



INGENIERIA UC

Organo de Divulgación Científica y Tecnológica
de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad de Carabobo



FACULTAD
DE
INGENIERIA
U.C.

MODELO MATEMATICO PARA ANALIZAR PRUEBAS DE PRESION EN POZOS HORIZONTALES

**María Coronado, Jaime Guerra, UCV
Ramón Silva, Miguel Ramones, INTEVEP S.A.,
Giovanni Da Prat, HRS, Haliburton Reservoir Services**

RESUMEN

En el análisis del comportamiento de la presión transitoria en pozos horizontales la literatura tradicionalmente ha supuesto que el yacimiento tiene una extensión infinita al momento de obtener las ecuaciones que describen el comportamiento del flujo transitorio en un pozo horizontal. Tal suposición puede producir resultados erróneos. Debido a que la existencia de fronteras en el yacimiento afecta la posible ocurrencia de los regímenes de flujo, se requiere que el sistema físico sea lo más fiel posible, es decir, el análisis deberá ser hecho sobre un volumen de drenaje con frontera cerrada, anisotrópicos, y conociendo la longitud y ubicación del pozo dentro del yacimiento.

El objetivo de este artículo es presentar un modelo matemático desarrollado para analizar los "transientes" de presión en pozos horizontales en yacimientos cerrados con área de drenaje rectangular y dar un método para interpretar los datos obtenidos de las pruebas de declinación de presión. Se demuestra que dependiendo de la longitud del pozo y de su ubicación dentro del yacimiento pueden ocurrir cuatro regímenes de flujo, a saber: Radial Temprano, Lineal Temprano, Seudo Radial Tardío y Lineal Tardío. El tiempo inicial y final de cada régimen de flujo es calculado decidiendo e indicando los regímenes de flujo que ocurren en cada caso. Los ejemplos de campo mostrados evidencian los efectos del almacenamiento y límites que pueden enmascarar los períodos de flujo radial, indicando así la aplicabilidad del modelo desarrollado.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha incrementado el interés en la perforación y completación de pozos horizontales (Figuras 1-2). Tal interés se debe principalmente a: incremento de la tasa de producción, control sobre formaciones con capa de gas o agua de fondo, producción en formaciones petrolíferas parcialmente agotadas, mejoramiento de recobros secundarios y terciarios, aumento de producción en pozos de yacimientos naturalmente fracturados (Figura 3-4). Todas las ventajas asociadas a la utilización de pozos horizontales conduce a la necesidad de buscar una metodología que estudie el comportamiento del flujo en tales pozos e interprete los datos obtenidos de las diferentes pruebas de presión.

En este trabajo se presenta el desarrollo matemático para analizar el comportamiento de presión durante el período de flujo transitorio en pozos horizontales basado en el trabajo publicado por Babu y Odeh ⁽¹⁾, el cual, proporciona un método para interpretar los datos obtenidos de las pruebas de restauración y declinación de presión. Los tiempos iniciales y finales de cada régimen de flujo son calculados, así como también, las ecuaciones para analizar los datos obtenidos de las pruebas de presión.. Finalmente se presentan los resultados obtenidos computacionalmente al realizar el análisis de los datos disponibles, decidiendo e indicando los regímenes de flujo que ocurren en cada caso. Se calculan las correspondientes permeabilidades (o relación de permeabilidades dependiendo del régimen de flujo) y daño, causado por alteración de la permeabilidad alrededor del pozo. Para el último régimen de flujo (lineal tardío) se calculan el daño causado por penetración parcial del pozo y el daño total, el cual, relaciona los daños mencionados previamente.

ASPECTOS TEÓRICOS

Para obtener las ecuaciones que describen el comportamiento de la presión durante el período transitorio los autores Clonts ⁽²⁾ y Daviau ⁽³⁾ suponen, en sus artículos, que el área de drenaje del pozo horizontal tiene una extensión infinita, tal suposición los lleva a identificar dos regímenes de flujo: uno radial vertical alrededor del pozo (tiempos cortos) y otroseudoradial en el plano x - y (tiempos largos). Kuchuk ⁽⁴⁾ supone un área de drenaje de extensión semi-infinita (finita en la dirección y) e identifica tres posibles regímenes de flujo: un primer período de flujo radial vertical alrededor del pozo (tiempos cortos), un segundo período de flujo semiradial debido al efecto de fronteras (cerradas al flujo) cercanas al pozo en la dirección x, y un tercer período de flujo radial observado para tiempos largos. Ozkan ⁽⁵⁾ y Goode ⁽⁶⁾ realizaron el análisis de la respuesta de presión sin identificar régimen de flujo alguno y los resultados obtenidos los cotejaron con los resultados arrojados por simuladores numéricos.

Algunos autores -Daviau ⁽³⁾ y Kuchuk ⁽⁴⁾ han incluido en sus trabajos el comportamiento de la presión bajo el efecto de almacenamiento y daño de la formación, mientras que otros -Babu y Odeh ⁽¹⁾ realizan el análisis suponiendo que en la formación no existe daño, ni efecto de almacenamiento.

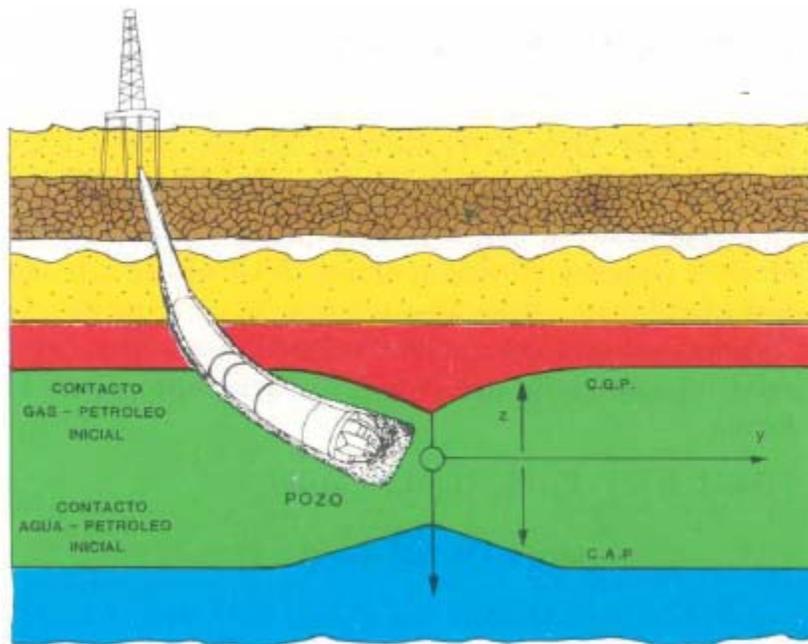


Figura 1. Perforación horizontal.

