

Evaluación de la eficiencia de equipos profesionales de fútbol mediante la combinación de AHP y DEA

Evaluation of the efficiency of professional football teams through the combination of AHP and DEA

Pedro Teppa-Garran, Ezequiel Fernández

Palabras clave: proceso analítico jerárquico, AHP, análisis envolvente de datos, DEA, eficiencia, fútbol

Key words: analytic hierarchy process, AHP, data envelopment analysis, DEA, efficiency, football

RESUMEN

Se propone un modelo de toma de decisiones multicriterio que combina los métodos AHP y DEA para evaluar la eficiencia de equipos profesionales de fútbol. Se empleó el Proceso Analítico Jerárquico —AHP, por sus siglas en inglés— para ponderar y agrupar las entradas y salidas del modelo (las entradas y salidas equivaldrían a los criterios en la nomenclatura AHP), y el Análisis Envolvente de Datos —DEA, por sus siglas en inglés— para medir la eficiencia de los equipos. Tres entradas (rendimiento ofensivo y defensivo, y salarios del equipo) se desglosan en siete subcriterios (goles marcados, tiros a portería, (goles marcados)/(% posesión del balón), tarjetas de penalización, índice de efectividad de tiro del oponente, salario de los jugadores, salario del cuerpo técnico) y dos salidas (éxito deportivo del equipo e ingresos) que se separan en seis subcriterios (puntos, campeonato de liga, campeonatos nacionales, derechos de transmisión, publicidad y comercialización, venta de entradas). Un grupo de expertos que incluye jugadores, entrenadores, analistas de datos, agentes de jugadores y cuerpo técnico, se conformó para ayudar a definir las entradas y salidas del modelo, así como su importancia relativa mediante el cálculo de pesos. La capa

AHP, mediante la ponderación y agrupación de las entradas y salidas, busca mejorar la medida de la eficiencia proporcionada por un modelo de optimización lineal DEA de rendimiento de escala constante, orientado a las salidas (CCR – O). El método detecta equipos ineficientes y permite analizar las causas de la ineficiencia en función de la valoración de sus entradas y salidas. El modelo híbrido AHP-DEA se aplicó a las ligas española e inglesa durante tres temporadas, mostrando cuándo los resultados deportivos se logran mediante el uso eficiente de los recursos disponibles de cada equipo.

ABSTRACT

A multi-criteria decision-making model combining AHP and DEA methods is proposed to evaluate the efficiency of professional football teams. The Analytic Hierarchy Process (AHP) was used to weight and cluster the model's inputs and outputs (inputs and outputs are equivalent to the criteria in the AHP nomenclature), and Data Envelopment Analysis (DEA) was used to measure team efficiency. Three inputs (offensive and defensive performance, and team salaries) are broken down into seven sub-criteria (goals scored, shots on goal, (goals

scored)/(% ball possession), penalty cards, opponent's shot effectiveness rate, player salaries, coaching staff salaries), and two outputs (team sporting success and revenue) are broken down into six sub-criteria (points, league championship, national championships, broadcasting rights, advertising and merchandising, ticket sales). A group of experts, including players, coaches, data analysts, player agents, and technical staff, was assembled to help define the model's inputs and outputs, as well as their relative importance through the calculation of weights.

INTRODUCCIÓN

El negocio del deporte es un sector de indudable importancia social, cultural y económica. Numerosos atletas y equipos de élite se han convertido en auténticos iconos para millones de personas en todo el mundo. A la par de su importancia social, se suma la relevancia económica alcanzada por un sector que ha despertado el interés de grandes multinacionales al lanzar sus campañas publicitarias o firmar contratos televisivos multimillonarios para la retransmisión de eventos deportivos. De esta forma, la afluencia de aficionados a los estadios se ha convertido, en algunos casos, en una fuente de ingresos menor para los clubes y los atletas en general, en comparación con otros sectores que ahora generan el mayor porcentaje de los ingresos (Espitia-Escuer y García-Cebrián, 2010; Teppa-Garrán et al., 2023).

El fútbol ha sido protagonista de esta evolución deportiva, especialmente en Europa. La Unión Europea de Asociaciones de Fútbol (UEFA) es el organismo rector de

The AHP layer, by weighting and grouping inputs and outputs, seeks to improve the efficiency measure provided by a constant-scale return, output-oriented (CCR-O) linear optimization model. The method detects inefficient teams and allows for the analysis of the causes of inefficiency based on the valuation of their inputs and outputs. The hybrid AHP-DEA model was applied to the Spanish and English leagues for three seasons, showing when sporting results are achieved through the efficient use of each team's available resources.

este deporte en Europa y supervisa las competiciones y federaciones de todo el continente. Uno de sus mecanismos de evaluación es el coeficiente UEFA, que mide la competitividad de las ligas europeas según los resultados de los equipos en torneos como la Champions League, la Europa League y la Conference League (UEFA, n.d.). Según este coeficiente, las cinco mejores ligas de la temporada 2023/2024 fueron la Premier League (Inglaterra), La Liga (España), la Serie A (Italia), la Bundesliga (Alemania) y la Ligue 1 (Francia). La clasificación anterior coincide con el ofrecido por la consultora Opta a través del Opta Power Ranking para el mismo período (Opta, n.d.). Un factor crucial en estas clasificaciones es el valor de mercado de cada liga. Según el conocido sitio web alemán Transfermarkt, en 2024, la Premier League superó ampliamente el primer puesto con un valor de 11.740 millones de euros, mientras que La Liga alcanzó los

5.470 millones de euros. Le siguieron, en orden, la Serie A (4.950 millones), la Bundesliga (4.490 millones) y la Ligue 1 (3.580 millones). Además del aspecto económico, también destaca el impacto social de la enorme popularidad de estas ligas a nivel mundial, siendo las más seguidas y mediáticas del mundo del fútbol.

Por otro lado, ha aumentado el interés en el análisis del rendimiento económico y deportivo del deporte profesional. La proliferación de estos estudios empíricos se explica desde tres perspectivas: la primera es el enorme impacto emocional asociado a esta actividad; la segunda, la importancia financiera y las peculiaridades económicas de esta industria; y la tercera, la disponibilidad de datos estadísticos precisos.

El método AHP es una herramienta matemática desarrollada por Thomas Saaty en la década de 1980 para obtener la mejor decisión a partir de una serie de valores fácilmente medibles por los usuarios (Saaty, 1980, 1990, 2008). Su flexibilidad y simplicidad matemática lo han convertido en una herramienta ampliamente utilizada para la toma de decisiones en diversos ámbitos, como la industria alimentaria, los negocios, la ecología, la salud, el medio ambiente y la administración pública (Vaidya y Kumar, 2006; Liberatore y Nydick, 2008; Panchal y Shrivastava, 2022; Veisi et al., 2022). También se ha aplicado con éxito en diferentes deportes (Nisel y Özdemir, 2016), de manera particular en el béisbol (Teppa-Garran y Fernandez-Da

Costa, 2023, 2024) y para evaluar la industria del deporte (Yong, 2021).

El método DEA fue desarrollado inicialmente por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) utilizando un modelo CRS (retorno de escala constante). Esto fue seguido por Banker, Charnes y Cooper (1984) con un modelo VRS (retorno de escala variable). DEA tiene como objetivo comparar unidades de toma de decisiones operativas (DMU, por sus siglas en inglés) similares. Se supone que estas DMU consumen insumos y generan productos. DEA permite determinar si el nivel observado de productos podría haberse logrado con un nivel menor de insumos o si se podría haber producido una cantidad más significativa de productos con el consumo de los insumos observado. El enfoque típico vincula los insumos con los suministros o recursos (entradas) y los productos con los resultados (salidas). La eficiencia en DEA es la relación entre la suma ponderada de las salidas y la suma ponderada de las entradas de una DMU. En deportes, una DMU puede ser un jugador, un entrenador, una federación deportiva, un equipo deportivo o un juego. Además de suministrar la eficiencia de una DMU, la utilidad de DEA también reside en proporcionar información sobre una DMU ineficiente mediante la determinación del valor de las entradas y salidas. DEA se ha utilizado ampliamente en múltiples aplicaciones relacionadas con el deporte, como lo han revisado exhaustivamente Bhat et al. (2019). El fútbol también se ha evaluado utilizando DEA en repetidas ocasiones. Por ejemplo, Dawson et al.

(2000a) estimaron la eficiencia de entrenadores y, en (2000b), la eficiencia de la gestión empresarial de los equipos de fútbol ingleses. Sin embargo, Haas et al. (2004) realizaron el primer estudio utilizando DEA para medir la eficiencia de los equipos de fútbol considerando la Bundesliga alemana en la temporada 1999/2000. Desde entonces, muchos otros estudios han abordado esta cuestión desde diferentes perspectivas y ligas de fútbol. Por ejemplo, Espitia-Escuer y García-Cebrián (2004, 2006, 2008) y García-Sánchez (2007) estudiaron equipos de fútbol españoles. Calôba y Lins (2006) y Roboredo et al. (2015) analizaron equipos de fútbol brasileños. Boscá et al. (2009) consideraron el aumento de la eficiencia ofensiva y defensiva del fútbol italiano y español. Lee (2009) evaluó la eficiencia de la liga coreana y Dávila y Cebrián (2012) la de la liga mexicana. Finalmente, Xu (2018) analizó la eficiencia de los equipos de fútbol de la liga china. Estos estudios, emplean un marco conceptual similar, ya que consideran las variaciones en los modelos de optimización DEA y la selección de entradas y salidas. Las entradas y salidas pueden clasificarse en tres categorías: económicas (costos operativos, nómina del equipo, gastos, salario del entrenador, etc.), sociales (instalaciones del estadio, aforo del estadio, número de espectadores por partido, etc.) y deportivas (puntos, goles marcados, posesión, pases, número de jugadores, etc.) (Villa y Lozano, 2019).

