

Reconocimiento de símbolos matemáticos manuscritos con técnicas de cadenas ocultas de Markov

Recognition of handwritten mathematical symbols using hidden Markov models techniques

Luis Angel Rodríguez, Nathylin C. Mendoza, Franzyuri Hernández F.

<https://doi.org/10.54139/riiant.v8i31.599>

Palabras clave: cadenas ocultas de Markov, preprocesamiento, extracción de características, entrenamiento, reconocimiento de escritura

Key words: hidden Markov models, preprocessing, feature extraction, training, handwriting recognition

RESUMEN

La presente investigación se centra en desarrollar una metodología que permita reconocer símbolos matemáticos manuscritos, de forma fuera de línea (off-line), utilizando cadenas ocultas de Markov, que pueda identificar los caracteres independientemente del escritor, para este fin se desarrolló un programa en el MatLab. Para el desarrollo de este sistema se tienen dos algoritmos fundamentales: Entrenamiento e Identificación. En el primero, deben adquirirse muestras de escritura, preprocesarlas, extraer sus características, para finalmente calcular las probabilidades de emisión y transición de las observaciones, así se tienen los parámetros de una cadena oculta de Markov. En el segundo algoritmo se adquiere la imagen del carácter a identificar, para seguir con los mismos pasos del proceso anterior, se calcula para cuál de los modelos almacenados se obtuvo mayor log-verosimilitud. La novedad de la investigación yace en su mayoría, en la forma en que se tomaron las características de las imágenes, teniendo como base una técnica utilizada para el aprendizaje de la escritura en humanos.

ABSTRACT

The present research focuses on the development of a methodology that allows the recognition of handwritten mathematical symbols, off-line, using hidden Markov chains that can identify the characters independently of the writer, for this purpose a program has been developed in MatLab. For the development of this system there are two basic algorithms: Training and Identification. In the first one, it is necessary to acquire writing samples, to preprocess them, to extract their characteristics and, finally, to calculate the emission and transition probabilities of the observations in order to obtain the parameters of a hidden Markov chain. In the second algorithm, the image of the character to be identified is acquired, to continue with the same steps of the previous process, it is calculated for which of the stored models the maximum log-likelihood has been obtained. The novelty of the research lies mainly in the way in which the features of the images were acquired, based on a technique used for learning human writing.

INTRODUCCIÓN

El Reconocimiento de Textos Manuscritos, y en su unidad más básica, el Reconocimiento Óptico de Carácter, también, citado en algunos textos como OCR según sus siglas en inglés (*Optical Character Recognition*), es una línea de investigación de interés entre científicos de varias áreas. En el mercado, se consiguen productos que pueden ser utilizados para dicho reconocimiento (Gadea, 2007).

Para los seres humanos es aparentemente sencillo identificar patrones, por ejemplo, se pueden reconocer e interpretar rostros, voces, animales, objetos, paisajes, entre otras cosas, ya sea en fotos, pinturas o en la realidad. La humanidad tiene esa capacidad, aunque su trasfondo sea un misterio (Salcedo, 2006).

Según Toselli (2004), hacer que las máquinas reconozcan patrones es considerado un problema reto. El principal objetivo del reconocimiento de patrones es que las máquinas en un futuro próximo sean capaces de imitar a los seres humanos y otros seres vivos en la identificación, descripción y agrupación de patrones.

Por otro lado, al ser el lenguaje universal de las ciencias, las matemáticas dan fe de su importancia, ya que, éstas son una parte esencial de la mayor porción de la literatura científica y técnica. Esta literatura contiene amplias notas de símbolos de expresiones matemáticas que no son fácilmente reconocibles como texto plano. Además, las notaciones matemáticas forman parte del lenguaje visual. Éste se define como un sistema de comunicación que utiliza

elementos visuales, como gráficos (Chang, 1986). Se puede comprender por sus gráficos bidimensionales o tridimensionales en lugar de hacerlo por el texto lineal (Kremer, 1998). Debido a sus elementos visuales, el reconocimiento de los símbolos de expresiones matemáticas se convierte en una tarea difícil. Además, las expresiones matemáticas son una estructura bidimensional de los símbolos matemáticos (Wang y Shan, 2020), que podrían difundir conocimientos en la literatura técnica y científica. Por lo tanto, la identificación y realización de estas notaciones matemáticas se convierten en una esencia natural de gran importancia para las ingenierías y ciencias afines.

