



## PERIODICIDADES PLURIANUALES DE UNA SERIE DE ESCURRIMIENTOS

**Néstor R. Correa. Instituto de Recursos Hídricos, Universidad de Hannover, Alemania.**  
**Edilberto Guevara Pérez, Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo.**

### RESUMEN

En el trabajo se analizan las periodicidades plurianuales de una serie de caudales acumulados a fin de determinar estrategias para el manejo de los cursos hídricos de una región árida. Se discuten los fundamentos del análisis espectral y del análisis armónico. Los ángulos de fase de las frecuencias seleccionadas (bajo un criterio estadístico) fueron recalculados minimizando los errores cuadrados mediante el procedimiento de optimización de Levenberg-Marquardt. Finalmente, a partir de las bandas de frecuencias significativas encontradas, se sintetiza parcialmente la serie de escurrimientos.

### INTRODUCCIÓN

La implementación de estrategias a largo plazo para el uso conjunto de las aguas superficiales y subterráneas requiere de un conocimiento detallado del comportamiento de las series históricas. Este problema es de especial relevancia en regiones donde los recursos hídricos son muy limitados, tal como zonas áridas y semiáridas, que obligan al estudio de políticas de uso óptimo de dichos recursos.

Por lo expuesto, se ha considerado conveniente llevar a cabo una investigación de la serie histórica de los volúmenes acumulados de escurrimiento, tomando como caso de estudio la región de los valles de ULLUM-ZONDA y TULUM, ubicada en el pie de Monte Andino, cerca de San Juan, Argentina. En estos valles se utilizan las aguas del río San Juan conjuntamente con el agua subterránea para varios propósitos, principalmente para riego, ya que las precipitaciones anuales en el orden de 95 mm, no cubren la demanda creada por la evapotranspiración potencial, la cual alcanza un promedio de 1230 mm/año. La serie histórica de caudales abarca un período de 75 años cuyo comportamiento interanual se presenta en la Figura 1.

Casi la totalidad del escurrimiento superficial proviene del derretimiento de la nieve o del hielo de los glaciares en los Andes y constituye la principal fuente de recarga de los acuíferos. Por ello, el déficit para cubrir la demanda de agua define las necesidades del agua subterránea. El régimen de escurrimiento superficial puede regularse mediante un embalse de capacidad estacional.

Para poder determinar los requerimientos de embalse y de recarga subterránea con precisión, es necesario simular el comportamiento estocástico de los datos históricos, con la finalidad de generar series sintéticas de longitud, por lo menos igual al período de operación previsto.

En este trabajo se presentan los resultados del análisis espectral y armónico, como una caracterización de las series plurianuales de caudales. Constituye una parte de una investigación mucho más amplia sobre el uso conjunto de los recursos hídricos superficiales y subterráneos.

### FORMULACION DEL PROBLEMA

En la zona bajo estudio se realiza desde hace años un pronóstico de escurrimientos mensuales. Este pronóstico está basado en una correlación múltiple entre los datos de la cantidad de nieve acumulada en la cuenca alta y los datos de escurrimiento. Si se llevara a cabo un manejo de los recursos hídricos a corto plazo, podría darse el caso de que las decisiones durante el año (recarga artificial de acuíferos, transvase de agua desde o hacia otra

cuenca, reducción de la recarga natural de los acuíferos, etc.) produzcan un estado de mayor desequilibrio del sistema en los siguientes años, del que resultaría en caso de que no se influenciara el proceso natural.

Así por ejemplo, no sería razonable llevar a cabo estrategias de recarga artificial de acuíferos (con costos relevantes) en zonas áridas o semiáridas, si se espera que en los próximos años escurran excesos de agua superficial y como consecuencia se produzca un incremento de la recarga natural de los acuíferos.

Si la futura recarga natural de los acuíferos es muy grande, el agua recargada artificialmente puede transformarse en problemas de drenaje (con los consiguientes costos de saneamiento).

