

EL ROL DE LA ESTADÍSTICA EN LOS ESTUDIOS DE SIMULACIÓN. UNA APROXIMACIÓN AL ESTADO DEL ARTE

Jiménez Bahri, Manuel Elías

Departamento de Investigación de Operaciones. Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo.
Valencia. Estado Carabobo. Venezuela

mejb11@gmail.com

Resumen: La presente investigación muestra la importancia que tiene la estadística para conducir con éxito un estudio de simulación, la misma se realizó como una investigación descriptiva, donde se muestra una serie de herramientas como la estimación, contraste de hipótesis, pruebas de bondad de ajuste, entre otras, que son indispensables en la ejecución de un proyecto de simulación, específicamente en las etapas de análisis de los datos de entrada, la validación del modelo, el análisis de los resultados y para el proceso de toma de decisiones. Adicionalmente se comentan una serie de herramientas y pruebas subjetivas que son de utilidad cuando no se dispone de la cantidad suficientes de datos.

Palabras clave: simulación, estadística, herramientas de análisis.

STATISTICS IN SIMULATION STUDIES. AN APPROACH TO THE STATE OF THE ART

Abstract: The following research shows the importance of statistics to successfully conduct a simulation study, for which a descriptive research was carried out, showing a series of tools (estimation, hypothesis and other statistic tests) that are fundamental for the proper execution of a simulation project; specifically for the analysis of the input data, simulation model validation, analysis of results, and therefore fundamental for decision making processes. Additionally, there is a discussion of tools and subjective tests that are useful when no sufficient data is available.

Keywords: simulation, statistics, analysis tool

INTRODUCCIÓN

Un estudio de simulación se conduce con éxito cuando se formula y se define claramente el problema a resolver, en tal sentido Kelton et al (2008) señalan que, al definir el problema, se debe asegurar que la simulación es la herramienta adecuada para la resolución del mismo. Se debe discutir también si el tiempo que se dispone para su solución es acorde con el que llevaría desarrollar el estudio, ya que, si se necesita una respuesta rápida, entonces la simulación no es una opción conveniente.

Después de establecer que el problema se resolverá por medio de un estudio de simulación se deben definir cuestiones como: el objetivo de la simulación, que se debe incluir en el modelo, el nivel de detalle del mismo, la exactitud de la animación, las variables de entradas y las salidas de interés, entre otras. Luego se procede a la formulación y construcción del modelo, donde se construye con algún programa de computadora el modelo de simulación y también se debe recolectar los datos de interés para su posterior análisis.

Posteriormente se procede a verificar y validar el modelo construido con el propósito de asegurarse que está libre de errores y es una adecuada representación del sistema. Asegurado esto se puede experimentar con el modelo, donde los ensayos a realizar deben estar alineados con los objetivos del estudio, en esta etapa se debe analizar las salidas proporcionadas por el modelo. Una vez obtenida la solución al problema se procede a presentar y documentar el estudio.

De acuerdo con Alexopoulos (2006), la principal meta de casi todos los estudios de simulación es la estimación de parámetros con el propósito de mejorar el desempeño

del sistema. Se refiere a estimación de parámetros porque las entradas de un modelo de simulación son frecuentemente aleatorias, por lo tanto, las salidas del mismo también lo son, por ello a lo largo de un estudio de simulación se requiere por parte del investigador de habilidades estadísticas sobre todo en los pasos relacionados a la recolección y análisis de los datos de entrada, la validación del modelo, la experimentación y el análisis de los resultados.

La presente investigación pretende mostrar la importancia y la utilidad que tiene la estadística en el desarrollo de un estudio de simulación, específicamente en las etapas de análisis de los datos de entrada, validación del modelo y análisis de las salidas.

METODOLOGÍA

La presente investigación es descriptiva, tal como lo señala Tamayo (2009) trata de la descripción, análisis e interpretación; en este caso de la utilidad que tienen las diferentes herramientas que brinda la estadística para el desarrollo de un estudio de simulación.

