

Programación Lineal e Ingeniería Industrial: una Aproximación al Estado del Arte

Linear Programming and Industrial Engineering: An Approach to
the State of the Art

Carmen Guédez Fernández

Palabras Clave: modelado matemático, estado del arte, programación lineal, programación lineal entera, Ingeniería Industrial

Key words: modeling mathematical, state of the art, linear programming, integer linear programming, Industrial Engineering

RESUMEN

El ingeniero industrial en su quehacer científico y empresarial utiliza métodos científicos y modelos matemáticos de investigaciones de operaciones para tomar decisiones gerenciales con el fin de hacer un uso eficiente de los recursos y con ello mejorar no sólo los indicadores de rentabilidad sino también la utilidad de los productos y servicios y el bienestar social. En la presente investigación se presenta una aproximación del estado del arte del modelado matemático de la programación lineal y entera y se muestra la potencialidad de las técnicas para resolver problemas del ámbito del ingeniero industrial. La investigación es documental. A partir de la revisión de literatura disponible en la web y en físico (artículos en revistas científicas, documentos de congresos internacionales y tesis doctorales) se logró identificar la presencia de modelos en el campo de competencias del ingeniero industrial: programación de la producción y de los requerimientos de materiales, balance de líneas, programación de transporte, localización de facilidades, programación de horarios y selección y programación de

proyectos. Cabe destacar la vigencia de la optimización en programación lineal y entera para la resolución de problemas de las áreas antes mencionadas. Sin embargo, en algunas situaciones debido a las características y complejidad de algunos problemas de toma de decisiones se requiere abordar el problema bajo un enfoque jerárquico de varias fases y/o el uso de técnicas heurísticas y metaheurísticas con las cuales no siempre se logra obtener una solución óptima, pero si mejorar el desempeño computacional del modelo.

ABSTRACT

The industrial engineer in his scientific and business uses scientific methods and mathematical models of operations research to make management decisions in order to make efficient use of resources and thus improve not only performance indicators but also the value of the goods and services and social welfare. This research presents an approximation of state of the art of mathematical modeling of linear programming and integer linear programming and shows the potential of

problem-solving techniques in the field of industrial engineering. The research is documentary. From the review of literature available on the web and physical (articles in scientific journals, international conference papers doctoral thesis) was able to identify the presence of models in some areas of competence of industrial engineering: programming production and material requirements, balance lines, transportation scheduling, facility location, scheduling and selection and project planning. Note the effect

of optimization in linear and integer programming for solving problems of the above areas. However, in some situations due to the nature and complexity of some problems of decision making required to address the problem in a hierarchical approach in several phases and / or use of heuristics and metaheuristics with which is not always possible to obtain a optimal solution, but if you improve the computational performance of the model.

INTRODUCCIÓN

La Ingeniería Industrial como disciplina dedicada al diseño, la innovación, la mejora, la instalación y la administración de sistemas integrados de recursos humanos, materiales, equipo y tecnologías, organizados para la producción eficiente y eficaz de manufacturas y servicios (Romero et al., 2006), tiene un campo extenso de aplicaciones en todos los sectores (primario, secundario y terciario) de la producción, entre ellas: planeación y control de la producción, administración de recursos humanos, control de calidad, diseño, desarrollo e innovación del producto, diseño e implementación de procesos industriales y reingeniería, diseño e instalación de sistemas de información y procesamiento de datos (informática), diseño, administración y mantenimiento de planta, evaluación de proyectos, seguridad e higiene industrial, instalaciones y manejo de materiales, manufactura/operaciones, tiempos, movimientos y mejora de los métodos de

trabajo, planeación estratégica, gestión de la cadena de suministro (logística), selección y diseño de herramientas y equipos, simulación de sistemas (investigación de operaciones), sistemas de gestión de la calidad (Linares et al., 2001).

El profesional de la ingeniería industrial para llevar a cabo las actividades antes señaladas y tomar decisiones tácticas y gerenciales en su quehacer científico e industrial dispone de técnicas de investigación de operaciones relacionadas con el diseño, mejora, eficiencia y optimización de todos los recursos de la organización. Muchas de las técnicas utilizan modelos matemáticos que representan la parte del proceso productivo o de negocios que se desean mejorar (Ley, 2000).

La investigación tiene por objetivo mostrar el uso de la investigación de operaciones en Ingeniería Industrial, y específicamente en el desarrollo de modelos de optimización en

programación lineal y lineal entera que permiten resolver problemas concretos de Ingeniería Industrial, para lo cual se presentarán aplicaciones relacionadas con algunas áreas de su competencia, tales como programación de la producción y los requerimientos de materiales, balance de líneas, planificación y gestión del transporte y distribución de facilidades, selección del portafolio de proyectos y programación de horarios (asignación de recursos). Cabe destacar que la programación lineal ha probado ser una de las herramientas cuantitativas que mejores resultados ha dado en la toma de decisiones y es una de las más utilizadas dentro de la investigación operativa tanto por sus amplias aplicaciones como a su

simplicidad de implementación (Serra de la F., 2004).

METODOLOGÍA

La investigación es documental con apoyo, principalmente, en trabajos previos, información y datos divulgados por medios impresos (libros y revistas) y electrónicos (artículos y tesis doctorales), sobre diversos modelos en programación lineal y programación lineal entera que fueron desarrollados por diversos investigadores para resolver una gran variedad de problemas en diversas áreas que conforman el campo de acción del ingeniero industrial. El propósito es ampliar y profundizar en el conocimiento de su naturaleza (UPEL, 2005).

