Predicciones de Markov Aplicadas en el Programa de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET)

Markov Predictions Applied on the Industrial Engineering Program of the Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET)

Luis Fernando Ibarra

Palabras Clave: Predicciones de Markov, Programa de Ingeniería Industrial, Desempeño.

Key words: Markov's Predictions, Industrial Engineering Program, Perfomance.

RESUMEN

La dinámica para obtener un título profesional es un proceso sujeto a múltiples factores, por lo que ningún aspirante tiene certeza absoluta sobre su futuro desempeño. El presente estudio tiene por objetivo la formulación de un modelo de cadena de Markov, que represente el desenvolvimiento de los alumnos de pregrado en Ingeniería Industrial de la UNET, con la finalidad de pronosticar su tiempo promedio de permanencia en la universidad. Se realizó la identificación del sistema, y se recogieron y ordenaron datos relevantes para lograr la construcción de un modelo, que permite pronosticar, con soporte en valores de probabilidades, el tiempo que los estudiantes pasan en cada uno de los semestres de la carrera de Ingeniería Industrial de la UNET, y sus posibilidades de evolución dinámica semestre a semestre, hasta la graduación o retiro. Los resultados obtenidos permiten afirmar que el modelo aumenta considerablemente el conocimiento sobre el proceso evolutivo de los estudiantes en las carreras de la universidad, que es información fundamental para la gestión de planificación universitaria. Finalmente, el enfoque metodológico adoptado hace este estudio fácilmente aplicable en otras carreras y universidades, además de otros procesos del mundo real.

ABSTRACT

The dynamic to get a professional degree is a process subjected to multiple factors, so any applicant has an absolute certainty about its performance in the future. This research has the purpose of formulating of a Markov model chain's that represents the undergraduate students' development in Industrial Engineering at UNET, in order to forecast their staying average time at the university. The system identification was made, and the relevant data was ordered to get a construction model that allow to forecast, with support on the odds values, the students' staying time in every semester of Industrial Engineering at UNET, and their dynamics evolution odds in every semester, until the graduation or withdrawal. The results allow affirming that the model considerably increases the knowledge about the students' evolutionary process in the university careers, which is main information for the university planning management. Finally, the adopted methodological approach makes this research easily applicable to other careers and universities, besides other processes from the real world.

Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

INTRODUCCIÓN

Una herramienta con un potencial inmenso de aplicación en numerosos sistemas humanos, poco divulgada, conocida como Cadena de Markov, de tiempo discreto, es aplicada para modelar, el progreso en el tiempo de los alumnos de la carrera de Ingeniería Industrial, de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET). Esta implementación probabilística, fácilmente adaptable a otros procesos reales de naturaleza aleatoria, permitió obtener estimaciones válidas, que contribuyen al entendimiento de la dinámica del desempeño y prosecución de los alumnos en la carrera. Su objetivo primordial es la formulación de un modelo de cadena de Markov, que represente la evolución y desenvolvimiento de los alumnos de pregrado en Ingeniería Industrial de la UNET, con la finalidad de pronosticar su tiempo promedio de permanencia en la universidad, además de estimar las probabilidades de evolución de los alumnos en cada semestre de la carrera, así como sus probabilidades de graduación o abandono.

En su búsqueda de fundamentos matemáticos para el modelado de sistemas, los Ingenieros Industriales tienen en las Cadenas de Markov, una poderosa y útil metodología cuantitativa para construir modelos analíticos, que sirvan de apoyo al mejoramiento de procesos de servicio o manufactura. La solidez de toda disciplina científica, gravita en la capacidad para expresar sus postulados de manera precisa, con preferencia en relaciones cuantitativas entre las causas y los efectos de los fenómenos de su incumbencia. Evaluar periódicamente los resultados de cualquier proceso a lo largo del tiempo, constituye un requisito fundamental para mejorar su funcionamiento. Todo sistema evoluciona en el tiempo. Según Heráclito de Efeso (544 AC): "Todo fluye. Todo cambia. Nada permanece". Durante su existencia, todo sistema pasa por cada uno de sus estados posibles. En el caso de sistemas de naturaleza imprevisible, a medida que transcurre el tiempo, el sistema se desarrolla dentro de su entorno, enfrentando incertidumbres inherentes a sus opciones existenciales.

