ellas, hablaba a menudo de la relatividad.

En 1920, Eddington publicaría una obra de divulgación “Espacio, tiempo y gravitación”. En 1923, la magistral “Teoría matemática de la relatividad”. Hasta su muerte ya no publicaría ningún trabajo relevante más, dedicando sus últimos 20 años de vida, al igual que Einstein, a la búsqueda infructuosa de una teoría unificada. En 1946 aparecería póstumamente su “Teoría fundamental”. La diferencia principal entre Einstein y Eddington estuvo en que Einstein era consciente de que ninguno estaba teniendo éxito en su búsqueda de la teoría del campo unificado.

Notas:

[1] Todo este relato tiene unas profundas implicaciones filosóficas. Sobre la necesidad de una prueba *concluyente* véase: “El experimento crucial que nunca existió”.

[2] ¿Una sola medición echa por tierra todo el marco físico newtoniano? ¿O son los medios de comunicación los que elevan a absoluto *un hallazgo preliminar* en su búsqueda del titular impactante? Véase “Desviación de la luz y falsabilidad” y, para más detalle técnico, “Comprobaciones experimentales de la relatividad general” (y 2)

El valor de saber callar…

Por: HERNANI ZAMBRANO GIMENEZ, Ph.D.

TOMADO DE: El carabobeño.com – 11 de abril de 2021

HERNANI ZAMBRANO GIMENEZ

Egresado de Universidad Central de Venezuela. Estudios de Postgrado en la Universidad de Stanford (USA). Profesor y Ex Director de Escuela de Educación (Universidad Carabobo, Valencia, Venezuela). Ex Director Escuela de Psicología (Universidad Arturo Michelena, Valencia, Venezuela). Asesor de Empresas y Productor Radial en Universitaria 104,5 FM (Universidad Carabobo, Venezuela). Correo Electrónico: hernaniyo@outlook.com

Cualidad asombrosa de los seres humanos, nosotros, ha sido el desarrollo y la utilización de un lenguaje con aplicaciones inmediatas, tan prácticas como el habla y la escritura. Cuánto y a qué nivel, estas dos herramientas superiores han facilitado nuevos desarrollos de la humanidad, la creación de más cultura, y el esplendor de la ciencia y filosofía. Pero esos mismos elementos, el habla y la escritura, utilizados sin parar, sin moderación ni control, pueden llegar a convertirse en formas de penetración hiriente, residenciados en las consciencias de millones de habitantes, de cientos de países de la tierra.

Ernest Hemingway (USA, 1899-1961), excelente novelista de vida acelerada y compleja, y premio Nobel de literatura en el año 1954, dijo que "se necesitan dos años para aprender a hablar, y sesenta para aprender a callar". ¡Genial consideración la de Hemingway! Se refería a lo largo y exigente que es el aprendizaje del silencio; y se enfrentaba a la aceleración incontrolada, y el ruido destructor, asentado en lo profundo y superficial de nuestras sociedades.

Hablaba Hemingway a la naturaleza persistente y silenciosa, con su orden interior, en calma pero productiva. Se refería Hemingway a las sociedades que acogen bosques y selvas enteras, que crecen sin hacer ruido, sin llamar la atención, con sabias lecciones que debemos interpretar: ¡Quienes hablan sin antes haber aprendido el valor y el sabor del silencio, por ejemplo, corren el gran riesgo de informar, enseñar y aprender cosas equivocadas que, además, ya pueden haber sido tratadas y discutidas hasta el cansancio! Mucho de ruido queda de estas maneras de proceder.

La naturaleza nos enseña mucho de lo que necesitamos aprender en la vida, y de cómo hacerlo con naturalidad, sin la ostentación de los humanos. En la naturaleza no oímos, ni nos enuncian, que cada planta va a crecer, o que sus hojas van a caer, ¡pero observamos que crecen sin cesar, que botan hojas si lo necesitan, y que hacen todo eso en medio de un grande y "humilde" silencio, porque la naturaleza no tiene orgullos ni prisas!…

Cosa parecida se aplica a la naturaleza y sociedades humanas. Al administrar el silencio se agrega valor anímico que beneficia el análisis, la crítica y los procesos humanos. El silencio oportuno, el callar con previsión, tiene valor estratégico y táctico impresionante, antes, durante y después de cada acción social, psicológica y política… Hay muchos que callan por miedo o vergüenza de no saber hablar, pero hay quienes callan porque aprendieron a reconocer cuándo es que llegan los tiempos oportunos de poder hablar.

La imprudencia salta a la vista en aquellos que no pueden callar, porque un protagonismo escandaloso y un narcicismo agobiante, les mete en una "zona de combate". ¡Sólo habla con seguridad, quien sabe callar a tiempo! Quien no aprende a callar, termina en la gritería "callejera" del activismo populista chabacano, compulsivo y frustrante, o el exhibicionismo vulgar.

El silencio de la gente está a veces más cerca de la verdad, que sus palabras. Voltaire (Francia, 1694-1778), anunciaba siempre que, *"en la corte del rey francés, el arte más importante no era hablar bien, sino saber callarse"*; y mucho antes, Pitágoras había dicho que *"no sabe hablar quien no sabe callar"*. ¿Supieron callar oportunamente estas dos celebridades? ¡Se les perdona si no fue así!

SUSAN SONTAG:
LA LITERATURA ES LA LIBERTAD

Versión del artículo elaborado por FAENA ALEPH, Noviembre 25, 2013.
PUBLICADO EN EL BLOG: INSPIRACIÓN

SUSAN SONTAG
(1933-2004)

Susan Sontag nació bajo el nombre de *Susan Rosenblatt*, el 16 de enero de 1933 y falleció el 28 de diciembre de 2004 a los 71 años, ambos momentos en la ciudad de Nueva York, estado de Nueva York, EE. UU. Sus padres fueron *Jack Rosenblatt* y *Mildred Jacobsen*, ambos judíos estadounidenses.

Fue una escritora, novelista, filósofa y ensayista, así como profesora, directora de cine y guionista. Aunque ejerció la docencia y dirigió películas y obras teatrales, se dedicó principalmente a su carrera literaria y ensayística.

¿Quiénes seríamos si no pudiéramos olvidarnos de nosotros mismos, al menos por un rato?,
Se **preguntó Susan Sontag.**

Susan Sontag fue una escritora excepcional y a la vez una implacable "embajadora intelectual". Ella, quien creía en la vida privada y en las listas, alguna vez reflexionó sobre aquello que le dio herramientas para la vida misma: la lectura.

Ella consideraba el papel de la literatura como algo que nos libera de nuestras limitaciones inmediatas y nos ancla en una realidad más vasta. En resumen, como un instrumento que nos permite llorar por aquellos que no somos nosotros y no son los nuestros.

En 2003, poco antes de su muerte, Sontag recibió el prestigioso premio Friedenspreis, el Premio de la Paz de los Editores y Libreros alemanes. En su discurso de aceptación, titulado "Literatura y libertad", la escritora habla sobre la esencia de la literatura y sobre por qué esta es imprescindible para la libertad.

Una de las tareas de la literatura es formular preguntas y elaborar afirmaciones contrarias a las beaterías reinantes. E incluso cuando el arte no es contestatario, las artes tienden a la oposición. La literatura es diálogo, respuesta. La literatura puede definirse como la historia de la respuesta humana a lo que está vivo o moribundo a medida que las culturas se desarrollan y relacionan unas con otras. Los escritores algo pueden hacer para combatir esos lugares comunes de nuestra alteridad, nuestra diferencia, pues los escritores son hacedores, no sólo transmisores, de mitos. La literatura no sólo ofrece mitos, sino contra-mitos, al igual que la vida ofrece contra-experiencias: experiencias que confunden lo que creías creer, sentir o pensar.

Un escritor es alguien que presta atención al mundo. Eso significa que intentamos comprender, asimilar, relacionarnos con la maldad de la cual son capaces los seres humanos, sin corrompernos -volviéndonos cínicos o superficiales- al comprenderlo.

La literatura nos puede contar cómo es el mundo. La literatura puede ofrecer modelos y legar profundos conocimientos encarnados en el lenguaje, en la narrativa. La literatura puede adiestrar y ejercitar nuestra capacidad para llorar a los que no somos nosotros o no son los nuestros.

¿Qué seríamos si no pudiéramos sentir simpatía por quienes no somos nosotros o no son los nuestros? ¿Quiénes seríamos si no pudiéramos olvidarnos de nosotros mismos, al menos un rato? ¿Qué seríamos si no pudiéramos aprender? ¿Perdonar? ¿Volvernos algo diferente de lo que somos?

[…]

La disponibilidad de la literatura, de la literatura mundial, permitía escapar de la prisión de la vanidad nacional, del filisteísmo, del provincianismo forzoso, de la inanidad educativa, de los destinos imperfectos y de la mala suerte. La literatura era el pasaporte de entrada a una vida más amplia; es decir, a un territorio libre.

La literatura era la libertad. Y sobre todo en una época en que los valores de la lectura y la introspección se cuestionan con tenacidad, la literatura es la libertad.

Poemas de Louise Glück, Ganadora del Premio Nobel de Literatura 2020.

ESTA FOTO DE ARCHIVO TOMADA EL 19 DE NOVIEMBRE DE 2014 MUESTRA A LA POETA ESTADOUNIDENSE LOUISE GLUCK ASISTIENDO A LOS PREMIOS NACIONALES DEL LIBRO 2014 EN LA CIUDAD DE NUEVA YORK. EN 2020 LE OTORGARON EL PREMIO NOBEL DE LITERATURA POR PARTE DE LA ACADEMIA SUECA "POR SU INCONFUNDIBLE VOZ POÉTICA QUE CON UNA BELLEZA AUSTERA HACE QUE LA EXISTENCIA INDIVIDUAL SEA UNIVERSAL". CRÉDITO FOTO: ROBIN MARCHANT / GETTY IMAGES NORTH AMERICA / AFP.

Louise Glück nació el 22 de abril de 1943 en Nueva York, EE. UU., y en 2020, a los 77 años de edad, le fue otorgado el Premio Nobel de Literatura, "Por su inconfundible voz poética que con austera belleza hace universal la existencia individual", según acotó el Comité de la Academia Sueca encargado de la selección. *"Así se vive cuando tienes un corazón helado. / Como yo: entre sombras, arrastrándose sobre la roca fría, / bajo las copas inmensas de los arces",* versos que son una pequeña muestra del universo poético de Louise Glück, una selección que incluye versos de su *Ararat* (1990), un poemario que le abrió las puertas a lectores fuera de EE UU e *Iris salvaje* (1993), uno de sus libros más reconocidos y con el que ganó el Pulitzer en 1993.

Es, junto a Olga Tokarczuk, Svetlana Alexiévich y Alice Munro, la cuarta mujer en una década en recibir el galardón (y la decimosexta de la historia del premio). También es —con Bob Dylan, Kazuo Ishiguro y la citada Munro— la cuarta persona premiada en esta década que escribe en inglés.

En castellano hay varios de sus libros, publicados por la editorial *Pre-textos*. Entre ellos, *Ararat*, *Averno*, *El iris salvaj*e, *Las siete edades*, *Praderas* y *Una vida de pueblo*.