El diseño es documental, donde se realizó una revisión bibliográfica, empleando como técnica principal el análisis de contenido.

Análisis de los datos de entrada

Una vez identificadas todas las variables de interés del modelo, se debe proceder a recolectar la data, para lo cual se disponen de 3 fuentes: tomarlas directamente del sistema, recurrir a registros históricos o consultar a los expertos. Leemis (2004) señala que lo ideal es diseñar un

experimento para obtener la data directamente del sistema; pero esto no siempre es posible, debido a que el sistema puede que no exista o resulta muy costoso realizar el muestro para la recolección de los datos.

Una vez obtenidos los datos, Leemis (2004) y Kuhl et al (2007) coinciden en que el procedimiento consiste en verificar que exista independencia entre los mismos, luego se debe hacer el análisis exploratorio (histograma de frecuencia, gráfico de caja y bigotes, entre otros); posteriormente se estiman los parámetros de interés y por último se aplica la prueba de bondad de ajuste (χ^2 , Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling) para ver a que distribución de probabilidades se pueden ajustar esos datos. En caso de que no se disponga de un tamaño de muestra adecuado, señalan que es válido emplear el gráfico Q-Q.

En los sistemas en los que las llegadas de las entidades están fuertemente relacionadas con el tiempo, Nicol y Leemis (2014) y Kuhl et al (2007) comentan que este tipo de situaciones deben ser modeladas con los procesos de Poisson no homogéneos, donde es tema de investigación actual el determinar los parámetros de estos procesos.

Por otro lado, Kuhl et al (2007) indica que la tarea de asociar distribuciones de probabilidades a las variables de entrada se complica si no hay datos disponibles, ya que la distribución queda a merced de los expertos consultados y esta pudiera ser una de las causas de que las salidas del modelo no coincidan con el sistema real, otra razón pudiera ser que el experto haya seleccionado una distribución de probabilidad o unos valores para los parámetros que no sean los adecuados. El emplear la aproximación beta como

distribución para representar con buena exactitud una gran diversidad de formas de distribuciones y sus parámetros son recomendaciones realizadas por Kuhl et al (2007) y Kelton et al (2008) debido a la flexibilidad que tiene esta distribución así como lo fácil que resulta estimar a partir de los datos o de manera subjetiva sus parámetros. Existen tres fuentes de incertidumbre en las variables de salida de la simulación; la primera es la de naturaleza estocástica, producto de la aleatoriedad que rige al modelo; la segunda es la inherente al modelo, ocasionada por la selección de una distribución de probabilidades a la cual ajustar las variables de entrada entre una serie de distribuciones disponibles y la tercera es la relacionada al parámetro, debido a la estimación de los parámetros de interés de las variables de entrada; Corlu y Biller (2013) señalan que frecuentemente se menosprecia el impacto que tiene la incertidumbre del modelo y del parámetro en los resultados obtenidos en la simulación, sobre todo cuando no hay o se dispone de una cantidad limitada de datos.

Por su parte, Xie et al (2014) sugieren el empleo de la estadística bayesiana para abordar esta situación mientras que Hu y Hong (2015) proponen una simulación robusta, por medio de la cual cuantifican el impacto de la incertidumbre del parámetro en las medidas de desempeño del modelo asumiendo que el valor real del parámetro está contenido en un conjunto de valores, al probar todos esos valores se obtendrá el valor pesimista y el optimista lo que ayudará al momento de la toma de decisiones.

Validación del modelo

La validación consiste en asegurarse que los resultados del modelo coincidan con los reales, es decir se concentra en determinar

que el modelo es una adecuada representación del sistema.

Es una etapa clave del estudio, debido a que los resultados que el modelo proporcione serán empleados para la toma de decisiones y por ende la resolución del problema, por lo que si los resultados no son correctos evidentemente llevará al investigador a una toma de decisiones errónea.