La contribución de este trabajo consiste en proponer un modelo de toma de decisiones

multicriterio para evaluar la eficiencia de los equipos de fútbol mediante la combinación de los métodos AHP y DEA. El primero tiene por objeto ponderar la importancia de las entradas y salidas del modelo DEA, y el segundo es medir la eficiencia de los equipos. El propósito es mejorar la medida de eficiencia proporcionada por DEA, descomponiendo sus entradas y salidas en factores económicos y deportivos cuya importancia relativa se calcula utilizando AHP. Otra ventaja de la incorporación de AHP es que permite mediante la agrupación de subcriterios reducir el número efectivo de entradas y salidas del modelo DEA y de esta manera lograr que la relación entre cantidad de DMUs con respecto al número de entradas y salidas aumente, lo que conlleva a que la medida de eficiencia de DEA mejore (Thanassoulis, 2001). En otras palabras, se desarrolla un instrumento híbrido AHP - DEA, donde AHP, ayuda con sus ponderaciones y la posibilidad de agrupar los subcriterios para formar entradas y salidas, a aumentar la capacidad de discriminación de DEA y, por lo tanto, proporciona una mejor medida de la eficiencia de los equipos de fútbol a nivel profesional. El modelo AHP-DEA propuesto tiene tres entradas y dos salidas. Entre las entradas se encuentran dos deportivas, rendimiento ofensivo y defensivo, y una económica, los salarios del equipo. Para las salidas, hay una deportiva, el éxito deportivo del equipo, y una económica, los ingresos del equipo. Estas entradas y salidas se descomponen en un total de trece subcriterios. Se utilizó un

modelo de optimización DEA del tipo CCR-O para medir la eficiencia. El método AHP-DEA propuesto se aplicó a la Premier League y La Liga en las temporadas 2020/2021, 2021/2022 y 2022/2023.

Los resultados de este trabajo promueven la innovación en el deporte mediante el análisis avanzado de datos para evaluar la eficiencia de los equipos de fútbol y mejorar la gestión y las decisiones, contribuyendo así al Objetivo de Desarrollo Sostenible 9 de las Naciones Unidas.

Aspectos básicos de AHP

AHP consta de tres pasos: (i) Estructura jerárquica: En el primer nivel, aparece el objetivo de decisión y, en los niveles siguientes, la descomposición progresiva en criterios, y subcriterios para lograr el objetivo de decisión. (ii) Comparaciones por pares: En cada nivel de la jerarquía, utilizando una escala de nueve puntos, como se muestra en la Tabla 1 (Saaty, 1980), se pide a los expertos del dominio de la aplicación que se está tratando, que efectúen comparaciones por pares de los elementos.

Tabla 1. *Escala numérica fundamental de Saaty*

1	Igual importancia
2	Importancia débil
3	Importancia moderada
4	Importancia algo más que moderada
5	Fuerte importancia
6	Importancia algo más que fuerte
7	Importancia muy fuerte
8	Importancia muy, muy fuerte
9	Extrema importancia

Las comparaciones se realizan entre la importancia relativa de cada dos criterios, para cada subcriterio bajo el mismo criterio, y así sucesivamente. (iii) Verificación de consistencia: Para lograr el objetivo de decisión, los juicios del experto deben determinar la importancia relativa de cada criterio. La consistencia no se garantiza automáticamente porque AHP permite a los expertos realizar juicios subjetivos. Se debe calcular la razón de consistencia para controlar la consistencia de las comparaciones por pares. Los expertos deben revisar sus juicios si la razón de consistencia excede el umbral establecido de 0,1 (Saaty, 2000).

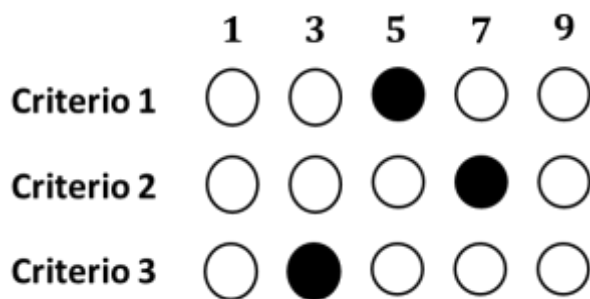
Una vez realizadas todas las comparaciones y revisiones por pares necesarias, y una vez determinado que la razón de consistencia es inferior a 0,1, se pueden sintetizar los juicios para priorizar los criterios de decisión y sus respectivos subcriterios. Se puede encontrar una descripción detallada de la implementación de los pasos del AHP en (Teppa-Garran y Fernandez-Da Costa, 2023, 2024).

Cómputo de las matrices de comparación pareada en AHP

Este trabajo propone un procedimiento para calcular las matrices de comparación por pares diferente del sugerido por Saaty (1980). Su empleo ha mostrado que tiene la ventaja de reducir significativamente el número de preguntas realizadas a cada experto y producir matrices de comparación por pares con razones de consistencia muy bajas. Se pide a cada

experto que califique cada factor (criterio, subcriterio) utilizando la escala numérica $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, donde *uno* significa que el factor evaluado tiene la menor importancia; y *nueve*, la mayor. Los números restantes representan niveles intermedios de importancia. Por ejemplo, si se evalúan tres criterios y un experto atribuye importancia relativa a cada criterio de $\{C_1, C_2, C_3\} = \{5, 7, 3\}$ (ver Figura 1). Para realizar las comparaciones y construir la matriz, las puntuaciones iniciales dadas ya no son relevantes, lo esencial pasa a ser la separación entre los criterios. Por ejemplo, la relación entre C_2 y los criterios C_1 y C_3 son $C_2/C_1 = 3/1$ y $C_2/C_3 = 5/1$. Igualmente, se tiene $C_1/C_3 = 3/1$.

Figura 1. Puntuación dada por un experto a cada criterio



Para el ejemplo, la matriz de comparación pareada resulta en la matriz presentada en la figura 2.

Figura 2. Matriz de comparación pareada

	C_1	C_2	C_3
C_1	1	1/3	3
C_2	3	1	5
C_3	1/3	1/5	1

Aspectos básicos de DEA

DEA tiene cuatro orientaciones; hacia las entradas (insumos) o salidas (productos) y hacia los rendimientos de escala, constantes (CRS) (Charnes et al., 1978) o variables (VRS) (Banker et al., 1984). El modelo orientado a entradas, o de minimización de entradas, investiga el nivel en el que se pueden reducir los insumos para un nivel de producto constante. Por otro lado, el modelo orientado a salidas, o de maximización de salidas, examina el grado en el que se pueden aumentar los productos para niveles de insumos constantes (Coelli et al., 2005). CRS indica un aumento simétrico en los productos cuando se aumentan los insumos. Por el contrario, VRS muestra un aumento o disminución no proporcional en los productos cuando se aumentan los insumos (Avkiran, 1999). El uso de CRS orientado a insumos produce un modelo de optimización CCR-I; en el caso de estar orientado a productos, un modelo de optimización CCR-O. El caso VRS da como resultado los modelos de optimización BCC-I y BCC-O dependiendo de la orientación hacia la entrada o la salida, respectivamente. Supongamos que se evalúan n DMUs, cada una consumiendo diferentes cantidades de las m entradas para producir las s salidas. La DMU j consume la cantidad x_{ij} de la entrada i y produce la cantidad y_{rj} de la salida r . Considerando la DMU o , con $o \in \{1, 2, \dots, n\}$ como la DMU en evaluación, el siguiente modelo de optimización contiene los modelos de análisis envolvente de datos CCR y BCC orientados a entradas. Esto es,

CCR-I y BCC-I, según se utilice la ecuación (5) o la (6).

$$\text{Minimizar } z_o = z \quad (1)$$

Sujeto a

$$zx_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s \quad (3)$$

$$\lambda \in \{\Delta^{CCR} \text{ or } \Delta^{BCC}\} \quad (4)$$

donde

$$\Delta^{CCR} = \{\lambda: \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\} \quad (5)$$

y

$$\Delta^{BCC} = \left\{ \lambda: \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (6)$$

Ambos modelos miden la eficiencia z_o de la DMUo, minimizando (1) como la contracción radial de las entradas (2) que se puede lograr, garantizando al mismo tiempo la obtención de un nivel mínimo de

salidas (3). Para lograrlo, se construye una DMU virtual como una combinación lineal de todas las DMUs, construidas utilizando las variables λ_j . Se dice que una DMU es eficiente si, al resolver (1) - (4) con (5) o (6), el valor óptimo de la eficiencia z_o es 1. Los modelos CCR y BCC orientados a la salida se obtienen resolviendo el siguiente problema de optimización lineal.

$$\text{Maximizar } \eta_o = \eta \quad (7)$$

Sujeto a

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\eta y_{ro} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq 0, \quad r = 1, \dots, s \quad (9)$$

$$\lambda \in \{\Delta^{CCR} \text{ or } \Delta^{BCC}\} \quad (10)$$

Los modelos CCR-O y BCC-O buscan maximizar la salida (9) obtenida para un nivel máximo de consumo de insumos (8). La eficiencia de la DMUo (7) se calcula como se indica en la ecuación (11).

$$z_o = 1/\eta_o \quad (11)$$

MÉTODO AHP – DEA

Formulación de las entradas y salidas del modelo DEA

Para este estudio, las DMU corresponden a equipos de fútbol de la Premier League y La Liga. La Figura 2 muestra la selección de

entradas y salidas y su descomposición en diversos atributos. Las explicaciones del significado de las entradas y salidas se presentan en las Tablas 2 y 3, respectivamente.

