



INGENIERIA UC

Organo de Divulgación Científica y Tecnológica
de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad de Carabobo



FACULTAD
DE
INGENIERIA
U.C.

PROCEDIMIENTO GENERAL DE ANÁLISIS DE LAS TENSIONES NORMALES Y DE LOS ESFUERZOS RESISTENTES EN ESTRUCTURAS PRETENSADAS SOMETIDAS A ACCIONES EXTERIORES QUE PRODUCEN FLEXIÓN O FLEXO-COMPRESION

BIÁNCO A., Giovanni

**Prof. Titular de las Cátedras de Concreto Armado y de Concreto Pretensado.
Fac. de Ingeniería Escuela de Civil Universidad de Carabobo, Venezuela**

Resumen

Una manera universal para determinar el régimen de tensiones normales sobre el concreto y las armaduras (activa y pasiva) presente en una sección de concreto pretensado.

Summary

An universal way to determine the regimen of normal tensions on the concrete and the armors (active and passive) it presents in a section of prestressed concrete.

OBJETIVO

En este estudio se abordará de una manera única el tratamiento a emplear para determinar el régimen de tensiones normales sobre el concreto y las armaduras (activa y pasiva) presente en una sección de concreto pretensado, así como también el de los esfuerzos resistentes en pre o postfisuración y en el agotamiento resistente de la sección.

Para las acciones exteriores que producen flexión, en régimen de prefisuración, se llegarán a evidenciar las mismas relaciones conocidas y universalmente utilizadas para el estudio de la sección aceptando el pretensado como equivalente al efecto de un par de fuerzas iguales y opuestas, que hemos llamado, respectivamente, fuerza de pretensado P y fuerza de estiramiento F_{est} . Se evidenciará también la manera simplificada para obtener el régimen de tensión en la hipótesis de despreciar la variación de tensión sobre la armadura activa y la obtención del régimen de esfuerzos y de tensión en postfisuración con comportamiento elástico lineal. Y con el mismo procedimiento, se mostrará la manera de entender las solicitaciones resistentes como un par interno que debe ser equilibrado por otro externo (momento flector debido a las acciones externas), en el estado de sección no fisurada, fisurada y de agotamiento. Finalmente, la extensión al caso de acciones externas que producen flexo-compresión (entendida como flexión + compresión), es una lógica consecuencia de todo lo anterior. Todo ello como consecuencia de una manera original de enfocar el problema, que llamaremos artificio de la equivalencia del pretensado.

Como introducción se hará una breve descripción del comportamiento de la pieza en las diferentes etapas de carga que producen flexión, incluyendo la de rotura, puntualizando la manera de entender el pretensado para los efectos del cálculo.

DEFLEXIÓN Y VARIACIÓN DE TENSIONES EN EL CONCRETO Y EN LA ARMADURA ACTIVA

Una de las características de sollicitación relevante no sólo en el estudio del comportamiento del concreto pretensado sino de toda estructura prismática, es la flexión producida por las acciones exteriores. Ella, muy a

menudo condiciona la funcionalidad y la resistencia de la estructura; se entiende entonces el interés que presenta adentrarse en el estudio de la pieza y de sus materiales (concreto, armadura activa y pasiva) desde el momento del pretensado hasta el estado último de rotura.

Se comenzará estudiando el comportamiento de la sección (o de la pieza) pretensada sometida a las acciones externas que producen flexión. Si además del pretensado y de las cargas exteriores que producen flexión existe una fuerza externa excéntrica o centrada, se habla de comportamiento de la sección (o de la pieza) pretensada sometida a acciones exteriores que producen flexo-compresión (flexión + compresión).

Se supone conocido el comportamiento tensional del concreto en las diferentes etapas de carga, así como también el diagrama tensión-deformación del acero empleado.

Para fijar ideas, se hará referencia a una viga pretensada isostática simplemente apoyada y sin armadura pasiva, sometida a cargas externas crecientes que producen flexión. Se comienza estudiando la evolución de las deflexiones y del comportamiento estático de la sección con sus materiales (concreto y armadura activa). La sección en referencia es la de centro-luz de la pieza.