Según un artículo de Javier Rodríguez Marcos para el diario español El País, fechado en Madrid el 8 de octubre de 2020, en los argumentos que utilizan los jurados suelen manejar frases de repertorio sobre la tradición y la vanguardia, lo global y lo local, pero esta vez el Comité Nobel ha dado en el clavo. La austeridad y la autobiografía son los rasgos fundamentales de una autora que ha publicado 12 libros de poemas, la mitad de los cuales han sido publicados en España por la editorial Pre-Textos y traducidos al castellano por poetas como Eduardo Chirinos, Mirta Rosenberg, Abraham Gragera, Andrés Catalán o Mariano Peyrou.

En unas declaraciones recogidas en la web del Nobel, la escritora recordaba su impresión al recibir la noticia: "Lo primero que pensé fue: 'Me voy a quedar sin amigos'. Porque muchos son escritores", bromeó. Luego añadió que era un gran honor, aunque hay otros premiados a los que no admira. Más tarde pensó en los que sí y, finalmente, concluyó que podrá pagar la casa que quiere comprarse en Vermont. Pero, sobre todo, dijo, le preocupa preservar su vida y su rutina con la gente a la que quiere. Cuando el entrevistador le ha pedido que comente la relación en su obra entre experiencia vital y escritura, la autora se ha excusado con un "ese un tema demasiado grande y aquí es muy temprano por la mañana, apenas son las siete".

Profesora en la Universidad de Yale y Poeta Laureada de los Estados Unidos en 2003, Louise Glück atesora todos los premios posibles en su país: del Pulitzer por *El iris salvaje* (1992) al National Book Award por *Faithful and Virtuous Night* (2014). En febrero 2019, fue galardonada en Estocolmo con el Premio Tranströmer, promovido en memoria del último Nobel sueco, fallecido en 2015.

"Me he convertido en una anciana. / He acogido con agrado la oscuridad / que tanto temía", dicen unos versos de *Vita Nova* (1999). La vejez está siendo benévola con Glück, algo que no puede decirse de su juventud, marcada por el enfrentamiento con su madre, desgarro que dio lugar a algunos de sus poemas más emocionantes y lúcidos. Nieta de judíos húngaros emigrados a Estados Unidos, la nueva Nobel se crio en una casa de Long Island en la que aprendía mitología griega y leía episodios de la Biblia (su hijo se llama Noé) mientras fabricaba a mano los libros que ella misma escribía e ilustraba. "Siempre supe que quería escribir", declaró en una entrevista en 2012, el año en que se publicó su poesía reunida. "Hubo un momento en que quise ser actriz. Luego me di cuenta de que, en el fondo, lo que quería es que me aplaudieran. Tenía buena memoria, pero carecía del don de actuar. Era una actriz de madera".

Para Glück la escritura es una "venganza contra las circunstancias". En sus primeros años, concretamente contra el acoso escolar y el asfixiante dominio materno. Sin embargo, antes que la escritura, su venganza tuvo una forma menos amable: la anorexia. "Necesitaba quitarme a mi madre de encima", afirmaba en la misma entrevista. "También sentir que mi cuerpo era distinto al de los demás. Durante un tiempo me pareció una estrategia maravillosa: me convertiría en un alma pura, liberada de las limitaciones de la carne. El problema es que te mueres, y yo no tenía impulsos autodestructivos. Estaba intentando crear mi propio yo".

Si el mundo grecolatino la ayudó a encontrar imágenes universales para sus sentimientos, el psicoanálisis le enseñó a pensar y a encontrar el yo que tanto necesitaba. El trauma, el desencanto, el desamor y la desilusión son los grandes motores de una obra sencilla y clara que no prescinde del sentido del humor. "Me convertí en una criminal al enamorarme. / Antes de eso era camarera", escribe en *Sirena*. "No quería irme a Chicago contigo. / Quería casarme contigo, quería / que tu mujer sufriera. / Quería que su vida fuera como una obra de teatro / en la que todas las escenas son tristes. / ¿Piensa así / una buena persona?". A pesar de que sus versos tienen en muchas ocasiones un hilo narrativo, Louise Glück, que también ha cultivado el ensayo, nunca ha querido escribir ficción. "Cuando quiero ser feliz leo una novela", suele decir consciente del fondo oscuro que atribuye, por luminosa que resulte, a la poesía. "Leer ficción es como cocinar: lo hago por placer".

La comparación entre la ficción y la cocina no es casual. Después de abandonar la Universidad de Columbia sin licenciarse, trabajar como secretaria, publicar su primer libro —*Firstborn* (1968)— y divorciarse, la escritora comenzó a dar clases en el Goodard College de Vermont. Así conoció a su segundo marido, del que también terminaría separándose pero con el que fundaría el New England Culinary Institute, un centro para la formación de cocineros.

Fue en 1980, la década en la que Glück daría con la inconfundible voz que le ha valido el galardón más prestigioso de las letras universales. En 1985 ganó el premio de la Crítica con *El triunfo de Aquiles* y cinco años más tarde publicó *Ararat*, muy celebrado a posteriori pero cuya recepción la autora recuerda con una frase rotunda: ni una sola reseña. En 1992 se llevó el Pulitzer con *El iris salvaje*, 1996 sería el año *Praderas* —que tiene algo de *Odisea* homérica de andar por casa— y en 1999 cerró dos décadas prodigiosas con *Vita Nova*. En medio recopiló sus ensayos en un volumen llamado *Pruebas y teorías* que parte de una confesión: la experiencia fundamental de alguien que escribe es "la impotencia".

Pese a todo, la recién galardonada recuerda la composición de esos poemarios de los años noventa como momentos de efervescencia: ninguno le llevó más de mes y medio. Los demás fueron otra cosa. Los atentados del 11-S dieron lugar a un libro de un solo poema —*October* (2004)—, al que siguió, en 2006, *Averno*, en el que vuelve a aparecer otro mito clásico: Perséfone, la reina de los muertos. *Una vida de pueblo* (2009) —publicado en castellano por Pre-Textos en mayo pasado— y *Faithful and Virtuous Night (2014)* cierran por ahora una obra escrita, como dice su autora, contra el dolor y contra la pérdida: "Si consigues hacer algo con ellos, nunca volverán a vencerte". En el primer verso de su libro más famoso, *El iris salvaje*, lo dice así*:* "Al final del sufrimiento / me esperaba una puerta. / Escúchame: a eso que tú llamas muerte / yo lo recuerdo". Hoy, también al final, le esperaba la puerta del premio Nobel.

Todo esto señalado en el citado artículo de Javier Rodríguez Marcos.

¿CÓMO SE ELIGE EL NOBEL DE LITERATURA?

La Academia Sueca se ocupa de la selección de los candidatos al Nobel de Literatura y cuenta con 18 miembros. El comité del Nobel de Literatura es el órgano que evalúa las nominaciones y hace sus recomendaciones a la Academia, y lo integran cuatro o cinco miembros. En este comité, presidido por el profesor Anders Olsson, están los escritores Per Wästberg y Jesper Svenbro, y se han sumado tres especialistas externos Mikaela Blomqvist, Rebecka Kärde y Henrik Petersen. El plazo para presentar las nominaciones, que pueden hacer otros premiados, otras academias y profesores, se abre en septiembre y termina el 31 de enero de cada año. Luego en abril del mismo año, se reduce el número a entre 15 y 20 candidatos, y en mayo la lista es solo de cinco, seleccionados por el comité. Junio, julio y agosto se emplea en leer la obra de esos finalistas y en septiembre los miembros de la Academia deliberan y discuten. En octubre se anuncia y en diciembre, como es usual, se entrega dicho Premio Nobel.

A continuación transcribimos varios de sus poemas.

La mariposa

Mira, una mariposa. ¿Pediste un deseo?
Uno no pide deseos a las mariposas.
Tú hazlo. ¿Pediste uno?
Sí.
Pues no cuenta.

Amor bajo la luz de la luna

A veces un hombre o una mujer imponen su desesperación
a otra persona, a eso lo llaman
alternativamente desnudar el corazón, o desnudar el alma.
(Lo que significa que para entonces adquirieron una.)
Afuera, la tarde de verano, todo un mundo
arrojado a la luna: grupos de formas plateadas
que podrían ser árboles o edificios, el angosto jardín
donde el gato se esconde para revolcarse en el polvo,
la rosa, la coreopsis y, en la oscuridad, la cúpula dorada del capitolio
transformada en aleación de luz de luna,
forma sin detalle, el mito, el arquetipo, el alma
llena de ese fuego que en realidad es luz de luna,
tomada de otra fuente, y brilla unos instantes, como brilla
la luna: piedra o no,
la luna sigue estando más que viva.

Semejanza final

La última vez que vi a mi padre ambos hicimos lo mismo.
Él estaba parado en la puerta de su habitación,
esperando que yo acabase de hablar por teléfono.
Que él no estuviera pendiente a su reloj
era una señal de que quería conversar.
Conversar para nosotros siempre significó lo mismo.
Él decía algunas palabras, yo decía unas de vuelta.
Y en eso consistía.
Casi terminaba agosto, hacía mucho calor, mucha humedad.
Al lado los trabajadores arrojaban gravilla fresca en la marquesina.
Mi padre y yo evitábamos estar solos;
No lográbamos conectarnos, hablar por hablar.
Era como si no existieran
otras posibilidades.
Así que esta era especial: cuando un hombre se está muriendo,
hay de qué hablar.
Debe haber sido temprano en la mañana. De un lado a otro de la calle
los aspersores empezaron a funcionar. El camión del jardinero
apareció al final de la cuadra
hasta que se detuvo para estacionarse.
Mi padre quería contarme cómo era eso de morirse.
Dijo que no estaba sufriendo.
Dijo que se había quedado esperando el dolor, aguardando, pero nunca vino.
Lo único que sentía era una especie de debilidad.
Le dije lo mucho que me alegraba, que me parecía que tenía suerte.
Algunos de los maridos se subían a sus carros para ir al trabajo.
No gente que conociéramos. Nuevas familias,
familias con niños pequeños.
Las amas de casa se paraban en la marquesina, gritando o haciendo ademanes.
Nos dijimos adiós como acostumbrábamos,
Sin abrazarnos, nada dramático.

Cuando el taxi vino, mis padres lo observaron desde la entrada,
Agarrados de las manos, mi mamá tirando besos como suele hacer,
ya que le molesta cuando una mano no se está usando.
Pero por primera vez, mi padre no sólo se quedó parado ahí.
Esta vez saludó.
Eso mismo hice yo en la puerta del taxi.
Como él, saludé para esconder el temblor de mi mano.

El iris salvaje

Al final del sufrimiento me esperaba una puerta.
Escúchame bien: lo que llamas muerte lo recuerdo.
Allá arriba, ruidos, ramas de un pino vacilante.
Y luego nada. El débil sol temblando sobre la seca superficie.
Terrible sobrevivir como conciencia, sepultada en tierra oscura.
Luego todo se acaba: aquello que temías,
ser un alma y no poder hablar,
termina abruptamente. La tierra rígida
se inclina un poco, y lo que tomé por aves
se hunde como flechas en bajos arbustos.
Tú que no recuerdas
el paso de otro mundo, te digo
podría volver a hablar: lo que vuelve
del olvido vuelve
para encontrar una voz:
del centro de mi vida brotó
un fresco manantial, sombras azules
y profundas en celeste aguamarina.