Figura 2. Modelo DEA entrada – salida

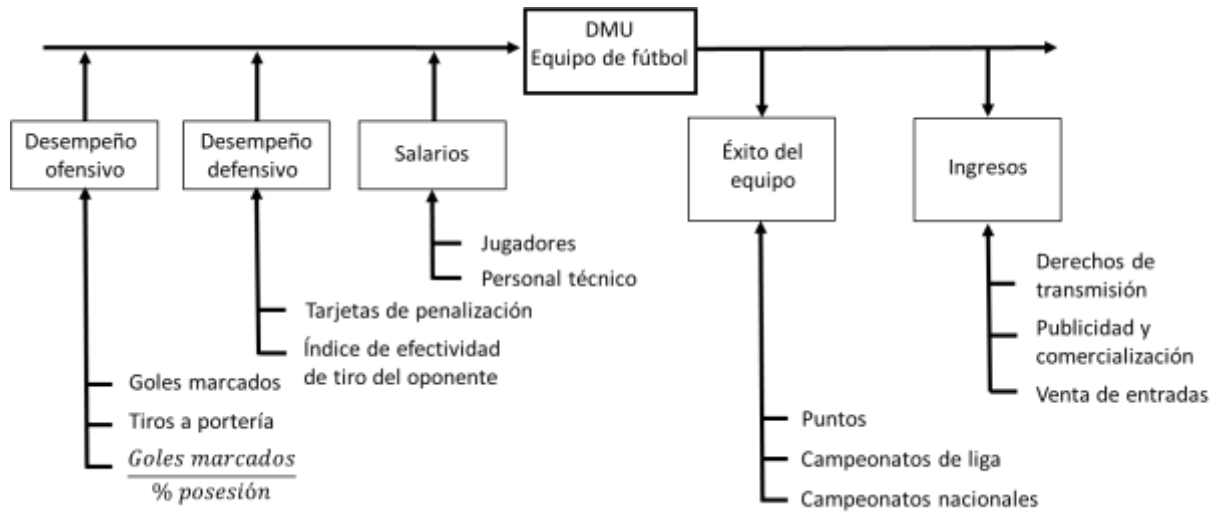


Tabla 2. Descripción de las entradas del modelo DEA

ENTRADAS		
Desempeño ofensivo	Goles marcados	Se marca un gol cuando la totalidad del balón pasa por encima de la línea de gol, entre los postes y por debajo del travesaño, siempre que el equipo que marca el gol no haya cometido ninguna infracción.
	Tiros a portería	Un disparo que entra en la portería o habría entrado en la portería si el portero u otro jugador defensivo no lo hubieran bloqueado.
	$\frac{\text{Goles marcados}}{\% \text{ Posesión}}$	Los goles marcados ya están definidos. La posesión es el tiempo que un equipo controla el balón durante un partido.
Desempeño defensivo	Tarjetas de penalización	Los árbitros las utilizan para indicar que un jugador ha cometido una infracción. Una tarjeta amarilla es una medida disciplinaria. Indica que un jugador ha sido amonestado por una infracción. Los jugadores que reciben una tarjeta roja son expulsados del terreno de juego y no pueden competir en el resto del partido. Una vez expulsado, el entrenador del equipo infractor no puede sustituirlo por otro jugador.
	Índice de efectividad de tiro del oponente	Este índice se calcula dividiendo los goles marcados por el equipo rival entre los tiros a portería.
	Jugadores	Es el salario total que reciben todos los jugadores del equipo durante una temporada.
Salarios	Personal técnico	Es el salario total que recibe el cuerpo técnico durante una temporada. Los miembros del cuerpo técnico varían según el equipo. Entre ellos se encuentran, por ejemplo, el entrenador, el preparador físico, el fisioterapeuta, el director de personal y operaciones del equipo, el analista del equipo y el coordinador de los reclutadores.

Tabla 3. Descripción de las salidas del modelo DEA

SALIDAS		
Éxito deportivo del equipo	Puntos	Se otorgan tres puntos al equipo ganador del partido, y ninguno al perdedor. En caso de empate, cada equipo recibe un punto.
	Campeonatos de liga	Es el equipo que ganó el título de la Premier League en Inglaterra o La Liga en España.
	Campeonatos nacionales	En Inglaterra se juegan tres Copas Nacionales por temporada: la FA Cup, la Community Shield y la EFL Cup. En España, hay dos: la Copa del Rey y la Supercopa de España.
	Derechos de transmisión	Las ligas y competiciones suelen vender derechos de transmisión a canales de televisión por cantidades considerables. Estos acuerdos permiten a los canales transmitir en directo partidos, resúmenes y eventos relacionados. A cambio, los clubes reciben una parte de los ingresos.
Ingresos	Publicidad y comercialización	Estos son los ingresos recibidos durante una temporada por conceptos de marketing y publicidad.
	Venta de entradas	Corresponde a los ingresos obtenidos por la venta de entradas al estadio durante una temporada.

Ponderación de las entradas y salidas empleando AHP

Las figuras 3 y 4 muestran el modelo jerárquico de las entradas y salidas, respectivamente, para el modelo DEA de la figura 2. Se formó un equipo de ocho expertos con amplia experiencia en el ámbito futbolístico para ayudar en la definición de las entradas y salidas, así como para calcular los diferentes pesos de los modelos. Las características relevantes de los expertos se muestran en la tabla 4.

Una vez diseñada la estructura jerárquica, se calcularon los pesos. Solo el primer experto y el modelo de entrada de la Fig. 3 se utilizarán como ejemplo ilustrativo para explicar el procedimiento. Se realizaron encuestas a los ocho expertos para determinar los pesos del nivel de criterio. La Tabla 5 muestra la matriz de comparación por pares, la normalización de columnas (los elementos de cada

columna suman uno), el vector de prioridad (media aritmética de cada fila de la matriz normalizada) y la razón de consistencia para el experto. Al repetir este procedimiento con los expertos restantes, se obtienen los vectores de prioridad de la Tabla 6. Al tomar la media geométrica de los ocho vectores de prioridad y normalizar de modo que la suma de los elementos sea uno, se obtienen los pesos calculados en el nivel de criterio del modelo de entrada $[0.43 \ 0.29 \ 0.28]^T$. Se procede de forma análoga para determinar los pesos de los tres subcriterios (goles marcados, tiros a portería, Goles/% Posesión) asociados al criterio de desempeño ofensivo (DO). El vector de prioridad general para este nivel se calcula como $[0.47 \ 0.23 \ 0.30]^T$. Multiplicando este vector por el peso del criterio DO (0,43) se obtiene $[0.20 \ 0.10 \ 0.13]^T$. Estos pesos indican cómo se distribuye la importancia relativa

de 43 % para el criterio DO dentro de los tres subcriterios. Los pesos restantes de los modelos de entrada y salida se podrían

obtener sin dificultad repitiendo este procedimiento.

Figura 3. Modelo jerárquico de las entradas



Figura 4. Modelo jerárquico de las salidas

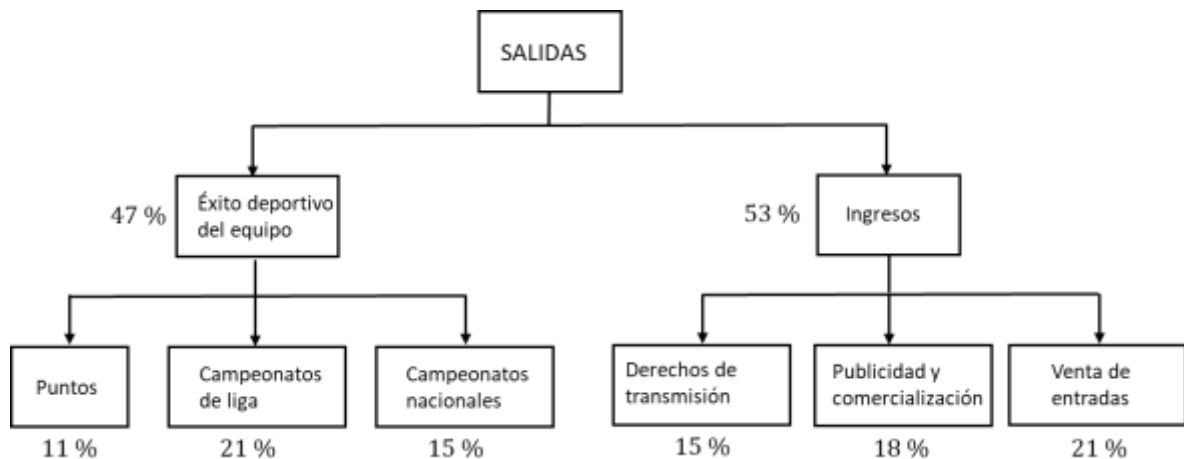


Tabla 4. Descripción del equipo de expertos

Experto	Área de experticia dentro del ámbito futbolístico	País de residencia
1	Director técnico de equipos de fútbol, analista de datos y agente de jugadores	España
2	Miembro del cuerpo técnico de equipos de fútbol	España
3	Jugador de fútbol profesional	Venezuela
4	Miembro del cuerpo técnico de equipos de fútbol y exfutbolista profesional.	Venezuela
5	Jugador de fútbol profesional	Venezuela
6	Administrador de redes sociales con fines deportivos	Estados Unidos
7	Jugador de fútbol profesional	Venezuela
8	Jugador de fútbol profesional	Estados Unidos

Tabla 5. Resultados para el Experto 1

Matriz de comparación pareada			Matriz normalizada			Vector de pesos	Razón de consistencia
1	1	3	0.43	0.43	0.43	0.43	0 %
1	1	3	0.43	0.43	0.43	0.43	
0.33	0.33	1	0.14	0.14	0.14	0.14	

Tabla 6. Vectores de pesos de los ocho expertos y el vector de pesos global resultante para el criterio DO del modelo de entrada

Experto 1	Experto 2	Experto 3	Experto 4	Experto 5	Experto 6	Experto 7	Experto 8	Vector de pesos global
0.43	0.60	0.60	0.45	0.20	0.20	0.33	0.64	0.43
0.43	0.20	0.20	0.45	0.20	0.20	0.33	0.28	0.29
0.14	0.20	0.20	0.10	0.60	0.60	0.33	0.07	0.28

Adquisición de datos

Como ejemplo de adquisición de datos, se considera la temporada 2021/2022 de la Premier League. La Tabla 7 muestra las variables deportivas del modelo de entrada y la Tabla 8, las del modelo de salida. Toda la información deportiva se obtuvo del sitio web de FBref (FBref, n.d.), la información

sobre las variables económicas del modelo de entrada se puede consultar en la Tabla 9 y la del modelo de salida en la Tabla 10. La información económica se obtuvo de los informes financieros de los equipos, excepto los salarios de los jugadores, que se consultaron tanto en los informes financieros como en el sitio web de FBref.