Si se busca que las estrategias a corto y largo plazo sean concordantes, no es posible optimizar el manejo de los recursos hídricos a corto plazo sin un objetivo a largo plazo para el almacenamiento de los recursos hídricos subterráneos. Por lo tanto, el manejo y la optimización de los recursos hídricos a largo plazo en la zona bajo estudio está estrechamente relacionado con las secuencias de años, con abundancia y escasez de escurrimiento superficial.

Las series sintéticas reproducen los parámetros estadísticos, pero no pueden simular secuencias similares de años ricos y pobres en escurrimiento, que son fundamentales para el desarrollo de estrategias (aplicables en la práctica) para el almacenamiento del agua. Esta es la principal motivación para realizar el análisis de la serie histórica de los escurrimientos acumulados (año hidrológico) del río San Juan.

## ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO

El análisis de la serie de tiempo es el primer paso para realizar un pronóstico de escurrimiento a largo plazo. En general, una serie de tiempo puede ser desagregada en un componente determinístico, que es adecuado para el pronóstico, y un componente estocástico. El componente estocástico contiene toda la información originada en efectos y oscilaciones irregulares que sólo pueden ser considerados mediante el uso de los conceptos de probabilidad y autocorrelación (p.e. términos aleatorio y autorregresivo). El componente determinístico puede consistir en un comportamiento no-periódico, que se denomina tendencia (p.e. cambios en el uso del suelo en la cuenca, urbanizaciones, etc.) y/o saltos (p.e. construcción de una presa o derivación), y de un comportamiento periódico (o cíclico) (influencia de los cambios regulares anuales del clima).

Una forma usual de analizar la estructura de una serie de tiempo (véase p.e. Plate, 1971; Kottekoda, 1980) es representar a la serie  $X_{(t)}$  por medio de un modelo de descomposición del tipo:

$$X_{(t)} = T_{(t)} + P_{(t)} + \xi_{(t)} \quad (1)$$

$T_{(t)}$ : tendencia y/o saltos (parte determinística)

$P_{(t)}$ : componente periódico (parte determinística)

$\xi_{(t)}$ : componente estocástico (parte autorregresiva y aleatoria)

Este modelo no es siempre adecuado ya que  $T_{(t)}$  o  $P_{(t)}$  pueden contener efectos estocásticos. Por el contrario, efectos determinísticos pueden estar contenidos en el componente  $\xi_{(t)}$  (Kottekoda, 1980). Lo anterior podría atribuirse a una incorrecta especificación del modelo o a la falta de un conocimiento completo del proceso natural. Los diferentes componentes de la serie de tiempo podrían también interactuar en forma multiplicativa, es decir:

$$X_{(t)} = T_{(t)} \cdot P_{(t)} \cdot \xi_{(t)} \quad (2)$$

Este modelo se puede transformar en el modelo lineal de la ecuación (1) mediante logaritmación.

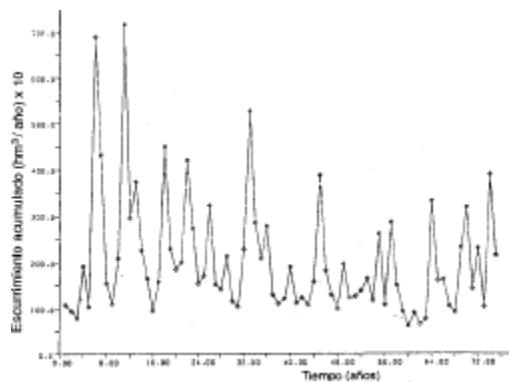
El análisis del componente determinístico de la serie de tiempo tiene particular importancia para el posterior desarrollo de estrategias a largo plazo para el manejo de los recursos hídricos en la zona bajo estudio (Correa,

1986). Los pronósticos sólo son aplicables para períodos de tiempo de corta duración, ya que no consideran la causalidad de los procesos naturales. En modelos estocásticos se consideran solamente oscilaciones mensuales o anuales, cuyo comportamiento se explica por fenómenos físicos.

Hay muchos fenómenos naturales con componentes periódicos conocidos, por ejemplo los períodos de un día como producto de la rotación de la tierra o los períodos de un año como consecuencia del movimiento de traslación.