Se pretende comprender la ley de variación de las deflexiones, de las tensiones sobre el concreto y de las tensiones sobre la armadura activa: para ello se requerirá el seguimiento de lo esquemáticamente señalado en las tres figuras siguientes. La Fig.1, adaptación de la Ref [1], ilustra de manera cualitativa el desarrollo de la relación entre las acciones externas y las deflexiones; en los puntos más significativos de la curva se muestran los diagramas de tensiones normales que le corresponden a la sección de concreto y los esfuerzos sobre la armadura activa. La Fig.2 (adaptación de Ref [1]), se refiere a la evolución más precisa, pero de manera siempre cualitativa, de las tensiones sobre la armadura activa y la Fig.3 evidencia el régimen de tensiones en los dos materiales que constituyen la sección.

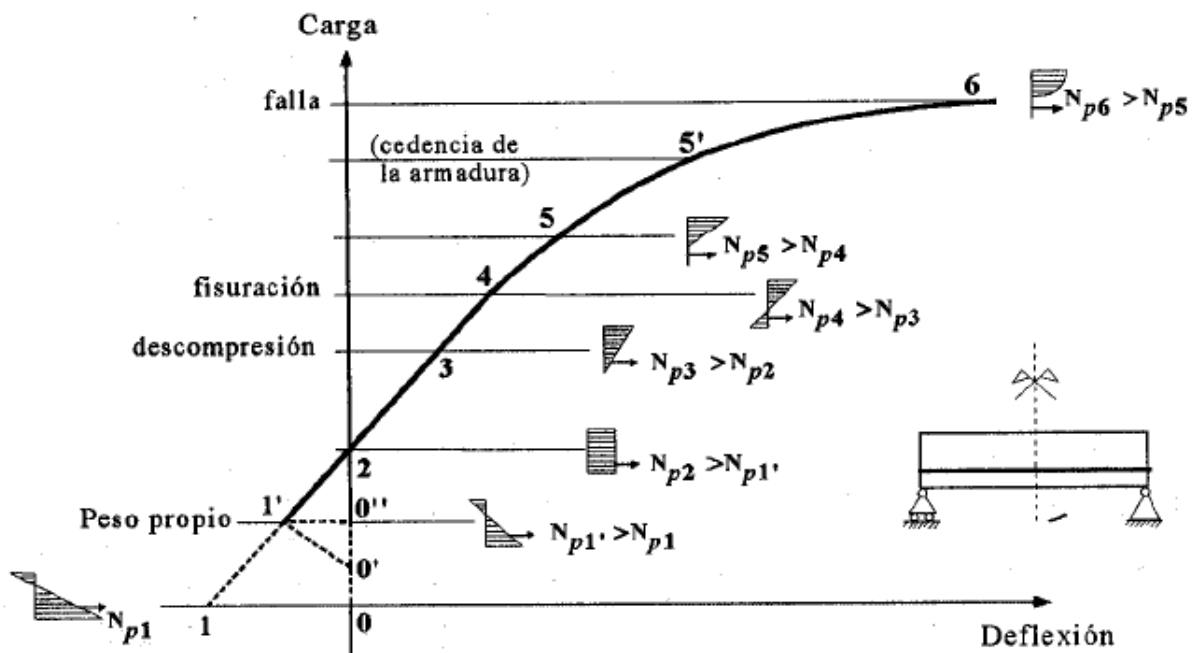


Fig.1: Comportamiento de las deflexiones y de las tensiones sobre el concreto en la sección de centro-luz de una viga simplemente apoyada de concreto pretensado, en función de las cargas externas que producen flexión.

En lo que respecta a la Fig.1, el tramo 01 corresponde a la transferencia de la fuerza de pretensado, suponiendo que con el pretensado no intervenga el peso propio del elemento (lo que no es generalmente cierto). El tramo 0-0'-1' representa lo que sucede cuando el momento de peso propio es mayor que el momento de pretensado ($M_1 > M_p$), siendo el segmento 0-0' producido por la carga cuyo momento flector iguala al momento de pretensado y el segmento 0'-1' representa el efecto por la carga que constituye la diferencia de momentos ($\Delta M_1 = M_1 - M_p > 0$). El tramo 0-0"-1' es descrito cuando el momento de peso propio es menor que el momento de pretensado ($M_1 < M_p$) y el segmento 0-0" representa la carga cuyo momento es M_1 , mientras que el segmento 0"-1' representa el efecto de la carga que produce la diferencia de momento de pretensado ($\Delta M_1 = M_p - M_1$). Las anteriores desigualdades se han de entender en valor absoluto, ya que se supone que físicamente M_p y M_1 son de signos opuestos. Aspectos relacionados a la intervención parcial o total del peso propio con el pretensado son aclarados más adelante.