Tabla 7. Variables deportivas del modelo de entrada para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Goles	Tiros	G/P %	Tarjetas	IETO
Manchester City	96	237	141	43	0,110
Liverpool	94	237	150	51	0,084
Chelsea	75	200	121	64	0,096
Tottenham	63	185	122	70	0,080
Arsenal	60	186	114	71	0,112
Manchester Utd	56	179	106	79	0,107
West Ham	58	142	121	55	0,090
Leicester City	62	164	119	56	0,104
Brighton	40	141	74	74	0,093
Wolves	35	133	71	64	0,084
Newcastle Utd	41	142	101	83	0,115
Crystal Palace	50	140	98	70	0,100
Brentford	46	141	103	68	0,108
Aston Villa	50	159	108	83	0,110
Southampton	41	161	86	67	0,132
Everton	42	130	105	88	0,117
Leeds United	42	142	80	104	0,135
Burnley	32	119	80	70	0,085
Watford	33	123	81	66	0,134
Norwich City	21	104	49	58	0,132

Tabla 8. Variables deportivas del modelo de salida para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Puntos	Campeonatos de liga	Campeonatos nacionales		
			FA	CS	EFL
Manchester City	93	1	0	0	0
Liverpool	92	0	1	0	1
Chelsea	74	0	0	0	0
Tottenham	71	0	0	0	0
Arsenal	69	0	0	0	0
Manchester Utd	58	0	0	0	0
West Ham	56	0	0	0	0
Leicester City	52	0	0	1	0
Brighton	51	0	0	0	0
Wolves	51	0	0	0	0
Newcastle Utd	49	0	0	0	0
Crystal Palace	48	0	0	0	0
Brentford	46	0	0	0	0
Aston Villa	45	0	0	0	0
Southampton	40	0	0	0	0
Everton	39	0	0	0	0
Leeds United	38	0	0	0	0
Burnley	35	0	0	0	0
Watford	23	0	0	0	0
Norwich City	22	0	0	0	0

Tabla 9. Variables económicas del modelo de entrada para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Salarios jugadores (€)	Salarios personal técnico (€)
Manchester City	180.735.566,00	182.914.451,50
Liverpool	172.220.653,00	208.926.505,70
Chelsea	209.760.207,00	191.029.413,00
Tottenham	131.408.702,00	115.049.818,00
Arsenal	136.393.624,00	113.717.006,00
Manchester Utd	284.844.078,00	113.946.306,30
West Ham	88.912.857,00	70.965.915,90
Leicester City	88.691.036,00	125.723.164,00
Brighton	55.418.481,00	80.416.449,00
Wolves	68.298.179,00	73.780.681,00
Newcastle Utd	81.774.162,00	118.738.458,00
Crystal Palace	86.997.594,00	58.851.186,00
Brentford	25.198.890,00	55.147.530,00
Aston Villa	85.256.450,00	76.143.250,00
Southampton	62.705.051,00	70.891.489,00
Everton	110.548.361,00	80.303.839,00
Leeds United	28.394.966,00	114.626.374,00
Burnley	47.130.158,00	61.255.042,00
Watford	49.348.326,00	43.721.574,00
Norwich City	37.351.130,00	101.664.670,00

Tabla 10. Variables económicas del modelo de salida para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Derechos de transmisión (€)	Publicidad y comercialización (€)	Venta de entradas (€)
Manchester City	180.356.382,22	364.588.963,20	64.185.244,20
Liverpool	178.919.790,59	290.637.270,00	102.259.080,00
Chelsea	171.561.081,11	208.641.510,00	81.524.520,00
Tottenham	172.098.529,15	216.181.350,00	124.996.410,00
Arsenal	171.648.957,94	166.936.770,00	93.541.140,00
Manchester Utd	168.238.327,81	303.737.742,00	130.220.105,40
West Ham	160.879.618,33	56.313.180,00	48.655.530,00
Leicester City	151.546.868,00	49.715.820,00	24.740.100,00
Brighton	148.136.237,87	28.981.260,00	28.981.260,00
Wolves	146.699.646,23	32.515.560,00	15.668.730,00
Newcastle Utd	149.211.135,13	31.219.650,00	32.397.750,00
Crystal Palace	141.852.424,47	23.915.430,00	13.548.150,00
Brentford	139.428.813,59	18.378.360,00	12.252.240,00
Aston Villa	140.953.282,05	35.107.380,00	18.967.410,00
Southampton	130.633.512,47	21.323.610,00	20.498.940,00
Everton	138.080.099,97	59.376.240,00	18.378.360,00
Leeds United	135.656.489,08	57.726.900,00	28.981.260,00
Burnley	123.362.679,83	13.548.150,00	8.246.700,00
Watford	120.939.068,94	41.940.360,00	8.011.080,00
Norwich City	118.515.458,06	24.975.720,00	12.723.480,00

Procesamiento de datos

Dado que las variables de rendimiento defensivo (Tarjetas de penalización e Índice de Efectividad de Tiro del Oponente) son inversas (un mejor resultado corresponde a un número menor), deben transformarse en un equivalente directo para su uso dentro del método AHP. Para ello, se aplica la transformación uno dividido por el valor actual; los resultados se muestran en la Tabla 11. La siguiente etapa de procesamiento de datos normaliza los datos de entrada y salida a valores entre 0 y 1. La razón de la normalización es hacer los datos más influenciados por el valor de los pesos obtenidos con AHP. La Tabla 12 muestra las variables de entrada y la Tabla

13 las variables de salida. El procesamiento final consiste en generar entradas y salidas ponderadas. Para ello, cada entrada normalizada en la Tabla 12 se multiplicará por el peso correspondiente del modelo de entrada en la Figura 3. De forma similar, cada salida normalizada en la Tabla 13 se multiplicará por su respectivo peso en el modelo de salida en la Figura 4. Así, por ejemplo, los goles de entrada normalizados marcados por el equipo de Liverpool 0.091 se multiplican por el peso 0.2, dando como resultado 0.0182. Los resultados de todas estas operaciones para las entradas y salidas se muestran en las Tablas 14 y 15, respectivamente.

Tabla 11. Variables deportivas inversas del modelo de entrada son transformadas en directas para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Tarjetas	IETO
Manchester City	0,023	9,077
Liverpool	0,020	11,880
Chelsea	0,016	10,469
Tottenham	0,014	12,564
Arsenal	0,014	8,915
Manchester Utd	0,013	9,370
West Ham	0,018	11,061
Leicester City	0,018	9,586
Brighton	0,014	10,727
Wolves	0,016	11,881
Newcastle Utd	0,012	8,733
Crystal Palace	0,014	9,977
Brentford	0,015	9,222
Aston Villa	0,012	9,058
Southampton	0,015	7,585
Everton	0,011	8,525
Leeds United	0,010	7,385
Burnley	0,014	11,725
Watford	0,015	7,486
Norwich City	0,017	7,549

Tabla 12. Variables de entrada normalizadas para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Goles	Tiros	G/P %	Tarjetas	IETO	Salario jugadores	Salario personal técnico
Manchester City	0,093	0,075	0,070	0,077	0,047	0,089	0,089
Liverpool	0,091	0,075	0,074	0,065	0,062	0,085	0,102
Chelsea	0,072	0,063	0,060	0,052	0,054	0,103	0,093
Tottenham	0,061	0,058	0,060	0,048	0,065	0,065	0,056
Arsenal	0,058	0,059	0,056	0,047	0,046	0,067	0,055
Manchester Utd	0,054	0,057	0,052	0,042	0,049	0,140	0,055
West Ham	0,056	0,045	0,060	0,061	0,057	0,044	0,034
Leicester City	0,060	0,052	0,059	0,059	0,050	0,044	0,061
Brighton	0,039	0,045	0,036	0,045	0,056	0,027	0,039
Wolves	0,034	0,042	0,035	0,052	0,062	0,034	0,036
Newcastle Utd	0,040	0,045	0,050	0,040	0,045	0,040	0,058
Crystal Palace	0,048	0,044	0,048	0,048	0,052	0,043	0,029
Brentford	0,044	0,045	0,051	0,049	0,048	0,012	0,027
Aston Villa	0,048	0,050	0,053	0,040	0,047	0,042	0,037
Southampton	0,040	0,051	0,042	0,050	0,039	0,031	0,034
Everton	0,041	0,041	0,052	0,038	0,044	0,054	0,039
Leeds United	0,041	0,045	0,040	0,032	0,038	0,014	0,056
Burnley	0,031	0,038	0,039	0,048	0,061	0,023	0,030
Watford	0,032	0,039	0,040	0,050	0,039	0,024	0,021
Norwich City	0,020	0,033	0,024	0,057	0,039	0,018	0,049