MARCO TEÓRICO

Ingeniería Industrial y la Programación Lineal y Entera

Algunas técnicas de la investigación operativa se recogen bajo el nombre de optimización o programación matemática. La optimización consiste en la selección de una alternativa mejor en relación con las demás alternativas posibles y permite tomar decisiones adecuadas para el problema planteado (Castillo et al., 2002). La programación lineal (PL) forma parte de la programación matemática y es una técnica de optimización para tratar problemas de asignación de recursos escasos entre actividades que compiten, y trata exclusivamente con funciones objetivos y restricciones lineales. Sin

embargo, no todos los problemas de asignación de recursos limitados se pueden formular de esta manera. Cuando no se cumplen algunas de las suposiciones de programación lineal, en algunos casos se puede aplicar otro tipo de modelos matemáticos como la programación entera (pura o mixta) o la programación no lineal (Hillier y Lieberman, 2002).

La práctica profesional de los ingenieros industriales se centra en el diseño y administración de procesos productivos: el área operativa como soporte de la producción, la solución de problemas en línea, el control de la calidad, así como la optimización de sistemas y procesos en cuanto a costos, recursos, equipos y

materiales, la estandarización de procedimientos, la creación de grupos y células de trabajo, entre otros aspectos. Cabe destacar que, estos ingenieros y otros profesionales en las organizaciones muchas veces necesitan tomar decisiones gerenciales en conjunto, no sólo acerca de la planificación y programación de la producción de bienes y el balance de líneas, sino también de las cantidades de los recursos a utilizar (materiales, insumos, personal, capital, otros), el transporte de los materiales y productos, la localización de facilidades, el almacenamiento, la distribución, entre otros; con el fin de minimizar el costo total de la cadena de suministro y con ello el costo de los productos, para lo cual los modelos de optimización se presentan como herramientas adecuadas para tal fin. A continuación se presentan, como producto de la revisión bibliográfica realizada, diversas aplicaciones de la programación lineal y de la programación lineal entera donde se resuelven problemas reales relacionados con los aspectos antes mencionados.

Planificación y programación de la producción y requerimientos de materiales

La planificación consiste en la fijación de objetivos, la asignación de recursos, la elección de la asignación más adecuada y la elaboración de planes para ejecutar la decisión tomada (Renau, 1985). El objetivo de la planificación de la producción es la descripción de las cantidades a producir en cada uno de los períodos de tiempo

previstos de forma que no vulneren las limitaciones de capacidad de las instalaciones y se disponga de suficientes productos para satisfacer su demanda (Larrañeta y Onieva, 1998). Una parte fundamental dentro de la planificación es la programación, en la cual se utilizan técnicas matemáticas para poner en práctica la planificación.

Es de resaltar que al final de esta sección se presentan investigaciones donde se utilizan modelos matemáticos para tomar decisiones conjuntas de planificación y programación de la producción, aprovisionamiento, transporte y distribución con el fin de maximizar o minimizar algún indicador de eficiencia organizacional.

Scarpari et al. (2008) propusieron un modelo de programación lineal para determinar la combinación óptima a sembrar de distintas variedades de caña de azúcar en una región de Brasil. El modelo matemático toma en cuenta las variedades de caña de azúcar, los factores ambientales de producción agrupados en varias clases y las productividades esperadas en los meses de zafra. El problema se puede formular como programación multicriterio. Sin embargo, los investigadores utilizaron una sola función objetivo "maximizar la cantidad de azúcar de la cosecha", incorporando el resto de los criterios como restricciones del problema. Por su parte, Scarpari y Ferreira (2010) plantearon un modelo en programación lineal para planificar las cosechas con el fin de maximizar las ganancias. A diferencia del trabajo de

Scarpari et al. (2008), estos investigadores tomaron en cuenta el transporte en la formulación de su modelo. Sin embargo, concluyeron que la restricción del transporte no reproduce fielmente lo que ocurre en la agricultura, exigiendo un análisis más complejo dentro de la función objetivo.

Otra investigación interesante es la realizada por Gessa, Rabadán y Jurado (2008), quienes incluyen aspectos ambientales en la elaboración del plan de producción de las empresas; específicamente las emisiones de dióxido de carbono, las cuales se consideraron como un recurso y no como un residuo del proceso de producción. Los investigadores plantean un modelo matemático de programación lineal para elaborar el programa de producción que maximice los beneficios empresariales y ofrezca información sobre las posibles actuaciones de la empresa en relación a la compra o venta de derechos de emisión en el mercado de emisiones de CO₂, de forma tal que se cumplan los lineamientos establecidos en el Protocolo de Kioto. El estudio permite a las empresas detectar aquellos procesos o productos que dejan de ser competitivos tras la entrada en funcionamiento del mercado de derechos de emisión, al tener limitadas las emisiones de CO₂. Finalmente, concluyen que el "Protocolo de Kioto constituye una oportunidad para modernizar el sistema productivo hacia un modelo sostenible de producción y consumo" (p. 14).

Otro problema relacionado con la programación de la producción es el Job-

Shop Problem, en el cual n piezas (lotes u órdenes) deben realizarse en m máquinas (puestos de trabajo), donde debe establecerse una secuencia de operaciones en cada máquina que optimice un cierto criterio basado en diferentes medidas de resultados o índices de eficiencia (D'Armas, 2005). Un ejemplo de este problema se presenta en la investigación de Daniel et al. (2004), quienes para obtener la secuencia de órdenes de producción a asignar a un solo lote de máquinas usaron la programación lineal, con tiempos de preparación y procesamiento fijos. Presentaron algoritmos de tiempo polinómicos para encontrar la secuencia del lote óptimo y las cantidades óptimas de consumo de recursos de tal manera que el tiempo total de trabajo se minimizara. Así mismo, Chen (2006) aborda los problemas de la programación (scheduling) de una máquina y de máquinas en paralelo con tiempos de parada para el mantenimiento, y plantean cuatro modelos de programación entera para resolver los problemas en forma óptima.