El tramo 1'-2-3-4 corresponde al comportamiento elástico lineal sin discontinuidad de pendiente, en donde el punto 2 define la condición de balanceo de las cargas (efecto flexional del pretensado igual y opuesto al efecto flexional de la carga que actúa sobre la pieza, n.13.10), caracterizado por deflexiones igual a cero; el punto 3 corresponde a la carga que produce el momento de descompresión (caracterizado por producir un diagrama de tensiones normales con compresión iguala cero en el borde inferior de la sección) y el punto 4 a la carga cuyo momento conduce a la fisuración, por alcanzarse el valor f_{ctf} (resistencia a la tracción por flexión) en el borde inferior de la sección. A partir del punto 4 (físicamente más allá del mismo punto, a causa de la adherencia entre armadura y concreto) el comportamiento comienza a ser de sección fisurada, con consecuente aumento repentino de la tracción sobre el acero y reducción de la inercia de la sección: estos hechos conducen a un cambio de pendiente del diagrama, que continúa siendo lineal hasta el punto 5, caracterizado por un valor tope de compresión tal que asegura todavía una distribución lineal del diagrama de tensiones normales de compresión. El tramo 5-6 es ya elasto-plástico hasta llegar al punto 6 correspondiente al agotamiento, con un diagrama de tensiones normales sobre la porción resistente de forma clásica y ampliamente conocido. El momento externo que conduce a la condición de agotamiento resistente representada en el punto 6 es el momento último actuante.

La máxima carga de servicio se caracteriza generalmente por la presencia del pretensado, del peso propio del elemento, de la carga permanente sobrepuesta y de la sobrecarga máxima prevista. Bajo cada una de las condiciones de cargas reales (pretensado + peso propio del elemento: fase pre + g_1 ; pretensado + peso propio del elemento + carga permanente sobre puesta: fase pre + g ; pretensado + globalidad de la carga permanente + sobrecarga: fase pre + $g + g$), dependiendo de agresividad del ambiente y de la magnitud y frecuencia de las cargas actuantes, la sección puede trabajar:

- No aceptando tracción.
- Aceptando tracción pero no fisuración.
- Aceptando fisuración.

En todo caso, la sección de concreto presentará un valor límite admisible (tensiones admisibles) a la tracción y a la compresión. El diagrama de compresión del concreto, aun en sección fisurada, presentará un comportamiento lineal, lo que autoriza a expresar que en toda fase real de carga se debe cumplir la hipótesis del comportamiento elástico lineal del concreto en compresión. Generalmente en la condición de carga pre + g_1 no se acepta la fisuración de la sección, aunque sí la tracción.

Se precisará que la verificación o el diseño es en prefisuración, cuando se supone que el comportamiento del concreto no acepta la fisuración en ninguna condición real de carga de servicio y en posfisuración cuando sí la acepta.

Para ampliar el comportamiento flexional de la pieza, es de interés evidenciar la evolución tensional de la armadura activa dentro de la misma. Un comportamiento típico de la armadura pretesa se muestra en la Fig.2, en donde por simplicidad de exposición se supone que el ensayo comienza después de que se hayan manifestado las pérdidas diferidas; es decir, cuando la tensión de la armadura sea σ_p (tensión normal de tracción después de las pérdidas diferidas) en lugar de $\sigma_{p,i}$ (tensión normal de tracción antes de las pérdidas diferidas).

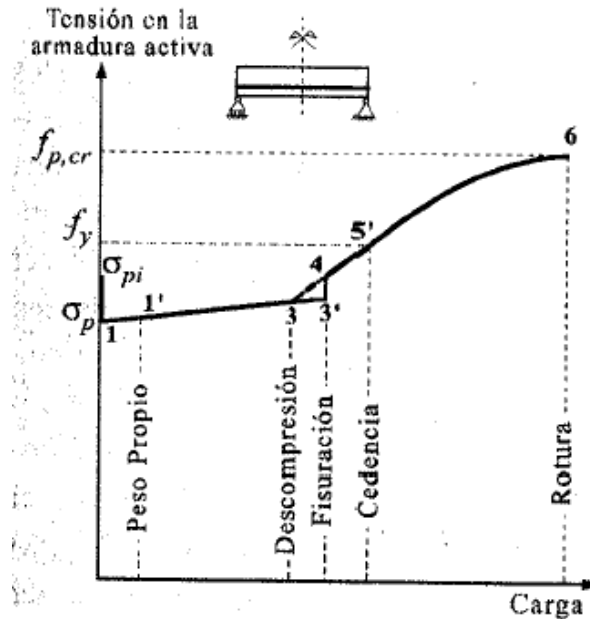


Fig.2: Variación de la tensión de tracción de la armadura activa presente en la sección de centro-luz de la viga en estudio.