El texto manuscrito presenta muchas variaciones según el escritor, es por ello que el sistema no debe estar restringido a un solo tipo de escritura, ya que, le quitaría la naturalidad a la toma de los datos de tal manera que se busca elaborar sistemas que reconozcan los textos manuscritos independientemente de la persona y su estilo de escritura. Actualmente, se dispone de varias maneras de abordar este problema en el ámbito de las matemáticas, muchos investigadores utilizan redes neuronales (Wang y Shan, 2020), entre otras técnicas, sin embargo, en esta investigación se estudiará a partir de cadenas ocultas de Markov.

Una cadena oculta de Markov es un modelo estadístico en el que se asume que el sistema a modelar es un proceso de Markov de parámetros desconocidos. El

objetivo es determinar los parámetros desconocidos de la cadena oculta de Markov que rigen los estados del proceso a partir de los datos observados. Las cadenas ocultas de Markov se han utilizado

frecuentemente como parte del reconocimiento del habla y de caracteres del lenguaje escrito. Estas estrategias han aparecido también en el reconocimiento de caracteres matemáticos (Rabiner, 1989).

METODOLOGÍA

En este trabajo se propone una metodología para el reconocimiento de símbolos matemáticos (Méndez, 2016, y, Xie, 2007), haciendo uso de diferentes técnicas de procesamiento, una de las principales hace uso de los modelos de cadenas ocultas de Markov y su aplicación al Reconocimiento Óptico de Carácter.

El estudio se divide en tres fases: preprocesamiento, entrenamiento e

identificación; estos se plasman en este escrito con detalles, incluyendo sus resultados. El principal aporte de este trabajo se encuentra en la fase de preprocesamiento específicamente la técnica introducida para la extracción de características, la cual permite obtener de forma eficaz un conjunto de caracteres procesados sobre los cuales se aplicará el modelo de cadenas ocultas de Markov para el reconocimiento.

RESULTADOS

Fase I: Preprocesamiento

En el proceso de entrenamiento se sigue la metodología utilizada por Mendoza (2019). Para desarrollar esta fase se completaron las siguientes etapas: adquisición de la muestra, estandarizado y extracción de características.

Adquisición de la muestra

Como se trabajó en un sistema fuera de línea (off-line), se procedió a adquirir muestras de escritura de diferentes personas. Como se puede observar en la figura 1, los símbolos matemáticos utilizados para esta investigación son: \int , Σ , Π , $>$, $<$, $=$, \geq , \leq , $+$, $-$, \times , \div , \cap y \cup . En total se consideraron catorce símbolos para el desarrollo de la investigación.

La población total fue dada por grupos intactos provenientes de dos secciones del curso de matemáticas 2 (49 y 51 estudiantes, respectivamente) y 16 profesores del departamento de Matemática, para un total de 116 sujetos. De esta población se obtuvo una muestra de 60 voluntarios, para obtener el tamaño de dicha muestra se recurrió según Palella y Martins, (2012), a la fórmula para poblaciones finitas dada por la expresión $n = \frac{N}{e^2(N-1)+1}$ donde: n := tamaño de la muestra, N := tamaño de la población y e := error de estimación. Es de hacer notar que, para el cálculo del tamaño de la muestra se asumió un $e=0.09$

Cada voluntario proporcionó una muestra de 14 caracteres con 7 repeticiones para un total de 98 muestras por sujeto. Para los 60 voluntarios se tiene un total de 6720 muestras para la investigación.

Se utilizó la técnica de la partición en dos grupos (Hold out en inglés) una muestra para el entrenamiento y otra para la validación. Es usual con esta técnica dividir la muestra utilizando las proporciones 70:30 u 80:20. Si la muestra de entrenamiento es pequeña el error de clasificación o predicción del método es muy grande, por otra parte, si la muestra de validación es pequeña la varianza del error del método de estimación podría ser muy grande, (Sarunas y Anil, 1991). Con el fin de mantener un balance entre los dos errores, en este trabajo, se dividieron los datos en una proporción 50:50 para el entrenamiento y las pruebas, respectivamente. Esto significa que la mitad de los datos se utiliza para entrenar el modelo, mientras que la otra mitad se utiliza para probar su rendimiento. La ventaja de este enfoque es que permite evaluar el rendimiento del modelo en un conjunto de datos separado, lo que permite evaluar su capacidad de generalización en un conjunto de datos nuevos, ver (Jamilu y Ogwueleka, 2019).

Los 60 voluntarios tienen edades comprendidas entre 12 y 68 años, con una media de 26 años, 38 fueron de sexo masculino y 22 de sexo femenino, 3 de los voluntarios son zurdos.