En muchos otros casos se desconocen las frecuencias de las oscilaciones, las que pueden ser determinadas mediante el análisis espectral.

El estado actual de los conocimientos no permite explicar físicamente el origen de los componentes periódicos plurianuales (estadísticamente significativas), que se presentan en algunas series de tiempo. Algunos autores (véase p.e. Kotegoda, 1980) proponen utilizar los componentes periódicos plurianuales (períodos mayores de un año), estadísticamente significativos, solamente si se conoce una explicación física incuestionable.



**Figura 1. Serie histórica de escurrimientos acumulados anuales del Río San Juan (Argentina).**

Otros autores han identificado y aplicado en sus estudios estas periodicidades (véase p.e. Fleer, 1981; Kovalevsky, 1982). El fenómeno del Niño ha acaparado la atención de muchos investigadores en los últimos años. Este fenómeno presenta aparentemente un período de aproximadamente 5 años (Fleer, 1981), que coincide con una de las bandas de frecuencia significativas encontrada en el presente trabajo (véase Figuras 4 y 5). Este problema pertenece al campo de la Meteorología y la Climatología y no se discutirá aquí al respecto.

Mediante un análisis de doble masa no pudieron constatarse saltos o tendencias significativas en la serie de escurrimientos acumulados. Es probable la presencia de periodicidades plurianuales en la serie de escurrimientos acumulados, dado que el escurrimiento en el área bajo estudio proviene casi exclusivamente del derretimiento de la nieve y del hielo de los glaciares de la Cordillera de los Andes.

En los puntos siguientes se investigan los períodos plurianuales de la serie histórica, para tal efecto se usa análisis espectral y análisis armónico. Mediante el **análisis espectral de autocovarianza** se investigan las frecuencias (desconocidas) de las componentes periódicas de la serie. Las amplitudes y ángulos de fase de las periodicidades se calculan por medio de un **análisis de Fourier** (análisis armónico). Finalmente se seleccionan las frecuencias estadísticamente significativas mediante un análisis de varianza.

### **Análisis Espectral de Autocovarianza:**

El análisis espectral de autocovarianza está basado en un modelo puramente estocástico. En este modelo se asume que las observaciones pertenecen a un proceso aleatorio y que no pueden ser descritas mediante funciones estadísticas.

Los procedimientos del análisis espectral de autocovarianza son aplicables, en principio, sólo a observaciones estocásticas estacionarias y ergódicas (Bendat y Piersol, 1980). También pueden analizarse observaciones estocásticas conteniendo periodicidades superpuestas (con cierta reserva). La serie de tiempo de escurrimiento superficial se encuentra comprendida en este último caso.

Si se analiza y separa la posible presencia de una tendencia lineal en la serie, las observaciones reducidas resultantes pueden considerarse como un proceso estacionario (el valor medio y la función de autocovarianza no cambia con el tiempo). El proceso es también ergódico (los estimadores de las funciones estadísticas calculados a partir de los datos medidos durante el período de registro se consideran representativos de los valores de las funciones verdaderas). La información contenida en la serie de caudales se expresa por su media, varianza y autocovarianza (autocorrelograma). La misma información contenida en la función de autocovarianza es dada por su transformada de Fourier (Fourier coseno, transformación del autocorrelograma), denominada función de densidad espectral.

Algunos aspectos de las series estacionarias se pueden observar mejor en una de las formas que en la otra. El análisis espectral se ocupa de la investigación de las periodicidades de la serie de tiempo en el campo de las frecuencias ( $1/T$ ); el análisis de correlación, de las relaciones temporales ( $T$ ) en la serie de tiempo. Todas las propiedades de un proceso estocástico pueden ser observadas tanto en el campo de las frecuencias como en el campo temporal.

El análisis espectral de autocovarianza no proporciona información respecto a los ángulos de fase de las periodicidades. Para aclarar este punto supóngase una función periódica pura (Ec. 3) como muestra la Figura 2. La función de autocovarianza (correlograma serial) de esta función periódica ( $K_{PF(t)}$ ) es también periódica pura (Ec. 4), como ha sido demostrado p.e. en Bendat y Piersol (1980):

$$X_{(t)} = P_{(t)} = C \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad (3)$$

En la función de autocovarianza están presentes la amplitud  $C$  y la frecuencia  $\omega$  pero no existe información sobre la fase  $\phi$ .

