



FLUJO LAMINAR EN LA REGION DE ENTRADA DE UN TUBO RECTO PRECEDIDO POR UNA TUBERIA CURVA

Miguel Montilva, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo

RESUMEN

El proceso de transición de un flujo con una distribución de velocidad uniforme, a la entrada de un tubo recto a un flujo de Poiseuille ha sido estudiado ampliamente. En este trabajo se considera a un tipo diferente de transición, para el caso cuando un flujo en una tubería curva es inmediatamente continuado por una tubería recta. El perfil de velocidad característico de un flujo laminar permanente curvo es transformado en un flujo parabólico de Poiseuille. Una investigación experimental fue llevada a cabo en la región de transición fluidos abajo de una tubería recta precedida por una tubería curva de relación de curvatura igual a 16. La longitud de entrada encontrada fue del mismo orden de magnitud que para el caso de desagüe de un gran recipiente por medio de un tubo recto circular, cuya entrada es abocinada estudiada experimentalmente por Nikuradse. Las mediciones de velocidad fueron realizadas por medio de fotografías del movimiento de un colorante producido por un alambre fino de platino. El fluido de trabajo fue una solución de azul de timol.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo trata de la descripción de la naturaleza del desarrollo de un flujo laminar permanente en la región de entrada de una tubería recta circular, en el caso en que el flujo a la entrada del tubo recto es proveniente de una tubería curva de relación de curvatura R/a igual a 16, donde R es el radio de curvatura y a es el radio del tubo. Es bien conocido el desarrollo de un flujo laminar permanente en la región de entrada de un tubo recto con una entrada abocinada, en el cual el perfil de velocidad axial es uniforme en la sección transversal con vorticidad despreciable.

A medida que el fluido fluye a través de la tubería, se genera vorticidad por la presencia de la pared, en cumplimiento de la condición de no deslizamiento del fluido con respecto al contorno. Esta vorticidad así generada es difundida radialmente y transportada axialmente en la dirección principal del flujo, hasta llegar a llenar toda la sección transversal del tubo. El perfil de velocidad uniforme de velocidad igual a la velocidad media del fluido, se va deformando gradualmente hasta alcanzar un perfil de velocidad característico de un flujo laminar permanente en un tubo recto circular (flujo de Poiseuille) con una velocidad en el eje igual a dos veces la velocidad media del fluido; esto es claramente ilustrado en la Figura 1 del trabajo experimental de Nikuradse. Este fenómeno fue primeramente estudiado teóricamente por Schiller (1922), considerando al flujo en la región de entrada compuesto de dos regiones: una capa límite cercana a la pared del tubo y un núcleo de fluido libre de vorticidad, en que las fuerzas viscosas son despreciables en comparación con las fuerzas inerciales; con la suposición de un perfil de velocidad parabólico en la capa límite, con el empleo de la ecuación de Bernoulli en el núcleo y el método de Pohlhausen, predijo el crecimiento de la velocidad axial como una función de la distancia radial y de la distancia axial fluido abajo medida desde la entrada al tubo. Sin embargo el análisis teórico es sólo válido hasta xv/d^2u igual a 0,01, donde x es la distancia axial medida desde la entrada, v la viscosidad cinemática del fluido, d el diámetro del tubo y \bar{u} la velocidad media del fluido; predice que la longitud de tubería requerida para establecer un flujo uniforme de Poiseuille es dado por $0,029 d.Re$, donde Re es el número de Reynolds basado en el diámetro del tubo y la velocidad media. Mediante una corrección del análisis propuesto por Schiller, Campbell & Slaterry (1963) suponiendo el mismo perfil de velocidad en la capa

limite, pero aplicando el balance de energía mecánica a todo flujo en la tubería, obtuvieron una solución que está de acuerdo con las mediciones experimentales de Nikuradse, el cual conduce a que la longitud de entrada es dada por $0,068 d.Re$, como se puede notar, el valor de las constantes difieren aproximadamente en un factor igual a 2. Recientemente Fargie & Martín (1971) presentan una nueva aproximación.