A cada persona se le solicitó 7 repeticiones por carácter, y al ser la plantilla realizada de forma manuscrita se consideró la

primera fila de la misma como parte de la muestra, esto da un total de 8 repeticiones por carácter por cada voluntario, dando como resultado 480 muestras por carácter. Las plantillas se escanearon y las imágenes se trabajaron en formato jpeg con valores representados en color rojo, verde y azul.

Figura 1. Modelo de Plantilla



Estandarizado

Consiste en estandarizar las imágenes de los caracteres, optimizando así los procesos de entrenamiento y reconocimiento. Para este paso se realizó una función llamada preprocesamiento, la cual funciona de la siguiente manera: lee la dirección de la imagen y la cantidad de estados del modelo oculto de Markov, luego, se carga la imagen al directorio de trabajo en MatLab utilizando la función `imread`, se transforma a escala de grises con `rgb2gray`, se calcula el umbral de binarización usando `graythresh`, esta función calcula el nivel de color en una imagen en escala de grises, tales que a partir de ese valor, al binarizarla (convertirla a blanco y negro) con `im2bw` todos los píxeles menores a él se conviertan en color negro, el cual es representado por el número cero (0) y, los demás a color blanco representados por el número uno

(1). En MatLab las imágenes se representan como matrices.

Ya con la imagen binarizada, se procede a eliminar el ruido de la misma utilizando el filtro de la mediana con la función `medfilt2`, esta es una técnica de filtrado digital que consiste en generar una imagen, cuyos píxeles se obtienen calculando la mediana del conjunto de los píxeles vecinos, logrando homogenizar los que tengan intensidades diferentes.

Cuando se habla de ruido se refiere a datos que no pertenecen al carácter, como sombras, pliegues, entre otros. Se busca dejar solamente el patrón a identificar sin interferencias. Este es un proceso fundamentalmente matemático.

Ahora, se pasa a la etapa de esqueletización. Aquí la imagen se somete a un proceso de adelgazamiento, borrando sucesivamente los puntos del contorno del carácter, procurando que mantenga su tipología. Al finalizar este proceso se habrá obtenido el esqueleto del símbolo a tratar. El objetivo es simplificar la forma de la imagen. La función utilizada para tal fin fue `bwmorph`.

Se procede a aplicar la función borde en la matriz, esta es de elaboración propia, y consiste en eliminar todas las filas y columnas que no posean alguna parte del carácter esqueletizado, es decir, aquellas que no contengan ningún cero (0).

Para finalizar, se añade una columna de ceros esto es equivalente a añadir una línea vertical negra en la imagen, el motivo de esto se explicará en la extracción de características. En la figura 2 se presenta el digrama de flujo de esta fase.

Figura 2. Función preprocesamiento



Extracción de características

En el proceso de preprocesamiento se prepararon las muestras para poder asociar un modelo de cadena oculta de Markov. A partir de ahí, surgen las siguientes preguntas: ¿cuáles serían las observaciones? y ¿cómo se pueden seleccionar los estados y símbolos del modelo?

Las muestras son un conjunto de imágenes. Por la naturaleza de las mismas, se trabaja en dos dimensiones, lo cual se puede interpretar como dos variables independientes, sin embargo, esto no es útil

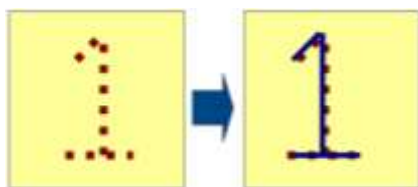
para aplicar las cadenas ocultas de Markov directamente, como, al estudiar las imágenes con detalle se observa que se pueden tomar características intrínsecas de ellas y asociarlas a un vector.

Conviene analizar cuáles son aquellas características que realmente permiten describir numéricamente una imagen, tal que se puedan diferenciar una de otra. Algunos autores le dan especial énfasis a este paso y dedican su estudio al mismo, ver (Hassan et al., 2015).

Dicho todo esto, entonces, ¿qué características esenciales se pueden extraer de una imagen que sean discretas o puedan discretizarse de forma eficiente y a su vez permitan diferenciar los caracteres?

En investigaciones previas como, por ejemplo, en Xie (2007) y sus referencias; se utilizaron características como ángulos, vectores, gradientes, entre otros. En este estudio se desarrolló una técnica de extracción de características basada en una forma de enseñanza de la escritura en humanos. Es usual que un docente le dibuje a un niño una serie de puntos, que al unirlos con líneas se obtenga una letra, un número, entre otros, ver figura 3.