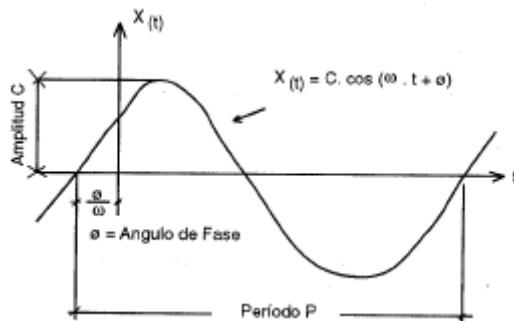


Figura 2. Función Periódica Pura.

La función de autocovarianza ( $K_{\xi F(t)}$ ) de un proceso aleatorio (es decir  $X_{(t)} = \xi(t)$ ) presenta la forma típica de la Figura 3 (véase p.e. DVWK, 1985). El valor para  $\tau = 0$  es  $\sigma_x^2$  (varianza total). El valor de la función de autocovarianza es  $K_{\xi F(t)} = 0$  para  $\tau = \tau_{\max}$ .

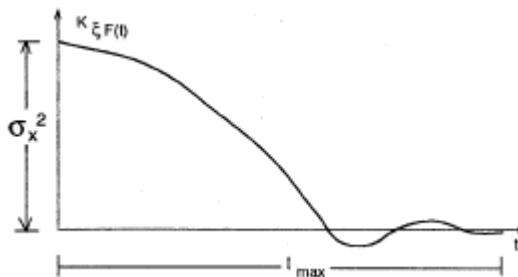


Figura 3. Función de autocovarianza de un proceso aleatorio.

La función de autocovarianza de la superposición de un proceso aleatorio  $\xi_{(t)}$  y de una componente periódica pura  $P_{(t)}$  es igual a la suma de las respectivas funciones de autocovarianza (Ec. 5; DVJW, 1985):

$$K_{XP(t)} = K_{\xi P(t)} + K_{PP(t)} \quad (5)$$

Como consecuencia de esta propiedad se pueden reconocer funciones periódicas en el autocorrelograma si:

$$K_{XP(t)} \neq 0 \text{ para } \tau \geq \tau_{\max} \quad (6)$$

para obtener una buena estimación del espectro, la longitud de registro de la serie observada debe ser relativamente grande. De ser posible, la serie de tiempo debería contener no menos de 100 elementos (Plate, 1971). En la zona de estudios existen solamente 75 años de registros. No obstante, para determinar si en la serie existen bandas de frecuencias significativas, se realiza un análisis espectral de dicha serie de caudales acumulados anuales.

Para el análisis espectral y armónico se usaron los valores anuales en vez de datos mensuales, ya que estos últimos no aportan nueva información respecto a las periodicidades plurianuales (la armónica fundamental mensual sería un doceavo de la armónica fundamental anual). Para el filtrado de las funciones de autocorrelación y de densidad espectral se utilizaron las funciones de peso ("lag windows") de Parzen, Hann-Tukey, Hamming, Bartlett (triangular) y una función rectangular (Jenkins, 1968). Mediante la aplicación de distintas funciones de peso es posible verificar si ocurren cambios en las amplitudes y/o frecuencias en dependencia de la función de peso aplicada.

Los resultados del análisis espectral muestran 5 bandas de frecuencia con amplitudes significativas para todas las funciones de peso aplicadas, que se corresponden con períodos de aproximadamente 74,0; 12,3; 7,4; 5,7; y 3,8 años. En la Figura 4 se muestran las funciones de autocorrelación y de densidad espectral de la serie de derrames acumulados analizada, para la función de peso de Parzen.