El movimiento de un fluido a través de un conducto curvo ocurre en tres fases: el fluido laminar establecido previamente en un tubo recto con un perfil de velocidad parabólico, es deformado considerablemente por la acción de las fuerzas centrífugas en los primeros grados de deflexión de la tubería curva en una "región de transición curva". Si la longitud del tubo curvo es lo suficientemente larga, un flujo con un perfil de velocidad invariable con la distancia axial puede ser alcanzado. En la "región de entrada curva", se genera un flujo secundario por la acción de las fuerzas centrífugas, el cual se incrementa linealmente con la distancia axial hasta alcanzar un valor máximo (Hawthorne, 1951), luego comienza a decrecer a un valor residual constante. Después de esta región de entrada, el flujo laminar permanente en la tubería curva, con un perfil de velocidad no simétrico e invariable con respecto a la distancia axial, acompañado de un flujo secundario residual constante, consistente en dos vórtices en el plano normal al flujo principal puede ser considerado completamente establecido.

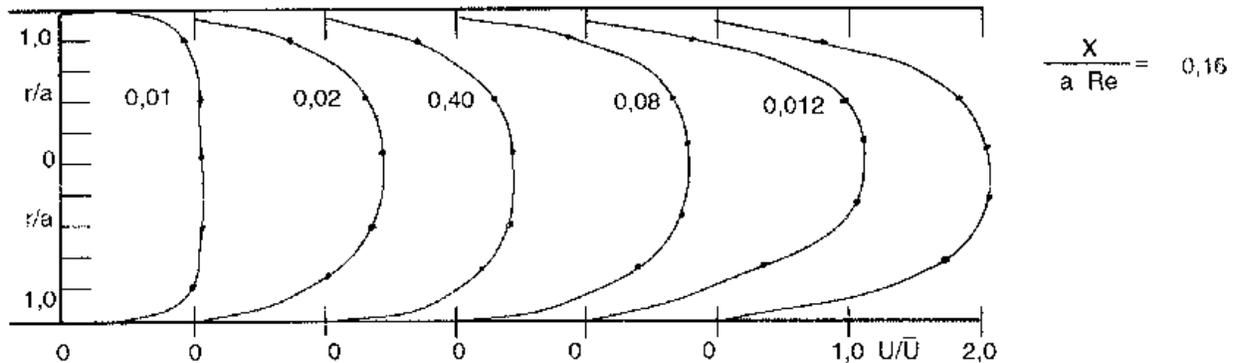


Figura 1. Perfiles de velocidad axial a diferentes distancias a lo largo de un tubo recto, en la región de entrada. Los puntos muestran los resultados experimentales de Nikuradse. (Tomado de Applied Hydro and Aeromechanics Prandtl & Tietjens. 1934).

Finalmente si el fluido es conducido a una tubería recta, el flujo secundario residual proveniente de la curva comienza a ser disipado por algún mecanismo de acción viscosa, debido a que la fuerza centrífuga gobernante es violentamente interrumpida en el tubo recto. El perfil de velocidad característico de flujo laminar en tuberías curvas, comienza a ser nuevamente deformado en forma gradual, en una región de recobro del perfil de velocidad axial simétrico característico de un flujo de Poiseuille. La naturaleza de la región de recobro en el tubo recto depende esencialmente de las condiciones hidrodinámicas del flujo en el conducto curvo, éste a su vez es una función de la relación de curvatura R/a y del perfil de velocidad a la entrada del tubo del curvo.

El estudio experimental de este tipo de flujo es de especial importancia en el entendimiento de la naturaleza del flujo de la sangre a la entrada de la aorta descendente, proveniente del arco de la aorta, el cual es el mejor ejemplo de un conductor curvo en la circulación de la sangre en las arterias mayores, además es de interés en las regiones cercanas fluidos abajo de las bifurcaciones, las cuales son numerosas en los vasos sanguíneos, como también en el flujo de aire a través de la tráquea, la cual se bifurca dando origen a los bronquios (Pedley & Sudlow, 1971). El lector interesado en las aplicaciones potenciales de la mecánica de los fluidos en el flujo de la sangre en el sistema circulatorio del hombre, puede consultar el trabajo reportado por Lighthill (1972).

METODO DE MEDICION DE LA VELOCIDAD AXIAL

El método empleado para la medición de las velocidades en la región de entrada fue similar al empleado por Gerrard y Hughes (1971) en el trabajo experimental en la medición de la velocidad en el eje de una tubería recta circular a diferentes distancias axial medida desde un pistón en movimiento armónico simple, con el objeto de determinar la longitud requerida para que el fluido alcance un perfil característico de un flujo laminar oscilatorio y uniforme en una tubería recta.