El espino (Versión de Eduardo Chirinos)

Al lado tuyo, pero no
de tu mano: así te miro
andar por el jardín
de verano: las cosas
que no pueden moverse
aprenden a mirar. No necesito
perseguirte a través
del jardín; en cualquier parte
los humanos dejan
señal de lo que sienten, flores
esparcidas en el polvo del camino, todas
blancas y doradas, algunas
levemente alzadas
por el viento de la tarde. No necesito
seguirte adonde estás ahora,
hundido en la ponzoña de este campo, para
saber la causa de tu huida, de tu humana
pasión, de tu rabia: ¿por qué otra cosa
dejarías caer todo aquello que has acumulado?

Lamium (Versión de Eduardo Chirinos)

Así se vive cuando tienes un corazón helado.
Como yo: entre sombras, arrastrándose sobre la roca fría,
bajo las copas inmensas de los arces.
El sol apenas me alcanza.
A veces, al comenzar la primavera, lo veo elevarse a lo lejos.
Luego crecen las hojas sobre él, hasta cubrirlo todo.
Siento su brillo entre las hojas, vacilante,
como quien golpea un vaso con una cuchara de metal.

No todos necesitan de la luz
en igual medida. Algunos
creamos nuestra propia luz: una hoja plateada
como un sendero que nadie puede recorrer, un lago de plata
poco profundo bajo la oscuridad de los arces.

Pero esto ya lo sabes.
Tú y aquellos que piensan
que viven por la verdad, y en consecuencia,
aman todo lo que es frío.

La terquedad de Penélope (*De Praderas.* Traducción de Andrés Catalán)

Un pájaro llega a la ventana. Es un error
considerarlos solamente
pájaros, muy a menudo son
mensajeros. Por eso, una vez
se precipitan sobre el alfeizar, se quedan
perfectamente quietos, para burlarse
de la paciencia, alzando la cabeza para cantar
pobrecita, pobrecita, un aviso
de cuatro notas, para volar luego
del alfeizar al olivar como una nube oscura.
¿Pero quién enviaría a una criatura tan liviana
a juzgar mi vida? Tengo ideas profundas
y mi memoria es larga; ¿por qué iba a envidiar esa libertad
cuando tengo humanidad? Aquellos
que tienen el corazón más diminuto son dueños
de la mayor libertad.

Amante de las flores (De *Ararat,* traducción de Abraham Gragera López)

En nuestra familia, todos aman las flores. Por eso las tumbas nos parecen tan extrañas: sin flores, sólo herméticas fincas de hierba con placas de granito en el centro: las inscripciones suaves, la leve hondura de las letras llena de mugre algunas veces… Para limpiarlas, hay que usar el pañuelo.

Pero en mi hermana, la cosa es distinta: una obsesión. Los domingos se sienta en el porche de mi madre a leer catálogos. Cada otoño, siembra bulbos junto a los escalones de ladrillo. Cada primavera, espera las flores. Nadie discute por los gastos. Se sobreentiende que es mi madre quien paga; después de todo, es su jardín y cada flor es para mi padre. Ambas ven la casa como su auténtica tumba.

No todo prospera en Long Island. El verano es, a veces, muy caluroso, y a veces, un aguacero echa por tierra las flores. Así murieron las amapolas, en un día tan sólo, eran tan frágiles…

Confesión (De *Ararat,* traducción de Abraham Gragera López)

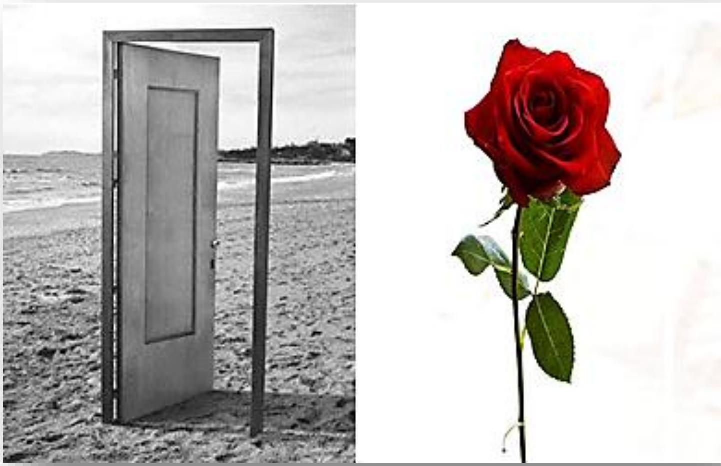
Decir que nada temo sería faltar a la verdad. La enfermedad, la humillación, me atemorizan. Tengo sueños, como cualquiera. Pero aprendí a ocultarlos para protegerme de la plenitud: la felicidad atrae a las Furias. Son hermanas, salvajes, que no tienen sentimientos, sólo envidia.

Artículos enviados por Dr. EDGAR REDONDO vía Facebook.

EDGAR REDONDO

Nació en Caracas, Venezuela. Actualmente residenciado en Madrid, España. Egresó como Bachiller del Liceo Carlos Soublette. Realizó estudios universitarios de Pre y Postgrado en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), Universidad Nacional Abierta (U.N.A.), Universidad de Carabobo, Universidad de Málaga, Universidad de Córdoba, Universidad del Sur Cancún. Se ha desempeñado como docente en Universidad de Carabobo, Universidad Central de Venezuela y Universidad Nacional Abierta.

21 de marzo: "El Día Mundial de la Poesía"…



… Y vaya que La Poesía es necesaria…

"Ustedes podrán decir que no entienden una sola palabra, pero la poesía no es racional, lógica, numérica. Eso es lo bueno que tiene. En eso consiste su necesidad. En un tiempo de números, de finanzas, de dinero plástico, de intereses compuestos, la alegría de la palabra poética, la del hipopótamo con las pezuñas de ceniza, es un aire fresco, oxígeno para el espíritu. Si los políticos profesionales, los banqueros, los personajes misteriosos que manejan la economía del mundo, no lo entienden, vamos mal… Por mal camino".

Que mejor día que 21 de marzo para rendir un homenaje a mi recordado amigo, el poeta portugués Manuel Alves de Oliveira, cuyo nombre poético fue Jorge de Amorim (1928-2011), y que estuvo residenciado en Venezuela durante más de cuarenta años, durante los cuales ejerció la docencia.

Manuel fue un ser sencillo y profundo, en él la poesía era una misión más que divina… mística, el "¡Sumo tema! Dios es el verbo", nosotros somos "verbos del verbo" y la poesía, "gozosa creación verbal", como experiencia de lo humano, es una "eufonía del Ser"… la puerta al encuentro con lo eterno.

Los poemas, los tomé de su libro "Tierra de nadie" (1987, Monte Ávila Editores), son cortos, muy cortos, muy en armonía con la famosa última proposición de Wittgenstein en su *"Tractatus logico-philosophicus"*: "De lo que no se puede hablar hay que callar"… Es que lo místico es lo inexpresable por definición, lo que no se puede decir.

En "La Puerta" Jorge de Amorim nos muestra que todo lo que es manifiesto y lo que llegue a manifestarse está signado por "la nada", lo que produce el "silencio del pensamiento", y así de esta forma en "Una Rosa" pueda aparecer el brillo del "Ser", el fundamento real de la vida.

LA PUERTA

Nada cierro,
Nada abro...
La Nada de cada lado.
Una ROSA...
Tranquila de Sí,
Ahí…
y la Nada aniquila.

Venga es que…"La poesía contribuye a la diversidad creativa al cuestionar de manera siempre renovada la forma en que usamos las palabras y nuestros modos de percibir e interpretar la realidad. Merced a sus asociaciones y metáforas y a su gramática singular."... ¡Larga vida a los poetas!

Juan Antonio Mayorga Ruano
Ganador Premio Princesa de Asturias de las Letras 2022.

Anoche vi por la tele la entrega de los Premios Princesa de Asturias y para variar, como todo los años, me di un banquete con los discursos de los galardonados…

Este año debo resaltar el discurso de Juan Antonio Mayorga Ruano, ganador del Premio de las Letras 2022.

Juan Mayorga es un matemático español, doctor en Filosofía que ha destacado como dramaturgo y además es miembro de la Real Academia Española. Es que un discurso es para Juan Mayorga un "hecho teatral" y, así, el dramaturgo, que ha recogido el Premio Princesa de las Letras en el Teatro Campoamor de Oviedo, ha sido también durante unos minutos un personaje "para el que en esta ocasión no encontré otro intérprete dispuesto a representarlo".

Acá les dejo, pues, su excelentísimo discurso… Todo un banquete de las letras y las tablas… Disfrútenlo:

Majestades, Altezas…

Queridas y queridos premiados.

Señoras y señores…

Un lluvioso atardecer, mi hija Raquel, entonces muy pequeña, se acercó a sus hermanos, Miguel y Beatriz, que dibujaban en una hoja blanca.

- ¿Qué hacéis?

- Las letras.

- ¿Todas?

- Todas.

Aquello fue un enorme descubrimiento para Raquel, quien no sabía leer pero sí que se escribe con letras y no imaginaba que no hubiese una cantidad infinita de ellas y menos que fuesen tan pocas. Ella ya había oído muchas palabras, y resultaba que todas podían hacerse con aquel puñado de signos. Por eso, miraba fascinada la hoja blanca, como si fuera un lugar mágico.

Y la verdad es que, si pensamos a fondo en ello, no dejará de parecernos cosa de magia que las letras, esos pocos dibujos, esos pocos sonidos, puedan tanto. Que puedan darnos tanta felicidad y hacernos tanto daño. Que puedan amenazar a una persona o enamorarla, unir a un pueblo o dividirlo, declarar una guerra o detenerla. Y que incluso se junten para formar esas frases de que solo los niños son capaces como "En la tripa de mamá viví en un castillo" o "¿Por qué las nubes se chocan todos los días con las montañas?".

Los niños todavía saben que hay un vínculo entre las letras, el juego y el milagro. Lo que me transporta a aquella tarde anterior en que Beatriz, quien entonces aún no había aprendido a escribir, estuvo, sin embargo, haciéndolo largo rato y con honda seriedad sobre otra hoja blanca que luego enseñó a Miguel para preguntarle:

- ¿Qué he puesto?

Si hoy quiero explicarme mi relación con las letras, íntima y apasionada, tengo que evocar una casa, la de mi propia infancia, en que se leía en voz alta. Y después debo, cuanto antes, hablar de mi descubrimiento del escenario, que se me apareció como un lugar no menos mágico que a la pequeña Raquel aquella hoja marcada.

También el escenario, tuviese el tamaño que tuviese, era un espacio infinito. En un escenario cabía el mundo. En un escenario cabíamos todos.

Así lo supe, inmediatamente, cuando fui por primera vez al teatro, gracias a que nos mandó hacerlo la profesora de Lengua y Literatura del instituto. Un poema sobre el misterio del tiempo, que es el gran misterio de la vida, Doña Rosita, la soltera, de Federico García Lorca, fue la primera obra a la que el asombrado muchacho asistió. Luego acudió a otras, ya sin que nadie se lo impusiese. Entre ellas, esa cuyo protagonista asegura que toda la vida es sueño, lo que el chico escuchó y el adulto escucha todavía como si el actor que lo interpretaba se lo revelase al oído, personalmente.

Recuerdo con gratitud cada una de las obras que vi y oí en mi adolescencia y la emoción que sentía al ir hacia los teatros. Yo había encontrado en ellos un lugar en que me respetaban -y no hay nada más atractivo para un adolescente que sentirse respetado-. La forma mayor del respeto es esperar algo bueno del otro, y yo iba hacia allí donde esperaban que me atreviese a escuchar, a pensar, a recordar, a imaginar.