La dinámica asociada a la obtención de un título profesional puede ser analizada como la acumulación de factores conocidos o no, originados en procesos sujetos a múltiples factores fortuitos, de manera que al momento de iniciar su escolaridad, ningún aspirante a Ingeniero Industrial tiene absoluta certeza sobre su futuro desempeño. El rendimiento y evolución académica, no están exentos a la variabilidad que presentan los procesos de comportamiento imprevisible. En consecuencia, una cadena de Markov pudiera adecuarse para representar la evolución académica de la masa de aspirantes al grado de Ingeniero Industrial.

Esta investigación está dirigida a plasmar en una herramienta cuantitativa, el proceso de evolución académica de los alumnos de Ingeniería Industrial de la UNET, determinando sus posibilidades de progreso, sintetizadas en un instrumento estadístico; además de estimar la cantidad de etapas requeridas para pasar de un semestre a otro. Se busca lograr un aporte relevante para evaluar el desempeño global de la carrera de ingeniería industrial; además de obtener una posición para pronosticar su comportamiento evolutivo, desde la sólida perspectiva de un modelo matemático.

Una cadena de Markov es un modelo que representa un proceso que cambia de estado en el transcurso del tiempo. De cambio en cambio, se dice que ocurre una transición. La cadena de Markov corresponde a una clase específica de proceso estocástico en el ámbito de modelos probabilísticos (Ross, 2000). Las cadenas de Markov se incluyen dentro de los denominados procesos estocásticos o aleatorios. Estos procesos estudian el comportamiento de variables aleatorias a lo largo del tiempo. En términos notacionales, un proceso estocástico se denota como una colección ordenada de valores aleatorios $\{X_t, t \in T\}$, de parámetro t, en donde el índice generalmente toma valores enteros T = 0,1,2, ... Con frecuencia T corresponde al conjunto de enteros no negativos y X_t representa una característica de interés medible en el instante t. Por ejemplo, X(t) puede representar el nivel de inventario al final cada semana t, o el valor de una acción al final del t-simo día. El objetivo de los procesos estocásticos es describir mediante probabilidades el comportamiento aleatorio de un sistema; además de expresar su evolución durante determinado periodo de tiempo. Según Rogerson (1979) "una primera razón que dota de un indudable potencial a las cadenas de Markov es el hecho de poder abordar el análisis dinámico de un sistema complejo, sin tener, para ello, que reparar en su estructura causal".

METODOLOGÍA

Este estudio inicia con la identificación del sistema, a objeto de definir los estados exhaustivos y disjuntos que conforman el espacio de estados relevantes al modelo, junto a la recolección de registros históricos, para lograr su formulación. La representación de un proceso como cadena de Markov, requiere recoger datos de entrada, para calcular las probabilidades de transición. Posteriormente, se procede a verificar los postulados y suposiciones teóricas, que debe cumplir cualquier proceso real que intenta ser modelado como markoviano. Como cualquier investigación sobre fenómenos de naturaleza aleatoria, un estudio de cadenas de Markov apunta a la teoría de muestreo, para lograr un procedimiento estadístico, que permita calcular un tamaño de muestra representativo de la población de datos. Sin embargo, puesto que en este trabajo,

Ingeniería Industral.
Actualidad y Nuevas Tendencias
Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

se dispuso de la totalidad de los registros académicos de los estudiantes, se eligió trabajar con el censo de la población.