Por otro lado, Romero et al. (2004) desarrollaron un modelo lineal entero mixto para la programación de la producción de aserraderos, el cual permite evaluar los efectos económicos y operacionales de los pedidos a elaborar. El modelo formulado tiene como objetivo maximizar la utilidad por producto elaborado a partir de la clasificación del diámetro del trozo, considerando restricciones de capacidad y

abastecimiento. Con el modelo se reducen los tiempos de la planificación.

Otro problema de optimización combinatoria y de asignación relacionado con el problema de asignación de órdenes de producción a facilidades, pero también con la asignación de horarios a actividades en el área de servicios es el que presentan Zhang et al. (2009), los cuales plantearon un modelo de programación entera mixta que permite asignar, para un horizonte de planeación, a una sala quirúrgica de un hospital las diferentes operaciones según las especialidades médicas. En la formulación del modelo incluyeron la prioridad de las intervenciones y las limitaciones clínicas (número máximo de horas asignadas a cada especialidad, el cirujano y la disponibilidad de personal). El objetivo fue minimizar el costo de los pacientes internados medido en función del tiempo de permanencia en la sala. La solución óptima del modelo es usada como información de entrada de un modelo de simulación que recoge algunas de las aleatoriedades de los procesos (ejemplo: tiempo quirúrgico, la demanda, la hora de llegada) y las no linealidades (el modelo de programación entera mixta asume asignación proporcional de satisfacción de la demanda (salida) con la asignación de la sala (entrada)).

En otro orden de ideas Delgado y Toro (2010) plantearon e implementaron un modelo de programación lineal entera mixta para determinar decisiones óptimas de aprovisionamiento de materias primas o componentes para materializar un plan de producción para un período dado. El

estudio lo realizaron en un ambiente real de manufactura de dos escalones (sistema en el cual los árboles de producto o lista de materiales se componen únicamente de dos niveles: un primer nivel para el producto final propiamente dicho, y un segundo nivel en el cual están todas las materias primas/componentes requeridos en ciertas proporciones para la elaboración de una unidad de producto final. La solución óptima minimiza los costos fijos asociados a ordenar y los costos variables de producción/compra en contraste con el esquema de cálculo propuesto por el MRP.

Como se expuso al inicio de esta sección, en la industria, muchas veces se requiere planificar conjuntamente la producción de los bienes con el transporte y distribución desde la fábrica a los clientes. Al respecto, Lukač et al. (2008) consideraron el problema de elaborar el programa de producción de varias plantas, así como el transporte de productos a los clientes para los cuales la suma de los costos de producción y transporte sean minimizados para que cada cliente satisfaga su demanda. Formularon el problema usando la programación binivel entera mixta, tomando en cuenta el hecho de que el tomador de decisiones en el nivel superior (líder) tiene que organizar la producción para satisfacer la demanda en los costos de producción mínimos. Una vez que ha tomado su decisión, el tomador de decisiones en el nivel inferior (seguidor) tiene que organizar el transporte de los productos a los clientes a fin de lograr costos mínimos de

transporte. Los modelos se aplicaron a datos existentes para la industria del petróleo.

Por otro lado, en la investigación de Gutiérrez et al. (2010) también se integran decisiones de producción y distribución. Estos investigadores elaboraron un modelo determinístico de programación lineal para la planeación táctica-operativa de la cadena de abastecimiento de la industria siderúrgica semi-integrada de Colombia, con el fin de minimizar los costos logísticos de producción y distribución de productos intermedios y finales de esta industria (costos de operación de cada uno de los eslabones o etapas de la cadena de suministro incluyendo compra de materia prima, su procesamiento, el manejo de inventario de producto intermedio y final, su transporte y distribución). Con el modelo se determina la cantidad de productos a transportar dentro de la cadena, definiendo cuanto producir y almacenar en cada uno de los eslabones de producción y cuanto pedir a cada una de las zonas proveedoras.

Balance de líneas de ensamble

Las líneas de ensamble son utilizadas en algunos sistemas de producción como en la industria automotriz y de electrodomésticos, y están compuestas por un conjunto de estaciones de trabajo y de tareas, que tienen asignado un tiempo de proceso, y un conjunto de relaciones de precedencias, las cuales especifican el orden de proceso permitido de las tareas. El proceso de equilibrio de la línea

consiste en asignar las tareas indivisibles que se llevarán a cabo en estaciones de trabajo con el fin de optimizar una función objetivo (por ejemplo, número de estaciones de trabajo, tiempo de ciclo o costo unitario del producto) sujeta a diferentes restricciones como: el tiempo de trabajo total en cada estación no sea superior a un determinado límite superior (que se llama tiempo de ciclo), la precedencia y las relaciones de incompatibilidad entre las tareas (Corominas et al., 2008). A objeto de mostrar aplicaciones de la programación lineal entera para resolver diversos problemas de balance de líneas se presentan algunas investigaciones.

Corominas et al. (2008) presentan un modelo de optimización combinatoria y de asignación en programación lineal entera, el cual permite reequilibrar una línea de producción de motocicletas donde la cantidad de personal temporal a usar es un factor clave para lograr la producción deseada, debido a que éste tarda más en realizar tareas que los trabajadores permanentes. El objetivo planteado consistió en reducir al mínimo el número de trabajadores temporales necesarios, teniendo en cuenta el tiempo de ciclo y personal perteneciente a la nómina de la empresa. La solución óptima obtenida redujo el uso de de trabajadores temporales en relación a la solución implementada por la organización. Por su parte, Bukchin y Rubinovitz (2003) abordaron el diseño de la línea de ensamble con estaciones en paralelo y selección del equipo. Muestran que el

problema de diseño de sistemas de ensamble con estaciones en paralelo puede ser tratado como un caso especial del problema de la selección de equipos para una línea de ensamble y que los dos problemas se pueden combinar y resolver de manera eficiente. También desarrollaron una formulación en programación lineal entera para el problema combinado de la estación en paralelo con la selección de equipos y encontraron una solución óptima para un problema usado como ejemplo.