La técnica de medición es descrita por Gerrard (1971), el fluido de trabajo fue una solución de azul de timo] de una concentración de 0,01 por ciento de peso. La solución es titulada en su punto final, hasta alcanzar su coloración azul, luego es añadido HCl para que sea del lado ácido del punto final y adquiera la coloración de amarillo naranja.

El método básicamente consiste en colocar dos electrodos en el fluido de trabajo: cuando un voltaje de corriente directa es aplicado, se forman iones de Hidrógeno los cuales migran al cátodo, luego posee un exceso de iones de oxhidrilo, de carácter alcalino, lo cual hace cambiar la coloración amarillo naranja (solución ácida) del fluido de trabajo a su coloración azul original. El cátodo fue un alambre fino de aproximadamente 25 μm el cual fue atravesado diametralmente en la tubería; el ánodo fue otro pedacito de alambre colocado fluido abajo o fluido arriba del cátodo. Haciendo pasar un voltaje entre estos dos electrodos, bandas de fluidos de color azul son producidos, las cuales son barridas por el flujo.

El contraste entre la solución de color amarillo naranja del fluido de trabajo y la banda de color azul es lograda por iluminación desde atrás y el movimiento del colorante es fotografiado a cada segundo usando una cámara con película blanco y negro de baja velocidad. La cámara es colocada en forma tal que queda mirando directamente el plano del colorante. Las diapositivas logradas en el experimento, son proyectadas sobre un papel blanco y trazado los perfiles del colorante tomados a cada segundo. El flujo mantenido por un tanque de nivel constante, y caudal se determinó por medio de pesada de un volumen en la unidad de tiempo con un cronómetro. El error no fue mayor del 1%.

PRESENTACION DE LOS RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Perfiles de Velocidad Axial en la Región de Entrada:

Perfiles de velocidad axial fueron medidos en una tubería recta a varias distancias fluidos abajo de una tubería curva de 90° de deflexión de curvatura igual a 16. El cambio gradual del perfil de velocidad axial típico de un flujo laminar permanente en una tubería curva justo a la entrada de una tubería recta circular a una distribución de velocidad axial parabólica característica de un flujo laminar permanente en un tubo recto circular (Flujo de Poiseuille) es mostrado claramente en las Figuras 2 y 3.

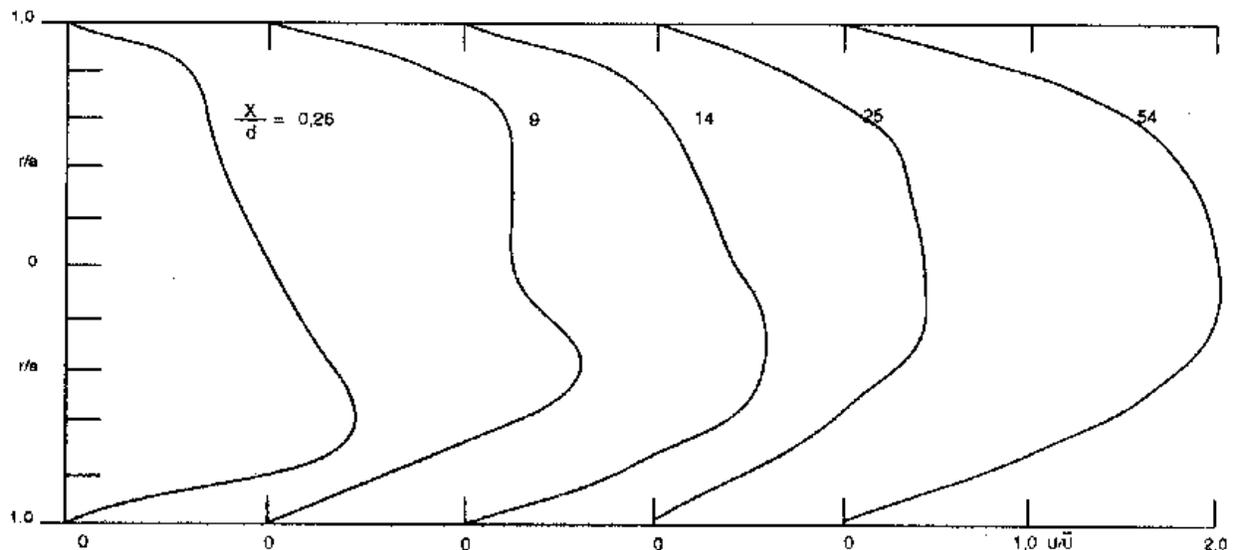


Figura 2. Desarrollo de la velocidad axial en un plano normal de una tubería recta, de un fluido proveniente de una tubería curva. $R/a = 16$, $R = 797$ (Número de Reynolds).