Tabla 13. Variables de salida normalizadas para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Puntos	Camp . Liga	Camp. Nac.	Derechos transmisión	Pub. y Comerc.	Entradas
Manchester City	0,088	1,00	0,00	0,060	0,178	0,072
Liverpool	0,087	0,00	0,67	0,060	0,142	0,115
Chelsea	0,070	0,00	0,00	0,057	0,102	0,092
Tottenham	0,067	0,00	0,00	0,058	0,106	0,141
Arsenal	0,066	0,00	0,00	0,057	0,082	0,105
Manchester Utd	0,055	0,00	0,00	0,056	0,148	0,147
West Ham	0,053	0,00	0,00	0,054	0,028	0,055
Leicester City	0,049	0,00	0,33	0,051	0,024	0,028
Brighton	0,048	0,00	0,00	0,050	0,014	0,033
Wolves	0,048	0,00	0,00	0,049	0,016	0,018
Newcastle Utd	0,047	0,00	0,00	0,050	0,015	0,036
Crystal Palace	0,046	0,00	0,00	0,047	0,012	0,015
Brentford	0,044	0,00	0,00	0,047	0,009	0,014
Aston Villa	0,043	0,00	0,00	0,047	0,017	0,021
Southampton	0,038	0,00	0,00	0,044	0,010	0,023
Everton	0,037	0,00	0,00	0,046	0,029	0,021
Leeds United	0,036	0,00	0,00	0,045	0,028	0,033
Burnley	0,033	0,00	0,00	0,041	0,007	0,009
Watford	0,022	0,00	0,00	0,040	0,021	0,009
Norwich City	0,021	0,00	0,00	0,040	0,012	0,014

Tabla 14. Variables de entrada ponderadas para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Goles	Tiros	G/P %	Tarj.	IETO	Salario jugadores	Salario personal técnico
Manchester City	0,0186	0,0075	0,0091	0,0077	0,0089	0,0125	0,0125
Liverpool	0,0182	0,0075	0,0096	0,0065	0,0118	0,0119	0,0143
Chelsea	0,0144	0,0063	0,0078	0,0052	0,0103	0,0144	0,0130
Tottenham	0,0122	0,0058	0,0078	0,0048	0,0124	0,0091	0,0078
Arsenal	0,0116	0,0059	0,0073	0,0047	0,0087	0,0094	0,0077
Manchester Utd	0,0108	0,0057	0,0068	0,0042	0,0093	0,0196	0,0077
West Ham	0,0112	0,0045	0,0078	0,0061	0,0108	0,0062	0,0048
Leicester City	0,0120	0,0052	0,0077	0,0059	0,0095	0,0062	0,0085
Brighton	0,0078	0,0045	0,0047	0,0045	0,0106	0,0038	0,0055
Wolves	0,0068	0,0042	0,0046	0,0052	0,0118	0,0048	0,0050
Newcastle Utd	0,0080	0,0045	0,0065	0,0040	0,0086	0,0056	0,0081
Crystal Palace	0,0096	0,0044	0,0062	0,0048	0,0099	0,0060	0,0041
Brentford	0,0088	0,0045	0,0066	0,0049	0,0091	0,0017	0,0038
Aston Villa	0,0096	0,0050	0,0069	0,0040	0,0089	0,0059	0,0052
Southampton	0,0080	0,0051	0,0055	0,0050	0,0074	0,0043	0,0048
Everton	0,0082	0,0041	0,0068	0,0038	0,0084	0,0076	0,0055
Leeds United	0,0082	0,0045	0,0052	0,0032	0,0072	0,0020	0,0078
Burnley	0,0062	0,0038	0,0051	0,0048	0,0116	0,0032	0,0042
Watford	0,0064	0,0039	0,0052	0,0050	0,0074	0,0034	0,0029
Norwich City	0,0040	0,0033	0,0031	0,0057	0,0074	0,0025	0,0069

Tabla 15. Variables de salida ponderadas para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	Puntos	Camp. Liga	Camp. Nac.	Derechos transmisión	Pub. y comerc.	Entradas
Manchester City	0,0097	0,2100	0,0000	0,0090	0,0320	0,0151
Liverpool	0,0096	0,0000	0,1005	0,0090	0,0256	0,0242
Chelsea	0,0077	0,0000	0,0000	0,0086	0,0184	0,0193
Tottenham	0,0074	0,0000	0,0000	0,0087	0,0191	0,0296
Arsenal	0,0073	0,0000	0,0000	0,0086	0,0148	0,0221
Manchester Utd	0,0061	0,0000	0,0000	0,0084	0,0266	0,0309
West Ham	0,0058	0,0000	0,0000	0,0081	0,0050	0,0116
Leicester City	0,0054	0,0000	0,0495	0,0077	0,0043	0,0059
Brighton	0,0053	0,0000	0,0000	0,0075	0,0025	0,0069
Wolves	0,0053	0,0000	0,0000	0,0074	0,0029	0,0038
Newcastle Utd	0,0052	0,0000	0,0000	0,0075	0,0027	0,0076
Crystal Palace	0,0051	0,0000	0,0000	0,0071	0,0022	0,0032
Brentford	0,0048	0,0000	0,0000	0,0071	0,0016	0,0029
Aston Villa	0,0047	0,0000	0,0000	0,0071	0,0031	0,0044
Southampton	0,0042	0,0000	0,0000	0,0066	0,0018	0,0048
Everton	0,0041	0,0000	0,0000	0,0069	0,0052	0,0044
Leeds United	0,0040	0,0000	0,0000	0,0068	0,0050	0,0069
Burnley	0,0036	0,0000	0,0000	0,0062	0,0013	0,0019
Watford	0,0024	0,0000	0,0000	0,0060	0,0038	0,0019
Norwich City	0,0023	0,0000	0,0000	0,0060	0,0022	0,0029

Resultados de eficiencia a través de la optimización DEA

En este trabajo, se utilizan modelos de optimización DEA de tipo CRS en lugar de VRS, ya que se considera que se comparan equipos de fútbol profesional del mismo nivel que compiten en las principales ligas de sus países. Si existe alguna diferencia entre ellos, esta se reflejará en los datos de entrada y salida. Se decidió utilizar una orientación hacia las salidas para determinar cómo los equipos podrían mejorar su situación deportiva y económica actual con sus recursos actuales (entradas). Un resultado fundamental de los modelos de optimización DEA, es que su capacidad

de discriminación, es decir, su capacidad para proporcionar medidas de eficiencia satisfactorias, depende de tener muchas más unidades de decisión (DMU) que entradas y salidas (Thanassoulis, 2001). Por esta razón, para escribir las ecuaciones de optimización, las variables de cada subcriterio se agrupan en sus entradas y salidas que aparecen en el nivel de criterio. En otras palabras, los modelos DEA tendrán tres entradas (Rendimiento ofensivo, Rendimiento defensivo y Salarios) y dos salidas (Éxito deportivo del equipo e Ingresos). Así, la entrada de rendimiento ofensivo del equipo Liverpool corresponderá a la suma de los valores

0,0182, 0,0075 y 0,0096 que aparecen en la Tabla 14. Finalmente, los datos de entrada y salida utilizados en el modelo CCR-O aparecen en la Tabla 16.

Tabla 16. Entradas y salidas empleadas en el modelo de optimización CCR - O para la temporada 2021/2022 de la Premier League

Equipos	ENTRADAS			SALIDAS	
	Desempeño ofensivo	Desempeño defensivo	Salarios	Éxito del equipo	Ingresos
Manchester City	0,0352	0,0166	0,0250	0,2197	0,0561
Liverpool	0,0353	0,0183	0,0262	0,1101	0,0588
Chelsea	0,0285	0,0155	0,0274	0,0077	0,0463
Tottenham	0,0258	0,0172	0,0169	0,0074	0,0574
Arsenal	0,0248	0,0134	0,0171	0,0073	0,0455
Manchester Utd	0,0233	0,0135	0,0273	0,0061	0,0659
West Ham	0,0235	0,0169	0,0110	0,0058	0,0247
Leicester City	0,0249	0,0154	0,0147	0,0549	0,0179
Brighton	0,0170	0,0151	0,0093	0,0053	0,0169
Wolves	0,0156	0,0170	0,0098	0,0053	0,0141
Newcastle Utd	0,0190	0,0126	0,0137	0,0052	0,0178
Crystal Palace	0,0202	0,0147	0,0101	0,0051	0,0125
Brentford	0,0199	0,0140	0,0055	0,0048	0,0116
Aston Villa	0,0215	0,0129	0,0111	0,0047	0,0146
Southampton	0,0186	0,0124	0,0091	0,0042	0,0132
Everton	0,0191	0,0122	0,0131	0,0041	0,0165
Leeds United	0,0179	0,0104	0,0098	0,0040	0,0187
Burnley	0,0151	0,0164	0,0074	0,0036	0,0094
Watford	0,0155	0,0124	0,0063	0,0024	0,0117
Norwich City	0,0104	0,0131	0,0094	0,0023	0,0111

Para calcular la eficiencia de los 20 equipos de la Premier League durante la temporada 2021/2022, se deben resolver 20 problemas de optimización lineal para cada equipo. Por ejemplo, si se considera al Liverpool

como la DMU en evaluación, utilizando los datos de la Tabla 16 y las ecuaciones (7) a (10), se obtiene el problema de optimización lineal.

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar } \eta_2 = \eta \\
 & 0.0352\lambda_1 + 0.0353\lambda_2 + 0.0285\lambda_3 + \dots + 0.0104\lambda_4 \leq 0.0353 \\
 & 0.0166\lambda_1 + 0.0183\lambda_2 + 0.0155\lambda_3 + \dots + 0.0131\lambda_4 \leq 0.0183 \\
 & 0.0250\lambda_1 + 0.0262\lambda_2 + 0.0274\lambda_3 + \dots + 0.0094\lambda_4 \leq 0.0262 \\
 & 0.2197\lambda_1 + 0.1101\lambda_2 + 0.0077\lambda_3 + \dots + 0.0023\lambda_4 \geq 0.1101\eta \\
 & 0.0561\lambda_1 + 0.0588\lambda_2 + 0.0463\lambda_3 + \dots + 0.0111\lambda_4 \geq 0.0588\eta \\
 & \lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, 20
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

La solución de (12) proporciona un valor de $\eta_2 = 1,13$. Por lo tanto, la eficiencia del

Liverpool durante la temporada 2021/2022 fue del 88,5 % ($1/\eta_2 \times 100$).