Por otra parte, Drexl y Kimms (2001), tratan el problema de mantener equilibradas las cargas de trabajo de las líneas de ensamble conjuntamente con el mantenimiento de la tasa de uso de todos los componentes que intervienen en el montaje (level-scheduling problem) y presentan una formulación de programación entera que considera ambos criterios y resuelven a través del uso de un esquema de generación de columnas.

Transporte, almacenamiento, distribución y localización

En las organizaciones, dentro de la gestión del sistema de transporte se toman decisiones relacionadas con el tipo de vehículo a usar para el manejo de materiales, el orden en que se escogerá cada vehículo para el servicio de las demandas de transporte, la ruta más adecuada desde la localización actual del medio hasta el punto donde se generó la demanda, la localización de la planta con el fin de atender la demanda de los clientes finales o intermedios de la cadena

de suministro y poder responder en el menor tiempo posible a una demanda de transporte, entre otros aspectos. A objeto de mostrar aplicaciones de programación lineal y entera en estas áreas se presentan algunas de las investigaciones referidas en la literatura consultada.

Canca et al. (2007) plantean un modelo matemático de optimización en programación lineal para evaluar la conveniencia de realizar cambios en el modo de transporte en la distribución de mercancías en una red logística extensa desde el punto de vista de una autoridad centralizada (el Estado), considerando los costos asociados con el transporte de mercancía y el cambio del modo de transporte (terrestre o ferroviario). La metodología se concreta para el caso de una red simplificada que resume la red andaluza de transporte de mercancías. Los resultados de la formulación y resolución del modelo matemático, se utilizan en una segunda etapa para la simulación de la red. Los resultados obtenidos favorecen el uso de la intermodalidad para el transporte de mercancías. Concluyen que aunque el estudio de la intermodalidad en el transporte se encuentra en fase inicial, aparenta tener muchas ventajas competitivas y supone un menor impacto al medio ambiente. También proponen plantear modelos desde el punto de vista de compañías privadas con el fin de contrastar ambas dimensiones la privada y la autoridad central para llegar a conclusiones más reales.

Por su parte, López y Fernández (2004) plantean un modelo matemático lineal con

el cual determinan la combinación óptima de los medios de transporte (ferroviario y automotor), para minimizar los costos globales de transporte de la caña de azúcar desde los campos cañeros a las centrales azucareras (algunas veces se utiliza el transbordo: campos cañeros-centro de acopio-centrales azucareras), de forma de minimizar los costos globales de esta transportación y se garantice el abastecimiento horario y diario al central azucarero, además de que se obtengan aceptables niveles de frescura de la caña y se eviten las pérdidas por no cosecha. Los autores argumentan que el modelo pudo haber sido planteado utilizando la programación multicriterio. Sin embargo, se usó una sola función objetivo que consiste en minimizar el costo del transporte de la caña, en dependencia de las distancias y los medios de transporte utilizados en cada caso. Con el modelo lineal propuesto se controla el resto de los parámetros a través de las restricciones y el coeficiente de oportunidad, que se introdujeron en la función objetivo.

Un problema relacionado con la minimización de los costos de transporte y distribución de productos es el presentado por Mejía y Castro (2007) quienes elaboraron un modelo de programación lineal que consiste en minimizar estos costos con el fin de establecer políticas de empaque y envío de productos en una empresa colombiana de alimentos refrigerados y congelados. En la función objetivo incluyen los costos de los fletes entre las plantas y los centros de distribución, y los fletes causados por el

retorno de las canastas a las plantas. El modelo propuesto en programación lineal incorpora la capacidad de las plantas, los tiempos de envío y retorno de los medios de transporte entre plantas y los centros de distribución, la disponibilidad de canastas y la capacidad de los camiones. Además de encontrar la solución óptima, realizaron un análisis de sensibilidad de varios escenarios tales como incrementos o disminución en los costos de transporte y de los embalajes.

Por su lado, Ferrer et al. (2004) plantean un modelo de transporte de distribución cuyo objetivo es minimizar el costo de transporte. El modelado lo realizaron mediante programación lineal entera, donde se considera: flota de vehículos limitada e ilimitada, varios niveles de distribución de bienes entre la empresa y sus clientes, distinción en cada nivel de unidades de origen-destino (entre un origen y varios destinos), transporte directo y fechas de entrega mínima y máxima (ventanas) de los pedidos a transportar. La programación global se obtiene como superposición de las programaciones de todas las unidades origen-destino. Para validar el modelo utilizaron datos de una empresa del sector textil. Concluyeron que el modelo presentado es adecuado para modelar las empresas caracterizadas y ha permitido diseñar e implementar un procedimiento exacto para la programación de la distribución del producto de la empresa. Finalmente, los autores argumentan que en su modelo considera algunos aspectos no contemplados usualmente en la

programación de la distribución, como son las ventanas en las fechas de entrega de los pedidos y resaltan la importancia de tomar en cuenta este margen que existe sobre todo en el transporte entre centros de almacenaje porque puede reducir significativamente los costos de transporte ya que permite realizar menos viajes con los vehículos más llenos.