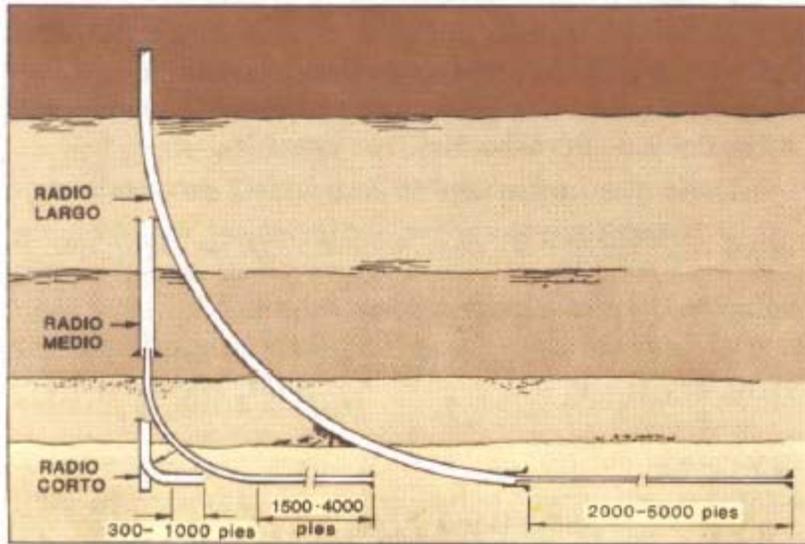


Figura 2. Tipos de perforaciones.

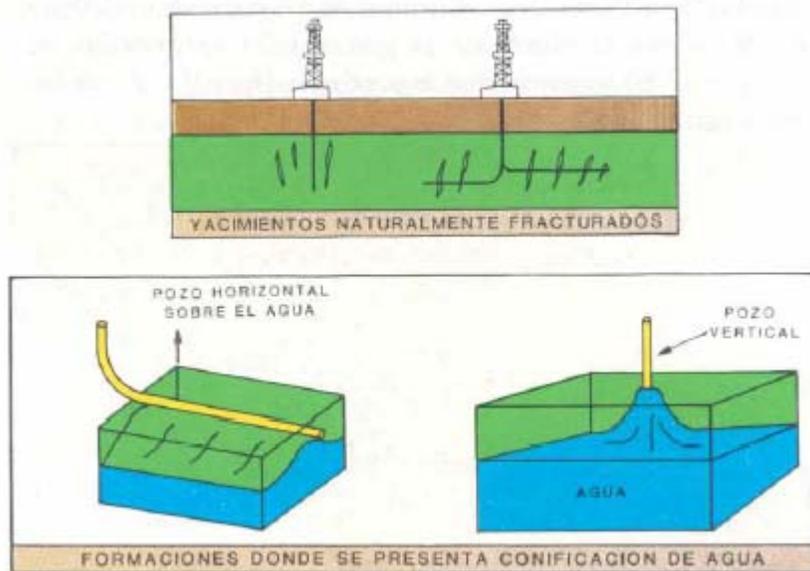


Figura 3. Ventajas de la perforación horizontal

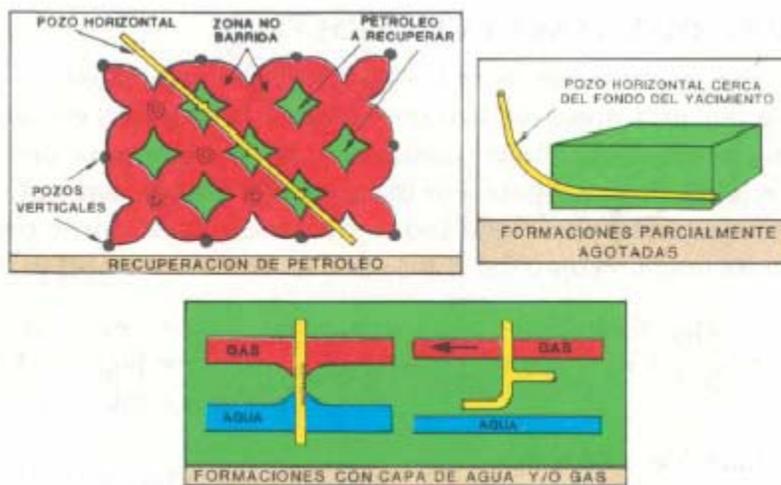
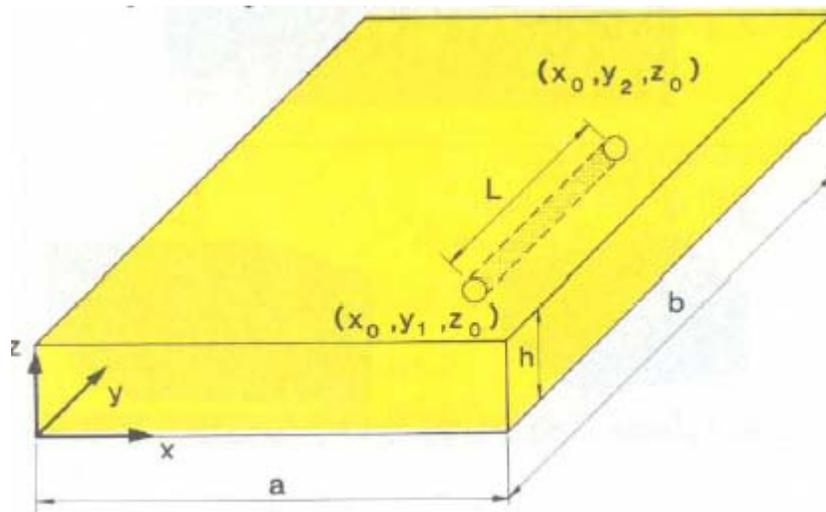


Figura 4. Ventajas de la perforación horizontal.

MODELO FISICO

La Geometría del modelo (Figura 5) consiste de un pozo de radio r_w , longitud L y paralelo al eje de coordenadas y , ubicado en un modelo de drenaje (aproximadamente un paralelepípedo) cuyas dimensiones son: ancho = a (eje x), espesor = h (eje z), longitud = b (eje y). La longitud del pozo es menor o igual que b y se extiende desde y_1 hasta y_2 . Las coordenadas del pozo son x_0 y z_0 en el eje x y eje z respectivamente. La formación es homogénea y no isotrópica (permeabilidades diferentes en las respectivas direcciones), las permeabilidades son denotadas por k_x, k_y, k_z , en las direcciones de los respectivos ejes coordenados. La porosidad, ϕ , es constante y el fluido tiene compresibilidad muy pequeña. La viscosidad y la compresibilidad son constantes. El pozo produce a una tasa constante, q , el flujo es monofásico y uniforme. Todas las fronteras del volumen están cerradas al flujo, se desprecia el efecto de la gravedad y la presión antes que el pozo comience a producir ($t = 0^+$) es uniforme e iguala P_i .



NO HAY FLUJO EN LA FRONTERA

Figura 5. Modelo Físico

REPRESENTACION MATEMÁTICA

Si q_0 representa la tasa de flujo del pozo (idealizado por una línea fuente) por unidad de longitud en cada punto de la fuente, entonces, la ecuación que describe el flujo de petróleo en el medio poroso homogéneo no isotrópico (bajo todas las condiciones, tanto de la formación como del fluido dadas anteriormente) es:

$$k_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{c_t \phi \mu}{0.0002637} \frac{\partial P}{\partial t} = \beta q_0 \quad (1)$$

donde $\beta = 886.9 \beta \mu$

Para el instante $t = 0$ comienza la producción en el pozo, tal producción genera un cambio de presión en el yacimiento. La relación que describe dicho cambio se denomina función de entrada y su dominio es el pozo. La tasa de producción es constante (no varía con el tiempo) e iguala q . La condición de flujo uniforme en el pozo nos dice que la función de entrada será

igual a $\frac{\beta q}{L}$, la cual es invariante con el tiempo.