Todo modelo se desarrolla para un propósito en específico y su validez vendrá dada con respecto a ese propósito; en tal sentido, Sargent (2005) hace hincapié en que si el objetivo del modelo es responder a una variedad de interrogantes, la validación del mismo deberá enfocarse necesariamente en la respuesta a cada una de esas interrogantes, ya que un modelo puede ser válido para una serie de variables de salida e inválido para otras, por lo que el investigador deberá asegurar la validez del modelo en término del grupo de estadísticas relacionadas a su propósito.

Entre las técnicas para validar un modelo de simulación se encuentran las señaladas por Sargent (2007):

- Animación: el comportamiento del modelo es animado con el propósito de visualizar el comportamiento de las entidades, recursos y líneas de espera y ver su concordancia con la realidad.
- Prueba degenerada: consiste en cambiar los parámetros de las variables de entrada con el objetivo de ver si la respuesta del modelo es acorde a lo esperado
- Comparación de los resultados del modelo con los de la realidad: se puede aplicar si el sistema existe y se dispone de resultados, evidentemente se debe

trabajar con estadísticas relacionadas al objetivo del estudio de simulación.

- Para hacer la comparación de los resultados del modelo con los del sistema real, Kelton et al (2008) indican que se puede emplear la prueba de bondad de ajuste (χ^2 o Kolmogorov-Smirnov) para dos muestras, para determinar si ambas pueden ajustarse a la misma distribución. Otra manera es construir un intervalo de confianza para la diferencia de la media de los resultados del modelo con respecto a la media de los valores reales, de forma tal que, si el 0 está contenido en el intervalo, se puede concluir que el modelo es una adecuada representación del sistema. Un procedimiento equivalente es realizar un contraste de hipótesis, donde $H_0: \mu_{\text{sistema}} = \mu_{\text{real}}$, versus $H_1: \mu_{\text{sistema}} \neq \mu_{\text{real}}$.
- Método Delphi: se selecciona a una serie de expertos y se les muestra el modelo y los resultados de este bajo ciertas condiciones; estos expertos deben por consenso concluir acerca de la validez del modelo. Este método se debe aplicar cuando no se dispone de suficientes datos reales.
- Test de Turing: consiste en suministrar a un grupo de expertos resultados reales y resultados obtenidos por el modelo, si son capaces de discernir cuales son reales y cuales provienen del modelo entonces se debe concluir que el modelo es inadecuado, en caso contrario se debe aceptar el modelo.

Para Wang (2013) las técnicas subjetivas (método Delphi, test de Turing) deben ser empleadas solo cuando las objetivas (pruebas estadísticas) no sean viables, lo cual ocurre cuando no se dispone de datos

reales o cuando el sistema que se está modelando no existe.

Análisis de las salidas

Una vez validado el modelo de simulación se puede proceder a experimentar con él, pero antes se debe identificar si se está modelando un sistema con terminación o un sistema sin terminación, ya que según sea el caso se procede de manera diferente para determinar el periodo de calentamiento, la longitud de la corrida de simulación y el número de réplicas necesarias. Robinson (2005) menciona que, para responder a esas interrogantes, así como para determinar si una alternativa es mejor que otra se requiere de determinadas habilidades estadísticas.

Los sistemas con terminación, como lo indica Law (2007), son aquellos en los que su funcionamiento finaliza debido a la ocurrencia de un evento y vuelven a comenzar bajo las mismas condiciones en las que inicio anteriormente su operación, mientras que los sistemas sin terminación son aquellos que operan de manera ininterrumpida a través del tiempo.

En la simulación con terminación, Currie y Cheng (2013), mencionan que por lo general es más fácil realizar el análisis de los resultados que las de no terminación debido a que no es necesario determinar el periodo de calentamiento.

Lo que implica que para obtener las salidas de interés se emplean todos los valores obtenidos en la simulación, señalan que los resultados representan el estado transitorio del sistema, ya que su distribución de probabilidades varía con el tiempo de la simulación y se ven influenciados por las condiciones de inicio del mismo, de allí la importancia de seleccionar adecuadamente

las condiciones de inicio de la simulación, para lo cual recomiendan:

- Observar el sistema real y recolectar valores sobre el número de entidades en cada una de las colas al inicio de la simulación.
- Correr el modelo asegurándose que al inicio se tendrá en cola la cantidad de entidades acorde a lo obtenido en el paso anterior.