Definición de los Estados del Sistema

En un modelo, el estado de un sistema representa los aspectos que describen por completo la "posición" del sistema en cualquier instante del tiempo, y se consideran importantes para estudiar el comportamiento futuro del sistema. El espacio de estado puede especificarse en términos de los valores de una o varias variables, a las que se denomina variables de estado. El modelo de Markov obtenido, define un número finito de estados que representan cada uno de los semestres correspondientes a la carrera de Ingeniería Industrial; además, de dos estados que simbolizan la condición de retiro o graduación en que puede encontrarse un alumno, al inicio de cualquier semestre académico. Los estados están asociados a cada uno de los semestres, y permiten describir la evolución de los estudiantes durante su estadía universitaria.

Cuando un alumno ingresa a la carrera de Ingeniería Industrial, inicia con una carga académica cuantificada en unidades crédito (UsC). A medida que avanza en su objetivo, el estudiante, a lo largo del tiempo, semestre tras semestre, va acumulando UsC. Para graduarse, debe aprobar una determinada cantidad de unidades crédito. Su clasificación en cualquiera de los estados posibles, se define a partir de la cantidad de UsC que tiene aprobadas al inicio de cada semestre, las cuales le ubican como cursante inscrito en uno de los diez semestres posibles. Al finalizar el semestre, su aprobación o repetición, se modela en un estado, y su posible evolución se describe mediante probabilidades de transición ínter semestral. Las transiciones posibles en una etapa corresponden a la probabilidad de pasar de un semestre a otro, o de mantenerse en el mismo, durante una transición o lapso académico. El criterio utilizado en esta investigación, para definir los estados, se basa en que un estudiante avanza en la carrera, en la medida que aprueba unidades crédito. Como también existe la posibilidad de que un cursante se retire, se consideró éste un estado adicional del proceso. De igual forma se define el evento de graduación de un alumno, como el estado final del proceso. En este trabajo, X_t denota la condición o semestre en que se encuentra un alumno al inicio del semestre t; con $X_t=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,R,G\}$; donde X_t representa el semestre académico que cursa el alumno (incluyendo R si se ha retirado y G si el alumno se ha graduado). Así mismo, el subíndice t corresponde a cualquier semestre de tiempo de observación, es decir, $t = 1,2,3,4,\ldots$ La clasificación de un alumno en determinado semestre es definida por la cantidad de unidades crédito que tenga aprobadas al comienzo del lapso académico. La tabla 1 muestra los doce estados posibles en este modelo, según las UsC aprobadas, por cualquier cursante de Ingeniería Industrial.

Probabilidades de Transición $P_{i,j}$

A cada posible transición del estado (semestre) i al estado (semestre) j, se asocia una probabilidad de transición de un paso $P_{i,j}$. Si no es posible transición alguna del estado i al estado j, entonces, $P_{i,j}=0$. Por otra parte, si el sistema al encontrarse en el estado i puede pasar sólo al estado j en la siguiente transición, entonces $P_{i,j} = 1$. A partir del conjunto de registros académicos de cada alumno, se estima las probabilidades inter semestrales de transición estocástica $P_{i,j;}$ siendo tanto el estado i, como el j, cada uno de los diez semestres de la carrera; además de los estados R (retiro) y G (graduación). De modo que el total de transiciones del semestre i al semestre j, dividido por el total de transiciones originadas desde el semestre i, proveen la frecuencia relativa de transición entre los semestres o estados, convirtiéndose en valores de probabilidades fundamentales e imprescindibles para el estudio. En general, si $N_{i,j}$ es el número de transiciones ocurridas desde el estado i al estado j , y N_i es el número de veces que el proceso salió del estado i, entonces, un estimador con buenas propiedades estadísticas para $P_{i,j}$ está dado por la relación de dividir la cantidad de casos favorables, entre la cantidad de casos totales.

$$P_{i,j} = N_{i,j} / N_i \tag{1}$$

La ecuación mostrada en (1) es básicamente una relación sencilla de conteo. Para construir el modelo de Markov, fue necesario estimar las probabilidades de transición semestrales, dividiendo el número de estudiantes clasificados en un determinado semestre que se movieron al siguiente semestre, entre el total de estudiantes inscritos en el respectivo semestre. Al hacer Esto, se obtuvieron las probabilidades de transición desde el semestre i al semestre j, denominadas $P_{i,j}$. Es decir, la probabilidad de avanzar de un semestre al siguiente. De igual manera, el cociente del número de estudiantes clasificados en un determinado semestre i, quienes al finalizar el semestre permanecieron en el mismo semestre i, entre el total de estudiantes inscritos en el respectivo semestre, lo cual resulta en la probabilidad de transición $P_{i,i}$. En este caso, la probabilidad de repetir o mantenerse en el mismo semestre.