Entonces $\forall t > 0$, la función de entrada se define por:

$$Q = Q(x, x_0; y, y_0; z, z_0) = \begin{cases} \frac{886.9 \mu q}{L}, & \text{si } x = x_0, y_1 \leq y_0 \leq y_2, z = z_0 \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Por otro lado, se tiene que las fronteras del paralelepípedo están cerradas al flujo, tal suposición se representa matemáticamente por:

$$\frac{\partial P(\bar{x})}{\partial n} = 0 \quad \forall \bar{x} \in \delta D$$

(δD = frontera del paralelepípedo D , ∂n = derivada en dirección del vector normal). Por último se tiene que, inicialmente en el yacimiento hay una presión uniforme e igual a P_i , es decir, el valor de la presión en cualquier punto de yacimiento, antes de comenzar la producción, es P_i . Tal situación es descrita por la condición inicial:

$$P = P_i \quad \text{si } t = 0 \quad \text{y } \forall \bar{x} \in \bar{D}; \quad \bar{D} = D \cup \delta D$$

A partir de la ecuación (1) y de todas las condiciones dadas anteriormente se sigue que el sistema que va a representar matemáticamente el problema planteado es:

$$\begin{aligned} k_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\phi \mu c_t}{\eta} \frac{\partial P}{\partial t} &= Q \quad \forall \bar{x} \in D \text{ y } t > 0 \\ \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 \quad \text{si } \bar{x} \in \delta D \\ P &= P_i \quad \text{si } t = 0 \quad \text{y } \forall \bar{x} \in \bar{D} \end{aligned} \quad (2)$$

SOLUCION DEL SISTEMA QUE DESCRIBE EL CAMBIO DE PRESION EN EL YACIMIENTO

Aplicando la Teoría general de las funciones de Green y funciones fuente para modelar el flujo transitorio de fluidos en medios porosos ⁽⁷⁾ se tiene que la solución general del sistema (2) (planteado para describir el cambio de presión en el yacimiento) tiene la forma:

$$\begin{aligned} P(M, M_0, t) &= \int_D P_i(M_0) G(M, M_0, t) dM_0 - \\ &\quad \int_0^t Q(\tau) S(M, M_0, t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

donde $M = (x, y, z); M_0 = (x_0, y_0, z_0);$

$$= S(M, M_0, t) = \int_{y_1}^{y_2} G(M, M_0, t) dy_0$$

$G(M, M_0, t)$ es la función de Green instantánea y $S(M, M_0, t)$ es la función Fuente Instantánea.

Debido a que la presión inicial es constante e iguala P_i y la integral, sobre su dominio, de la función de Green es igual a uno, entonces el primer término del lado derecho de (3) es igual P_i .

Dado que la función de entrada Q es constante e igual a $\frac{886.9 B \mu q}{L}$ para todo $t > 0$, se sigue que la solución del sistema (2) está dada por:

$$P(M, M_0, t) = P_i - \frac{886.9 B \mu q}{L} \int_0^t S(M, M_0, t - \tau) d\tau$$

por tanto,

$$\Delta P = P_i - P = \frac{886.9 B \mu q}{L} \int_0^t \int_{y_1}^{y_2} G(M, M_0, t - \tau) dy_0 d\tau$$

donde G es la función de Green tridimensional, la cual, representa la presión en un punto M (en el yacimiento tridimensional) para un tiempo t , debida a una perturbación, de magnitud unitaria, causada por la fuente puntual instantánea ubicada en M_0 . Para obtener la función de Green tridimensional, primero se calcula (mediante la transformada finita coseno de Fourier) la función de Green unidimensional y luego se utiliza el producto de Newman⁽⁸⁾. Así G queda definida por:

$$G = G(M, M_0, t) = \frac{1}{abh} * S_1 * S_2 * S_3$$

donde:

$$S_i = S_i(x_i, x_{i0}, \tau) = 1 + 2 \sum_{n>1} \cos\left(\frac{n\pi x_i}{a_i}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_{i0}}{a_i}\right) \exp\left(-\frac{n^2 \pi k_i \tau}{\alpha a_i^2}\right);$$

$i = 1, 2, 3$

con $x_1 = x$; $x_2 = y$; $x_3 = z$; $a_1 = a$; $a_2 = b$; $a_3 = h$

La función fuente instantánea tridimensional se obtiene integrando la función de Green tridimensional sobre el dominio fuente, en este caso, el dominio fuente es un segmento (pozo horizontal en la dirección del eje y) que se extiende desde el punto y_1 hasta el punto y_2 . La integración en el intervalo $y_1 \leq y_0 \leq y_2$ caracteriza el efecto línea fuente del pozo horizontal.

Al sustituir G en (4) se tiene que la expresión para ΔP es:

$$\Delta P(x, x_0, y, y_0, z, z_0, t) = \frac{886.9 B \mu q}{abh \alpha L} \int_0^t \int_{y_1}^{y_2} S_1 * S_2 * S_3 dy_0 d\tau \quad (5)$$

SIMPLIFICACION DE LA EXPRESION OBTENIDA PARA ΔP .

La expresión obtenida ΔP , de apariencia simple, implica la doble integración del producto de tres series, lo que evidencia su complejidad. Para darle mejor tratamiento a la solución se definen funciones auxiliares y se utiliza

la función error (**erf(x)**). Pero debido a que la evaluación de la expresión que se obtienen para ΔP es muy costosa computacionalmente (triple producto de series) y que las series involucradas convergen uniformemente para todo $t > 0$, entonces las series son aproximadas por los términos correspondientes a $n = \pm 1$ y $n = 0$, que se ha comprobado ⁽⁹⁾, son los términos que dominan la solución. Luego se elige, particularmente, el punto medio del pozo, para obtener la presión en el mismo; así

$$y_2 - y = y - y_1 = \frac{L}{2}.$$

Además se toma $x = x_0$ y $z = z_0$ en las ecuaciones que aproximan la serie salvo para los términos

$$\left(-\frac{\alpha (x - x_0)^2}{4k_x \tau}\right) \text{ y } \exp\left(-\frac{\alpha (z - z_0)^2}{4k_z \tau}\right)$$

ya que en tales casos se obtendría $\exp(0) = 1$ independientemente del valor de τ , lo cual, es una cota muy grande y proporciona una aproximación poco confiable. Dado que h y a son las longitudes del yacimiento (en las direcciones z ; x respectivamente) entonces $(h + z_0)^2$ y $(a + x_0)^2$ son lo suficientemente grandes para que los términos

$$\exp\left(-\frac{(h + z_0)^2}{k_z \tau}\right) \text{ y } \exp\left(-\frac{(a + x_0)^2}{k_x \tau}\right)$$

no sean de gran aporte a la solución. Entonces la expresión aproximada para ΔP es:

$$\Delta P = \frac{886.9 B \mu q}{8 \pi L} \sqrt{\frac{1}{k_x k_z}} \int_0^t \frac{1}{\tau} * X * Z * Y \, d\tau \quad (6)$$

$$X = \left\{ \exp\left[-\alpha \frac{(x - x_0)^2}{4k_x \tau}\right] + \exp\left[-\alpha \frac{x_0^2}{k_x \tau}\right] + 2\exp\left[-\alpha \frac{a^2}{k_x \tau}\right] + \exp\left[-\alpha \frac{(x_0 - a)^2}{k_x \tau}\right] \right\}$$