Poco después empecé a escribir para esos sitios, los teatros, y creo que siempre lo he hecho teniendo presente a aquel chaval que encontró en ellos un lugar de respeto. He escrito siempre, en todo caso, para personas de las que espero mucho: espectadores que me acompañen con su pensamiento, con su memoria, con su imaginación.

Ustedes, espectadores, están siempre a mi lado, desde la primera palabra que pongo en la hoja blanca, aun desde antes de la primera palabra. Lo que decide a un autor a escribir para el teatro, lo que distingue tan singular forma de escritura, es la voluntad de reunión. Los autores reunimos letras con el deseo de que un día unos actores se reúnan en torno a ellas y luego abran su reunión a la ciudad.

Entre todas las expresiones de la bella jerga teatral, mi favorita es "compañía". Un amigo cuyo afán es la historia de las palabras me ha dicho que "compañía" nombraba, en su origen, a "los que comparten el pan". Los que escribimos teatro lo hacemos, desde luego, para compartir con otros. Para compartir un tiempo, un espacio, una vocación de examinar la vida y, cuando lo hay, un pan.

Por eso, porque el teatro es compañía, son tantos los que hoy reciben conmigo este premio y lo agradecen a quienes nos lo otorgan. Este Premio de las Letras, además de con mi mujer, madre de mis hijos y dueña de mis nombres, lo recojo junto a las actrices, los directores, los escenógrafos, las figurinistas, los iluminadores, los músicos, las tramoyistas, los maquilladores, las productoras, las traductoras y cuantos compañeros y compañeras, en complicidad con ustedes, han dado vida a las mías, mis letras, en un escenario.

Precisamente ahora estamos en uno, hermoso y antiguo. ¿Cuántos personajes habrán pisado estas tablas antes que nosotros?

Entre ellos, doña Rosita, que vivió esperando. Y aquella criatura que despertaba unas veces en un palacio tratada como príncipe y otras en una gruta encadenada como fiera y llegó a no saber separar la vigilia y el sueño.

Tampoco el personaje que hoy pongo ante ustedes -para el que en esta ocasión no encontré otro intérprete dispuesto a representarlo-, tampoco él se siente seguro de no estar soñando. Después de verse acogido por gentes tan afectuosas como solo suele haber en los cuentos, ahora comparte escena con personas admirables en sus importantes empeños. Acercarse a ellas ya sería, sueño o no, un gran premio.

Quizá recuerde todo esto como sueño cuando, mañana, busque en una hoja blanca letras que, si me esfuerzo y tengo suerte, acaso una noche unos actores quieran pronunciar ante unos espectadores en un escenario en que quepa el mundo. Y quizá ellos, actores y espectadores, sepan mejor que yo qué habré puesto en la hoja.

Mañana buscaré esas letras. Hoy, en este precioso teatro de la preciosa Asturias, solo diré unas pocas más. Cuatro palabras.

De corazón, muchas gracias.

La oscura "enfermedad del libro" que surgió en la Europa del siglo XIX.

FUENTE: BBC NEWS | MUNDO

TOMADO DE *MSN*

CRÉDITO IMAGEN: GETTY IMAGES.

En 1869, el teólogo bávaro Alois Pichler fue nombrado "bibliotecario extraordinario" en la Biblioteca Pública Imperial en San Petersburgo, Rusia, una posición prestigiosa acompañada de un no menos importante salario.

Pero no fue ese importante puesto el que llevó a Pichler a la fama, sino su enfermiza obsesión por los libros.

Meses después de llegar a San Petersburgo, otros empleados de la Biblioteca constataron que un número importante de libros había desaparecido de su colección y notaron también un comportamiento extraño en Pichler.

En 1871, más de **4.500 títulos** que faltaban de la Biblioteca fueron hallados bajo su posesión, lo que desencadenó su arresto y exilio en Siberia.

Pichler tiene la distinción de haber cometido el mayor robo de libros registrado en una biblioteca europea, escribió Mary Stuart en su artículo "The Crime of Dr. Pichler: A Scholar-Biblioklept in Imperial Russia and His European Predecessors", publicado en la revista Libraries & Culture.

Según Stuart, durante el juicio, su defensa trató de mitigar la pena alegando que el teólogo padecía una "condición mental peculiar, una manía no en el sentido legal o médico, sino en el sentido ordinario de una pasión violenta, irresistible e inconquistable".

Es decir, Pichler era una víctima de la "bibliomanía", una condición que en la Europa del siglo XIX se consideraba una temida enfermedad.

ALOIS PICHLER FUE "BIBLIOTECARIO EXTRAORDINARIO" EN LA BIBLIOTECA PÚBLICA IMPERIAL EN SAN PETERSBURGO. CRÉDITO IMAGEN: © GETTY IMAGES.

Quienes la sufrían eran principalmente hombres de clase alta que sufrían un frenesí por… los libros.

A priori, adquirir libros no parece tan malo, pero en la época se consideraba que la bibliomanía llevaba a sus víctimas a la perdición, invadidas por un oscuro deseo de poseerlos, particularmente aquellos ejemplares únicos, como las primeras ediciones y las copias ilustradas.

Muchos de los que padecieron esta "neurosis" gastaron auténticas fortunas tratando de perseguir su obsesión.

UN OSCURO DESEO

En el siglo XIX, el reverendo inglés Thomas Frognall Dibdin exploró esta "neurosis", que él mismo sufría, en su libro "Bibliomanía" o "La locura del libro: un romance bibliográfico".

En "Bibliomania", Dibdin describe -usando incluso un lenguaje médico, aunque la condición nunca fue clasificada médicamente-, los síntomas de la bibliomanía.

Entre ellos se encuentra un furor desmesurado por buscar primeras ediciones, o ediciones limitadas, libros de ciertos tamaños o impresos de cierta manera.

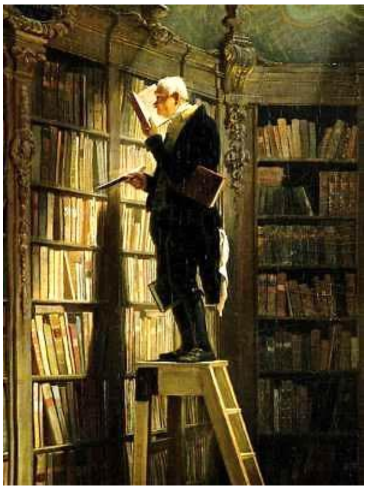
De hecho, Dibdin señala ocho tipos particulares de libros con los que los coleccionistas estaban obsesionados: primeras ediciones, ediciones auténticas, libros impresos en letra gótica, grandes copias en papel, libros con bordes sin cortar, copias ilustradas; copias únicas con encuadernación marroquí o forro de seda, y copias impresas en vitela.

Dibdin se convirtió en el más notorio especialista en el incontrolable deseo de coleccionar libros, pero no fue el único autor que escribió sobre la condición.

En su "Bibliomanía", *Gustave Flaubert* narra la truculenta historia de un librero de Barcelona que debido a su obsesión por los libros:

Apenas comía, ya no dormía, pero soñaba días y noches enteros con una idea fija: los libros. Soñaba con todo lo que una biblioteca real debería tener de lo divino, lo sublime y lo bello, y soñaba con tener una biblioteca tan grande como la del rey.

El personaje de Flaubert no duda incluso en llegar hasta el crimen, matando a su librero rival.



CRÉDITO IMAGEN: © GETTY IMAGES.

LA "PLAGA" DEL LIBRO

Según el reverendo Dibdin, la "plaga del libro" alcanzó su apogeo en París y Londres después de la Revolución Francesa en 1789.

Los nobles franceses que no se toparon con un sangriento final huyeron del país y los títulos que conformaban sus lujosas bibliotecas privadas pasaron a engrosar los catálogos de subastas de la época, repletos de libros franceses.

Muchos de ellos acabaron en las manos de grandes coleccionistas ingleses. Uno de ellos es Richard Heber, quien asistió a subastas y ventas de libros en todo el continente europeo, comprando títulos individuales, pero también bibliotecas enteras.

Su colección, que inició en los primeros años del siglo XIX y en la que gastó una fortuna -más de £100.000 de la época-, creció tanto que se repartía entre sus ocho casas. Se estima que poseía al menos 150.000 volúmenes.

Otro conocido coleccionista de la época fue sir Thomas Phillips, quien llegó a ser conocido como el "barón de la bibliomanía". La obsesión del barón no conoció límites, y se extendió no solo a los libros, sino también a los manuscritos.

En el contexto de las guerras napoleónicas, en la que había mayor disponibilidad de libros antiguos y manuscritos, Phillipps también hizo sus adquisiciones viajando por todo el continente.

En 1869, escribió en broma: "¡Estoy comprando libros impresos porque deseo tener una copia de cada libro del mundo!".

Aunque a juzgar por los más de 60.000 manuscritos que atesoró quizá no era tan en broma.

LA DISPONIBILIDAD DE LIBROS Y MANUSCRITOS AUMENTÓ EN EUROPA CON LAS GUERRAS NAPOLEÓNICAS.
CRÉDITO IMAGEN: © GETTY IMAGES.

Irónicamente -o no- "Bibliomanía" o "La locura del libro: un romance bibliográfico" de Dibdin fue también un título popular entre los coleccionistas y las víctimas de la bibliomanía.

En cualquier caso, con el tiempo, el término de bibliomanía dejó de ser tan oscuro como lo pintó Dibdin y según el diccionario de la Real Academia de la Lengua, la bibliomanía es una "propensión exagerada a acumular libros".

¿Un fenómeno solo europeo?

La bibliomanía tuvo lugar en Europa en el contexto muy particular de Revolución Francesa y las posteriores guerras napoleónicas.

Sin embargo, en otros lugares hay palabras que se refieren a un fenómeno similar.

En Japón, por ejemplo, en 1879, apareció por primera vez de forma impresa la palabra **tsundoku**.

La palabra "doku" se puede usar como verbo que significa "leer", mientras que el "tsun" se origina en "tsumu", una palabra que significa "apilar".

Entonces, al unirse, "tsundoku" significa comprar material de lectura y acumularlo.

Emergieron en la misma época, pero ¿son la bibliomanía y el tsundoku equivalentes?

No exactamente, de hecho, hay una diferencia clave: bibliomanía describe una intención de coleccionar libros, mientras que tsundoku describe la intención de leer libros; la eventual creación de una colección es accidental.

ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (XV).

Obra: Cómo pensamos.

AUTOR: John Dewey (2007). Editorial: Paidós Ibérica, S. A. 1ª edición en la colección Transiciones. ISBN: 978-84-493-2033-0.

Título original: How We Think
Publicado en inglés por D, 0, Health and Company, Lexington, Massachusetts.
Traducción de Marco Aurelio Galmarini.
Supervisión de Antonio Caparrós, Universidad de Barcelona.

Presentado por: Psic. Carlos Martin Hernández.

Enviado vía Facebook por Dr. VÍCTOR HERMOSO AGUILAR

Nuestras escuelas se hallan abrumadas por un cúmulo de asignaturas, cada una de las cuales con su propia proliferación de materiales y teorías. Nuestros maestros piensan que todo eso hace su tarea cada vez más pesada, pues tienen que tratar con los alumnos de manera individual y no ya en su conjunto. Para no desembocar en la pura dispersión en necesario encontrar algún signo de unidad, algún principio de simplificación.