Para verificar la presencia de las cuatro últimas bandas de frecuencia anteriormente citadas, se realizó el mismo análisis con dos trozos de la serie histórica, de 45 años cada uno (tomados desde el comienzo y a partir del final de la serie histórica). Se encontraron (en estas dos series) espectros de amplitudes con bandas de frecuencias significativas similares a las de la serie histórica completa. Las magnitudes en los espectros de amplitudes son, por el contrario, distintos para cada una de las subseries de tiempo analizadas.

Debido a que el objetivo de la investigación es la reconstrucción parcial de la serie de tiempo (secuencia de años ricos y pobres en escurreimientos), se necesitan los ángulos de fase respectivos. Estos últimos pueden ser determinados mediante un análisis armónico (análisis de Fourier).

### Análisis Armónico (Análisis de Fourier)

Un método muy común para el análisis de procesos periódicos es el análisis armónico de Fourier (véase p.e. Bronstein et al, 1969; Taubheim, 1969; Godin, 1972). El análisis de Fourier está basado en asumir un modelo puramente determinístico.

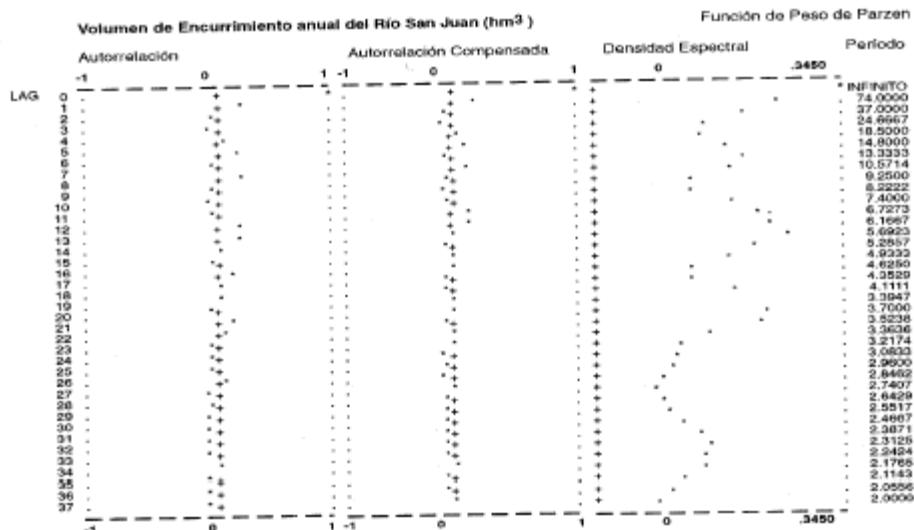


Figura 4. Funciones de autocorrelación y de densidad espectral.

Las observaciones  $X(t_k)$  de  $T = 2n + 1$  períodos equidistantes de tiempo  $t_k$  pueden ser sustituidas por medio de  $k$  funciones periódicas:

$$X(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n a(k\omega_0) \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^n b(k\omega_0) \sin(k\omega_0 t) \quad (7)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} : \text{armónica fundamental (1/a).}$$

$a_0$  : valor medio de la serie de escurreimientos ( $1 \text{ hm}^3/\text{a}$ )

$t$  : tiempo (años)

$T$  : período de registro (años)

Los diagramas que representan los parámetros  $a(k\omega_0)$  y  $b(k\omega_0)$  (coeficientes de Fourier) en función de la frecuencia se denominan espectro de las observaciones:

$$a(k\omega_0) = \frac{2}{T} \sum_{k=1}^n I_0(t_k) \cos(k\omega_0 t_k) \quad (8)$$

$$b(k\omega_0) = \frac{2}{T} \sum_{k=1}^n I_0(t_k) \sin(k\omega_0 t_k)$$

Las amplitudes  $C(\omega_k)$  para frecuencias fijas  $\omega_k = k\omega_0$  vienen dadas por el espectro de amplitudes:

$$C(\omega_k) = \sqrt{a^2(\omega_k) + b^2(\omega_k)} \quad (9)$$

La función queda completamente descrita por sus coeficientes de Fourier (Ec. 8) y puede ser totalmente reconstruida usando los coeficientes  $a(\omega_k)$  y  $b(\omega_k)$ .