Figura 3. Carácter punteado y remarcado



Al disponer de una imagen preprocesada, realmente lo que se tiene es una matriz con ceros (0) representando al color negro, y unos (1) correspondientes al color blanco (Figuras 4 y 6). En el preprocesamiento se

ha llevado la imagen del carácter a una forma simple, es decir, se ha binarizado el carácter y se ha esquelizado.

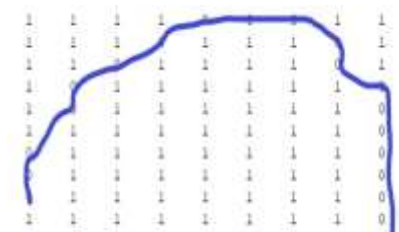
Haciendo analogía con lo mostrado en la figura 3, si se consideran los ceros de la matriz como los puntos y luego se traza, se obtiene lo reflejado en la figura 5.

Ahora bien, para trazar la figura es necesario saber los puntos de inicio y fin, además, conocer el orden en que se unirán, por ejemplo, un criterio podía ser: si se comienza en el punto uno luego, al 2, y así sucesivamente hasta llegar al último punto.

Figura 4. Imagen Esqueletizada



Figura 5. Trazo del contorno en la matriz



Continuando con la relación planteada, es lógico pensar que cada columna represente un estado.

Para continuar se requiere saber exactamente dónde están los puntos. En una matriz se puede saber la posición de cada valor, así que se aprovechará esto para encontrar las observaciones del modelo.

El criterio es el siguiente: Se toma la primera columna y se transforma a vector, los unos (1) quedan igual (representan el color blanco), donde va cero (color negro, es el punto en cuestión), se coloca la posición que tiene en el vector más uno, por ejemplo, en la figura 7 la primera columna

$$[1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1]$$

equivale a

$$[1, 1, 1, 1, 1, 1, 8, 9, 10, 1]$$

Lo anterior se guarda en un vector, y al ir tomando cada columna y almacenando la información extraída en el mismo, se genera el vector de observaciones. Es de hacer notar que el número de filas más uno es la cantidad de símbolos del modelo. Para asegurar que se tomen todos los símbolos, al final de la matriz se añadirá una columna nula.

Figura 6. Matriz imagen original

1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0

Figura 7. Matriz imagen modificada

1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

Ya con lo dicho, se tiene claro cuáles son los estados y el vector de observaciones, más aún, se sabe cuál es la secuencia de estados visitada por los símbolos, notar que, para las observaciones de la primera columna, la secuencia de estados visitada es [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], para la segunda es [2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2], y así sucesivamente.

Al concatenarlos se obtiene la secuencia de estados visitada para las observaciones dadas.

Fase II: Entrenamiento

En la fase de entrenamiento el 50% de las muestras escogidas para el entrenamiento es preprocesado. Obteniendo para cada

una de estas muestras una secuencia concatenada de caracteres que se utilizan para la estimación de los parámetros de un modelo de Markov oculto por cada carácter en estudio. En la siguiente sección se describe brevemente en que consiste la estimación.

Estimación de parámetros

Formalmente, una cadena oculta de Markov es un proceso estocástico $\{Y_k\}$ con valores en un conjunto finito $\{o_1, \dots, o_r\}$. Este proceso es generado en dos etapas: Primero se muestrea un valor o_i de una cadena de Markov homogénea $\{X_n\}$ con valores en $\{1, \dots, m\}$ y matriz de transición $P = \{p_{ij}\}$. Entonces para cada valor $i \in \{1, \dots, m\}$ se muestrea un valor $s \in \{1, \dots, r\}$ de la distribución de probabilidad definida por $e_{is} = P(Y_n = s | X_n = i)$ (la emisión). La cadena $\{X_n\}$ no es observada, razón por la cual tal proceso recibe el nombre de modelo de cadena de Markov oculta. Estos procesos están determinados por: la distribución de X_0 , denotada por γ , la probabilidad de transición P , la matriz de emisiones $E = \{e_{ij}\}$ de dimensiones $m \times r$.