Este libro expone la convicción de que el imprescindible factor estabilizador y centralizador se halla en la adopción de la actitud mental y del hábito de pensamiento que denominamos científicos.

Barbara Hepworth, la brillante escultora de los agujeros.

Fuentes aportes para este artículo:

Artículo de ALBERTO LÓPEZ en El País – Madrid – 25 Agosto 2020) / Wikipedia

BARBARA HEPWORTH
(1903-1975)

Jocelyn Barbara Hepworth nació el 10 de enero de 1903 en Wakefield, Yorkshire y falleció a los 72 años, el 20 de mayo de 1975 en Saint Ives, Cornualles; ambas localidades en Inglaterra, Reino Unido.

Fue una escultora. Junto con otros artistas como Ben Nicholson y Naum Gabo, Hepworth fue una destacada figura de la colonia de artistas que residieron en Saint Ives, Cornualles, durante la Segunda Guerra Mundial.

Hepworth acudió a la Wakefield Girls High School, y estudió en la Leeds School of Art (donde conoció a Henry Moore) entre 1920 y 1921, así como en el Royal College of Art de Londres (1921-1924). Más tarde estudió durante un tiempo en Italia.

Sus comienzos estuvieron influidos por la obra, entre otros, de Henry Moore, con el cual tenía amistad. Perteneció a un importante grupo de artistas europeos que trabajaron los materiales tradicionales de manera innovadora. Su obra se caracteriza por los espacios huecos dentro de la escultura. Para ella, las propiedades naturales del material debían formar definitivamente la obra. Trabajó sobre todo en madera o piedra, creando esculturas de carácter abstracto.

HEPWORTH EN 1966

Su primer matrimonio fue con el escultor John Skeaping, de quien se divorció en 1933. Su segundo matrimonio, celebrado en 1938, fue con el pintor y escultor abstracto Ben Nicholson, al que había conocido en 1931 y de quien había tenido trillizos en 1934; se divorciaron en 1951. Hepworth y Nicholson fueron miembros claves en el movimiento de arte abstracto inglés de la década de los treinta.

Tras la Segunda Guerra Mundial se convirtió, junto a su colega Henry Moore, en una de las revelaciones de la escultura más importantes de su generación. Con los años sus obras fueron alcanzando mayor tamaño; véase, por ejemplo, *Single Form*, el monumento a Dag Hammarskjöld (1964) en la sede de las Naciones Unidas en Nueva York, Estados Unidos, que es una de sus obras más reconocidas.

Fue nombrada Dama en 1965. Falleció durante un incendio en su taller de Saint Ives, Cornualles, en 1975, a los setenta y dos años de edad. El taller y su casa forman el Museo Barbara Hepworth.

Además de en el Museo Barbara Hepworth, otras obras suyas están expuestas en El Hepworth, un museo en Wakefield. Su obra puede verse también en el Saint Catherine's College, Oxford, el Parque de Escultura de Yorkshire en West Bretton, West Yorkshire; el Clare College, Churchill College y New Hall, Cambridge; así como cerca de o unidos al centro comercial John Lewis, en Oxford Street (véase imagen); y Kenwood House, ambos en Londres. Su obra de 1966 titulada *Construction (Crucifixion): Homage to Mondrian* puede verse en los terrenos de la catedral de Winchester cerca de la Pilgrims' School. La Tate Gallery es además propietaria de muchas obras suyas.

DETALLANDO LA VIDA DE BARBARA HEPWORTH

La vocación y la obra de cualquier artista vienen marcadas siempre por su infancia, y la de Barbara Hepworth tuvo dos elementos que decantaron su pasión por la escultura desde niña: los paseos con su padre por la campiña inglesa y una clase de arte egipcio que recibió en el colegio y de la que dijo que "había sido como una bomba".

LA ARTISTA BRITÁNICA BARBARA HEPWORTH, AUTORA DE MÁS DE SEISCIENTAS OBRAS, ES CONSIDERADA UNA DE LAS MÁS IMPORTANTES DEL SIGLO XX. EN LA FOTO CON UNA DE SUS OBRAS EN LA TATE GALLERY DE LONDRES EN 1953.CRÉDITO FOTO: GETTY IMAGES.

A partir de aquí: estudios de arte, becas para viajar al extranjero y la influencia de un gran compañero y amigo desde el inicio de sus estudios, Henry Moore, quien influyó y a quien influyó en su trayectoria. Hepworth viajó a París, Roma, Florencia y Siena, se casó y se divorció dos veces, tuvo cuatro hijos -trillizos con su segunda pareja-, superó la Segunda Guerra Mundial y, a pesar de los vaivenes y reveses que también sufrió en la vida, su apariencia siempre fue la de una mujer feliz, capaz de transmitir paz en su rostro.

Las más de seiscientas esculturas que Hepworth realizó a lo largo de su carrera continúan siendo un legado del poder único que posee el arte para reflejar los valores atemporales del humanismo y la belleza natural con la sencillez de las formas y su armonía con el entorno natural, donde están ubicadas la mayoría.

Jocelyn Barbara Hepworth fue la hija mayor de Herbert, un ingeniero civil que en 1921 se convirtió en inspector del condado, y de Gertrude. De niña disfrutaba en los viajes en coche que realizaba su padre por todo el condado de Yorkshire debido a su trabajo y, como luego reconocería, el contacto con la naturaleza y los paisajes la marcó profundamente su vocación y el estilo de su obra.

Asistió a la escuela secundaria de niñas de Wakefield, donde logró una beca de música en 1915. Allí le impactó una clase de arte egipcio que recibió y que le hizo optar por el arte y, concretamente, por la escultura. Al graduarse se matriculó en la Escuela de Arte de Leeds, donde conoció a Henry Moore, compañero de estudios con quien fraguó una gran amistad, y a veces también rivalidad profesional.

- **BÁRBARA HEPWORTH, ESCULTORA DEL ESPACIO**

Entre 1921 y 1924 Hepworth se especializó en escultura en el Colegio Real de Arte de Londres. A pesar de su juventud, junto a Moore y otros estudiantes del colegio, realizó viajes ocasionales a París, donde se empapó de las tendencias de la época. Barbara obtuvo su diploma de Arte en el verano de 1923, pero decidió quedarse un año más para competir por el Prix de Roma, en el que John Skeaping, a la postre su primer marido, resulta ganador.

Barbara obtuvo una beca de un año en el extranjero y viajó a Italia. Se estableció en Florencia, donde pasó los primeros meses estudiando arte y arquitectura romana y del Renacimiento, pero también viajó a Siena y a Roma. En el Palazzo Veccio de Florencia se casó con el escultor John Skeaping en mayo de 1925. La pareja se trasladó a vivir en la Escuela Británica de Roma, donde Skeaping era un estudioso de escultura en Roma, y Hepworth aprendió a tallar mármol con el maestro Giovanni Ardini. Sin embargo, regresaron a Londres un año después debido a la mala salud de Skeaping.

Las exposiciones conjuntas de la pareja empezaron a ser habituales y los coleccionistas comenzaron a adquirir sus obras. Pero en los siguientes años, dos acontecimientos cambiaron la vida de Barbara. En 1929 nació su primer hijo, Paul Skeaping, y en 1931 conoció al pintor Ben Nicholson, de quien se enamoró y con quien tuvo trillizos tras divorciarse de su primer marido. Sin embargo, no fue hasta 1938 cuando contrajo matrimonio con él.

Hepworth y Nicholson fueron miembros claves en el movimiento de arte abstracto inglés de la década de los años 30. Ambos revelaron su movimiento hacia el arte abstracto en exposiciones conjuntas que realizaron tanto en 1932 como en 1933, y donde Hepworth comenzó a experimentar con *collages*, fotogramas y grabados. Trabajaron los materiales tradicionales de manera clásica en un primer momento, para hacerlo de manera innovadora después, sobre todo la madera y la piedra. La progresión de su obra se caracteriza por los espacios huecos que introdujeron dentro de las esculturas. Para ellos, las propiedades naturales del material debían dar forma definitivamente a la obra.

- **EL AGUJERO TOTÉMICO**

Ella misma decía que “cada escultura debe ser tocada, es parte de la forma de hacerla y es realmente nuestra primera sensación, es el sentido del tacto, el primero que tenemos cuando nacemos. Creo que cada persona que mire una escultura debe utilizar su propio cuerpo. No puedes mirar una escultura si vas a permanecer rígido, debes caminar alrededor de ella, inclinarte sobre ella, tocarla y alejarte de ella”.

La mayoría de las obras de Barbara Hepworth adquiere un sentido voluble, en el que, a pesar de sus sencillas formas, el hueco que contiene se convierte en el pulmón de la escultura. La artista trabajaba sin esbozos previos, sino por la intuición que le transmitían los materiales, así que el resultado siempre fueron obras lisas, redondeadas, pulidas por los materiales usados de la piedra y la madera, que adquieren una gran armonía y belleza al juntarlos. Es lo que se conoce como talla directa, una técnica por la cual el proceso de escultura está influenciado por las cualidades de las materias primas más que por un modelo preconcebido de la obra.

A mediados de los años 30 Barbara conoce a grandes artistas, como Mondrian y Kandinsky, y viaja por numerosas capitales invitada a inaugurar exposiciones. Está interesada en ideas para obras a gran escala y muestra su simpatía por la causa antifascista que recorre Europa. El 25 de agosto de 1939 el matrimonio Nicholson-Hepworth y sus trillizos llegaron a Saint Ives, una ciudad costera al sur de Inglaterra, donde se establecieron antes del estallido de la Segunda Guerra Mundial.

En Saint Ives estableció su estudio, donde continuó su carrera hasta su fallecimiento en 1975. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial Barbara se convirtió, junto a su colega y amigo Henry Moore, en una de las revelaciones más importantes de la escultura de su generación, y sus obras, con los años, fueron alcanzando mayor tamaño; por ejemplo, el monumento a Dag Hammarskjöld (1964) en la sede de las Naciones Unidas en Nueva York (Estados Unidos), que es una de sus esculturas más reconocidas.

Uno de los golpes emocionales más duros que vivió Barbara en su vida fue la muerte de su hijo mayor, Paul, que falleció a los 19 años en un accidente de aviación de la Fuerza Aérea de Real cuando estaba destinado en Tailandia. La desgarradora muerte de su primogénito la impulsó a trabajar en la obra *Madonna y el Niño*, además de empujarla a realizar un viaje a Grecia en 1954.

Hepworth fue galardonada con el Gran Premio de la Bienal de São Paulo de 1959 y recibió dos títulos honoríficos: Insignia de Comendador del Imperio Británico (1958) y Dama del Imperio Británico (1965). Su trabajo continuó exhibiéndose por Europa siempre con gran éxito de crítica. También se le concedió el Premio a la Libertad de Saint Ives en 1968 como reconocimiento a su importancia para la ciudad.

Barbara Hepworth murió en Saint Ives, el 20 de mayo de 1975, después de una larga batalla contra el cáncer y en un incendio en su casa. Tenía 72 años.

Su estudio se convirtió en 1976 en el Museo Barbara Hepworth y en la actualidad su obra está incluida en numerosas colecciones públicas y privadas de todo el mundo, entre las que se encuentran el Deutsche Bank y el Centro de Arte Británico de Yale.

GALERÍA DE ALGUNAS OBRAS DE BARBARA HEPWORTH

WINGED FIGURE (FIGURA ALADA), 1963, JUNTO AL CENTRO COMERCIAL JOHN LEWIS, EN OXFORD STREET, LONDRES.