La Figura 2 muestra los perfiles de velocidad axial en el plano normal al plano horizontal de la tubería recta para diferentes distancias axiales fluidos abajo medida desde el final del tubo curvo para número de Reynolds igual a 767. El primer perfil de velocidad axial fue medido en la tubería recta justamente después del tubo curvo; podemos observar la distribución de velocidad axial característico de un flujo laminar permanente en un conducto curvo circular.

Estos perfiles fueron comparados con los datos teóricos y experimentales reportados por Austin (1973). La comparación indicó que a una distancia de 0,20 diámetros fluidos abajo en el tubo recto, el perfil de velocidad axial corresponde a un flujo laminar permanente de un flujo curvo completamente establecido. Los perfiles de velocidad axial en el plano horizontal a la entrada del tubo recto son aproximadamente simétricos con el valor máximo de la velocidad ubicado en la cercanía de la pared del tubo, sin embargo la distribución de velocidad axial a la entrada del tubo recto en el plano vertical, no es simétrica. En la región central el perfil muestra un gradiente de velocidad uniforme, con el valor máximo de la velocidad axial en la dirección de mayor radio de curvatura, tendiendo a cero en la cercanía del contorno del tubo, esto es, un flujo típico de "capa límite".

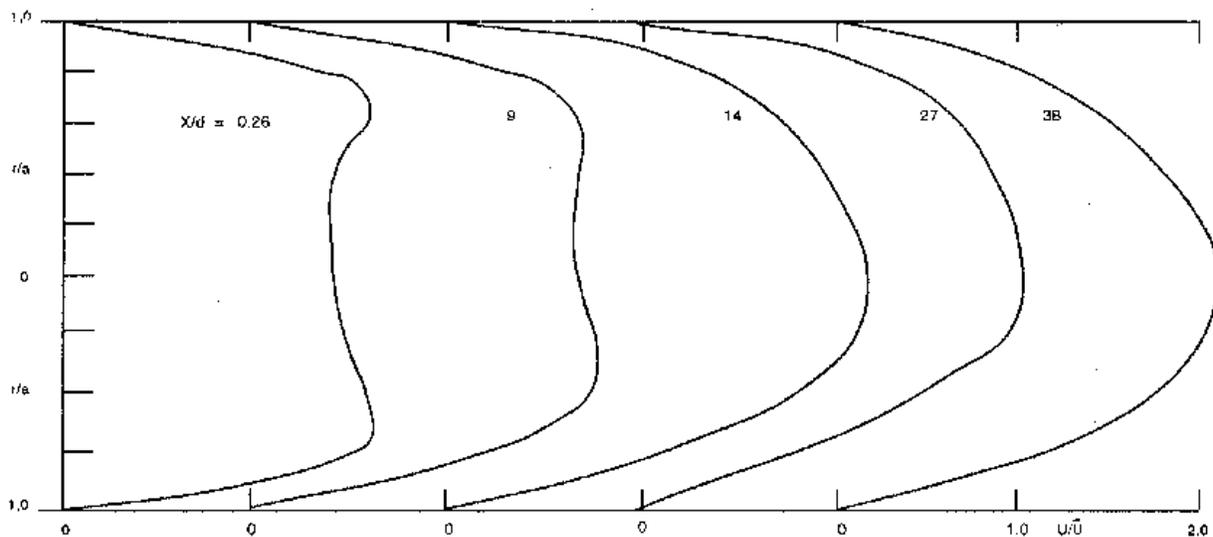


Figura 3. Desarrollo de la velocidad axial en el plano de una tubería recta, de un fluido proveniente de una tubería curva. $R/a = 16$, $R = 797$ (Número de Reynolds).