Tabla 1. Estados de la cadena de Markov según las UsC aprobadas

UsC	17	36	55	73	93	112	131	151	168	180	Abandona	Se gradúa
Semestre	1er	2do	3er	4to	5to	6to	7mo	8vo	9no	10mo	R	G

Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

En general, $P_{i,j}$ corresponde a la probabilidad condicional de que un alumno, quien al inicio de un lapso se encuentra cursando el semestre i, en el período siguiente se encuentre en el semestre j; para valores de i =1, 2,…,10, R, G y j =1, 2,…,10, R, G. Por ejemplo, las transiciones válidas para un estudiante inscrito en el primer semestre, una vez que transcurra un lapso de tiempo de un semestre son: 1) aprobar y pasar al segundo semestre; 2) reprobar y repetir el primer semestre y 3) abandonar o ser retirado de sus estudios. A modo de ejemplo, a continuación se detalla la nomenclatura utilizada para expresar las posibles transiciones y probabilidades de transición desde el primer semestre:

$P_{1,1}$ = Probabilidad que un alumno, quien al inicio de un período se encuentra en el semestre 1, en el lapso siguiente continúe en el semestre 1 (repita).

$P_{1,2}$ = Probabilidad que un alumno, quien al inicio de un período se encuentra en el semestre 1, en el lapso siguiente se encuentre en el semestre 2 (apruebe).

$P_{1,R}$ = Probabilidad que un alumno, quien al inicio de un período se encuentra cursando el semestre 1, en el lapso siguiente se retire.

En esta aplicación de cadena de Markov, se procesaron 70.493 registros generados por estudiantes de Ingeniería Industrial durante los últimos 27 años. Para los semestres cursados por los miles de alumnos, se determinó su evolución semestre a semestre, de modo de lograr las probabilidades de transición. Para realizar los conteos de transiciones, se utilizó el software MATLAB, el cual, en tiempo de un segundo de procesamiento, presentó como resultado la matriz de probabilidades de transición de una etapa.

Matriz de Transición

La Tabla 2 muestra las posibles transiciones de primer orden, entre los estados (semestres), y sus probabilidades, para un lapso de tiempo que va desde el semestre actual T, hasta el lapso siguiente T+1. Por ejemplo, el valor 0.664 indica la probabilidad de que un alumno inscrito en el primer semestre, transcurrido el lapso del semestre, al inicio del siguiente periodo semestral se encuentre repitiendo el primer semestre. Es decir, $P_{1,1}$ = 0.664, significa que en la carrera de Ingeniería Industrial, el 66.4 % de los estudiantes que ingresan, reprueban su primer semestre. Así mismo, la probabilidad para un nuevo alumno de aprobar su primer semestre es de 0,315 y de retirarse de la carrera es de 0,021. Por otra parte, el valor de 0,865 que se muestra en la intersección entre la fila 7 con columna 8, de la Tabla 2, indica la probabilidad de que un alumno que cursa el séptimo semestre de la carrera, en el siguiente lapso esté cursando el octavo semestre. Lo cual equivale a sostener que en promedio el 86.5 % de los cursantes del séptimo semestre aprueban, y evolucionan al octavo semestre.