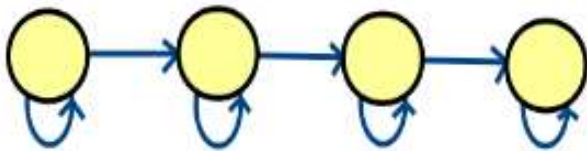
Se define un modelo de Markov oculto como una cadena de Markov bivariada $\{(X_k, Y_k)\}$ con valores en $\{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, r\}$ para la cual $\{X_k\}$ es una cadena de Markov homogénea con espacio de estado $\{1, \dots, m\}$ (no observada) y las entradas de la matriz de transición Q de la cadena conjunta $\{(X_k, Y_k)\}$ se factorizan como $Q_{(i,j)(j,s)} = p_{ij}e_{js}$.

Los parámetros a determinar son (γ, E, P) las estimaciones son realizadas por el método de máxima verosimilitud, este consiste en maximizar el logaritmo de la

función de verosimilitud, esto se realiza a través del algoritmo de Baum-Welch. Mientras que el algoritmo de Viterbi permite obtener la secuencia oculta más probable, ver (Fermín et al., 2016).

En este trabajo se consideran modelos de izquierda a derecha (Bakis) con m estados, los modelos de izquierda a derecha son bastante fáciles de estimar y por lo tanto de entrenar, ver (Rabiner y Juang, 1993). Se construye un modelo de este tipo para cada símbolo.

Figura 8. Modelo de Bakis



Fuente: (Rabiner, 1989)

En este trabajo se utilizó la función `hmmestimate`, ver (Cleve, 2004). Con la aplicación de este paso para cada imagen de la muestra, se van almacenando las matrices de transición y de emisión en un archivo txt de cada una, así se tienen los parámetros del modelo para poder contrastar en el proceso de reconocimiento.

Fase III: Identificación

El algoritmo de identificación permite adquirir la imagen, preprocesarla y extraer sus características luego, estas muestras serán las observaciones a contrastar con cada uno de los modelos almacenados en la base de datos. Los modelos almacenados se han construido estimando en la fase de entrenamiento los parámetros (las probabilidades de transición y emisión) del modelo de cadena oculta de Markov, esto para cada uno de los 14 símbolos. Se utilizó el 50% de la muestra que se destinó para la

predicción, estimando para cada muestra el valor del logaritmo que maximiza la log-verosimilitud de cada uno de los 14 modelos y, luego, se clasificó la muestra asignando el símbolo que produjo mayor log-verosimilitud.

DISCUSIONES

En este estudio se recogieron las muestras de la forma indicada en la sección de adquisición de muestras, en total se trabajaron 480 muestras por carácter, de las cuales, la mitad de ellas se tomaron para entrenar el algoritmo y las demás para verificar el proceso de identificación, a éstas se les añadió las muestras utilizadas para el entrenamiento, de tal forma que para el proceso de reconocimiento se experimentó con todas las muestras recaudadas. Esta forma de dividir la muestra crea un balance adecuado para las fases de entrenamiento e identificación produciendo una buena capacidad de generalización.

La originalidad de esta investigación, yace principalmente en la técnica de extracción de características implementadas, en contraste con otras investigaciones. En esencia, los pasos generales de reconocimiento de caracteres suelen ser similares, independientemente de la herramienta matemática utilizada. Se suelen adquirir muestras, preprocesarlas, extraer características y aplicar un modelo matemático seleccionado para el estudio, luego se elabora el proceso de identificación, el cual es similar a lo anterior, pero en vez de entrenar modelos, se evalúa para cuál de los mismos se ajusta mejor.

El tamaño de la imagen es muy sensible para el estudio, si es mayor a 50 píxeles es posible que incremente el error, mientras más grande sea la imagen más probable es

que se deforme el carácter al preprocesarlo de acuerdo a las consideraciones que se han tomado para el estudio, lo cual podría incrementar el error.

CONCLUSIONES

El conjunto de datos utilizado en este estudio estuvo formado por 6720 imágenes estandarizadas hasta un máximo de 50 píxeles y las muestras corresponden a 14 caracteres. En este estudio, se utilizó un método de clasificación por cadenas ocultas de Markov para el reconocimiento off-line de símbolos matemáticos manuscritos.

Se realizó un procedimiento de pretratamiento que permitió extraer el conjunto de características que fueron preparadas para ser clasificadas e identificadas. El número de caracteres utilizados fue pequeño (a penas, 14 clases) para la cantidad de símbolos matemáticos

existentes. Se obtuvo un error de aproximadamente el 1% de las mismas, éste fue calculado de la siguiente forma $(73/6720) \cdot 100 \approx 1.1\%$. Sin embargo, se recomienda experimentar con un mayor número de muestras y ampliar el diccionario de símbolos, además, se puede desarrollar un algoritmo de segmentación y aplicar lo desarrollado en esta investigación, con el fin de lograr reconocer textos completos, y elaborar así un proceso donde automáticamente se genere una plantilla en LaTeX con el texto identificado, ver (Lamport, 1986). LaTeX es un editor que permite generar documentos con un formato a establecer por el usuario.