Con estas observaciones podemos concluir, que la distribución de velocidad axial a la entrada del conducto recto del fluido proveniente de un conducto curvo es una función del radio y del ángulo azimutal $U(r, \theta)$ acompañado por un flujo secundario residual producido por las fuerzas centrífugas durante la curvatura de las líneas de corriente en el tramo curvo. El recobro gradual del perfil de velocidad parábólico es claramente ilustrado, observándose que el cambio gradual del perfil de velocidad del fluido en el plano vertical de la tubería recta, no es simétrica. El fluido en la región central del conducto es acelerado en la dirección axial con una vorticidad aproximadamente constante, tal como lo predice el teorema de la constancia de vorticidad de Helmholtz para flujo sin rozamiento. Las Figuras 4, 5 y 6 muestran fotografías del perfil del colorante a la entrada del tubo recto y a una distancia axial en donde se dispone un flujo laminar permanente de Poiseuille.

Longitud de Entrada:

Con el objeto de determinar cómo la velocidad en el eje

$$U_c$$

se incrementa a medida que el fluido fluye a lo largo del tubo hasta alcanzar asintóticamente dos veces la velocidad media del flujo u , se llevó a un gráfico el

$$\log (2 - U_{\text{q}} / \bar{u})$$

en función del parámetro X/dRe , donde X es la distancia axial medida desde la entrada del flujo proveniente de la tubería curva al tubo recto, d es el diámetro del tubo, y la velocidad media del fluido, los puntos experimentales están orientados a lo largo de una línea recta, cuando $X/dRe > 0,01$ tal como se muestra en la Figura 7, lo cual confirma que el crecimiento de la velocidad axial a lo largo del eje es de forma exponencial dada aproximadamente por:

$$\frac{U(x)}{U} = 2 - \exp \left[-14.5 \frac{X}{dRe} \right]$$

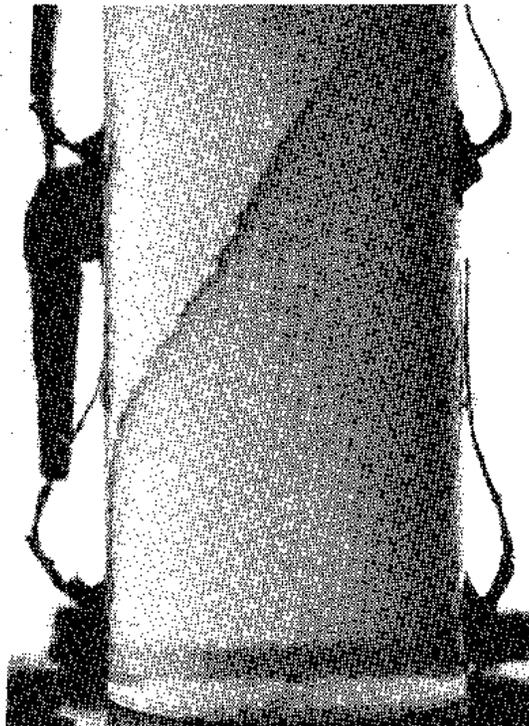


Figura 4. Perfil del colorante justamente a la entrada del tubo recto, en un plano vertical.