Otro problema relacionado con el ámbito de la logística es la elaboración de planes de trasbordo y carga de materiales. Un modelo en programación lineal que aborda este problema es el desarrollado por González et al. (2007), en un terminal de ferrocarriles donde transbordan contenedores de un tren a otro usando un puente grúa. El objetivo fue minimizar los movimientos del puente grúa (suma de las distancias recorridas por cada contenedor entre su posición inicial y su posición final) con lo cual se minimiza el tiempo de permanencia de los trenes en la zona de trasbordo. Los investigadores argumentan que uno de los aportes del modelo en relación con los existentes en la literatura es la consideración de las limitaciones relacionadas con la composición final del tren saliente y que si se quisiera aplicar el modelo a situaciones más complejas, producto de trasbordos con más cantidad de contenedores y plataformas, sería necesario el uso de métodos heurísticos para agilizar la búsqueda de soluciones que puedan considerarse satisfactorias.

Como se expuso anteriormente, dentro de la gestión del transporte una de las decisiones operativas a tomar a nivel empresarial es el diseño de las rutas de los

medios de transporte con los cuales se atiende la demanda de los clientes de la cadena de suministro. Estos problemas pueden optimizarse usando modelos matemáticos conocidos como problemas de enrutamiento de vehículos (VRP), los cuales son de optimización combinatoria. La mayor parte de ellos son generalizaciones del problema del agente viajero (Traveling Salesman Problem, TSP), en el que se dispone de un solo vehículo que debe visitar a todos los clientes en una sola ruta y a costo mínimo. No suele haber un depósito (y si lo hubiera, no se distinguiría de los clientes), no hay demanda asociada a los clientes y tampoco hay restricciones temporales. Este problema pertenece a la clase NP y, además, los de gran extensión resultan imposibles de solucionar en tiempo polinomial, por lo que pueden considerarse del tipo NP-completo o NP-hard. Por otra parte, la complejidad y el tamaño de muchos de estos problemas prácticos hacen difícil la utilización de métodos exactos para su solución por lo cual se recurre al uso de métodos heurísticos o metaheurísticos (Kara y Bektas, 2003 y Daza et al., 2009).

Los problemas de enrutamiento de vehículos tienen diferentes variantes según se tenga limitación sobre el número de vehículos que cubrirán las rutas, la distribución de la demanda del servicio, la capacidad de los vehículos, la combinación con otras decisiones, entre otros aspectos. En el VRP típico las rutas se deben diseñar de manera que cada punto o nodo (máquina, ciudad, almacén,

etc.) sea visitado sólo una sola vez por un vehículo, todas las rutas comienzan y terminan en la estación, y las demandas totales de todos los puntos en una ruta determinada no puede exceder la capacidad del vehículo. Una generalización de este problema es el GVRP (problema generalizado de enrutamiento de vehículos), definido en un grafo en el que los clientes (nodos) se agrupan en un número determinado de grupos mutuamente excluyentes y exhaustivos (conjuntos de nodos). El objetivo de este problema consiste en encontrar el costo total mínimo del recorrido de los vehículos desde que salen y hasta que regresan al depósito o estación, de manera que cada grupo debe ser visitado exactamente por un vehículo en cualquiera de sus nodos, la entrada y salida de los nodos de cada grupo es la misma, la carga de cada vehículo no debe superar su capacidad y la carga de cada vehículo no podrá ser inferior a un determinado límite inferior. Otro tipo de problema es el enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad (CVRP), que en su forma clásica se define como el diseño de una serie de rutas de mínimo costo; para atender un conjunto de clientes geográficamente dispersos, cada uno con demanda y localización conocidas, utilizando una flota de vehículos iguales (homogénea), visitando cada cliente una sola vez y cumpliendo con las restricciones de capacidad de los vehículos y además, cada ruta inicia y termina en un mismo lugar (Kara y

Bektas, 2003, González y González, 2006, y Daza et al., 2009).

Kara y Bektas (2003) presentan una formulación en programación lineal entera del GVRP con restricciones adicionales de carga, y muestran que la formulación bajo determinadas circunstancias (utilizando diferentes parámetros del problema) se puede reducir a otros problemas conocidos de enrutamiento de vehículos. Por su parte, González y González (2006), presentan la formulación matemática del problema del enrutamiento de vehículos (VRP) para la localización de una empresa manufacturera tomando como criterio de selección la distancia total a recorrer para distribuir su producto.

Otra investigación interesante donde además de realizar el diseño de las rutas también se realiza la planificación de la flota de vehículos, es la realizada por Daza et al. (2009), quienes presentan la resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad (CVRP) utilizando procedimientos heurísticos y metaheurístico de dos fases: diseño de rutas y planificación de la flota. En la primera fase obtienen una solución inicial que es mejorada mediante búsqueda tabú obteniendo soluciones no dominadas en tiempo de cálculo polinomial y en la segunda fase realizan la planificación (scheduling) de la flota, abordando el problema a partir de una analogía con el problema de programación de máquinas paralelas idénticas, cuya función objetivo consistió en minimizar el costo fijo

causado por la utilización de la capacidad instalada. Esta alternativa se aplicó sobre una instancia generada aleatoriamente y una instancia real arrojando resultados significativos al compararse con las heurísticas evaluadas.

En otro orden de ideas, para resolver el problema de localización de vehículos para una fábrica de semiconductores totalmente automatizada en la cual se utiliza un sistema unificado para el transporte del producto en proceso, Montoya (2006) propone un método bajo un enfoque secuencial de toma de decisiones para un desempeño eficiente del sistema de producción, el cual se basa en optimización y simulación de eventos discretos, primero desde el punto de vista táctico y, luego, operativo. La perspectiva táctica consiste en dividir la red de transporte en zonas de gestión y asignar una flota de vehículos a cada zona con el fin de satisfacer las demandas de transporte en el menor tiempo posible, para ello diseña un modelo de optimización combinatoria (asignación) en programación lineal entera a partir de estimaciones estáticas durante el horizonte de producción. A nivel operativo, la solución resultante de la optimización la implementa en un modelo de simulación de la fábrica con el fin de analizar el comportamiento dinámico del sistema, integrando en el modelo aspectos relacionados con las operaciones de fabricación, las reglas de programación de actividades de las máquinas, las políticas de despacho dinámico de los vehículos (reglas de servicio de las demandas de

transporte), las reglas para el enrutamiento de vehículos y las políticas de control de tráfico.