REFERENCIAS

Cleve, M. (2004). *Numerical Computing with MATLAB*. SIAM.

Chang, S. K. (1986). Visual Languages: A tutorial and survey. In: *Interdisciplinary Workshop on Informatics and Psychology*, LNCS 282, pp. 1-23. https://doi.org/10.1007/3-540-18507-0_1

Fermín, L.; Ríos, R. & Rodríguez, L-A. (2016). *Modelos de Markov ocultos*. Ediciones IVIC.

Gadea, M. (2007). *Aportaciones al Reconocimiento Automático de Texto Manuscrito*. Universidad Politécnica de Valencia. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/1832>

Hassan, M.; Akkasi, A.; Zargarpour, E. & Mohammadi, Z. (2015). Diagnosis of

Mathematical Symbols using Hidden Markov Model. *International Journal of Computer Applications*, 125(1), 40-42.

<https://doi.org/10.5120/ijca2015905711>

Jamilu, A. & Ogwueleka, F. (2019). On Holdout and Cross Validation A Comparison between Neural Network and Support Vector Machine. *International Journal of Trend in Research and Development*, 6(2), 235-239.

<https://www.ijtrd.com/papers/IJTRD14695.pdf>

Kremer, R. (1998). Visual Languages for Knowledge Representation. In: *Proceeding of 11th Workshop on Knowledge Acquisition, Modelling and Management*, 15, pp. 1-13.

Lamport, L. (1986). *LATEX: A Document Preparation System*. Edición 13, ilustrada, reimpressa. Addison-Wesley.

- Mendoza, N. (2019). *Reconocimiento de símbolos matemáticos manuscritos con técnicas de Cadenas Ocultas de Markov*. [Trabajo Especial de Grado de Licenciatura]. Universidad de Carabobo, Venezuela.
- Méndez, I. (2016). *Mathematical expression recognition*. [Tesis Doctoral]. Universitat Politècnica de Catalunya, España.
- Parella, S. y Martins, F. (2012). *Metodología de la Investigación Cuantitativa*. (3ra Edición). FEDUPEL.
- Rabiner, L. (1989). A tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77, 257-286. <http://dx.doi.org/10.1109/5.18626>
- Rabiner, L. y Juang, B. (1993). *Fundamentals of Speech Recognition*. Prentice Hall.
- Salcedo, F. (2006). *Aplicación de los HMM al reconocimiento de las características fundamentales de la música*. Editorial Universidad de Granada.
- Sarunas, R. & Anil, J. (1991). Small Sample Size Effects in Statistical Pattern Recognition: Recommendations for Practitioners. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(3), 252-264. <https://doi.org/10.1109/34.75512>
- Toselli, A. (2004). *Reconocimiento de Texto Manuscrito Continuo*. [Tesis Doctoral]. Universidad Politécnica de Valencia, España.
- Wang, H. & Shan, G. (2020). Recognizing handwritten mathematical expressions as LaTeX sequence using a multiscale robust neural network. In: *In Computer Vision and Pattern Recognition* (Issue 37), pp. 1-20. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.00817>
- Xie, X. (2007). *On the Recognition of Handwritten Mathematical Symbols*. The University of Western Ontario.

Autores

Luis Angel Rodríguez. Licenciado en Matemática, Magíster en Ciencias mención: Matemática y Doctor en Ciencias mención: Matemática, Universidad Central de Venezuela. Docente-Investigador Dpto. de Matemática de la Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Venezuela.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7253-7339>

Email: larodri@uc.edu.ve

Nathilyn C. Mendoza. Licenciada en Matemática, Universidad de Carabobo. Atenea Mercantil Servicios y Tecnologías de la Información, Venezuela.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-8193-0650>

Email: mendoza.nathy@gmail.com

Franzyuri Fernando Hernández Fajardo. Licenciado en Matemática, Universidad Nacional Abierta, Magíster en Matemática y Computación, Universidad de Carabobo. Docente-Investigador Dpto. de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Venezuela.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2748-8005>

Email: fhernan@uc.edu.ve

Recibido: 06-08-2023

Aceptado: 21-12-2023