PELAGOS (1948)

MONOLITH-EMPYREAN, 1953

SPHERE WITH INNER FORM (1963) EN TREWYN GARDEN, SAINT IVES, CORNUALLES

FOUR SQUARE WALK THROUGH, 1966

LISTADO DE ALGUNAS OBRAS

1928	Doves	Mármol de Paros
1932-33	Seated Figure	Lignum vitae
1933	Two Forms	Alabastro y caliza
1934	Mother and Child	Alabastro de Cumberland
1935	Three Forms	Mármol de Serravezza
1936	Ball Plane and Hole	Lignum vitae, caoba y roble
1940	Sculpture with Colour (Deep Blue and Red)	Mezcla
1943	Oval Sculpture	Material de escayola
1943-44	Wave	Madera, pintura y cuerda
1944	Landscape Sculpture	Madera (molde en bronce, 1961)
1946	Pelagos	Madera, pintura y cuerda
	Tides	Madera y pintura
1949	Operation: Case for Discussion	Óleo y lápiz sobre cartón prensado
1951	Group I (Concourse) February 4 1951	Mármol de Serravezza
1953	Hieroglyph	Piedra de Ancaster
1954-55	Two Figures	Teca y pintura
1955	Oval Sculpture (Delos)	Madera de guarea olorosa y pintura
1955-56	Coré	Bronce
1956	Orpheus (Maquette), Version II	Latón y cuerda de algodón
	Stringed Figure (Curlew), Version II	Latón y cuerda de algodón
1958	Cantate Domino	Bronce
	Sea Form (Porthmeor)	Bronce
1960	Figure for a Landscape	Bronce
	Archaeon	Bronce
1962-63	Bronze Form (Patmos)	Bronce
1964	Rock Form (Porthcurno)	Bronce
	Sea Form (Atlantic)	Bronce
1966	Figure in a Landscape	Bronce sobre base de madera
	Four-Square Walk Through	Bronce
1968	Two Figures	Bronce
1970	Family of Man	Bronce
1971	The Aegean Suite	Serie de grabados
	Summer Dance	Bronce pintado
1972	Minoan Head	Mármol sobre base de madera
	Assembly of Sea Forms	Mármol blanco montado sobre una base de acero inoxidable
1973?	Conversation with Magic Stones	Bronce y plata

Las tradiciones arcaicas

TOMADO DEL BLOG: *Dos de enero*

Aquí y allí, en distintos lugares del mundo, conviviendo con la civilización moderna, pueden conocerse distintos grupos que aún viven prácticamente en la 'edad de piedra' o en la de 'bronce', según el vocabulario (jerga) de la 'ciencia' actual. Estos pueblos que aún conservan fragmentos más o menos completos de sus tradiciones originales y viven de acuerdo a ellos, son denominados 'primitivos' por la ciencia oficial, al escapársele el sentido de sus costumbres y ritos y al no poder comprender la mentalidad tradicional que ve en la naturaleza una imagen de lo supra-natural y en el mundo y el hombre una serie de energías invisibles que constantemente lo determinan; por lo tanto se ha supuesto que estos seres, a los que se considera completamente faltos de inteligencia, como estúpidos, o en el mejor de los casos niños que no pueden salir de su pretendida ignorancia, constituyen una especie casi distinta, como de humanoides, muy cerca de los monos, existente antes de que el hombre hubiera podido ser tal gracias a los adelantos y el progreso instaurado por la ciencia.

Va de suyo que un investigador de las tradiciones arcaicas que es un escéptico en materia metafísica y considera la presencia animada de la deidad como algo poco serio jamás podrá entender ese mundo arcaico, e igual sucede con aquél que tiene de Dios una idea exclusivamente religiosa o de tipo moral. Con harta frecuencia estos dos tipos de estudiosos son los que manejan la información oficial, sin realizar ellos mismos que sin la vivencia íntima de lo sagrado es casi imposible hacerse cargo de lo que supone una mentalidad tradicional. Una persona que niega el plano invisible o espiritual, verá en los símbolos sólo elementos utilitarios de tipo literal; por otra parte, un individuo religioso-moral, querrá ver sólo lo que es 'inferior' a sus creencias, lo cual despreciará como basura, o se arrogará el derecho de perdonar la barbarie, o lo que él supone es un paganismo ignorante y supersticioso, incluidos los antiguos ritos griegos iniciáticos de Eleusis y los 'oráculos' de Delfos y el de Zeus en Dodona de Epiro.

En verdad este tipo de criterios podría mejor ser aplicado a los habitantes de las grandes ciudades, los que de acuerdo a la programación del mundo contemporáneo sólo aparecen como autómatas, positivamente esclavos de sus condicionamientos culturales infligidos por la falsa religión de la 'ciencia', lo que equivale a institucionalizar definitivamente la ignorancia.

Las grandes civilizaciones son en realidad una degradación del pensamiento tradicional, donde éste, paradojalmente, alcanza su mayor brillo, antes de sepultarse con su propio ciclo. Y por el contrario, ciertos pueblos arcaicos aún conservan la 'ingenuidad' y el frescor de los orígenes. Deberíamos en ese caso preguntarnos quiénes son los 'ignorantes', o los 'primitivos', y qué autoridad puede adjudicarse el mundo moderno respecto a cualquier clasificación en cada rama de su 'ciencia'. Nada saben los representantes 'oficiales' del pensamiento moderno, y a veces se llega el caso de algunos que toman su propia ignorancia –que debería avergonzarles– como una avanzada con respecto a un nuevo mundo del cual, a través de su incapacidad –institucionalizada como una objetiva postura científica–, ellos fuesen la vanguardia constructora.

La cuaresma, tiempo de conversión.

Publicado por: CHICHÍ PÁEZ - gerenciaenaccionve@gmail.com/@genaccion

TOMADO DE: El carabobeño.com - 21 de febrero de 2021

Chichí Páez

Dilatada experiencia académica universitaria. Más de veinte años en la industria privada, complementada como Consultor Organizacional. Productor y director del micro-programa "Gerencia en Acción" que se transmite diariamente por Universitaria 104,5FM. Sub-Director de la Revista Digital entorno-empresarial.com

***Cuaresma: un tiempo para renovar la fe, la esperanza y la caridad.* Papa Francisco.**

La Cuaresma es el tiempo litúrgico de conversión, que marca la Iglesia para que la humanidad se prepare la gran fiesta de la Pascua. Es tiempo para arrepentirse de los pecados y de cambiar algo para ser mejores y poder vivir más cerca de Cristo.

La Cuaresma dura 40 días; comenzó este Miércoles de Ceniza y termina antes de la Misa de la Cena del Señor del Jueves Santo. A lo largo de este tiempo, sobre todo en la liturgia del domingo, se hace un esfuerzo por recuperar el ritmo y estilo de verdaderos creyentes que se debe vivir como hijos de Dios.

El color litúrgico de este tiempo es el morado que significa luto y penitencia. Es un tiempo de reflexión, de penitencia, de conversión espiritual; tiempo de preparación al misterio pascual.

En la Cuaresma, Cristo invita a cambiar de vida. La Iglesia invita a vivir la Cuaresma como un camino hacia Jesucristo, escuchando la Palabra de Dios, orando, compartiendo con el prójimo y haciendo obras buenas. Invita a vivir una serie de actitudes cristianas que ayudan a parecerse más a Jesucristo, ya que por acción de los pecados, la gente se aleja más de Dios.

Por ello, la Cuaresma es el tiempo del perdón y de la reconciliación fraterna. Cada día, durante toda la vida, se ha de arrojar de los corazones el odio, el rencor, la envidia, los celos que se oponen al amor a Dios y a los hermanos. En Cuaresma, se aprende a conocer y apreciar la Cruz de Jesús. Con esto se aprende también a tomar la cruz personal con alegría para alcanzar la gloria de la resurrección.

La duración de la Cuaresma está basada en el símbolo del número cuarenta en la Biblia. En ésta, se habla de los cuarenta días del diluvio, de los cuarenta años de la marcha del pueblo judío por el desierto, de los cuarenta días de Moisés y de Elías en la montaña, de los cuarenta días que pasó Jesús en el desierto antes de comenzar su vida pública, de los 400 años que duró la estancia de los judíos en Egipto.

En la Biblia, el número cuatro simboliza el universo material, seguido de ceros significa el tiempo de nuestra vida en la tierra, seguido de pruebas y dificultades.

La práctica de la Cuaresma data desde el siglo IV, cuando se da la tendencia a constituirla en tiempo de penitencia y de renovación para toda la Iglesia, con la práctica del ayuno y de la abstinencia. Conservada con bastante vigor, al menos en un principio, en las iglesias de oriente, la práctica penitencial de la Cuaresma ha sido cada vez más aligerada en occidente, pero debe observarse un espíritu penitencial y de conversión.

Durante este tiempo especial de purificación, se cuenta con una serie de medios concretos que la Iglesia propone y que ayudan a vivir la dinámica cuaresmal.

Ante todo, la vida de oración, condición indispensable para el encuentro con Dios. En la oración, si el creyente ingresa en el diálogo íntimo con el Señor, deja que la gracia divina penetre su corazón y, a semejanza de Santa María, se abre la oración del Espíritu cooperando a ella con su respuesta libre y generosa (Lc 1,38).

Asimismo, también se debe intensificar la escucha y la meditación atenta a la Palabra de Dios, la asistencia frecuente al Sacramento de la Reconciliación y la Eucaristía, lo mismo la práctica del ayuno, según las posibilidades de cada uno.

La mortificación y la renuncia en las circunstancias ordinarias de la vida, también constituyen un medio concreto para vivir el espíritu de Cuaresma. No se trata tanto de crear ocasiones extraordinarias, sino más bien, de saber ofrecer aquellas circunstancias cotidianas que son molestas, de aceptar con humildad, gozo y alegría, los distintos contratiempos que se presentan a diario. De la misma manera, el saber renunciar a ciertas cosas legítimas ayuda a vivir el desapego y desprendimiento.

De entre las distintas prácticas cuaresmales que propone la Iglesia, Ia vivencia de Ia caridad ocupa un lugar especial. Así lo recuerda San León Magno: “Estos días cuaresmales invitan de manera apremiante al ejercicio de Ia caridad; si se desea Ilegar a la Pascua santificados en el ser, se debe poner un interés especialísimo en la adquisición de esta virtud, que contiene en si a las demás y cubre multitud de pecados”.

Esta vivencia de la caridad se debe vivirla de manera especial con aquél a quien se tiene más cerca, en el ambiente concreto en el que se mueve. Así, se va construyendo en el otro “el bien más precioso y efectivo, que es el de Ia coherencia con la propia vocación cristiana” (Juan Pablo II).

Cómo vivir la Cuaresma

1. Arrepintiéndose de los pecados y confesándose.

Pensar en qué se ha ofendido a Dios, Nuestro Señor, si duele haberlo ofendido, si realmente se está arrepentido. Éste es un muy buen momento del año para llevar a cabo una confesión preparada y de corazón. Hay que revisar los mandamientos de Dios y de la Iglesia para poder hacer una buena confesión. Ayudarse de un libro para estructurar tu confesión. Se debe buscar el tiempo para llevarla a cabo.