RESULTADOS

Se mostrarán la eficiencia porcentual y los puntos obtenidos para cada equipo perteneciente a La Liga y la Premier League durante las temporadas 2020/2021, 2021/2022 y 2022/2023. Fue necesario resolver 120 modelos de optimización, como el de la ecuación (12). En este trabajo se empleó el algoritmo Simplex LP del Solver de Excel en la resolución de los distintos problemas de optimización. Los puntos obtenidos para cada club se tradujeron a una escala porcentual, siendo la puntuación más alta igual al 100%. Los resultados se presentan mediante gráficos de barras con los resultados porcentuales

de eficiencia y puntos obtenidos por los diferentes equipos de cada liga durante las temporadas consideradas. Las figuras 5, 6 y 7 corresponden a los equipos de La Liga para las temporadas 2020/2021, 2021/2022 y 2022/2023, respectivamente. Las figuras 8, 9 y 10 representan lo mismo para los equipos de la Premier League. En la temporada 2020/2021, todos los partidos se celebraron a puerta cerrada debido al confinamiento por la pandemia de COVID-19. Por este motivo, la venta de entradas para todos los equipos fue nula. Las barras están ordenadas de mayor a menor según los puntos obtenidos.

Figura 5. Eficiencia y puntos para la temporada 2020/2021 de La Liga

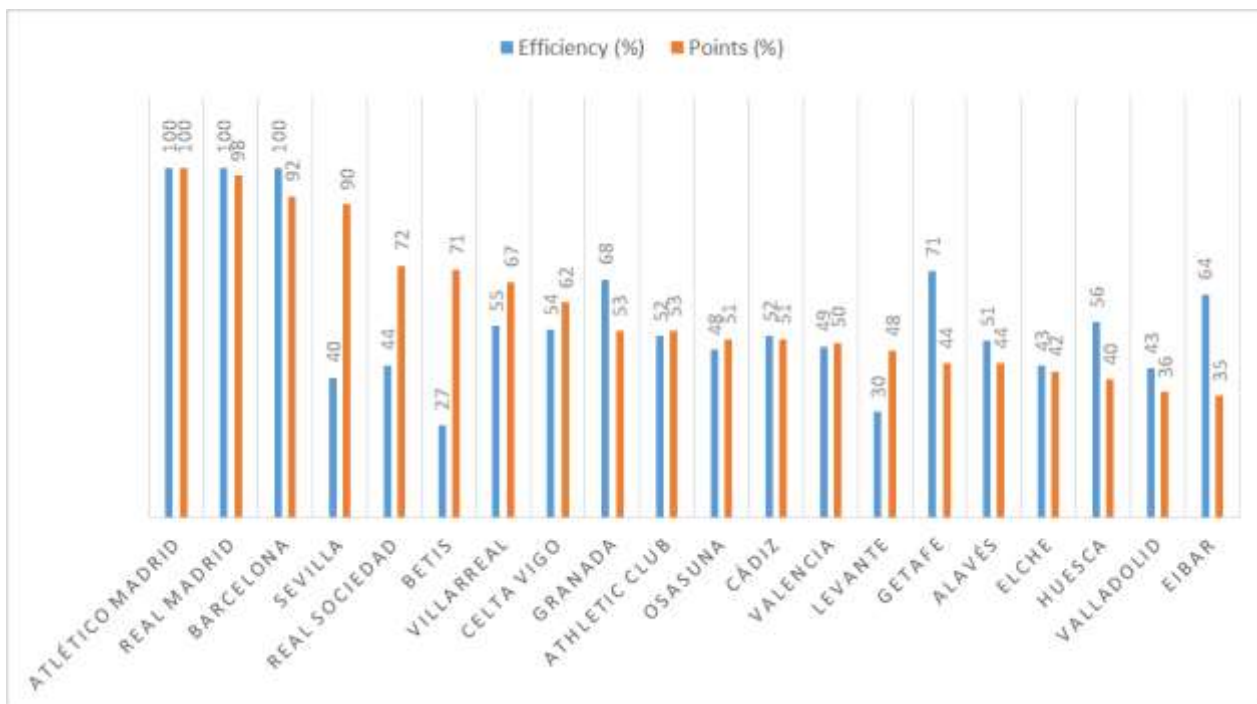


Figura 6. Eficiencia y puntos para la temporada 2021/2022 de La Liga

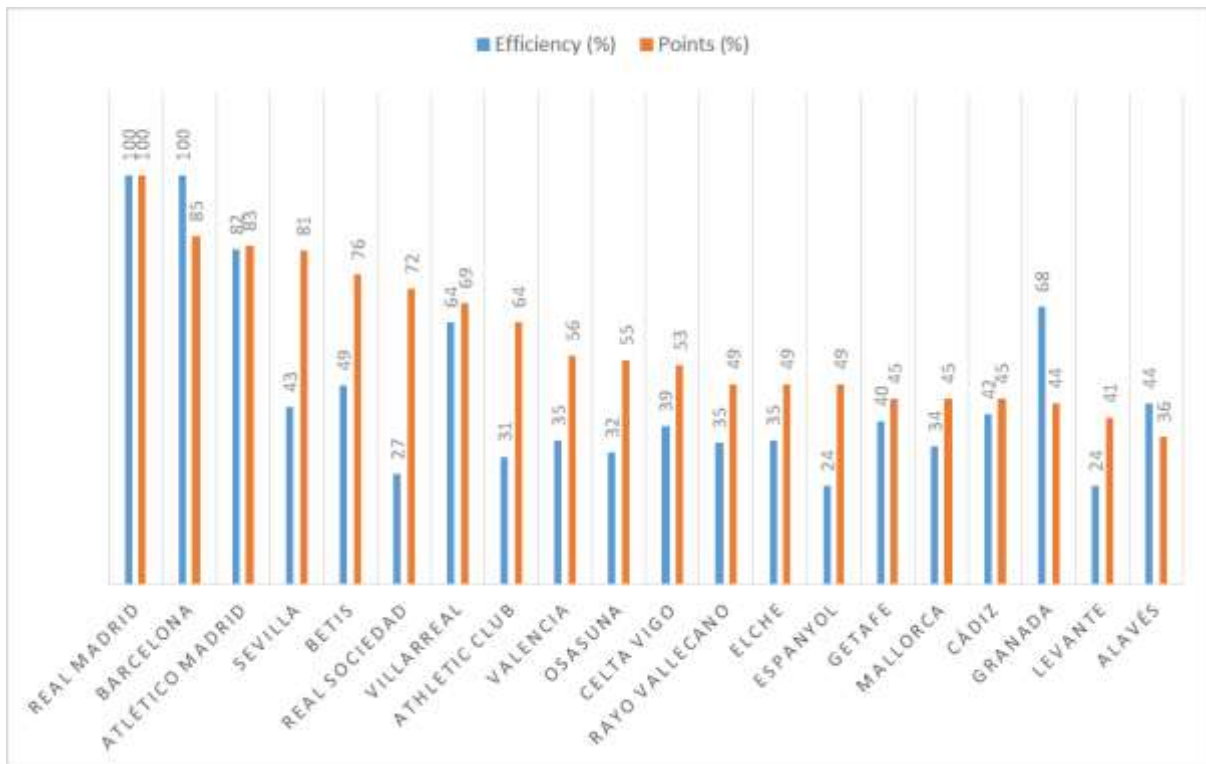


Figura 7. Eficiencia y puntos para la temporada 2022/2023 de La Liga

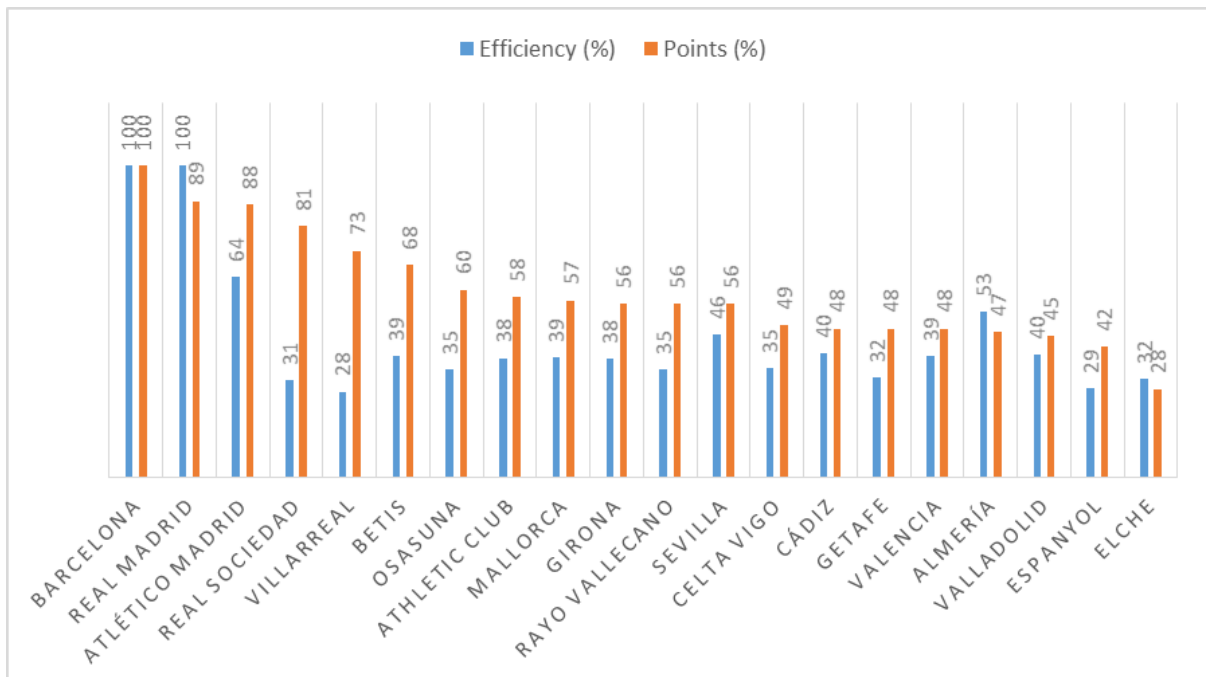


Figura 8. Eficiencia y puntos para la temporada 2020/2021 de La Premier League

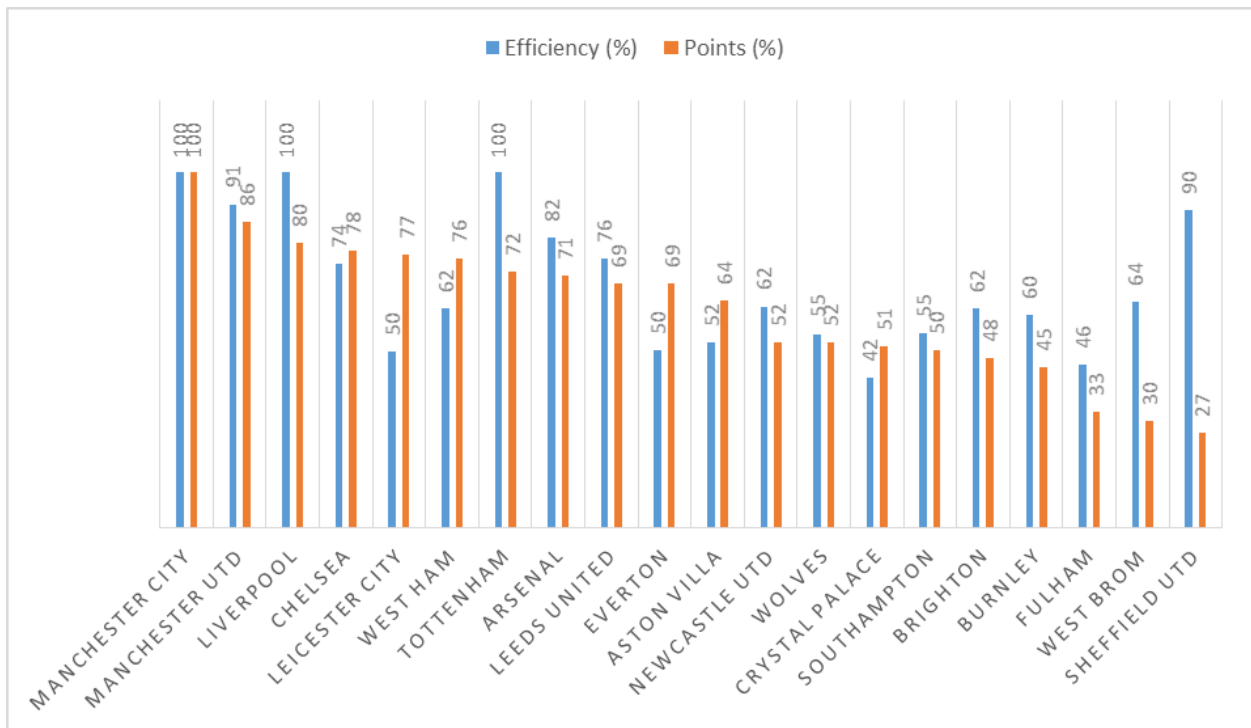
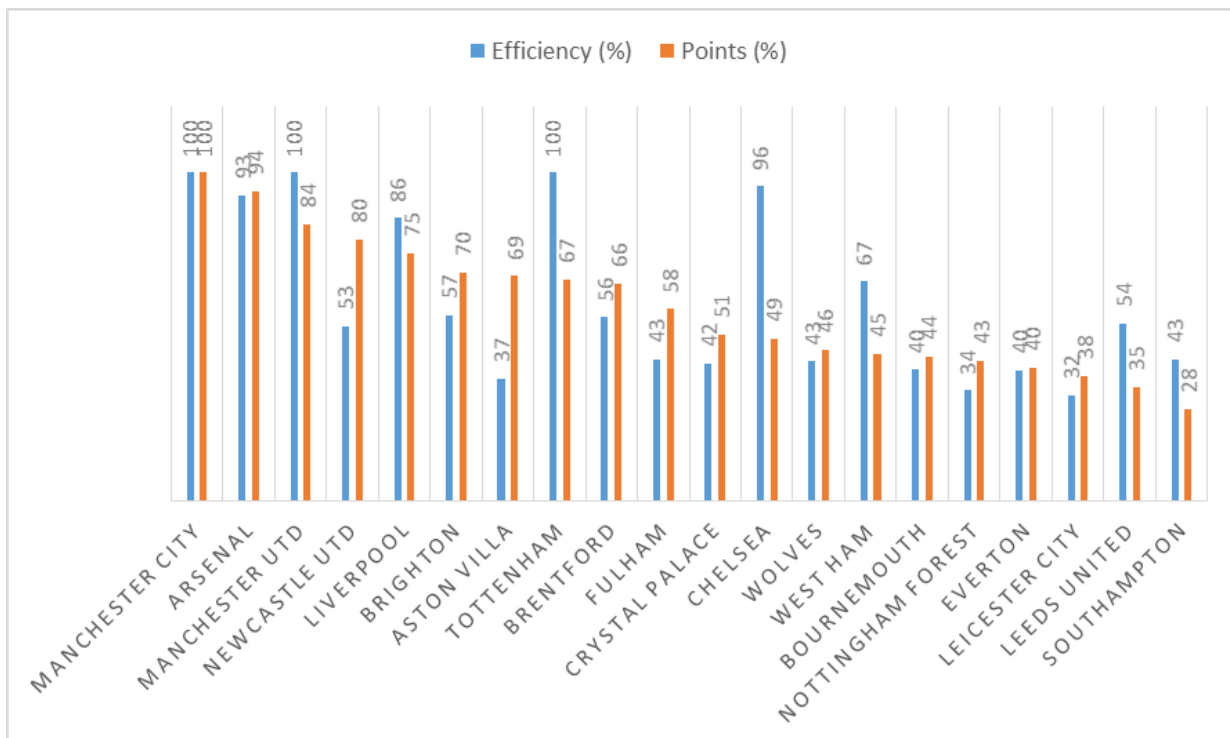


Figura 9. Eficiencia y puntos para la temporada 2021/2022 de La Premier League



Figura 10. Eficiencia y puntos para la temporada 2022/2023 de La Premier League



Discusión de resultados

Se pueden observar tres tipos de comportamiento en los gráficos: la barra de eficiencia tiene una altura similar a la barra de los puntos, menor o mayor. Cuando la barra es menor, los resultados económicos de entradas y salidas están por debajo de lo deseado, pero el éxito deportivo es satisfactorio. Si la barra de eficiencia supera la barra de puntos, ocurre lo contrario. Como ejemplo de la segunda situación, los equipos Sevilla, Real Sociedad y Betis se pueden ver en la Figura 5. Para el tercer caso, tenemos a los equipos Getafe, Huesca y Eibar en la misma figura. La relación entre las alturas de estas dos barras para cualquier equipo permite identificar comportamientos fuera de lo común y luego pueden explicarse sin dificultad