Una vez obtenidos los valores de probabilidad de la tabla 2, se aplicaron pruebas orientadas a evaluar la validez de las principales condiciones del modelo teórico de Markov. Estas son: a) propiedad de Markov: supone que la transición de un estado a otro depende solo del estado actual y no de su historia pasada; y b) estacionalidad de las probabilidades, también denominada homogeneidad de la población, requiere que las probabilidades de transición se mantengan fijas a lo largo del tiempo. Resultados obtenidos por Hierro y Guijarro (2007), sostienen que la falta de homogeneidad de la población es la causante principal de que la especificación markoviana sea una herramienta poco precisa para la modelación de dinámicas de población. Diversos trabajos que modelan actuaciones humanas, han lidiado con la necesidad de relajar algunos requerimientos teóricos de Markov, entre ellos, el de homogeneidad de la población (Blumen et al., 1955, pp. 125-140). Las condiciones de homogeneidad poblacional requeridas para modelar una cadena de Markov discreta, fueron revisadas críticamente, con la finalidad de determinar posible inconsistencia, teniendo en cuenta que se trata de un sistema de textura social, difícil de cuantificar en un marco de probabilidades. Una cadena de Markov es homogénea en el tiempo cuando sus probabilidades de transición son constantes (Parzen, 1962). Puesto que se compararon varios periodos tomados al azar, y no se encontraron diferencias significativas entre las matrices de transición evaluadas, no se consideró necesario caracterizarlos mediante diferentes cadenas de Markov.

En esta aplicación, se interpreta la condición de homogeneidad de la población, en términos de formular la hipótesis, de que todos los alumnos tienen la misma estrategia de estudio, sin variaciones provenientes de grupos diferentes. En general, se espera la existencia de diferencias debidas a factores difíciles de observar como hábitos de estudio, o características socio demográficas. Sin embargo, el modelo de Markov no analiza sus causas y al agrupar los datos, se asume un proceso homogéneo para todos los individuos de la población. Con la finalidad de robustecer los resultados arrojados por el modelo, y a objeto de poder utilizarlos como instrumento predictivo, fue esencial reevaluar la estabilidad de los datos. Esto es, verificar adicionalmente el requisito teórico sobre homogeneidad poblacional. Toda la data disponible se dividió en grupos de diferentes periodos. En algunas clases de igual longitud, y en otras de diferente longitud, como por ejemplo: desde 1980 a 1990, 1991 a 1999, 2000 a 2006. Se analizó la estabilidad de estos periodos, construyendo sus matrices de transición. Posteriormente, las matrices fueron evaluadas mediante el cálculo de sus autovalores. Puesto que los máximos autovalores presentaron resultados por encima de uno, se concluyó que no se tiene razones para considerar inestable al

Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

sistema de evolución de los estudiantes de Ingeniería Industrial; lo cual sugiere que el sistema, al menos para los datos considerados, muestra tendencia hacia un patrón determinado(Guijarro y Hierro, 2006).

Solución del Modelo

En una cadena en donde el proceso pueda ir, en una o más transiciones, desde cualquier estado a cualquier otro estado, según la teoría de cadenas de Markov, transcurrido una cantidad suficiente de transiciones, el sistema muestra su comportamiento de estado estable, permitiendo obtener las probabilidades de estado estable, también denominadas probabilidades de comportamiento a largo plazo o estacionarias (Bartholomew, 1973). No obstante, la matriz de transición P, para esta aplicación, corresponde a una cadena de Markov absorbente, por cuanto posee dos estados absorbentes, R (Retiro) y G (Grado). Es decir, R y G son estados en los que una vez que un alumno entra en cualquiera de ellos, no puede abandonar esa condición. En este trabajo, se asume que un estudiante que abandona la carrera de Ingeniería Industrial, nunca más puede reincorporarse en la misma universidad. De igual forma, si un alumno logra graduarse de Ingeniero Industrial, en los siguientes semestres, se mantendrá en esa condición de graduado con certeza absoluta; por lo cual, su probabilidad de transición $P_{G,G} = 1$. Como también $P_{R,R} = 1$. Esta condición clasifica a la cadena como cadena discreta absorbente (Norris, 1997). En el caso de cadenas absorbentes, el procedimiento de solución utiliza relaciones matriciales, que permiten determinar la cantidad promedio de semestres, que un alumno pasa en cada uno de los diez periodos de la carrera antes de graduarse o retirarse; así como también las probabilidades de absorción, las cuales indican la probabilidad de que un alumno que ingrese a la carrera de Ingeniería Industrial de la UNET, abandone antes de graduarse o culmine exitosamente graduado. A partir de las probabilidades de transición contenidas en la Figura 1, y aplicando el método de solución aplicable a cadenas de Markov absorbentes, según las ecuaciones (2) y (3) mostradas a continuación, se determina:

a) el número esperado de semestres para que un alumno se gradúe o retire,

b) el número esperado de lapsos académicos que un cursante pasa en cualquier semestre, y finalmente,

c) las probabilidades de retiro o graduación para cualquier aspirante al título de Ingeniero Industrial en la Universidad Nacional Experimental del Táchira.

Número Esperado de Transiciones hasta Absorción

El método de solución requiere extraer dos matrices de la matriz de transición P, presentada en la tabla 2, para aplicar las ecuaciones (2) y (3) (Shamblin et al. (1975, pp. 72-78). La ecuación (2) permite obtener la matriz NE, que contiene el número esperado de semestres o lapsos que se espera pase un alumno de Ingeniería Industrial en cada uno de los semestres de la carrera, antes de absorción por los estados absorbentes Retiro o Graduación.

$$NE = (I - N)^{-1} \qquad (2)$$

Donde N es una matriz, en este caso, 10 x 10, formada con valores de la figura 1, que corresponden a las probabilidades de transición solo entre los estados no absorbentes. Es decir, N se construye tomando directamente los valores de probabilidad de la matriz P, desde los estados 1, 2,…, 10 hasta los estados 1, 2,…, 10. I es una matriz identidad de idénticas dimensiones que la matriz N. En este caso, 10 x 10, al igual que N y NE.

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccccc} T\backslash T+1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & R \quad G \end{array} \\
P = \begin{array}{c} 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\R\\G \end{array}
\begin{bmatrix}
0,664 & 0,315 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,021 & 0 \\
0 & 0,545 & 0,425 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0 \\
0 & 0 & 0,511 & 0,48 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,009 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0,44 & 0,559 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0,368 & 0,632 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,211 & 0,789 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,135 & 0,865 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,079 & 0,921 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,08 & 0,92 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0,98 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Figura 1. Matriz P de Probabilidades de Transición $p_{i,j}$

Probabilidades Condicionales de Absorción

La ecuación 3 permite hallar las probabilidades de absorción. Es decir, las probabilidades de retiro o graduación, condicionadas al semestre en que ingrese el alumno.

$$PR = NE * A \qquad (3)$$

Donde, NE es la matriz calculada según la ecuación (2); y A es una matriz formada con valores tomados de la matriz de transición P, contenidos en la tabla 2, que corresponden a las probabilidades de transición desde los estados no absorbentes (origen), hasta los absorbentes (destino). Es decir desde los estados 1,2,3,…,10 hasta los estados R y G. Note

Ingeniería Industrial.
Actualidad y Nuevas Tendencias
Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

que A es una matriz de 10 filas x 2 columnas, al igual que PR.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El procesamiento y solución del modelo de cadena de Markov se obtuvo mediante el software MATLAB. Posteriormente se evalúa la capacidad predictiva del modelo, realizando una validación comparativa con datos más recientes, correspondientes a semestres del año 2007. La Figura 2, en su fila 1, muestra los valores esperados, para el número de semestres en transición que pasa un estudiante en cada uno de los semestres que cursa, dado que ingresa por el semestre 1.