$$Z = \left\{ \exp\left[-\alpha \frac{(z - z_0)^2}{4k_z \tau}\right] + \exp\left[-\alpha \frac{z_0^2}{k_z \tau}\right] + 2\exp\left[-\alpha \frac{h^2}{k_z \tau}\right] + \exp\left[-\alpha \frac{(z_0 - h)^2}{k_z \tau}\right] \right\}$$

$$Y = 2\text{erf}\left(\frac{L}{\omega}\right) + \text{erf}\left(\frac{u_1}{\omega}\right) - \text{erf}\left(\frac{u_2}{\omega}\right) + \text{erf}\left(\frac{u_3}{\omega}\right) - \text{erf}\left(\frac{u_4}{\omega}\right)$$

donde:

$$u_1 = 4y_1 + 3L; \quad u_2 = 4y_1 + L; \quad u_3 = 4(b - y_2) + 3L;$$

$$u_4 = 4(b - y_2) + L; \quad \omega = 4 \sqrt{\frac{k_z \alpha}{\alpha}}$$

PERIODOS DE FLUJO

A continuación se definirán las expresiones matemáticas que describen los distintos regímenes de flujo y las condiciones para que éstos ocurran, los tiempos iniciales y finales de cada uno de ellos y las ecuaciones utilizadas para analizar los datos obtenidos de pruebas de presión.

Para calcular los tiempos iniciales y finales de cada régimen de flujo se definen los siguientes tiempos porcentuales:

t_z : tiempo necesario para que los impulsos de presión alcancen la frontera más cercana, ya sea, $z = 0$ ó $z = h$ con un determinado porcentaje de error. Así,

$$t_{z(1\%)} = 0.536 \frac{\alpha d_z^2}{k_z}; \quad t_{z(2\%)} = 0.467 \frac{\alpha d_z^2}{k_z}$$

donde $d_z = \min(z_0, h - z_0)$. El uso de $D_z = \max(z_0, h - z_0)$ en lugar de d_z permite conocer el tiempo necesario para que los impulsos de presión alcancen la frontera más lejana, dicho tiempo es denotado por T_z .

t_x : tiempo necesario para que los impulsos de presión alcancen la frontera más cercana, ya sea, $x = 0$ ó $x = a$ con un determinado porcentaje de error. Así,

$$t_{x(1\%)} = 0.536 \frac{\alpha d_x^2}{k_x}; \quad t_{x(3\%)} = 0.4255 \frac{\alpha d_x^2}{k_x}; \quad t_{x(5\%)} = 0.374 \frac{\alpha d_x^2}{k_x}$$

donde $d_x = \min(x, a - x_0)$. El uso de $D_x = \max(x, a - x)$ en lugar de d_x permite conocer el tiempo necesario para que los impulsos de presión alcancen la frontera más lejana, dicho tiempo es denotado T_x .

t_y : en esta dirección se obtienen los valores temporales que sean independientes de la ubicación del pozo dentro del yacimiento y están definidos por:

$$t_{y(1\%)} = 0.0185 \frac{L^2 \alpha}{k_y}; \quad t_{y(5\%)} = 0.0328 \frac{L^2 \alpha}{k_y}; \quad t_{y(9\%)} = 0.0422 \frac{L^2 \alpha}{k_y}$$

A continuación se escribirán las expresiones simplificadas para evaluar la caída de presión, ΔP , para cada régimen de flujo y la formación requerida para analizar una prueba de declinación de presión en este tipo de pozo. En las referencias (1) y (9) se puede encontrar la manera de como dichas ecuaciones fueron obtenidas e igualmente las ecuaciones respectivas para interpretar una prueba de restauración de presión.

Período de Flujo: Radial Temprano

Para obtener el primer régimen de flujo se consideran aquellos temporales, t , que satisfagan $t \leq t_I$ donde:

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \min (t_{(y5\%)}, t_{(z2\%)}) \\
 &= \min \left(\frac{125L^2 \phi \mu c_t}{k_y}, \frac{1800 \phi \mu c_t d_z}{k_z} \right)
 \end{aligned}$$

luego se evalúa la ecuación (6) y se retienen los términos que dominan la solución.

$$\Delta P = - \frac{886.9B\mu q}{a\pi L \sqrt{k_x k_z}} E_i \left[- \frac{0.25\alpha}{\sqrt{k_x k_z}} \frac{r_w^2}{t} \right] \quad t \in [0, t_1] \quad (7)$$

Dado que

$$\frac{0.25\alpha}{\sqrt{k_x k_z}} \frac{r_w^2}{t} \ll 1.0$$

se utiliza la aproximación logarítmica para la función $E_i(-x)$ y la expresión para ΔP para el período Radial Temprano (Figura 6-a) es:

$$\Delta P = \frac{162.6B\mu q}{\sqrt{k_x k_z} L} \left[\log \left(\frac{t \sqrt{k_x k_z}}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 \right] \quad t \in [0, t_1] \quad (8)$$

donde:

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \min (t_{y(5\%)}, t_{z(2\%)}) = \\
 &= \min \left(\frac{125L^2 \phi \mu c_t}{k_y}, \frac{1800 \phi \mu c_t d_z}{k_z} \right)
 \end{aligned} \quad (9)$$

Prueba de declinación: La ecuación para analizar los datos es:

$$P_{w_i} = P_i - \frac{162.6\mu q B}{\sqrt{k_x k_z} L} \left[\log \left(\frac{\sqrt{k_x k_z} t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87s_a \right] \quad (10)$$

Un gráfico de P o ΔP contra t en escala semilogarítmica produce una recta cuya pendiente, m , está dada por:

$$|m| = \frac{162.6B\mu q}{L\sqrt{k_x k_z}} \quad (11)$$

y la relación de permeabilidad es:

$$\sqrt{k_x k_z} = \frac{162.6\mu q B}{|m| L} \quad (12)$$

El valor del daño, s_a , es calculado mediante la ecuación

$$s_{\text{a}} = 1.15 \left[\frac{P_i - P_{w_t}}{|m|} - \log \left(\frac{\sqrt{k_x k_z t}}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right] \quad (13)$$

donde $t \in [0, t_I]$ y P_{w_t} es la presión (leída sobre la recta) que corresponde a tal valor temporal. Usualmente se elige $t = 1$ hora.

Período de Flujo: Lineal Temprano

Considerando tiempos mayores que t_I se elige la mayor distancia a la frontera (en la dirección del *eje z*) para garantizar un flujo en estado semi-estable. Si la longitud del pozo es lo suficientemente grande para que se satisfaga la desigualdad

$$L > 3.33 \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} D_z$$

entonces se puede suponer que $t_{y(9\%)} > T_{z(2\%)}$. Ahora se consideran valores temporales, t_2 , que satisfagan: $T_{z(2\%)} < t_2 < t_{y(9\%)}$. Se tiene así la expresión para ΔP en el período Lineal Temprano (Figura 6-b):

$$\Delta P = \frac{8.13B\mu q}{Lh} \left\{ \sqrt{\frac{t_2}{k_x \phi \mu c_t}} + \frac{17.37h}{\sqrt{k_x k_z}} * \phi \right\} \quad (14)$$

donde:

$$\begin{aligned} \phi = & \ln \left(\frac{2D_z}{r_w} \right) + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{k_x}{k_z} \right) - \\ & - 2.42 \frac{D_z}{h} - \frac{1}{2} E_i \left(-2.14 \frac{z_0^2}{D_z^2} \right) - \\ & - \frac{1}{2} E_i \left(-2.14 \frac{(h - z_0)^2}{D_z^2} \right) - 0.67 \end{aligned}$$

la cual, es válida en el intervalo

$$1800 \frac{\phi \mu c_t D_z^2}{k_x} < t_2 < 160 \frac{\phi \mu c_t L^2}{k_y} \quad (15)$$

siempre y cuando se cumpla la condición:

$$L \geq 3.33 D_z \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \quad (16)$$

Prueba de declinación: La ecuación utilizada para analizar los datos es:

$$P_{w_i} = P_i - \frac{8.13Bq\mu}{Lh} \left\{ \sqrt{\frac{t}{\phi\mu c_t k_x}} + \frac{17.37h}{\sqrt{k_x k_z}} (T_{sh} + s_a) \right\} \quad (17)$$

donde T_{sh} es el llamado factor geométrico.