Los ángulos de fase respectivos  $\phi(\omega_k)$  (referidos al origen  $t = 0$ ) determinan el **espectro de fases**:

$$\varphi(\omega_k) = \arctan \left( -\frac{b(\omega_k)}{a(\omega_k)} \right) \quad (10)$$

Usando estos parámetros se puede escribir la serie de Fourier en forma resumida como:

$$X(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n C(k\omega_0) \cdot \sin(k\omega_0 t + \varphi(k\omega_0)) \quad (11)$$

donde:

$C(k\omega_0)$  : amplitud de la frecuencia  $k$  ( $\text{Hm}^3$ )

$\varphi(k\omega_0)$  : ángulo de fase de la frecuencia  $k$  (rad).

Las frecuencias  $\omega_k$  para el cálculo de los espectros de amplitudes y de fases se pueden seleccionar con la condición de que los intervalos de frecuencia sean por lo menos de  $\omega_0$  (criterio de Raleigh, véase p.e. Godin, 1972). El criterio de Raleigh puede ser interpretado como la condición de que una onda ficticia con una frecuencia  $\omega_0$  debe recorrer por lo menos un período completo dentro de la serie de tiempo observada.

En caso de que la serie de tiempo contenga componentes periódicas de diferentes orígenes (Plate, 1971), pueden presentarse complicaciones en la determinación de las periodicidades significativas. Este caso se da cuando las componentes periódicas no están relacionadas armónicamente (entre dos procesos con períodos  $P_1$  y  $P_2$  no existe un número entero  $m$  tal que sea  $P_1 = m \cdot P_2$  ó  $P_2 = m \cdot P_1$ ). Debido a ello, es recomendable interpretar al espectro de amplitudes como información sobre la posible presencia de bandas de frecuencias con amplitudes significativas.

El espectro de amplitudes obtenido mediante el análisis armónico se presenta en la Figura 5.

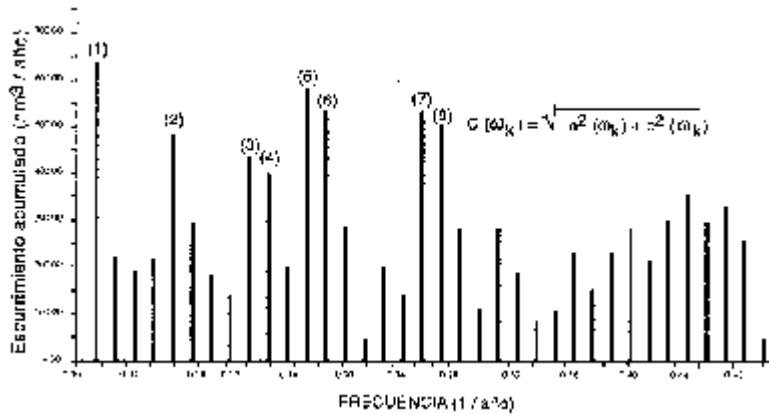


Figura 5. Espectro de amplitudes de los escurrimientos acumulados anuales.

### Análisis de Varianza

Se ha efectuado un análisis de varianza del espectro de amplitudes a fin de determinar las frecuencias estadísticamente significativas (véase p.e. Kottekoda, 1980). A partir de las ecuaciones 4 y 5 se deduce que para  $\tau = 0$  la varianza debida a las componentes periódicas es:

$$K_{PF(0)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n C^2(k\omega_0) \quad (12)$$

La varianza total de la serie de escurrimientos observados se calcula mediante:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{k=1}^n (X(t_k) - a_0)^2; \quad \sigma_x^2 = K_{PP(0)} + K_{PP(1)} \quad (13)$$

En este caso la hipótesis nula ( $H_0$ ) a considerar es que la varianza explicada por la amplitud de la armónica  $k$  de la serie de Fourier ( $0,5 \cdot C^2(k, \omega_0)$ ), (véase Ec. 12) es igual a cero (Kottegoda, 1980).