El primer elemento de la Figura 2, en la intersección de fila 1 y columna 1, de la matriz NE es 2.98. Este valor corresponde al número esperado de semestres que se espera que un estudiante permanezca cursando el primer semestre. Es decir, un alumno que ingresa a la carrera, se espera que pase casi tres semestres, antes de avanzar al segundo semestre, en donde también se espera que pase aproximadamente dos semestres (2,06) antes de avanzar al tercer semestre. El total de semestres que se espera que curse un alumno antes de graduarse, se obtiene sumando todos los valores de la fila 1, que corresponden al número de periodos que se espera que pase un alumno en cada uno de los semestres antes de graduarse, según se muestra en la ecuación 4.

$$\sum_{j=1}^{j=10} NE_{1,j} = 14{,}55 \qquad (4)$$

Efectuando el cálculo de permanencia en la carrera, se estima aproximadamente en 14,55 semestres. Para fines prácticos, se puede sostener que un alumno que ingresa a la UNET se espera que permanezca dentro de la carrera durante aproximadamente catorce semestres y medio para lograr titularse (14,5). A modo de ejemplo, si un alumno ingresase a la carrera por traslado desde otra universidad, suponiendo que obtiene equivalencia de cuatro semestres aprobados; es decir, inicia en la UNET en el quinto semestre, entonces, su tiempo esperado de graduación se obtiene sumando los valores de permanencia de la fila 5: 1,58 + 1,26 + 1,15 + 1,08 + 1,08 + 1,02. Es decir, la suma esperada de permanencia en cada uno de los restantes semestres a cursar en la UNET, estima su tiempo esperado de graduación en 7.17 semestres.

La Figura 3, muestra las probabilidades condicionales de Retiro o Graduación. Su interpretación es la siguiente: Un alumno que inicie en el primer semestre a la carrera de Ingeniería Industrial de la UNET, a lo largo del tiempo, tiene una probabilidad de abandonar la carrera de 0.14, y de titularse en acto de graduación, con probabilidad de 0.86. Lo que es lo mismo que sostener, que de cada 100 alumnos que inicien la carrera, se espera que logren graduarse 86 nuevos Ingenieros Industriales. De los valores de la Figura 3, también se infiere, por ejemplo, que si un alumno por traslado desde otra universidad, accediese a

Ingeniería Industrial de la UNET, en el quinto semestre, su probabilidad de graduación es segura. Sin embargo, desde la Figura 2, la sumatoria de los valores de la fila correspondiente al quinto semestre, estima que debe cursar una duración de 7,17semestres.

$$NE = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} & \begin{bmatrix} 2.98 & 2.06 & 1.79 & 1.54 & 1.36 & 1.09 & 0.99 & 0.93 & 0.93 & 0.88 \\ 0 & 2.2 & 1.9 & 1.64 & 1.45 & 1.16 & 1.06 & 1 & 1 & 0.94 \\ 0 & 0 & 2.04 & 1.76 & 1.55 & 1.24 & 1.14 & 1.07 & 1.07 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1.79 & 1.58 & 1.26 & 1.15 & 1.08 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.58 & 1.26 & 1.15 & 1.08 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.26 & 1.15 & 1.08 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.15 & 1.08 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.08 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.08 & 1.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 2. Matriz NE del Número Esperado de períodos antes de absorción

$$PR = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} R & G \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.14 & 0.86 \\ 0.08 & 0.96 \\ 0.02 & 0.98 \\ 0.01 & 0.99 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 3. Matriz de Probabilidades de Absorción PR.

Discusión

El inmenso potencial de aplicación del modelo denominado cadena de Markov, fue ratificado por los resultados alcanzados en esta aplicación, puesto que los estimados obtenidos fueron corroborados exitosamente, con datos informados por el departamento de Control de Estudios de la Universidad del Táchira. El tiempo estimado de graduación de un estudiante de la carrera, calculado en 14,55 semestres, corresponde a un comportamiento preocupante, por cuanto difiere en del valor deseado y normado para culminación en 10