Debido a que la evaluación de la ecuación (14) es muy costosa computacionalmente, entonces, se utiliza la ecuación (17) para efectuar el análisis de los datos de campo. Aunque la estructura de ambas ecuaciones es muy diferente, ellas generan, numéricamente, los mismos resultados.

Un gráfico de

$$P_{w_i} \text{ ó } \Delta P_{w_i}$$

contra

$$\sqrt{t}$$

en coordenadas rectangulares produce una recta cuya pendiente, m , está dada por:

$$|m| = \frac{8.13Bq\mu}{Lh\sqrt{\phi\mu c_t k_x}} \quad (18)$$

el valor de la permeabilidad, k_x , se calcula mediante la ecuación:

$$k_x = \left(\frac{8.13Bq\mu}{|m| + Lh} \right)^2 \frac{1}{\phi\mu c_t} \quad (19)$$

y el daño, s_a , es calculado por la fórmula:

$$s_a = \frac{\sqrt{k_x k_z}}{17.37h} \left[\frac{(P_i - P_{w_i}) Lh}{8.13Bq\mu} - \sqrt{\frac{t}{\phi\mu c_t k_x}} \right] - T_{sh} \quad (20)$$

Período de Flujo: Seudoradial Tardío

Para garantizar que este período de flujo ocurra, se consideran valores temporales mayores que los dados por el intervalo (15), pero no tan grandes, de manera que los impulsos de presión no logren alcanzar la frontera en el *eje y*. Se selecciona un margen de error del 5% y valores temporales en el intervalo

$$1480 \frac{L^2 \phi \mu c_t}{k_y} < t_3 < 2000 \frac{\phi \mu c_t (d_y + 0.25L)^2}{k_y} \quad (21)$$

La expresión para ΔP para el período **Seudo-radial Tardío** (Fig. 6- c) es:

$$\Delta P = \frac{162.6B\mu q}{h\sqrt{k_x k_y}} \left\{ \log \left(\frac{k_y t}{\phi \mu c_t L^2} \right) - 1.76 + 0.87 \frac{h}{L} \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \phi \right\} \quad (22)$$

Para pozos que tienen una ubicación central, es decir,

$$dy = \frac{b-L}{2}$$

existe la restricción adicional.

$$L < 0.45 b \quad (23)$$

la cual, es necesaria para que se satisfaga la desigualdad (21).

Dados los intervalos temporales para los períodos de flujo no se pueden interceptar y el tiempo inicial del tiempo del régimen Lineal Tardío se obtiene mediante cálculos numéricos, entonces se considera que el tiempo final para este régimen de flujo debe ser:

$$t_f = \left[2000 \frac{\phi \mu c_t (d_y + 1/4)^2}{k_y}, 1650 \frac{\phi \mu c_t d_x^2}{k_x} \right]$$

así el intervalo temporal válido para el período Seudoradial Tardío es:

$$1480 \frac{\phi c_t L^2}{k_y} < t_i < t_f \quad (24)$$

Prueba de Declinación: La ecuación para analizar los datos es:

$$P_{w_t} = P_i - \frac{162.6 B \mu q}{h \sqrt{k_x k_y}} \left\{ \log \left(\frac{k_y t}{\phi \mu c_t L^2} \right) - 1.76 + 0.87 \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \frac{h}{L} [T_{sh} + s_n] \right\} \quad (25)$$

Aunque la forma estructural de la ecuación (25) es diferente a la forma de la ecuación (23), ambas producen numéricamente los mismos resultados y (25) es mucho más sencilla de evaluar. Al graficar P o ΔP contra t en escala semilogarítmica se obtiene una recta de pendiente

$$|m| = \frac{162.9 B \mu q}{h \sqrt{k_x k_y}} \quad (26)$$

La relación de permeabilidad se obtiene mediante la ecuación

$$\sqrt{k_x k_y} = \frac{162.9 B \mu q}{h |m|} \quad (27)$$

y el daño causado por una alteración de permeabilidad alrededor del pozo está dado por:

$$s_n = 1.15 \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \frac{L}{h} \left[\frac{P_i - P_{w_t}}{|m|} - \log \left(\frac{k_y t}{\phi \mu c_t L^2} \right) + 1.76 \right] - T_{sh} \quad (28)$$

Período de Flujo: Lineal tardío

Finalmente se consideran valores temporales mayores que los dados por la ecuación (24), pero no tan grandes, de manera que los impulsos de presión no logren alcanzar las fronteras ($x = 0$ ó $x = a$). Esto permite que el flujo en las direcciones de los ejes y ; z sea semiestable, pero que en la dirección del eje x se mantenga en estado inestable. La expresión para ΔP en el período de flujo Lineal Tardío (Fig. 6-d) es:

$$\Delta P = \frac{8.13B\mu q}{bh} \left\{ \sqrt{\frac{t}{\phi\mu c_t k_x}} + \frac{17.38h}{\sqrt{k_x k_z}} [s_r + T_{sb}] \right\} \quad (29)$$

donde s_r es el daño causado por la penetración del pozo. Tal ecuación es válida en el intervalo de tiempo:

$$t_d < t < t_{x(3\%)} \quad (30)$$

donde:

$$t_d = \max\left(4800 \frac{\phi\mu c_t (D_y + 0.25L)^2}{k_y}, 1800 \frac{\phi\mu c_t D_z^2}{k_z}\right)$$

y

$$y \ t_{x(3\%)} = 1650 \frac{\phi\mu c_t d_x^2}{k_x}$$

t_d es definido en base a resultados numéricos aproximadamente 2.5 veces el tiempo en "y" y 1.25 veces el tiempo en "z".