mediante el análisis de los datos de entrada y salida. Esta es una ventaja del modelo propuesto. Como primer ejemplo para ilustrar el uso del modelo, se podría considerar el Eibar, equipo que aparece en la última posición de la Figura 5. Puede resultar contradictorio que un equipo en la parte baja de la clasificación sea eficiente. Sin embargo, entre los equipos en esa parte de la clasificación, el Eibar presenta uno de los mejores resultados económicos en retransmisión audiovisual, publicidad y comercialización. Esto también se consigue aplicando bajos salarios a jugadores y cuerpo técnico. Un segundo ejemplo, conceptualmente similar al anterior, pero con mayores resultados de eficiencia, es el que ofrece el club inglés Sheffield Utd en la Figura 8. Este equipo utilizó los salarios

más bajos para jugadores y cuerpo técnico de toda la liga inglesa durante esa temporada. Sus ingresos por retransmisión audiovisual, publicidad y comercialización son comparables a los de los equipos en el último tercio de la clasificación. Adicionalmente, se puede observar que la puntuación de eficiencia no está correlacionada con la posición del equipo en la liga, y el equipo que gana el campeonato lo hace con una eficiencia perfecta del 100%.

La liga inglesa ofrece resultados de eficiencia mucho más altos que la liga española. La eficiencia promedio de La Liga durante las temporadas fue de alrededor del 50%, y en el caso de la Premier League, fue de casi el 70%. Alrededor del 30% de los equipos

españoles están por encima de la eficiencia promedio de La Liga, mientras que el 40% de los equipos de la Premier League están por encima del promedio. Si en el caso de la liga inglesa, se toma el promedio de eficiencia de la liga española como umbral, el porcentaje de equipos ingleses por encima de este valor sería aproximadamente del 62%. En ambas ligas, se pudo observar que la eficiencia fue mejor durante la temporada 2020/2021 (eficiencia promedio más alta); una explicación es que debido a la pandemia de COVID-19, todos los equipos no tuvieron ingresos por venta de entradas, lo que provocó que todos fueran evaluados de la misma manera, en las temporadas siguientes este resultado fue diferente de cero, lo que genera una variabilidad que no estaba presente antes.

CONCLUSIONES

Con datos de las temporadas 2020/2021 a la 2022/2023, se estudió la eficiencia de los equipos de fútbol de La Liga española y la Premier League inglesa mediante un modelo de toma de decisiones multicriterio que combina los métodos AHP y DEA. El primero busca ponderar la importancia de las entradas y salidas del modelo DEA, y el segundo, medir la eficiencia de los equipos. El objetivo es mejorar la medida de eficiencia proporcionada por DEA, desglosando sus entradas y salidas en atributos cuya importancia relativa se clasificó mediante AHP.