Ingeniería Industrial.
Actualidad y Nuevas Tendencias
Año 2, Vol. I, N° 2
ISSN: 1856-8327

semestres. Sin embargo, el resultado obtenido por el modelo de Markov, aproxima y confirma el valor real del tiempo requerido para graduación, correspondiente a casi 15 semestres o lapsos académicos. Así mismo, se observa un significativo nivel de repetición y retiro, durante los primeros cuatro semestres de la carrera. El modelo de Cadena de Markov formulado como resultado de este trabajo, y su divulgación, puede impulsar investigaciones similares, puesto que la utilización de técnicas de Investigación de Operaciones, específicamente las Cadenas de Markov, ofrecen una asombrosa aplicabilidad, debido a que esta técnica es potencialmente ajustable casi a cualquier dominio aleatorio que evolucione en el tiempo (Hoel et al, 1972). El modelo de Markov potencia su aplicabilidad en entornos de servicio o manufactura, por cuando las cadenas de Markov, permiten expresar con probabilidades, el comportamiento dinámico de los sistemas de producción a lo largo del tiempo. La principal ventaja de esta técnica de Investigación de Operaciones descansa en su simplicidad para representar procesos evolutivos de sistemas complejos.

CONCLUSIONES

Esta aplicación formula un modelo markoviano para vaticinar la evolución académica de alumnos en la carrera de Ingeniería Industrial. Sus resultados no intentan explicar la causalidad del proceso resultante. Sólo reflejan la incertidumbre presente en un proceso social que transita cambiante a lo largo del tiempo, permitiendo describir el progreso estacional de los aspirantes en la carrera, sustentado en valores de probabilidad. Los patrones mostrados por el progreso dinámico del estudiante en sus estudios, son el resultado de múltiples factores conocidos y desconocidos. El modelo de Markov está lejos de explicar las causas del fenómeno que imita. Sin embargo, ofrece una alternativa útil de interpretación y estimación universitaria. Este modelo permite pronosticar con soporte en valores de probabilidades, el tiempo que los estudiantes pasan en cada uno de los semestres de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad del Táchira, y sus posibilidades de desempeño semestre a semestre, hasta graduación o retiro. Se presentan detalles del enfoque metodológico adoptado, lo cual hace este estudio fácilmente trasladable para utilización en otras carreras y universidades; además de propiciar su aplicabilidad a innumerables procesos del mundo real. En resumen, esta investigación recoge y ordena datos relevantes, que aumentan considerablemente el conocimiento sobre el proceso evolutivo de los estudiantes en la carrera de Ingeniería Industrial, además de proveer información pertinente a la gestión de planificación universitaria.

REFERENCIAS

Bartholomew, D.J. (1973): Stochastic Models for Social Processes, John Wiley and Sons, Londres.

Blumen, I., Kogan, M. Y Mccarthy, P.J. (1955): The Industrial Mobility of Labour as a Probability Process. Cornell Studies of Industrial and Labour Relations, Vol. VI. Cornell University

Guijarro M., Hierro M. (2005): Un Análisis de la Dinámica de los Movimientos Migratorios Interregionales en España (1986-2001). Una Aplicación del Método MCC, Investigaciones Regionales 6, 125-140.

Hierro María, Guijarro Marta (2006): Una Modelización Estocástica para la Dinámica de la Movilidad Territorial en España (1990-2005). Estadística Española Vol. 49, Núm. 166, 2007, Páginas. 473- 499.

Hoel Paul, Port Sydney, Stone Charles, (1972). Introduction to Stochastic Processes. Houghton Mifflin Co. Boston

Norris J.R. (1997). Markov Chains. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University Press.

Parzen, E. (1962): Stochastic Processes. Paraninfo: Madrid.

Rogerson, P.A. (1979): Prediction: A Modified Markov Chain Approach, Journal of Regional Science 19 (4), 469-478.

Ross S. "Introduction to Probability Models. Academic Press. USA. 2000.

Shamblin James, Stevens G. T. "Investigación de Operaciones. Un Enfoque Fundamental. McGraw-Hill. México, 1975

Autor:

Luis Fernando Ibarra

Ingeniero de Sistemas, mención Investigación de Operaciones, Master en Ingeniería Industrial. Miembro de la Society for Modeling and Simulation International. Estudiante de doctorado en Information Systems and Technology. Profesor Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela

E-mail: libarra@unet.edu.ve

Recibido: 11/12/2008 **Aceptado:** 29/05/2009