A fin de determinar las frecuencias significativas a considerar se realizó un análisis de varianza con un nivel de significancia  $\alpha = 0,05$ . Las frecuencias estadísticamente significativas fueron seleccionadas mediante la prueba F. Se realizó el análisis de varianza de las amplitudes ordenadas de mayor a menor. Si una amplitud dada es aceptada por la prueba F como estadísticamente distinta de cero, su correspondiente varianza se descuenta de la última varianza residual con que se realizó la prueba; se continúa la prueba con la varianza residual no explicada. De este modo fueron seleccionadas 8 frecuencias (véase Figura 5, de 1 a 8).

Estas componentes periódicas estadísticamente significativas constituyen la componente periódica plurianual de la serie de escurrimientos analizada. Las mismas explican el 60% de la varianza total de la serie histórica. La varianza residual no explicada por las periodicidades significativas debe ser atribuida a la componente estocástica (véase Ec. 5).

## RESULTADOS

La selección de frecuencias produce la distorsión de los ángulos de fase. Se ha utilizado el método de optimización de Levenberg-Marquardt (p.e. Kuester and Mize, 1973) para la determinación de los nuevos ángulos de fase. La función objetivo es minimizar la suma de los errores cuadrados entre los valores observados y calculados. Los parámetros a ser optimizados son los ángulos de fase de las frecuencias seleccionadas.

De este modo, la función periódica plurianual del escurrimiento superficial ( $y(t)$ ) ha sido aproximada utilizando 8 frecuencias de la serie de Fourier mediante la expresión:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^8 C_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (14)$$

- $C_i$  : amplitud de la frecuencia estadísticamente significativa  $i$  ( $\text{Hm}^3$ )
- $\omega_i$  : frecuencia estadísticamente significativa  $i$  ( $1/\text{a}$ )
- $\phi_i$  : ángulo de fase de la frecuencia estadísticamente significativa  $i$ .

Los escurrimientos anuales observados y simulados (mediante análisis armónico) se representan en la Figura 6. En dicha Figura se observa que la función periódica plurianual de escurrimientos podría reflejar las posibles secuencias futuras de años ricos y pobres en caudales. La función periódica plurianual fue aproximada mediante una serie de Fourier (el coeficiente de correlación entre los valores observados y sintetizados es 0,77). La serie sintética simula adecuadamente la permanencia de años con caudales por encima y por debajo de la media (años ricos y años pobres en escurrimiento). Si se acepta que las mismas periodicidades plurianuales serán válidas en el futuro, se pueden investigar estrategias de manejo a largo plazo de los recursos hídricos de la zona en estudio (Correa, 1986).