Prueba de Declinación: La ecuación para analizar los datos es:

$$P_{w,t} = P_i - \frac{8.13B\mu q}{bh} \left\{ \sqrt{\frac{t}{\phi\mu c_t k_x}} + \frac{17.37h}{\sqrt{k_x k_z}} [T_{sb} + s_t] \right\} \quad (31)$$

Este es el único período de flujo que refleja el daño total, el cual, se define (10) por:

$$s_t = \frac{b}{L} s_a + s_r,$$

de s_r es el daño causado por la penetración parcial del pozo (en la referencia (11) se presenta la forma de obtener el valor aproximado de s_r). Para calcular s_a es necesario calcular s_r . Un gráfico de P ó ΔP contra en coordenadas rectangulares, genera una recta cuya pendiente es:

$$|m| = \frac{8.13B\mu q}{bh\sqrt{\phi\mu c_t k_x}} \quad (32)$$

y el valor de la permeabilidad k_x se calcula por

$$k_x = \left(\frac{8.13B\mu q}{bh |m|} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{\phi \mu c_t}} \quad (33)$$

El daño total es calculado por:

$$s_t = \frac{\sqrt{k_x k_y}}{17.37 h} \left[\frac{(P_i - P_{wf})bh}{8.13B\mu q} \sqrt{\frac{t}{\phi \mu c_t k_x}} \right] - T_{sh} \quad (34)$$

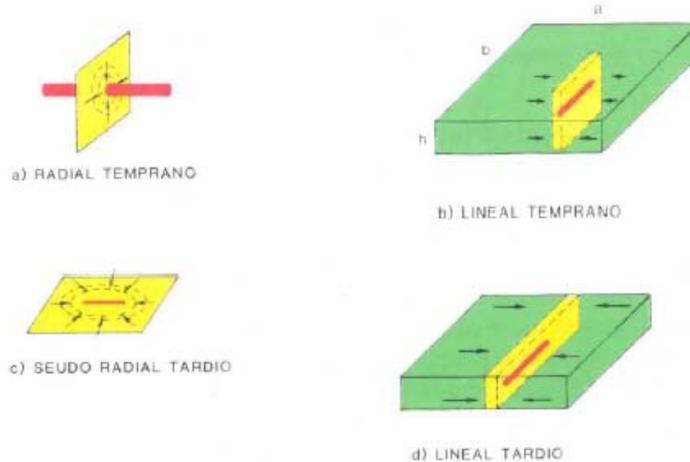


Figura 6. Regímenes de Flujo Asociados

CASOS PRÁCTICOS

Se presentan cuatro casos prácticos, cada uno de ellos ilustra una prueba de declinación de presión en un régimen de flujo diferente. Para cada ejemplo se grafican los datos presión vs tiempo (con la escala conveniente) y la recta de ajuste a los datos suministrados (tablas 7-10). La pendiente de dicha recta e es calculada y se utiliza para hallar el valor de la permeabilidad (o relación de permeabilidades según el caso) y el valor del daño s_a , salvo para el período Lineal Tardío, en el cual se calcula el daño total. Los datos que son comunes a todos los casos están dados en la Tabla 1. En la Tabla 6 se dan datos pozo-formación para un caso particular, en el cual no ocurre ningún régimen de flujo. En las figuras 7-10 se presentan gráficas correspondientes a cada régimen de flujo obtenidas del análisis de los datos mediante el programa de computación elaborada y en las Tablas 10- 14 sE muestran los resultados obtenidos.

TABLA 1. Datos comunes en todos los ejemplos

Porosidad: 0.2	Viscosidad del Fluido: 1 cp
Factor Volumétrico: 1.25	Tasa de Flujo: 800 STB/D
Compresibilidad total del sistema: 15E-06	

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Ejemplo 1:

En este ejemplo sólo ocurre el régimen Radial Temprano (Fig. 7)). El tiempo inicial es: 0 horas y el tiempo final es 1.9 horas. El resultado del análisis realizado está en la Tabla 11. Los regímenes Lineal Temprano y Lineal Tardío no ocurren porque para cada régimen, su respectivo tiempo inicial es mayor que el tiempo final. El régimen Sudoradial Tardío no ocurre porque el conjunto de datos es insuficiente.

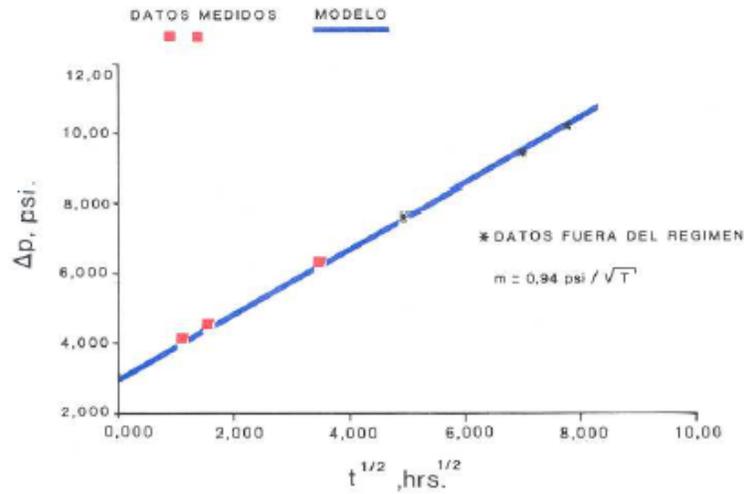


Figura 7. Ejemplo 1. Régimen Radial Temprano

Ejemplo 2:

En este caso ocurre el período Lineal Temprano (Fig. 8) comienza al transcurrir 0.68 horas y termina a las 15 horas de prueba. El resultado del análisis de los datos se encuentra en la Tabla 12. Analizar los datos para los períodos Radial Temprano y Lineal Tardío es imposible porque en sus correspondientes intervalos temporales no se realizaron mediciones. El período Seudoradial Tardío no ocurre porque su tiempo inicial es mayor que su tiempo final.

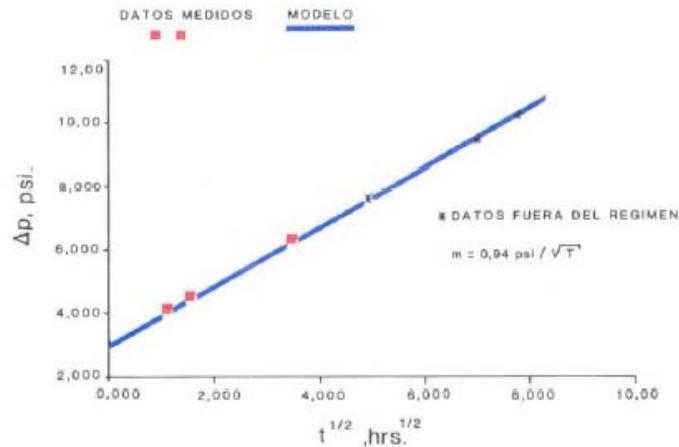


Figura 8. Ejemplo 2. Régimen Lineal Temprano

Ejemplo 3:

En este ejemplo ocurre el régimen Seudoradial Tardío (Fig. 9), se inicia a las 72 horas y finaliza a las 780 horas de prueba. El resultado del análisis de datos realizado se presenta en la Tabla 13. No es posible estudiar el comportamiento de la presión en los regímenes Radial y Lineal temprano porque en sus respectivos intervalos temporales no se efectuaron mediciones, sin embargo, de existir los datos ocurriría el régimen Lineal Temprano porque se satisface la desigualdad (16). El régimen Lineal Tardío no ocurre porque su tiempo inicial es mayor que su tiempo final.

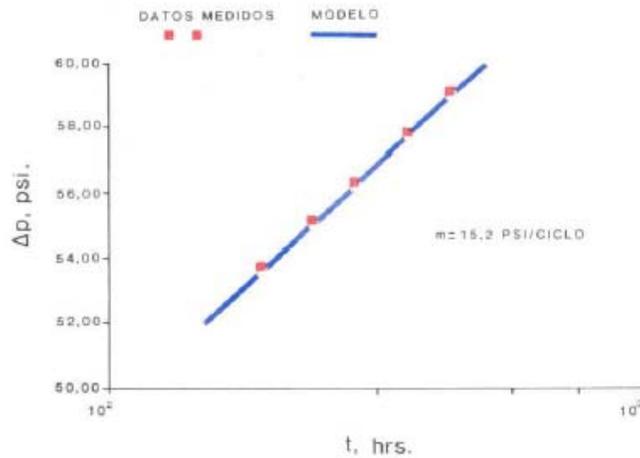


Figura 9. Ejemplo 3. Régimen Seudoradial Tardío.