2. Luchando por cambiar.

Se debe analizar la conducta para conocer en qué se está fallando. Hacer propósitos para cumplir día con día y revisar en la noche si se ha logrado. Se debe recordar no poner demasiados porque por cuanto a hacer muy difícil cumplirlos todos. Hay que subir las escaleras de un escalón en un escalón, no se puede subir toda de un brinco. Se debe conocer cuál es el defecto dominante y hacer un plan para luchar contra éste. El plan debe ser realista, práctico y concreto para poderlo cumplir.

3. Haciendo sacrificios.

La palabra sacrificio viene del latín sacrum-facere, que significa “hacer sagrado”. Entonces, hacer un sacrificio es hacer una cosa sagrada, es decir, ofrecerla a Dios por amor. Hacer sacrificio es ofrecer a Dios, porque se ama, cosas que cuestan trabajo. Por ejemplo, ser amable con el vecino que no te simpatiza o ayudar a otro en su trabajo. A cada uno hay algo que cuesta trabajo hacer en la vida de todos los días. Si esto se le ofrece a Dios por amor, se está haciendo sacrificio.

4. Haciendo oración.

Se debe aprovechar estos días para orar, para platicar con Dios, para decirle que se quiere y que se quiere estar con Él. Se puede ayudar de un buen libro de meditación para Cuaresma. Puedes leer en la Biblia pasajes relacionados con la Cuaresma.

“En este tiempo de conversión renovemos nuestra fe, saciemos nuestra sed con el ‘agua viva’ de la esperanza y recibamos con el corazón abierto el amor de Dios que nos convierte en hermanos y hermanas en Cristo”. Así lo explica el papa Francisco en su mensaje para la Cuaresma 2021, titulado ‘Mirad, estamos subiendo a Jerusalén… (Mt 20,18). Cuaresma: un tiempo para renovar la fe, la esperanza y la caridad’.

Arqueólogos descubren las ruinas de la bíblica ciudad del rey David.

Arqueólogos hallaron en Israel restos de la que podría ser esa ciudad bíblica, la primera evidencia de que existió el antiguo imperio judío.

Versión del artículo original de MATTHEW CHANCE

FUENTE: CNN

Arqueólogos descubrieron en Israel restos de la que podría ser la ciudad bíblica del rey David, la primera evidencia de que el antiguo imperio judío existió.

La Biblia hace mención de un poderoso reino de David –el segundo rey de Israel- en el siglo X a.C., el cual se extendía de Egipto hasta el Éufrates, sin embargo, nunca se ha encontrado evidencia de que existió.

Actualmente, un descubrimiento arqueológico en Khirbet Qeiyafa, en el Valle de Elah, a 30 kilómetros de Jerusalén, parece dar señales de un establecimiento judío.

El profesor Yosef Garfinkel, de la Universidad Hebrea de Jerusalén, dijo que la evidencia encontrada en el lugar incluye un fragmento de cerámica con una inscripción que se cree es de una forma antigua de hebreo y semillas de aceitunas que datan de 3,000 años atrás.

“Los edificios y el muro de la ciudad son colindantes. Esto es típico del concepto urbano de Judea”.

“Tenemos huesos de animales. Había miles de huesos de animales. Tenemos borregos, ganado y cabras. Pero no tenemos cerdos. En las ciudades de Canaan y Filistea puedes encontrar hasta un 20% de huesos de cerdos”, agregó Garfinkel.

Sólo se ha excavado el 10% del lugar, por lo que es probable que haya más hallazgos significativos.

El reino de David se describe en la Biblia como el primer Estado judío, así como los primeros rasgos del judaísmo, cristianismo e islamismo, pero durante décadas ha sido calificado por arqueólogos como sólo una historia.

En una región donde la historia, creencias e ideologías pueden jugar un papel tan importante, el descubrimiento es polémico. Otros arqueólogos desacreditan la trascendencia del hallazgo.

El profesor Israel Finkelstein, de la Universidad de Tel Aviv, destacó que los restos no son evidencia de un poderoso Estado bíblico.

“No estamos hablando de algún gran imperio con una maravillosa capital, como consideramos a Asiria en el siglo IX a.C., o incluso el reino del norte de Israel en el siglo IX. a.C. Aquí estamos en una fase formativa del surgimiento de Judea”.

“Khirbet Qeiyafa no hace a Judea un gran imperio con grandes ejércitos", agregó Finkesltein.

Garfinkel argumentó que aunque no fuera el gran imperio de la Biblia, su existencia es significativa.

“Lo que la gente está tratando de hacer es decir que el Reino de Judea nunca existió. Lo que yo digo es que sí existió. Es uno pequeño, no tan glorioso como la Biblia lo presenta. Pero eso no significa que no existiera”.

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

Batalla de San Mateo

25 de marzo de 1814

ANTONIO RICAURTE (1786-1814)
Héroe de la batalla de San Mateo

Versión del artículo original de KARLHA MUÑOZ

El **25 de marzo de 1814** tuvo lugar uno de los hechos históricos más importantes de la lucha independentista, cuando Antonio Ricaurte, quien se encontraba en un arsenal en el Ingenio Bolívar en San Mateo, al ver acercarse a las fuerzas de Boves, decidió volar el parque para evitar que cayera en manos enemigas.

Antonio Ricaurte Lozano fue un oficial del ejército de las Provincias Unidas de la Nueva Granada que, con el grado de capitán, tuvo una destacada actuación en la guerra de la Independencia, en el territorio que ahora constituyen las repúblicas de Colombia y Venezuela. Nació el 10 de junio de 1786 en Villa de Leyva, Colombia y falleció en el sitio de San Mateo ese 25 de marzo de 1814. Participó en el proceso independentista de Venezuela y Colombia desde 1810 a 1814. Participó en las batallas de San Victorino, La grita, Carache, Niquitao, Taguanes y San mateo.

Se señaló que Ricaurte esperó a que los realistas entraran y acto seguido, prendió fuego a los polvorines, encontrándose él adentro. Mientras tanto, Simón Bolívar aprovechó el desorden momentáneo que se produjo entre las fuerzas realistas, para efectuar un contraataque, que culminó con la reconquista de la "casa alta".

El prócer independentista es honrado en el Museo Casa de las Armas en San Mateo.

ESTATUA EN SAN MATEO QUE CONMEMORA EL MOMENTO EN QUE ANTONIO RICAURTE SE INMOLÓ JUNTO CON EL PARQUE PARA EVITAR QUE CAYERA EN MANOS REALISTAS.

GALERÍA


Laila Soueif

Nació el 1º de mayo de 1956 en Londres, Inglaterra.

Los padres de **Laila Soueif** fueron Mustafa Soueif y Fatma Moussa. Laila habló acerca de su padre en la referencia [5]:

> *Él fue psicólogo experimental - uno de los que odiaba el psicoanálisis. Él fue más que un científico, considerando que todos los demás en la familia se involucraron con la literatura para ganarse la vida. Mi madre, Fatma Moussa, fue profesora de literatura inglesa en la Universidad de El Cairo.*

De hecho, Mustafa Soueif había traducido los escritos de Sigmund Freud al árabe. Laila tuvo una hermana mayor, Ahdaf (nacida el 23 de marzo de 1950) quien se convirtió en una reconocida novelista. Ella también tuvo un hermano llamado Alaa.

Laila nació en Londres, Inglaterra, pues su madre estaba estudiando para un doctorado en la Universidad de Londres. Ella residió allí durante los dos primeros años de su vida, antes de regresar a El Cairo. Después de algunos años en El Cairo, regresó con su familia a Inglaterra cuando tenía siete años de edad y permanecieron allí un año. Volvió a El Cairo con sus padres para que ella continuara su educación primaria.

Ella estudió matemática y literatura desde muy joven (referencia [5]):

> *Mi interés por la matemática comenzó siendo yo muy joven. Siempre me hacía feliz resolver ecuaciones. ¡Nunca lo sentí como si fuera un trabajo para mí! Recuerdo que mi madre me pedía que lo dejara para que me dedicara a mis otras tareas. Cuando mi padre vio cuánto lo disfrutaba, me animó a estudiar matemática pura. He leído a los gigantes de la literatura árabe e inglesa cuando estaba en la escuela primaria. Como hija de mi madre, esto era inevitable. Cuando yo tenía once años, tuve tifoidea y tuve que permanecer en cama durante días. Mi mamá me dio "La guerra y la paz" para mantenerme ocupada.*

Sus padres habían sido políticamente activos cuando eran jóvenes e inculcaron a Soueif una fuerte creencia en la justicia. Cuando fue creciendo sorprendió escuchar a personas hablar duramente sobre los cristianos o hacer comentarios desagradables sobre la gente de una clase diferente. Le trastornó leer sobre la discriminación racial en América, así como molestas historias del apartheid en Sudáfrica. La política, sin embargo, no fue un tema de conversación para ella hasta 1967, cuando Israel tomó la península del Sinaí en la guerra de los seis días. El estado de ánimo alrededor de los Soueif cambió con todo el mundo hablando de la catástrofe para el país.

Cuando Soueif estaba estudiando en secundaria ella caminó algo más allá del campus de la Universidad de El Cairo y vio a estudiantes sentados portando pancartas de protesta. Un día, en 1972, cuando una marcha de protesta pasaba frente a su secundaria con estudiantes exigiendo un mundo más justo, libertad de expresión y exigiendo al Presidente Anwar Sadat que recuperara la península del Sinaí, ella se incorporó a la marcha (referencia [1]):

> *Apenas dos horas después de haberse unido a la protesta en la Plaza Tahrir de El Cairo, la madre y el padre de Laila localizaron a su hija adolescente y se la llevaron a casa. "De eso aprendí que era más fácil desafiar el estado que desafiar a mis padres", dijo.*

Ahmed Seif fue uno de los estudiantes detenidos por su papel en esta demostración. Más tarde se convertiría en esposo de Soueif, pero en este momento, no se habían conocido. Soueif se graduó de la secundaria en 1973 y en el otoño de ese año, ella comenzó a estudiar matemática en la Universidad de El Cairo. Ahmed Seif fue liberado de prisión, volvió a la Universidad y participó con un grupo llamado Al-Matraqa que había surgido del grupo de los comunistas. Soueif, trabajó con este grupo pero no se unió a ellos, le interesaba más sus estudios matemáticos. Tomó cursos sobre lógica matemática, teoría de conjuntos, meta-matemáticas y álgebra.