Determinación del estado estable

En los sistemas sin terminación se debe determinar el periodo de calentamiento (tiempo que le toma al modelo alcanzar el estado estable) y tal como lo señalan Kelton et al (2008), todos los resultados obtenidos, durante ese tiempo, tienen que descartarse ya que, afectan a las estimaciones de los resultados proporcionados por el modelo.

Existen más de 44 métodos para determinar cuando el sistema alcanza el estado estable, agrupados en las siguientes categorías (Currie y Cheng, 2013 y Robinson, 2005):

- Métodos gráficos, donde el periodo de calentamiento se obtiene examinando la gráfica de la serie de tiempo de la salida de interés.
- Métodos heurísticos, donde se emplean reglas sencillas para determinar el periodo de calentamiento
- Métodos estadísticos
- Pruebas de inicialización de sesgo, donde se verifica que los datos de la serie de tiempo pierden el sesgo sobre la estimación de la salida de interés.
- Métodos híbridos: combinación del método de las pruebas de inicialización de sesgo con algún otro tipo de método.

De todos los métodos conocidos, Robinson (2005) recomienda el uso de solo cuatro: el método heurístico MSER-5, la detección del sesgo por batch medias, la inspección de serie de tiempo y el método de Welch (método gráfico) que emplea el promedio móvil de la salida de interés para ubicar el punto en el tiempo a partir del cual el promedio móvil permanece prácticamente sin cambio; ese punto en el tiempo sería el periodo de calentamiento. Señala, al igual que Law (2007) y Currie y Cheng (2013), que el método de Welch es el más empleado.

Por su parte Mahajan y Ingalls (2004) concluyen que no hay un método que funcione bien para todos los tipos de modelos, sin embargo, indican que siempre y cuando la longitud de la corrida sea larga el MSER-5 proporciona buenos resultados.

Determinación del número de corridas necesarias

Para obtener el número de réplicas que debe tener el modelo de simulación, Hoad et al (2007) discuten los 3 métodos principales: la regla de Thumb (hacer de 3 a 5 corridas), el método gráfico y el intervalo de confianza, donde una serie de réplicas se corren, se construye a partir de allí un intervalo de confianza y según la precisión deseada (medida en función de un error absoluto o relativo) se obtiene el número de réplicas que se deben realizar.

La debilidad que tiene este último método radica en que todos los valores deben ser independientes, asunto que no siempre se cumple en los estudios de simulación debido a la naturaleza de los sistemas que por esta vía se estudian. Sin embargo, autores como Law (2007), Robinson (2005), Alexopoulos (2006), Currie y Cheng (2013) muestran con detalle cómo se debe proceder (tanto en un

sistema con terminación como en uno sin terminación) para poder emplear la estadística clásica en el procesamiento e interpretación de una serie de datos que están correlacionado, resaltando además que la mejor forma de obtener la cantidad de corridas necesarias es por medio del intervalo de confianza.

Evaluación de alternativas

La parte final del análisis de las salidas está relacionado a la determinación de cual alternativa o configuración del sistema es la que proporciona mejores resultados, todo ello en función de las medidas de desempeño de interés. Para lo cual se procede por medio de intervalos de confianza para diferencia de medias o de contrastes de hipótesis donde la hipótesis nula es que la medida de desempeño de las alternativas que se están evaluando son iguales contra la hipótesis alternativa de que la medida de desempeño con una de las alternativas es mejor que con la otra.

COMENTARIOS FINALES

El investigador para conducir con éxito un estudio de simulación, necesariamente debe tener conocimientos sobre estimación, contraste de hipótesis, prueba de bondad de ajuste, entre otras; ya que debido al hecho de que las variables de entrada de estos modelos son de índole aleatoria, los resultados obtenidos también lo serán y el procesamiento incorrecto de los datos pudiera llevar al investigador a una toma de decisiones erróneas.