Por otra parte, el autor argumenta: primero, que pese a la gran importancia de localizar vehículos en una red de transporte para la gestión de demandas de transporte, este problema ha sido poco estudiado en la literatura académica, y los trabajos publicados sólo se interesan en sistemas pequeños con circuitos simples y no complejos a diferencia del problema general tratado de localización de vehículos en una red de transporte mucho más compleja en la cual existen varios circuitos interconectados; segundo, que el trabajo presentado es diferente a otros precedentes en la literatura en el sentido de la naturaleza unificada del sistema de transporte, con la cual es posible disminuir el número de movimientos por vehículo y transportar el producto en proceso directamente de una máquina a la siguiente sin necesidad de pasar por un almacenamiento intermediario temporal; tercero, los resultados experimentales muestran la pertinencia del método propuesto a través de un mejoramiento considerable de los indicadores de gestión del sistema productivo y, cuarto, el método de gestión propuesto es de carácter genérico y se puede aplicar a cualquier sistema de producción automatizada con vehículos para el transporte de productos o adaptarse a redes metropolitanas de transporte donde se encuentren problemáticas similares (localización de ambulancias, de carros de policía o de bomberos). Finalmente,

concluye que con las reglas implementadas se obtiene un mejoramiento en el tiempo promedio de fabricación y en el grado de utilización de los vehículos, cuando se emplea la estrategia de gestión por zonas, y la inconveniencia práctica de utilizar un método de optimización basado en programación lineal por el considerable tiempo de cálculo requerido para la obtención de una solución óptima cuando el tamaño de la red es grande y el número de vehículos en el sistema es alto, por lo cual consideran que una extensión interesante de este trabajo puede ser la resolución del problema táctico a través de métodos heurísticos o metaheurísticos.

Por otro lado, Montoya (2009) utilizó la programación lineal entera para modelar en programación lineal entera binaria (modelo de asignación) y tomar decisiones acerca de la mejor red de abastecimiento y distribución de productos para minimizar los costos de transporte y almacenamiento, satisfaciendo la demanda en cada punto de consumo, el diseño de una red de distribución de una empresa colombiana líder en el diseño, producción, comercialización de ropa, morrales, bolsos, maletines y accesorios, quien tenía a nivel internacional atender siete regiones. Debido a la complejidad del problema y su magnitud utilizó un enfoque jerárquico de tres fases: en dos primeras etapas obtuvo, haciendo un tratamiento independiente del modelo, la localización óptima para dos regiones, China y Europa, respectivamente. Estas soluciones las incorporó como datos de

entrada para resolver la tercera fase, donde obtuvo el diseño óptimo de la red de abastecimiento y distribución a nivel internacional.

Selección del portafolio de proyectos

Para tomar la decisión de seleccionar el portafolios de proyectos en los cuales se va a invertir se requiere elaborar un presupuesto de capital, el cual consiste en asignar el capital disponible entre las mejores oportunidades de inversión (Giugni et al., 2007).

El modelado matemático en programación lineal entera se puede utilizar para seleccionar la cartera óptima de inversión. Leyva, M. y Piñero, P. (2009) proponen un modelo genérico que puede ser usado para la asignación grupal de proyectos, donde se integran técnicas de análisis multicriterio y optimización para evaluar y seleccionar proyectos de innovación en las tecnologías de la información, el cual integra el Cuadro de Mando Integral, el Proceso de Jerarquía Analítica y la Programación Lineal Entera, donde se toman en cuenta los beneficios tangibles e intangibles de la decisión, las interdependencias entre los proyectos y sus restricciones, integrando todo ello en los procesos de planificación estratégica de la organización basada en sus perspectivas.

Programación de Horarios

A este tipo de problemas se les conoce como *Timetabling* o Programación Horaria y consisten en la asignación de ciertos eventos a distintos bloques horarios respetando unos requerimientos y

condiciones. Una rama de la Programación Horaria es la *Class Scheduling*, que estudia problemas relacionados con la programación horaria para entidades educativas, un ejemplo específico se presenta a continuación.

Saldaña et al. (2007) formulan dos modelos de programación lineal entera para un problema de programación de horarios para universidades, el cual consiste en programar las asignaturas a ser dictadas, considerando los profesores, días, horarios, aulas y la necesidad de dictar las asignaturas en periodos consecutivos determinados. El objetivo es minimizar la asignación en periodos no deseados, balanceando la carga de trabajo diaria para cada grupo de alumnos. Las estrategias de solución combinan modelos de asignación directa a aulas o asignación a tipos de aulas y consideran relajación de restricciones, permiten resolver problemas de gran tamaño, a niveles de calidad razonables y utilizando pequeños tiempos computacionales. Los enfoques fueron aplicados a instancias de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción, Chile. Una bondad de los modelos es su aplicabilidad a una gran cantidad de problemas de programación de horarios en universidades, proporcionando una gran flexibilidad de resolución.

CONCLUSIONES

La revisión de la literatura y las investigaciones presentadas en el documento demuestran que la

optimización matemática en programación lineal y la programación lineal entera tienen un amplio uso para resolver problemas organizacionales reales, y soporta un conjunto de decisiones óptimas tácticas y estrategias relacionadas con los procesos productivos de diversas organizaciones en el ámbito de competencia del ingeniero industrial. El modelado matemático realizado mediante la programación lineal y programación lineal entera permite tomar decisiones individuales y conjuntas para la gestión empresarial con el fin de hacer un uso eficiente de los recursos humanos y no humanos y aumentar los beneficios económicos y no económicos. Pero, en algunas ocasiones debido a la complejidad del problema y a la interdependencia de las decisiones se puede usar la programación multietapas donde la solución óptima de un problema es un insumo para resolver otro problema (otra etapa); sirva como ejemplo para ilustrar esta situación el uso de técnicas heurísticas y metaheurísticas con las cuales no siempre se logra obtener una solución óptima, pero sí mejorar el desempeño computacional del modelo.