En 1977, después de graduada, Soueif fue nombrada tutora en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de El Cairo donde comenzó a trabajar para obtener una Maestría en Álgebra. Explicó en la referencia [5] por qué se decidió por el álgebra:

> *Yo había considerado trabajar en lógica matemática, pero también me gustaba el lado práctico de las matemáticas. Álgebra fue ese medio. Es la abstracción, la comprensión de donde provienen las cosas y también existe el lado técnico, de la creación de mecanismos para resolver las ecuaciones.*

Se casó con Ahmed Seif en 1978, el año en que Anwar Sadat firmó un tratado con Israel que había sido promovido por los Estados Unidos. Muchos, incluyendo a Soueif y su marido, consideraron esto un acto de traición de Egipto contra el resto del mundo árabe. El primero de sus hijos, Alaa (nombrado igual que el hermano de Soueif) nació el 18 de noviembre de 1981. El primer trabajo sobre matemáticas de Soueif, *Exchange property in abelian categories and exchange rings*, escrito en conjunto con I. A. Amin, fue publicado en 1982. Después de obtener su Maestría, obtuvo una beca que financió sus estudios para un doctorado en la Universidad de Poitiers en Francia. Explicó en la referencia [5] cómo sucedió esto:

> *Un día presentó un documento en una conferencia y uno de los asistentes fue la persona que había establecido la concentración de álgebra en la Universidad de Poitiers. En aquel momento, había una relación entre Poitiers y varias de las universidades egipcias y este hombre sugirió a uno de mis profesores que hiciera mi doctorado con él allí.*

La Conferencia a la que se refiere esta cita es "La teoría de los radicales" celebrada en Eger, Hungría, en 1982. Esta fue la primera conferencia internacional dedicada al estudio de los radicales de anillos y álgebras. Soueif fue a la Universidad de Poitiers, con su hijo Alaa y fue asignada a Annie Page como su tutora de tesis. El profesor que sugirió a ella trabajar con él en Poitiers estaba demasiado ocupado con la política y había arreglado que Annie Page, uno de sus antiguas alumnas, supervisara a Soueif (referencia [5]):

> *Mi supervisora [Annie Page] resultó ser genial. Era reservada, pero me gustaba mucho. Y no hay excusas. Ella había hecho su doctorado siendo madre soltera con dos hijos, y ella le preocupaba que yo no me enfocara, sobre todo con mi pequeño hijo.*

Tener un hijo, sin embargo, fue una ayuda para Soueif. Ella dijo en la referencia [5]:

> *Cuando Alaa nació, se convirtió en mi principal fuente de entretenimiento y relajación. Sólo voy a eventos sociales si puedo llevarlo conmigo. De lo contrario, simplemente no voy. Pierdes algo de libertad, por supuesto, pero vale la pena. Si Alaa no había estado conmigo en Francia, me hubiera vuelto loca.*

Presidente Sadat fue asesinado en octubre de 1981 y su sucesor fue Hosni Mubarak quien ordenó una ofensiva de seguridad. Ahmed Seif, marido de Soueif, fue acusado de posesión ilegal de armas, fue detenido, torturado hasta que firmó una confesión y a finales de 1984 condenado a cinco años de prisión. Salió en libertad bajo fianza pero después que fuera sentenciado por Mubarak, se encontró con Soueif quien, al enterarse de su condena, había apresurado su regreso a El Cairo. Al principio intentaron evitar que Seif fuera enviado a la cárcel manteniéndolo en la clandestinidad. Durante varios meses evitaron la captura pero Seif se dio cuenta por sí mismo que no era la mejor manera de vivir y prefirió cumplir su condena. Soueif quedó embarazada durante su tiempo en la carrera y su segundo hijo, una niña a la que llamaron Mona, nació el 12 de marzo de 1986 en El Cairo.

Soueif volvió a Poitier y continuó su investigación para su doctorado tutorada por Annie Page. Se debe hacer notar que ella también tenía un consejero en la Universidad de El Cairo, Mohamed Abdel-Hamid Imam Amer. Annie Page, sin embargo, estaba pendiente de ella (referencia [5]):

> ... *Cuando regresé a Poitiers, tenía dos hijos. Pero mi tutora [Annie Page] supo ejercer presión, y ella insistía sobre mí para que terminara mi tesis.*

Las cosas ciertamente no fueron fáciles con dos niños pequeños y un marido en la cárcel, como explicó en la referencia [5]:

> *El hecho de que Seif estaba en prisión cuando era muy joven Alaa, creó una relación muy especial entre nosotros. Alaa se vino conmigo a Francia cuando hice mi doctorado. Tuve que explicarle cosas que nunca se le debería explicar a un niño – el por qué su padre estaba en prisión, que hay el policía malo y el policía bueno - los buenos, que capturan ladrones y organizan el tráfico, y los malos, que detienen a personas que se oponen al gobierno. Generalmente no necesitas saber estas cosas cuando tienes cuatro o cinco años. Pero Alaa fue siempre sensible a las cosas. Cuando estábamos en Francia, hubo una ola de discriminación asociada a Jean-Marie Le Pen y el Frente Nacional. Hubo anuncios antiinmigrantes y esto tocaba a Alaa. Él sabía que este anuncio de alguna manera lo afectaba. Más tarde, en cualquier momento alguien dijo algo negativo sobre los cristianos, le dije que las personas que dicen cosas malas sobre los cristianos son como los que publicaron los anuncios. Él se dio cuenta.*

Soueif publicó el trabajo *Normalizing extensions and injective modules, essentially bounded normalizing extensions* (1987). Ella da como su dirección en este trabajo al “Département de Mathématiques, 40 de la Avenida du Recteur Pineau, Poitiers”. Ella también escribió *Exchange of properties in normalizing extensions*, que es un informe inédito de la Universidad de Poitiers de 8 páginas, en 1990.

En 1989 obtuvo su doctorado en la Universidad de El Cairo por su tesis *Transfer of properties in normalizing extensions*. Fue en el mismo año, 1989, que Seif fue liberado de prisión después de haber cumplido su condena. Había decidido que había mejores formas de luchar por la justicia y había pasado sus años en la cárcel estudiando derecho. Lo admitieron en la barra egipcia al mes de ser liberado de prisión. Soueif fue nombrada Profesora Titular de Matemáticas en la Universidad de El Cairo. Con su colega H. H. El-Hefnawy, publicó el trabajo *Semiprime skew group rings* (1994) que es una extensión de los resultados de Donald Passman.

Antes de que su trabajo fuera publicado, el tercer hijo de Soueif, Sanaa Seif, nació el 20 de diciembre de 1993. Como Scott Anderson escribió en la referencia [1] (leer también referencia [3]):

> *Con Laila como Profesora Titular de la Universidad de El Cairo y Ahmed ahora abogado, podía esperarse que la pareja tuviera la oportunidad de crearse una existencia cómoda por sí mismos entre la élite de El Cairo. Per por el contrario y en última instancia a gran costo personal, siguieron participando en la agitación creciente cada vez más profundamente en Egipto, tratando de construir puentes entre las muy divididas ideologías que largamente habían criticado la supervivencia del gobierno. [Para 2005] Laila y su marido, Ahmed Seif, habían sido la pareja disidente política más célebre de Egipto por más de una década, sirviendo como constantes molestias al Gobierno de Mubarak. Desde su salida de prisión en 1989, Ahmed se había convertido en preeminente abogado de los derechos humanos de la nación, el campeón defensor de un arsenal ecléctico de acusados por causas de motivación política... Por su parte y aun conservando su cátedra de matemática en la Universidad de El Cairo, Laila había ganado una reputación como uno de los líderes de "calles" más incansable de El Cairo, la veterana de incontables marchas de protestas contra el gobierno. Parte de lo que la conducía era una aguda conciencia de que, como miembro de la clase profesional de El Cairo, disfrutó de una libertad para disentir sobre lo que quisiera pero que se le negaba a los pobres y la clase obrera de Egipto. "Históricamente", dijo, "se nos otorgaba cierto grado de inmunidad – a las fuerzas de seguridad realmente no les gustaba meterse con nosotros, porque no sabían a cuál estructura de poder podríamos recurrir- pero eso también significaba que teníamos la responsabilidad de ser la voz de aquellos que eran silenciados. Ser mujer también ayudaba. En esta cultura, las mujeres no son tomadas seriamente, por lo que se les permite hacer cosas que los hombres no pueden".*

Así como se involucró participando en las protestas, Soueif fue una de los fundadores del movimiento político Kefaya y cofundadora del *"Movimiento 9 de marzo para la independencia de las universidades"*, que, entre otras cosas, luchaba para que los rectores y decanos fueran elegidos democráticamente. Sus tres hijos se convirtieron en activistas políticos siguiendo un camino similar al de su madre. Por ejemplo (referencia [3]):

> *Alaa, el hijo de Laila, presume el dudoso honor de haber sido detenido por los tres gobiernos egipcios que precedió la toma de posesión de Sisi: el de Mubarak, el del Consejo Supremo (SCAF) y el de Morsi. En 2006, permaneció 45 días en la cárcel por unirse a una manifestación pidiendo una mayor independencia judicial. Durante la administración del Consejo Supremo (SCAF), estuvo una temporada de dos meses en prisión por "incitar a la violencia". Le fue mejor cuando Morsi, porque como los jueces fueron considerados un remanente de la era Mubarak, fueron rechazado por el nuevo Presidente, por lo que la acusación que se le hizo en marzo de 2013 de "incitar a la agresión" fue sumariamente desechada, mientras que su condena por el delito de incendiar fue suspendida. Dado este historial, era probablemente sólo una cuestión de tiempo antes de que Alaa fuera apresado por el nuevo régimen egipcio. Se produjo el 28 de noviembre de 2013, cuando fue arrestado por cargos de incitación a la violencia y, en un agradable toque Orwelliano, protestaban-contra-una-protesta-contra la ley aprobada cuatro días antes. Esa nota de humor negro aparte, bajo la regla de Sisi, los asuntos debían tratarse muy distinto para el hijo de Laila a la manera que ellos tenían en el pasado.*

Alaa recibió una sentencia de cinco años de prisión, mientras que Sanaa, la hija menor de Soueif, protestando el tratamiento dado a su hermano, fue detenida y acusada de violar la ley de "no protestas". Fue condenada a tres años de prisión. Soueif y su hija Mona realizaron largas huelgas de hambre en protesta por el encarcelamiento de Alaa. Ahmed Seif, marido de Soueif, murió el 24 de agosto de 2014 después de una cirugía de corazón abierto. Ni a Alaa ni a Sanaa se les permitió salir de la cárcel para visitar a su padre moribundo en el hospital.

Se termina esta reseña biográfica con dos citas, la primera de la referencia [3] y la segunda de la referencia [4]:

> *Durante décadas, Laila Soueif ha sido una presencia familiar en las protestas en El Cairo. Desde manifestaciones pidiendo la libertad académica en la Universidad de El Cairo a las primeras manifestaciones del movimiento Kifaya para el levantamiento de la opresión de 2011 y más allá, Soueif es una figura curiosamente icónica. Con su pelo grisáceo, ocasionalmente despeinado y su ropa ligeramente arrugada, la célebre profesora de matemáticas difícilmente se pierde en una multitud. Ella tiende a ser la más antigua del grupo - pero también la más persistente.*

> *Laila Soueif es alguien que se conduce por su completo compromiso con la justicia social. Ella tiene una sólida creencia como roca que esto es simplemente lo correcto que debe hacer un ser humano... lo que debes creer, incluso si estás solo.*

Referencias.-

Libros:

1. S Anderson, *Fractured Lands: How the Arab World Came Apart* (Pan Macmillan, 2017

Artículos:

2. A family nurtured in rebellion, *LA Times* (13 February 2011).
3. S Anderson, Fractured Lands: How the Arab world came apart, The New York Times Magazine (11 August 2016). https://www.nytimes.com/interactive/2016/08/11/magazine/isis-middle-east-arab-spring-fractured-lands.html
4. An Egyptian revolutionary: A woman who relentlessly campaigned for justice for over 30 years is one of the true heroines of the revolution, *Al Jazeera* (16 March 2011). https://www.aljazeera.com/indepth/features/2011/03/201131512328730636.html
5. L Attalah, Laila Soueif: Interview in March 2017, *Bidoun*. https://www.bidoun.org/articles/Laila-Soueif
6. Bringing the Revolution to Campus: An Interview with March 9 Activist Laila Soueif, *Jadaliyya* (10 May 2012).
7. The face of the protest, *Al Ahram Weekly Online* (17-23 November 2011).

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Laila Soueif" (Marzo 2019).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Soueif.html].