Con respecto al análisis de los datos de entrada ha sido de mucho interés el estudio de la incertidumbre relacionada a la distribución y a los parámetros, sobre todo

cuando no se dispone de suficientes datos, ya que se ha demostrado que esa incertidumbre afecta considerablemente los resultados obtenidos.

En la validación del modelo se sugiere el empleo de estimación o contraste de hipótesis antes que cualquier método subjetivo, siempre y cuando el sistema real exista y se disponga de datos.

En relación con el análisis de los resultados, esto dependerá de si es un sistema sin terminación o con terminación; a pesar de que esos valores están correlacionados se han propuesto una serie de métodos que permiten el empleo de la estadística clásica para su análisis. Continúa siendo de interés el investigar sobre métodos para determinar el periodo de calentamiento en un sistema sin terminación, ya que no se ha conseguido uno que funcione correctamente para toda la diversidad de modelos de simulación existentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alexopoulos, C. (2006). A comprehensive review of methods for simulation output analysis. Winter Simulation Conference, pp 168-178. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1218148>

Corlu, C; Biller, B. (2013). A subset selection procedure under input parameter uncertainty. Winter Simulation Conference. pp 463-473. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2676046>

Currie, C; Cheng, R. (2013). A practical introduction to analysis of simulation output data. Winter Simulation Conference. pp 328-341. Consultado desde: <https://www.informs-sim.org/wsc16papers/013.pdf>

Hoad, K; Robinson, S; Davies, R. (2007). Automating DES output analysis: how many replications to run. Winter Simulation Conference. pp 505-512. Consultado desde: <https://www.informs-sim.org/wsc07papers/060.pdf>

Hu, Z; Hong, L. (2015). Robust simulation of stochastic systems with input uncertainties modelled by statistical divergences. Winter Simulation Conference. pp 643-654. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2888692>

Kelton, W; Sadowski, R; Sturrock, D. (2008). Simulación con software Arena. 4ta ed. México DF. McGraw-Hill Interamericana.

Kuhl, M; Lada, E; Steiger, N; Wagner, M; Wilson, J. (2007). Introduction to modelling and generating probabilistic input processes for simulation. Winter Simulation Conference, pp 63-76. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1351558>

Law, A. (2007). Statistical analysis of simulation output data: the practical state of the art. Winter Simulation Conference. pp 77-83. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1351560>

Leemis, L. (2004). Building credible input models. Winter Simulation Conference, pp 29-40. DOI: 10.1109/WSC.2004.1371299

Mahajan, P; Ingalls, R. (2004). Evaluation of methods used to detect warm-up period in steady state simulation. Winter Simulation Conference. pp 663-671. Consultado desde: https://www.researchgate.net/publication/4111771_Evaluation_of_methods_used_to_detect_warm-up_period_in_steady_state_simulation

Nicol, D; Leemis, L; (2014). A continuous piecewise-linear NHPP intensity function estimator. Winter Simulation Conference. pp 498-509.

Robinson, S. (2005). Automated analysis of simulation output data. Winter Simulation Conference. pp 763-770.

Sargent, R. (2005). Verification and validation of simulation models. Winter Simulation Conference. pp 130-143.

Sargent, R. (2007). Verification and validation of simulation models. Winter Simulation Conference. pp 126-137. Consultado desde: <https://www.informs-sim.org/wsc07papers/014.pdf>

Tamayo, M. (2009). El proceso de la investigación científica. (5ta edición). México. Editorial Limusa.

Xie, W; Nelson, B; Barton, R. (2014). Statistical uncertainty analysis for stochastic simulation with dependent input models. Winter Simulation Conference. pp 674-685. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2693942>

Wang, Z. (2013). Selecting verification and validation techniques for simulation projects: a planning and tailoring strategy. Winter Simulation Conference. pp 1233-1244. Consultado desde: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2676140>

Fecha de recepción: 12 de abril de 2017

Fecha de aceptación: 09 de octubre de 2017