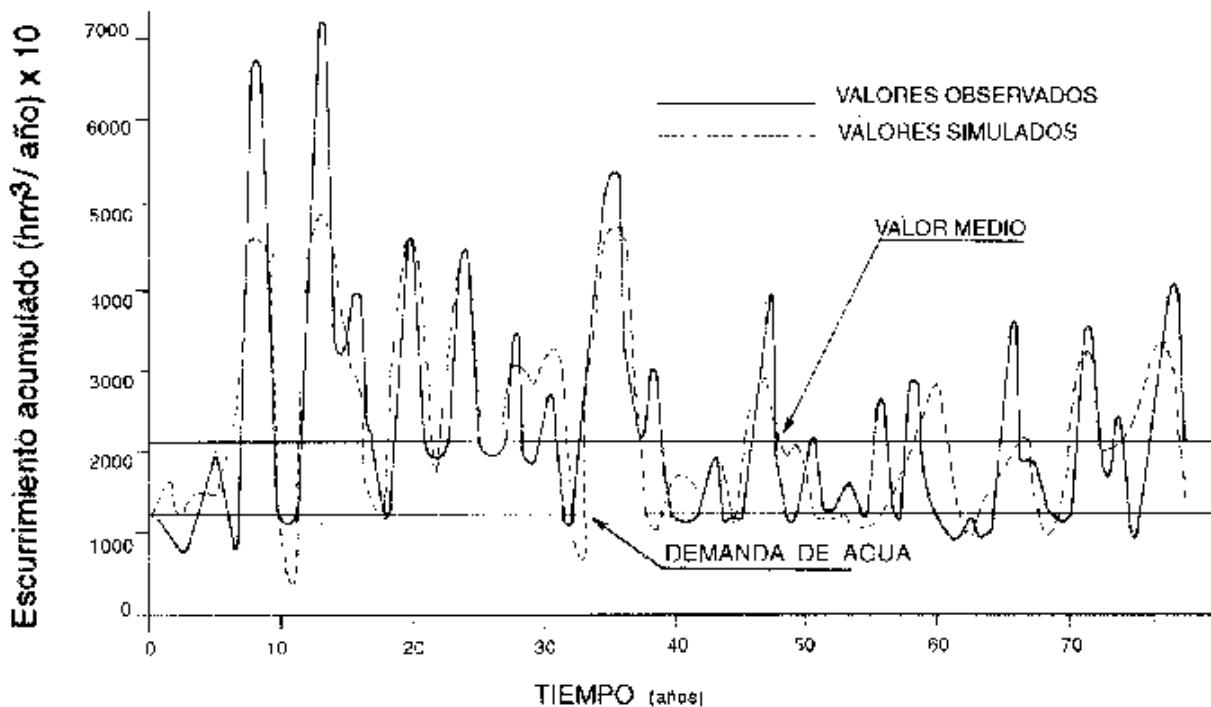


Figura 6. Serie de escurrimientos anuales observados y simulados.

#### REFERENCIAS

1. Bendat J.S. y A.G. Piersol, 1980: Engineering Applications of Correlation and Measurements and Analysis of Random Data. J. Wiley and Sons Inc., New York.
2. Bronstein I. y K Semendjajew, 1969: Taschenbuch der Mathematik (Handbook of Mathematics). Harri Deutsch, Zurich and Frankfurt/M.
3. Correa N.R., 1986: Determination of a Long-Term Groundwater Storage Function for the Optimization of Conjunctive Water Use. In: Conjunctive Water Use. IAHS Publication N° 156.
4. DVWK (Piate E.), 1985: Weiterbildendes Studium Bauingenieurwesen. Hydrologie-Wasserwirtschaft. III Semester, Modelltechnik in Hydrologie and Wasserwirtschaft (Model Technique in Hydrology and Water Resources). Univ. Hannover.
5. Fleer H., 1981: Large-Scale Tropical Rainfall Anomalies. Bonner meteorologische Abhandlungen Heft 26, Ferd. Dummlers Verlag, Bonn.
6. Godin G., 1972: The Analysis of Tides. Univ. Pr., Liverpool.
7. Guevara E., 1984: "Modelos Estocásticos para la Simulación de Series Hidrológicas". Serie H-CIDAT
8. Guevara E., 1980: Generación de Caudales Mensuales mediante las Series de Fourier. El Agua N° 19, SVIH, Caracas.
9. Guevara E., 1981: Análisis Estocástico de Series de Tiempo Univariadas. El Agua N° 25 SVIH Caracas.
10. Guevara E., 1981: Aplicación de la Metodología BOX-JENKINS en la Modelación Estocástica de Caudales Mensuales. III Jornadas de Ing. Hidráulica, Barquisimeto.
11. Jenkins G. y D. Watts, 1968: Spectral Analysis and its Applications. Holden-Day, San Francisco.
12. Kotegoda N.T., 1980: Stochastic Water Resources Technology. Macmillan Press Ltd., London.
13. Kovalevsky VS., 1982: Problems of Long-Term Groundwater Regime and Resources Forecasting. In: Improvement of Methods of Long Term Prediction of Variations in Groundwater Resources and Regimes Due to Human Activity. IAHS-AIHS Publication N° 136.

14. Kuester J.L. y J.E. Mize, 1973: Optimization Techniques with FORTRAN. McGraw-Hill Book Company, New York.
15. Plate E., 1971: Analyse kontinuierlicher Zufallsfunktionen (Analysis of Continuous Time Series). Mitteilung des Instituts Wasserbau III, Univ. Karlsruhe, N° 1.
16. Taubheim J., 1969: Statistische Auswertung geophysikahscher Daten (Statistic Computation of Geophysical Data). Geest & Portig, Leipzig.