La programación lineal a pesar de ser una herramienta determinista (parámetros del modelo se suponen conocidos con certeza) permite al tomador de decisiones evaluar diferentes escenarios realizando variaciones en los parámetros del modelo, lo cual permite incluir el dinamismo en el que desempeñan las organizaciones.

Un aporte de esta investigación es la presentación compilada de diversas aplicaciones de la programación lineal y la

programación lineal entera en diversas áreas de competencia del quehacer científico e industrial de los ingenieros.

REFERENCIAS

Bukchin, J. y Rubinovitz, J., (2003). A weighted approach for assembly line design with station paralleling and equipment selection. *IIE Transactions* 35, 73-85. Recuperado el 20 de julio de 2010 en <http://www.eng.tau.ac.il/~bukchin/10.pdf>

Canca, D., Palma, E. y Zapata, N. (2007). *Una metodología basada en la construcción y resolución de modelos matemáticos para la evaluación del transporte intermodal de mercancías en redes logísticas*. Primer Congreso de Logística y Gestión de la Cadena de Suministro. Zaragoza, España. Recuperado el 26 de julio de 2010 en <http://www.cnc-logistica.org/congreso-cnc/documentos/120.pdf>

Castillo, E., Conejo, A., Pedregal, P., García, R. y Alguacil, N. (2002). *Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia*. España: Publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha. Recuperado el 14 de junio de 2010 en http://www.investigacion-operaciones.com/ARCHIVOS_LIBRO/LibroCompleto.pdf

Corominas A., Pastor R. y Plans J. (2008). Balancing assembly line with skilled and unskilled workers. *Omega*, 36(6), 1126-1132. Recuperado el 17 de julio de 2010 en <http://upcommons.upc.edu/e-prints/bitstream/2117/6075/1/2008-OMEGA.pdf>

Chen, J. (2006). Using integer programming to solve the machine scheduling problem with a flexible maintenance activity. *Journal of Statistics & Management Systems*, 9(1), 87-104. Recuperado el 15 de agosto de 2010 en <http://www.tarupublications.com/journals/js>

<ms/FullText/JSMS-2006/JSMS-9-1-2006/jsms131.pdf>

D'Armas, M. (2005). Estado del arte de la programación de operaciones con tiempos de preparación: Tema para futuras investigaciones (parte I). *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 9(33), 42-48. Recuperado el 20 de julio de 2010 en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212005000100008&lng=pt&nrm=iso

Daza, J., Montoya, J. y Narducci, F. (2009). Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases. *Revista EIA*, 12, 23-38. Recuperado el 26 de julio de 2010 en [http://revista.eia.edu.co/articulos12/EIA%2012%20\(pag.%2023-38\).pdf](http://revista.eia.edu.co/articulos12/EIA%2012%20(pag.%2023-38).pdf)

Daniel, C., Cheng, C. y Kovalyov, M. (2004). Single Machine Batch Scheduling with Jointly Compressible Setup and Processing Times. *European Journal of Operational Research*, 153(1), 211-219.

Delgado, L. y Toro, H. (2010). Aplicación de un modelo de programación lineal en la optimización de un sistema de planeación de requerimientos de materiales (MRP) de dos escalones con restricciones de capacidad. *Ingeniería e Investigación*, 30(1), 168-173. Recuperado el 28 de julio de 2010 en <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/643/64312498030.pdf>

Drexl, A. y Kimms, A. (2001). Sequencing JIT Mixed-Model Assembly Lines Under Station-Load and Part-Usage Constraints. *Management Science*, 47(3), 480-491.