Se pueden considerar ciertos aspectos que mejorarían el modelo DEA en cuanto a la definición de entradas y salidas. El

porcentaje de ocupación del estadio podría complementar la salida de Venta de Entradas. Además de considerar los salarios (jugadores y personal técnico), se podría incorporar una entrada que abarque otros gastos del equipo de fútbol. Esta entrada adicional describiría mejor los recursos del equipo. Por otro lado, aunque no se incluyen los resultados para no hacer más extenso el artículo, también se realizaron cálculos de eficiencia con los modelos de optimización CCR-I, BCC-I y BCC-O. Los resultados obtenidos para estas variantes son muy similares a los presentados en este trabajo para el modelo CCR-O. Igualmente, el modelo CCR-O, se empleó con datos normalizados y sin normalizar y los resultados difieren muy poco. Por lo que la hipótesis de normalizar

los datos para que éstos sean más influenciados por los valores de los pesos obtenidos por el método AHP podría no ser del todo válida.

Si bien es cierto que el propósito de los equipos es ganar la competición en la que participan, el objetivo final de cualquier organización es la supervivencia. Sin embargo, estos dos objetivos están vinculados. Un equipo sobrevive si aumenta sus ingresos mediante derechos de transmisión, publicidad, comercialización y venta de entradas, manteniendo al mismo tiempo los salarios de los jugadores y el personal técnico dentro de niveles adecuados. Un equipo de fútbol no puede ser económicamente eficiente si no se cumplen los objetivos

deportivos. En general, se recomienda que cualquier organización alcance sus objetivos eficientemente. Por esta razón, el método propuesto es relevante para evaluar si los resultados se han obtenido utilizando los recursos disponibles de la mejor manera posible. Finalmente, aunque el método AHP-DEA se aplicó al ámbito del fútbol, puede extenderse sin dificultad a otras áreas de la toma de decisiones que requieren medidas de eficiencia.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo brindado por el Programa de Investigación de la Universidad Metropolitana de Caracas, Venezuela.

REFERENCIAS

Avkiran, N. K. (1999). An application reference for data envelopment analysis in branch banking: helping the novice researcher. *International Journal of Bank Marketing*, 17(5), 206-220.

<https://doi.org/10.1108/02652329910292675>

Banker, R. D., Charnes, A., y Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.

<https://www.jstor.org/stable/2631725>

Bhat, Z. U. H., Sultana, D., y Dar, Q. F. (2019). A comprehensive review of data envelopment analysis (DEA). Approach in sports. *Journal of Sports Economics y Management*, 9(2), 82-109.

http://sportsem.uv.es/j_sports_and_em/index.php/JSEM/article/view/163/212

Boscá, J. E., Liern, V., Martínez, A., y Sala, R. (2009). Increasing offensive or defensive

efficiency? An analysis of Italian and Spanish football. *Omega*, 37(1), 63-78.

<https://doi.org/10.1016/j.omega.2006.08.002>

Calôba, G. M., y Lins, M. P. E. (2006). Performance assessment of the soccer teams in Brazil using DEA. *Pesquisa Operacional*, 26, 521-536.

<https://doi.org/10.1590/S0101-74382006000300005>

Charnes, A., Cooper, W. W., y Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.

[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)

Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., y Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer science y business media.

<https://doi.org/10.1007/b136381>

- Dawson, P., Dobson, S., y Gerrard, B. (2000a). Estimating coaching efficiency in professional team sports: Evidence from English association football. *Scottish Journal of Political Economy*, 47(4), 399-421. <https://doi.org/10.1111/1467-9485.00170>
- Dawson, P., Dobson, S., y Gerrard, B. (2000b). Stochastic frontiers and the temporal structure of managerial efficiency in English soccer. *Journal of Sports Economics*, 1(4), 341-362. <https://doi.org/10.1177/152700250000100402>
- Dávila, C. G. T., y Cebrián, L. I. G. (2012). Eficiencia y resultados deportivos: aplicación a la liga mexicana de fútbol. *Revista Movimiento Humano*, (3), 61-76. <https://raco.cat/index.php/RevMovHum/article/view/258813>
- Espitia-Escuer, M., y García-Cebrián, L. I. (2004). Measuring the efficiency of Spanish first-division soccer teams. *Journal of Sports Economics*, 5(4), 329-346. <https://doi.org/10.1177/1527002503258047>
- Espitia-Escuer, M., y García-Cebrián, L. I. (2006). Performance in sports teams: Results and potential in the professional soccer league in Spain. *Management Decision*, 44(8), 1020-1030. <https://doi.org/10.1108/00251740610690595>
- Espitia-Escuer, M., y García-Cebrian, L. I. (2008). Measuring the productivity of Spanish first division soccer teams. *European Sport Management Quarterly*, 8(3), 229-246. <https://doi.org/10.1080/16184740802224142>
- Espitia-Escuer, M., y García-Cebrián, L. I. (2010). Measurement of the efficiency of football teams in the Champions League. *Managerial and Decision Economics*, 31(6), 373-386. <https://doi.org/10.1002/mde.1491>
- FBref (n.d.) (Sitio Web Oficial) About FBref. <https://fbref.com/en/about/>
- García-Sánchez, I. M. (2007). Efficiency and effectiveness of Spanish football teams: a three-stage-DEA approach. *Central European Journal of Operations Research*, 15, 21-45. <https://doi.org/10.1007/s10100-006-0017-4>
- Haas, D., Kocher, M. G., y Sutter, M. (2004). Measuring the efficiency of German football teams by data envelopment analysis. *Central European Journal of Operations Research*, 12(3), 251-268. <https://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-002D-9F69-A>
- Lee, Y. H. (2009). Evaluating Management Efficiency of Korean Professional Teams Using Data Envelopment Analysis (DEA). *International Journal of Applied Sports Sciences*, 21(2). <https://doi.org/10.4236/ajor.2012.22020>
- Liberatore, M. J., and Nydick, R. L. (2008). The analytic hierarchy process in medical and health care decision making: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 189(1), 194-207. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.05.001>
- Nisel, S., and Özdemir, M. (2016). Analytic hierarchy process y analytic network process in sport: a comprehensive literature review. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 8(3), 405-429. <https://doi.org/10.13033/ijahp.v8i3.448>
- Opta (n.d.) (Sitio Web Oficial) Opta Power Ranking. <https://theanalyst.com/2024/03/the-strongest-leagues-in-world-football-opta-power-rankings>
- Panchal, S., y Shrivastava, A. K. (2022). Landslide hazard assessment using analytic hierarchy process (AHP): A case study of National Highway 5 in India. *Ain Shams Engineering Journal*, 13(3), 1016-26. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.10.021>
- Roboredo, M. C., Aizemberg, L., y Meza, L. A. (2015). The DEA game cross-efficiency model applied to the Brazilian football championship. *Procedia Computer Science*, 55, 758-763. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.07.161>

- Saaty, T. L. (1980). *The Analytical Hierarchy Process*. McGraw-Hill.
- Saaty, T. (1990). How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process. *European Journal of Operational Research*, 48, 9-26. <https://doi.org/10.13128/Aestimium-7138>
- Saaty, T. L. (2000). *Fundamentals of decision making and priority theory with the analytic hierarchy process*. RWS.
- Saaty, T. (2008). Decision-making with the analytic hierarchy process. *International Journal of Services Sciences*, 1(1), 83-98. <https://doi.org/10.1504/IJSSCI.2008.017590>
- Thanassoulis, E. (2001). *Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis*. Kluwer Academic Publishers.
- Teppa-Garran, P., y Fernández-Da Costa, C. (2023). Modelo para la selección de lanzadores de béisbol empleando el Proceso Analítico Jerárquico a través de la evaluación de su desempeño integral. *Revista Ingeniería Industrial: Actualidad y Nuevas Tendencias*, 8(30), 7-22. <https://www.revistas.uc.edu.ve/index.php/riia/article/view/478>
- Teppa-Garran, P., y Fernández-Da Costa, C. (2024). Application of the AHP method in selecting baseball pitchers. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 16(1). <https://doi.org/10.13033/ijahp.v16i1.1094>
- Teppa-Garran, P., Guzman, A., y Catapano, E. (2024). Estimación del valor de mercado de un jugador de fútbol: caso Messi y Ronaldo. *Tekhné*, 27(1), 76-89. <https://doi.org/10.62876/tekhn.v27i1.6322>
- UEFA (n.d.) (Sitio Web Oficial) *UEFA Rankings* <https://www.uefa.com/nationalassociations/uefarankings/>
- Vaidya, O. S., and Kumar, S. (2006). Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*, 169(1), 1-29. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.04.028>
- Villa, G., y Lozano, S. (2019). Assessing offensive/defensive strategies in a football match using DEA. *International Journal of Sport Finance*, 14(3), 131-146. <https://doi.org/10.32731/IJSF.143.082019.01>
- Veisi, H., Deihimfard, R., Shahmohammadi, A., and Hydarzadeh, Y. (2022). Application of the analytic hierarchy process (AHP) in a multi-criteria selection of agricultural irrigation systems. *Agricultural Water Management*, 267, 107619. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2022.107619>
- Yong, W. (2021, March). Analytic Hierarchy Process and intelligent evaluation of regional sports economic data. In 2021, *International Conf. on Intelligent Transportation, Big Data y Smart City* (ICITBS). <https://doi.org/10.1109/ICITBS53129.2021.00098>
- Xu, W. (2018). Operational efficiency of the football team in the Chinese Super League with DEA. *International Business Research*, 11(3), 1-9. <https://doi.org/10.5539/ibr.v11n3p1>

Autores

Pedro Teppa-Garran. Ingeniero Electricista, Universidad Metropolitana; MSc Ingeniería Electrónica, MSc Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Venezuela; PhD Sistemas de Control, Université Paul Sabatier, Francia; Postdoctorado en Sistemas de Control, LAAS – CNRS, Francia. Profesor Titular, Departamento de Gestión de Proyectos y Sistemas, Universidad Metropolitana, Caracas, Venezuela.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6384-3185>

Email: pteppa@unimet.edu.ve

Ezequiel Fernández. Ingeniero de Sistemas, Ingeniero de Producción Universidad Metropolitana, Caracas, Venezuela.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-1776-0812>

Email: ezequiel.fernandez@correo.unimet.edu.ve

Recibido: 12-06-2025

Aceptado: 27-10-2025