Ejemplo 4:

Este último ejemplo ilustra el período Lineal Tardío (Fig. 10), su tiempo inicial es de 81 horas y el final 198 horas. La Tabla 14 muestra los resultados obtenidos del análisis de los datos. Estudiar la presión en el período Radial Temprano no es posible ya que no hay datos disponibles para ello. Dado que se satisface la desigualdad (16) el período Lineal Temprano debería ocurrir, pero la ausencia de mediciones en su intervalo temporal no lo permite. El período Seudoradial Tardío no ocurre porque su tiempo inicial es mayor que su tiempo final.

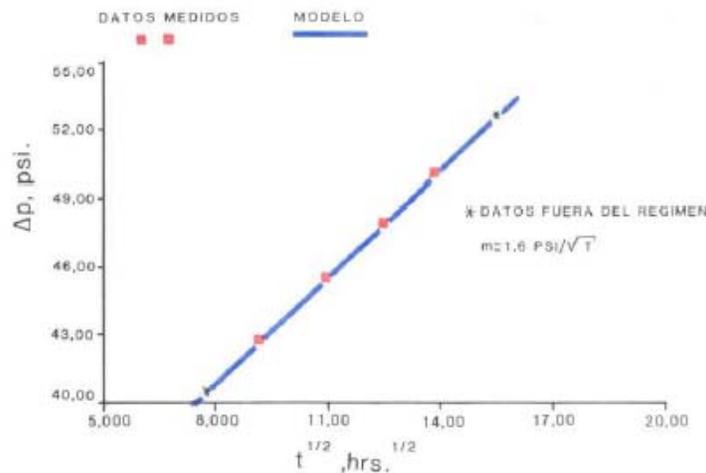


Figura 10. Ejemplo 4. Régimen Lineal Tardío

Los ejemplos presentados evidencian que es imposible garantizar que ocurra (o no) un régimen de flujo específico o una combinación de ellos, incluso, es factible que no ocurra ninguno de los regímenes de flujo, tal es el caso de una prueba de restauración corrida en un pozo horizontal ubicado al centro de un yacimiento cuyas características están dadas en la Tabla 6. La descripción dada corresponde a un sistema pozo-formación real, sin embargo, realizar una perforación horizontal en un yacimiento con tales características no es de interés, ya que estudios realizados evidencian que la perforación de un pozo horizontal se debe realizar en formaciones donde se cumpla la condición

$$\frac{k_y}{k_h} > 0.1$$

lo cual no se satisface en el ejemplo presentado.

El número de datos suministrados para realizar el análisis debe ser suficiente y estar distribuidos en todo el intervalo temporal para el régimen de flujo en estudio, es decir, si los datos se concentran al inicio, el intermedio o al final del intervalo temporal, el resultado del análisis realizado será poco confiable. Puede ocurrir que la duración de un determinado régimen de flujo no sea suficiente para realizar un análisis satisfactoria de los datos suministrados.

TABLA 2. Ejemplo 1

Longitud: 4000 ft	Ancho: 2000 ft
Espesor de la arena: 200 ft	$k_x = 200$ md
Longitud del pozo: 1000 ft	$k_y = 100$ md
Radio del pozo: 0.25 ft	$k_z = 2$ md

TABLA 3. Ejemplo 2

Longitud: 4000 ft	Ancho: 2000 ft
Espesor de la arena: 100 ft	$k_x = 200$ md
Longitud del pozo: 2500 ft	$k_y = 100$ md
Radio del pozo: 0.25 ft	$k_z = 2$ md

TABLA 4. Ejemplo 3

Longitud: 4000 ft	Ancho: 4000 ft
Espesor de la arena: 150 ft	$k_x = 100$ md
Longitud del pozo: 900 ft	$k_y = 50$ md
Radio del pozo: 0.25 ft	$k_z = 10$ md

TABLA 5. Ejemplo 4

Longitud: 2000 ft	Ancho: 4000 ft
Espesor de la arena: 150 ft	$k_x = 100$ md
Longitud del pozo: 1000 ft	$k_y = 100$ md
Radio del pozo: 0.25 ft	$k_z = 10$ md

TABLA 6. Caso particular

Longitud: 2000 ft	Ancho: 2000 ft
Espesor de la arena: 50 ft	$k_x = 400$ md
Longitud del pozo: 100 ft	$k_y = 400$ md
Radio del pozo: 0.25 ft	$k_z = 2.0$ md

DATOS DE LAS PRUEBAS DE PRESION

TABLA 7. Ejemplo 1

Tiempo (h)	$\Delta P = (P_i - P_{wf})$ (psi)
0.24	33.96
0.48	36.41
0.96	38.85
1.44	40.26
2.40	41.96
12.50	46.23
16.80	46.91
24.00	47.65

TABLA 8 Ejemplo 2

Tiempo (h)	$\Delta P = (P_i - P_{wf})$ (psi)
1.20	4.11
2.40	4.54
12.0	6.33
24.0	7.65
48.0	9.49
60.0	10.26

TABLA 9. Ejemplo 3

Tiempo (h)	$\Delta P = (P_i - P_{wf})$ (psi)
192	53.69
240	55.13
288	56.32
360	57.81
432	59.05

TABLA 10. Ejemplo 4

Tiempo (h)	$\Delta P = (P_i - P_{wt})$ (psi)
60	40.50
84	42.72
120	45.52
156	47.92
192	50.07
240	52.67

RESULTADOS OBTENIDOS

TABLA 11. Ejemplo 1

	Valor Real	Babuh-Odeh	Modelo
Pendiente: m		8 psi/ciclo	8.1 psi/ciclo
Permeabilidad: $k_x \cdot k_z$	400 md	412 md	401 md
Daño: s_a	0.0	0.07	0.02

TABLA 12. Ejemplo 2

	Valor Real	Babuh-Odeh	Modelo
Pendiente: m		0.934 psi/h ^{1/2}	0.934 psi/h ^{1/2}
Permeabilidad: $k_x \cdot k_z$	400 md	404 md	402 md
Daño: s_a	0.0	0.0	-0.003

TABLA 13. Ejemplo 3

	Valor Real	Babuh-Odeh	Modelo
Pendiente: m		8 psi/ciclo	8.1 psi/ciclo
Permeabilidad: $k_x \cdot k_z$	70.7 md	70.8 md	71.2 md
Daño: s_a	0.0	0.02	0.08

TABLA 14. Ejemplo 4

	Valor Real	Babuh-Odeh	Modelo
Pendiente: m		1.56 psi/h ^{1/2}	1.56 psi/h ^{1/2}
Permeabilidad: $k_x * k_z$	100 md	100.9 md	99.8 md
Daño: s_t	7.5	7.6	7.53
Daño: s_f	7.5	7.6	7.53