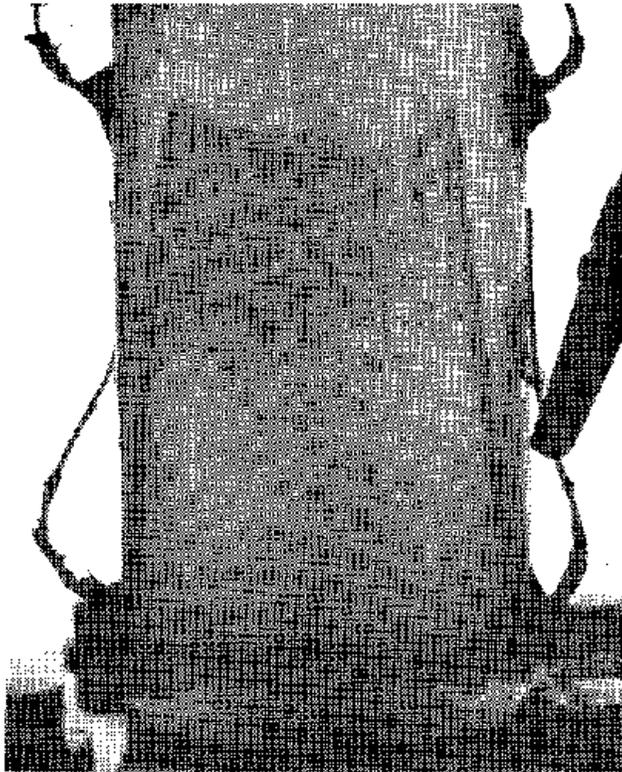


Figura 5. Perfil del colorante justamente a la entrada

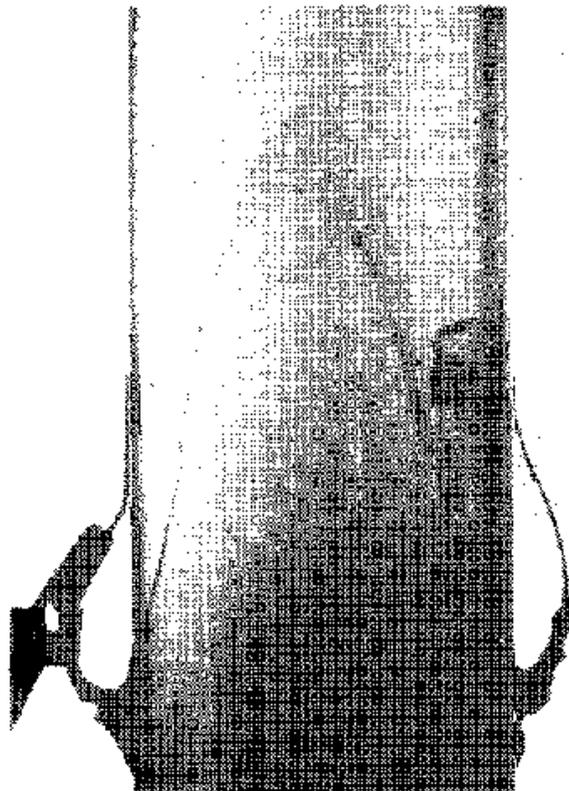


Figura 6. Perfil del colorante a una distancia axial de 50 diámetros fluidos abajo de la entrada.

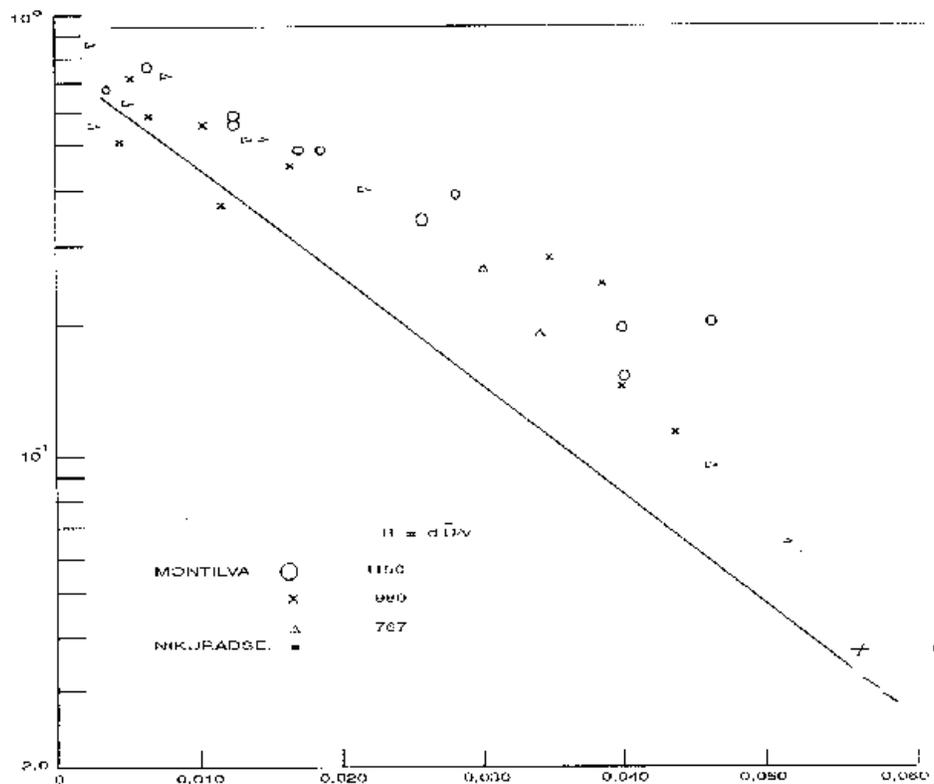


Figura 7. Velocidad medida en el eje (UG) en función de la distancia adimensional $x/d R$.