Ferrer, L., Coves, A.M. y De los Santos, M.A. (2004). Modelado del transporte de

- distribución mediante programación lineal entera. *Información Tecnológica*, 15(4), 65-70. Recuperado el 28 de julio de 2010 en <http://upcommons.upc.edu/e-prints/bitstream/2117/6099/1/2004-IT-2.pdf>
- Gessa, A., Rabadán, I. y Jurado, J. (2008). La planificación de la producción industrial y las emisiones de CO₂: aplicación de un modelo de programación lineal. En Pindado, J. y Payne, G. (Comp.), *Estableciendo puentes en una economía global*, 1. Madrid: ESIC, D.L. Recuperado el 03 de agosto de 2010 en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2710829>
- Giugni, L., Etedgui, C., González, I. y Guerra, V. (2007). *Evaluación de Proyectos de Inversión* (5ta reimpresión). Valencia, Venezuela: Universidad de Carabobo.
- González, J. Á., Ponce, E. y Mataix, C. (2007). *Automatización de los planes de carga y trasbordo de contenedores en las terminales ferroviarias utilizando modelos de programación lineal*. Primer Congreso de Logística y Gestión de la Cadena de Suministro. Zaragoza, España. Recuperado el 28 de julio de 2010 en <http://www.cnc-logistica.org/congreso-cnc/documentos/122.pdf>
- González, G. y González, F. (2006). Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio. Parte 1: formulación del problema *Ingeniería e Investigación*, 26(3), 149-156. Recuperado el 28 de julio de 2010 en <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/html/643/64326319/64326319.html>
- Gutiérrez, E., Fuguen, H. y Abril, D. (2010). Planificación integrada de producción y distribución para un conglomerado industrial. *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*, 53, 88-105. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://ingenieria.udea.edu.co/grupos/revista/revistas/nro053/Articulo%208.pdf>
- Hillier, F. y Lieberman, G. (2002). *Investigación de Operaciones* (7ma ed.). México: McGraw-Hill/Interamericana editores, S. A. de C. V.
- Kara, I. y Bektas, T. (2003). *Integer linear programming formulation of the generalized vehicle routing problem*. Presentado en el 5th EURO/INFORMS Joint International Meeting, Estambul, Turquía. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en http://74.125.155.132/scholar?q=cache:AWC8_tDWUblJ:scholar.google.com/+Integer+linear+programming+formulation+of+the+generalized+vehicle+routing+problem&hl=es&as_sdt=2000
- Larrañeta, J. y Onieva, L. (1998). *Métodos modernos de gestión de la producción*. Madrid: Alianza Universidad.
- Leyva, M. y Piñero, P. (2009). *Modelo para la evaluación y selección de proyectos de innovación en las tecnologías de la información*. Presentado en el 4to. Congreso Internacional de Sistemas de Innovación para la Competitividad 2009: Hacia la Inteligencia Competitiva. León, México. Recuperado el 15 de junio de 2010 en http://octi.guanajuato.gob.mx/sinnco/formulario/MT/MT2009/MT9/ESION1/MT91_MLEYVA_145.pdf
- Ley, R. (2000). Enriquecimiento de modelos de ingeniería industrial usando análisis de decisiones. *Revista UPIICSA (IPN)*, 23, 12-19. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://decidir.org/RLey2000-ModelosIngIndUsandoAD.pdf>
- Linares, P., Ramos, a., Sánchez, P., Sarabia, A. y Victoriano, B. (2001). *Modelos matemáticos de optimización*. Madrid, España: Universidad Pontificia Comillas. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en http://www.gams.com/docs/contributed/modelado_en_gams.pdf
- López, E. y Fernández, S. (2004). El problema del transporte de la caña de azúcar en Cuba. *Investigación operacional*, 25(2), 148-157.

- Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://rev-inv-ope.univ-paris1.fr/files/25204/IO-25204-5.pdf>
- Lukač, Z., Hunjet, D. y Neralić, L. (2008). Solving the production-transportation problem in the petroleum industry. *Investigación operacional*, 29(1), 63-70. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://rev-inv-ope.univ-paris1.fr/files/29108/io29108-6.pdf>
- Mejía, G. y Castro, E. (2007). Optimización del proceso logístico en una empresa de colombiana de alimentos congelados y refrigerados. *Revista de Ingeniería*, 26, 47-54. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://revistaing.uniandes.edu.co/pdf/26a6.pdf?ri=5b62afe61748032cf94629e5e4187dc2>
- Montoya, J. (2006). Procedimiento jerárquico basado en optimización y simulación para la gestión de vehículos en sistemas automatizados de manufactura. *Ingeniería y universidad*, 10(1), 77-96. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en <http://ingenieriauniversidad.javeriana.edu.co/DefRev1001Jerarquico.pdf>
- Montoya, J. (2009) Resolución del problema de redes de producción distribución internacionales para una empresa multinacional colombiana. *Revista Pensamiento & Gestión*, 27, 105-131. Recuperado el 06 de agosto de 2010 en http://ciruelo.uninorte.edu.co/pdf/pensamiento_gestion/27/Pensamiento%20y%20gestion%2027.pdf#page=117
- Renau, J. (1985). *Administración de empresas. Una visión actual*. Madrid: Pirámide.
- Romero, O.; Muñoz, D. y Romero, S. (2006). *Introducción a la ingeniería, un enfoque industrial*. México: International. Thomson Editores.
- Romero, R., Pobrete, M. y Baesler, F. (2004). Modelo de programación de la producción para la industria del aserrío. *Revista Ingeniería Industrial*, 3(1), 19-23. Recuperado el 26 de julio de 2010 en http://www.ici.ubiobio.cl/revista/index.php?option=com_content&task=view&id=4&Itemid=11
- Saldaña, A., Oliva, C. y Pradenas, L. (2007). Modelos de programación entera para un problema de Programación de horarios para universidades. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 15(3), 245-259. Recuperado el 16 de mayo de 2010 en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2533359>
- Scarpari, M., Plá, L. y Ferreira, B. (2008): La optimización del cultivo de variedades de caña de azúcar. *Revista Investigación Operacional*, 29(1), 26-34. Recuperado el 26 de julio de 2010 en <http://rev-inv-ope.univ-paris1.fr/files/29108/io29108-3.pdf>
- Scarpari M., y Ferreira, E. (2010). Optimized agricultural planning of sugarcane using linear programming. *Revista Investigación Operacional*, 31(2), 126-132. Recuperado el 26 de julio de 2010 en <http://rev-inv-ope.univ-paris1.fr/files/31210/31210-03r.pdf>
- Serra de la F., Daniel (2004). *Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones*. España; Gestión 2000. España
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador - UPEL (2005). *Manual de trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales*. Caracas: FEDUPEL.
- Zhang, P., Murali, M., Dessouky, M. y Belson, D. (2009). A mixed integer programming approach for allocating operating room capacity. *Journal of the Operational Research Society*, 60, 663-673. Recuperado el 26 de julio de 2010 en <http://www.palgrave-journals.com/jors/journal/v60/n5/full/2602596a.html>

Autora

Carmen Guédez Fernández. Profesor Agregado a Dedicación Exclusiva, Investigadora, Departamento de Gerencia, Escuela de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Venezuela. Ingeniero Industrial, Magister en Ingeniería industrial, Cursante del Doctorado en Ingeniería, Área Industrial, Universidad de Carabobo.

E-mail: cguédez@gmail.com

Recibido: 16/02/2011

Aceptado: 29/05/2011