CONCLUSIONES

1. Se ha desarrollado un modelo analítico para estudiar el comportamiento de la presión en un pozo horizontal durante el período de flujo transitorio. El modelo se caracteriza por considerar un pozo horizontal, de cualquier longitud y ubicado arbitrariamente en un volumen de drenaje cuya forma es aproximadamente un paralelepípedo con fronteras cerradas al flujo.
2. El modelo permite realizar el cálculo del tiempo inicial y final de cada período de flujo antes de correr la prueba de presión, con lo cual se puede predecir el comportamiento del pozo horizontal, estimar el tiempo de duración de la prueba y decidir las condiciones del yacimiento (ubicación y longitud del pozo) para obtener mejores resultados.
3. El modelo desarrollado evidencia que durante el período de flujo transitorio en un pozo horizontal se presentan cuatro regímenes de flujo, a saber: Radial Temprano, Lineal Temprano, Seudoradial Tardío y Lineal Tardío.
4. La ocurrencia de los diferentes períodos de flujos está afectada por: la longitud del pozo, las permeabilidades k_x , k_y , k_z , las longitudes del volumen de drenaje y la ubicación del pozo dentro del yacimiento.
5. El suponer que existe una extensión infinita del yacimiento en el plano $x - y$ produce la definitiva ocurrencia del régimen de flujo Seudoradial Tardío. Tal suposición también conlleva a que no ocurra el régimen Lineal Tardío.
6. En el caso que el yacimiento tenga una extensión semi-infinita en el plano $x - y$ (finita en el *eje y*) se garantiza la ocurrencia del régimen Lineal Tardío.

NOMENCLATURA

a	$=$	Ancho de la formación (<i>eje x</i>)
b	$=$	Longitud de la formación (<i>eje y</i>)
c_t	$=$	Compresibilidad total del sistema
D	$=$	Geometría de la formación.
d_x	$=$	$\min(x_1, a - x_0)$
d_y	$=$	$\min(y_1, b - y_0)$
d_z	$=$	$\min(z_0, h - z_0)$
D_x	$=$	$\max(x_0, a - x_0)$
D_y	$=$	$\max(y_1, b - y_2)$
D_z	$=$	$\max(z_0, h - z_0)$
D_w	$=$	Línea fuente
h	$=$	Espesor de la formación
k_x	$=$	Permeabilidad <i>eje x</i>
k_y	$=$	Permeabilidad <i>eje y</i>
k_z	$=$	Permeabilidad <i>eje z</i>
L	$=$	Longitud del pozo
P	$=$	Presión
P_i	$=$	Presión inicial
q	$=$	Tasa de flujo
Q	$=$	$\beta q/L =$ Función de entrada
r_w	$=$	Radio del pozo
s_a	$=$	Daño por permeabilidad
s_r	$=$	Daño geométrico
s_t	$=$	Daño total
t	$=$	Variable temporal
t_x, T_x	$=$	Tiempo en el <i>eje x</i>
t_y, T_y	$=$	Tiempo en el <i>eje y</i>
t_z, T_z	$=$	Tiempo en el <i>eje z</i>
x_0	$=$	Ubicación del pozo en el <i>eje x</i>
y_0	$=$	Punto sobre el pozo
y_1	$=$	Punto inicial del pozo
y_2	$=$	Punto final del pozo
z_0	$=$	Ubicación del pozo en el <i>eje z</i>
α	$=$	$\frac{\phi \mu c_t}{\eta}$
β	$=$	$886.8 B\mu$
γ	$=$	1.78 Constante de Euler
δD	$=$	Frontera del paralelepípedo
\bar{D}	$=$	$DU \delta D$
η	$=$	0.0002637 Constante de difusividad
μ	$=$	Viscosidad del fluido
ϕ	$=$	Porosidad de la roca en la formación
q	$=$	$\arctan\left(\left(\frac{k_z}{k_x}\right)^{1/4}\right)$

Funciones

$$E_i(-x) = \int_0^x \frac{\exp(-u)}{u} du$$

$$\operatorname{erf}(x) = \int_x^\infty \exp(-u^2) du$$

$G(M, M_0, \tau)$ = Función de Green Instantánea

$S(M, M_0, \tau)$ = Función Fuente Instantánea

$$S_i = S(x_i, x_{i_0}, \tau) = 1 + \dots$$

$$\dots + 2 \sum_{n \geq 1} \cos \frac{n\pi x_i}{a_i} \cos \frac{n\pi x_{i_0}}{a_i} \exp\left(-\frac{n^2 \pi k_i \tau}{\alpha a_i^2}\right)$$

$$S_r = PY + PXY + PYZ + PXZ + PXYZ$$

$$T_{sh} = \ln\left(\frac{h}{r_w}\right) + 0.25 \ln\left(\frac{k_x}{k_z}\right) \dots$$

$$\dots - \ln\left(\operatorname{sen}\left(\frac{\pi z_0}{h}\right)\right) - 1.837$$

$$\phi = \ln\left(\frac{2D_z}{r_w}\right) + \frac{1}{4} \ln\left(\frac{k_x}{k_z}\right) - 2.42 \frac{D_z}{h} - \dots$$

$$\dots - \frac{1}{2} E_i\left(-2.14 \frac{z_0^2}{D_z^2}\right) - \dots$$

$$\dots - \frac{1}{2} E_i\left(-2.14 \frac{(h-z_0)^2}{D_z^2}\right) - 0.67$$

REFERENCIAS

1. Babu, D.K., and Odeh, A.S. "Transient Flow Behaviour of Horizontal Wells: Pressure Drawdown and Buildup Analysis". SPE 18802 presented at the SPE California.
2. Clonts, M.D. and Ramey, H.J. "Pessure Transient Analysis for Wells with Horizontal Drainholes". SPE 15116 presented at the 56th. California Regional Meeting, Oakland, California, April 2- 4, 1986.
3. Daviau, F., Mounronval, G. and Bourclarot, G. "Pressure Analysis for Horizontal Wells". SPE 14251 presented at the 60th Annual Technical Meeting, Las Vegas, Nevada, September 22-25, 1985.
4. Kuchuk, F.J., Goode, PA., Wilkinson, D.J. and Thambynayagam, R.K.M. "Pressure Transient Behaviour of Horizontal Wells With and Without a Gas Cap or Aquifer". SPE 17413, SPE California Regional Meeting, Long Beach, March 23-25, 1988.
5. Ozkan, E., Raghavan, R. and Joshi, S.D. "Horizontal Wells Pressure Analysis". SPE 16378 presented at the SPE Regional Meeting, Ventura, California, April 8-10, 1987.
6. Goode, PA., Thambinayagam, R.K.M. "Pressure Drawdown and Buildup Analysis of Horizontal Wells in Anisotropic Media". SPE 14250 presented at the 60th Annual Technical Meeting, Las Vegas, Nevada, September 22-25, 1985.
7. Gringarten, A. and Ramey, H. Jr. "The Use of Source and Green's Functions in the Solution of Unsteady-Flow Problems in Reservoir". SPEJ (Oct. 1973) 285-96, Trans., AIIIVIE, 254.
8. Carslaw, H.S. and Jeager, J.C. "Conduction of Heat in Solids". Oxford University Press, 2nd. Edition, 1959.
9. Coronado, María. "Modelo Matemático para Interpretar Pruebas de Presión en Pozos Horizontales". UCV, Julio 1991.
10. Lee, John. "Well Testing". SPE Textbook Series, Vol. 1, 1982.

11. Babu, D.K. and Odeh, A.S. "SPE 18434 Appendices A and B of SPE 18298". Available from SPE office upon request.