En la misma gráfica, por comparación, son mostrados los valores experimentales reportados por Nikuradse, para la situación de un flujo plano y libre de vorticidad axial a la entrada de un tubo recto, los cuales son resumidos en la expresión

$$\frac{U(x)}{U} = 2 - \exp \left[-14 \frac{X}{dRe} \right]$$

Si la longitud de entrada X/d es definida como la distancia a lo largo del eje de una tubería donde la velocidad central alcanza el 99% de su valor correspondiente a un flujo laminar uniforme, la expresión empírica que se obtiene es dada por $X = 0,075 d Re$; lo que posiblemente confirme el hecho de que la distancia necesaria para que el flujo laminar proveniente de una tubería curva recobre la distribución de velocidad axial característico de una tubería recta circular, es del mismo orden que para el caso de desagüe de un gran depósito de nivel constante a través de un tubo recto con una entrada abocinada, con un perfil de velocidad plano, libre de vorticidad axial. Sin embargo por simple inspección de la figura es aparente que el crecimiento de la velocidad central es mucho menor que el crecimiento de la velocidad central reportado por Nikuradse, ésto es atribuido a la presencia del par de vórtices (flujo secundario) proveniente de la curva, el cual es disipado por algún mecanismo de acción viscosa.

CONCLUSIONES

La transformación gradual del perfil de velocidad característico de un flujo laminar permanente en una tubería curva a un flujo de Poiseuille es asimétrica. La componente de la velocidad axial en la región del flujo no uniforme es una función de la distancia radial, del ángulo azimutal y de la distancia axial. La longitud de tubería recta requerida para el recobro del perfil de velocidad característico de un flujo parabólico, es del mismo orden

de magnitud, para la situación del desagüe de un tanque de nivel constante a través de un tubo recto con una entrada abocinada, en que el perfil de velocidad es uniforme y libre de toda clase de vorticidad.

RECONOCIMIENTO

El presente trabajo fue realizado en el Laboratorio de Mecánica de los Fluidos de la Universidad de Manchester.

BIBLIOGRAFIA

1. Austin L.R. & Seader J.D. 1973. Fully Developed, Viscous Flow in Coiled Circular Pipes, AICHEJ, 19,85.
2. Campbell WD. & Slaterry J.C. 1963. Flow in the Entrance of a Tube. Trans. A.S.M.E. J,85,41.
3. Fargie D. & Martin B.W 1971. Developing Laminar Flow in a pipe of Circular Cross-Section. Proc. Roy. Soc, Lond, A,321.
4. Gerrard J:H: 1971. Velocity Measurement in Water Using Flow Visualization by a Tube. A.S.M.E. paper 32 - FE 3.
5. Gerrard J:H: & Hughes M:D: 1971. The Flow Due to an Oscillating Piston in a Cylindrical Tube: A Comparison between Experimental and a Simple Entrance Flow Theory J. Fluid Mech, vol 50, part 1,97.
6. Hawthorne W:R: 1951. Secondary Circulation in Fluid Flow. Proc Roy Soc A, vol 206.
7. Lighthill M.J. 1972. Physiological Fluid Dynamics: a Survey. J Fluid Mech, vol 52, part 3,475..
8. Nikuradse. 1957. Applied Hydro and Aeromechanics, Prandtl and Tietjens. Dover publications, página 27.
9. Pedley T:J: & Sudlow M:F 1971. Flow and Pressure Drop in Systems of Repeatedly Branching Tubes. J Fluid Mech, vol 46, part 2,365.
10. Pedley T.J., Schoroter R.C. and Sudlow M.F. 1970. Energy Losses and Pressure Drop in Models of Human Airways, Respiration Physiology. 9,371.
11. Schiller L. 1922. Die Entwicklung der Laminaren Geschwindigkeitsverteilung und ihre Bedeutung für Zähigkeitmessungen. Z Angew Math, vol 2,96.