En la ilustración esquemática de la actual figura (Fig.2) se muestran todos los puntos característicos mencionados anteriormente en la Fig. 1. El tramo 1-3'-4-5'-6 representa el comportamiento de la curva virgen, y el tramo 1-3-4-5'-6 el de la curva no virgen. El segmento 1-3 es generalmente extenso y corresponde al comportamiento de la sección no fisurada; en él existe un pequeño incremento en la tensión de tracción por el hecho de que la armadura debe seguir la deformación del concreto que lo circunda. El escalón 3'-4 corresponde al salto tensional entre la sección no fisurada y la sección fisurada y es típico del comportamiento virgen; para el comportamiento no virgen, el extremo 3 del segmento 1-3 corresponde a la carga que produce el momento de descompresión y en consecuencia (por no existir monolitismo en la porción fisurada entre armadura y concreto) un inicio de cambio de pendiente en el comportamiento tensional del acero. El punto 5' corresponde al punto cedente, generalmente convencional, de la armadura y el punto 6 a la tensión alcanzada por la armadura en el agotamiento de la sección (f_{pt}), ella puede ser igual a la resistencia a la tracción de la armadura activa ($f_{p,cr}$), pero generalmente es algo menor. En la figura no se logra observar el hecho físico significativo consistente en un gran alargamiento de la armadura activa entre el valor f_{pt} y $f_{p,cr}$, alargamiento que por lo demás viene acompañado de un incremento de tensión de tracción, coherentemente a lo evidenciado experimentalmente en la curva característica tensión-deformación de la armadura.

El comportamiento descrito se refiere a la armadura pretesa; el de la armadura postesa con conducto inyectado con lechada de cemento, es muy similar hasta aproximadamente el límite de proporcionalidad de la armadura, luego sigue un desarrollo distinto caracterizado por alcanzar un valor de tensión de tracción (y de deformación) menor a la rotura de la pieza. Si la armadura postesa es con conducto no inyectado, o si el producto de inyección o el que envuelve la armadura activa no es adherente, resulta que (despreciando el efecto del roce) la variación de la tensión sobre la armadura es menos pronunciada porque la deformación consecuente se

distribuye uniformemente sobre toda su longitud (n.12.3c de la Ref 131) y se llega así al agotamiento de la sección cuando la armadura presenta un valor de tensión menor que en los casos anteriores y para una carga de agotamiento también menor; la falla es precedida por grandes fisuras, mucho más separadas que en los dos casos anteriores, que disminuyen la resistencia del concreto (por reducirse el área de concreto comprimido arriba de la fisura).

El momento último resistente en todo caso se incrementa si se emplea armadura pasiva conjuntamente con la activa, aunque ello comporte, con mayor razón, que el agotamiento de la pieza se alcance para un valor de tracción de la armadura que, aún siendo mayor que el límite convencional de cedencia ($\epsilon_p = 0,2\%$), resulta generalmente menor que el valor de la rotura por tracción f_{pt} . Esto se debe a que a mayor armadura mayor fuerza de tracción disponible, en consecuencia la resultante de compresión al no poder crecer ilimitadamente conduce al aplastamiento del concreto antes de alcanzarse el mencionado valor de rotura por tracción de la armadura activa; la armadura pasiva presente en la pieza, estará siempre en su valor cedente (f_y). Se recuerda que, en el supuesto de una sección rectangular o asimilable a ella, la resultante de compresión sobre el concreto está sobre la mitad de la altura del bloque equivalente definido, según el ACI, por la profundidad $a = (A_p f_{p,cr} + AS \cdot f_y) / (0,85 f_{ck} \cdot b_w)$.

En el caso de la armadura activa no adherente, la armadura pasiva presente en cuantía reducida, no evita que después de la fisuración se produzca la cedencia de ambas armaduras (por la magnitud alcanzada en el ancho de las fisuras).

Más allá de las cargas de servicio, la variación no lineal de las tensiones sobre el concreto y sobre la armadura activa, inducen a concluir que el concepto de tensión admisible no implica medida de seguridad alguna frente al estado límite último (rotura).

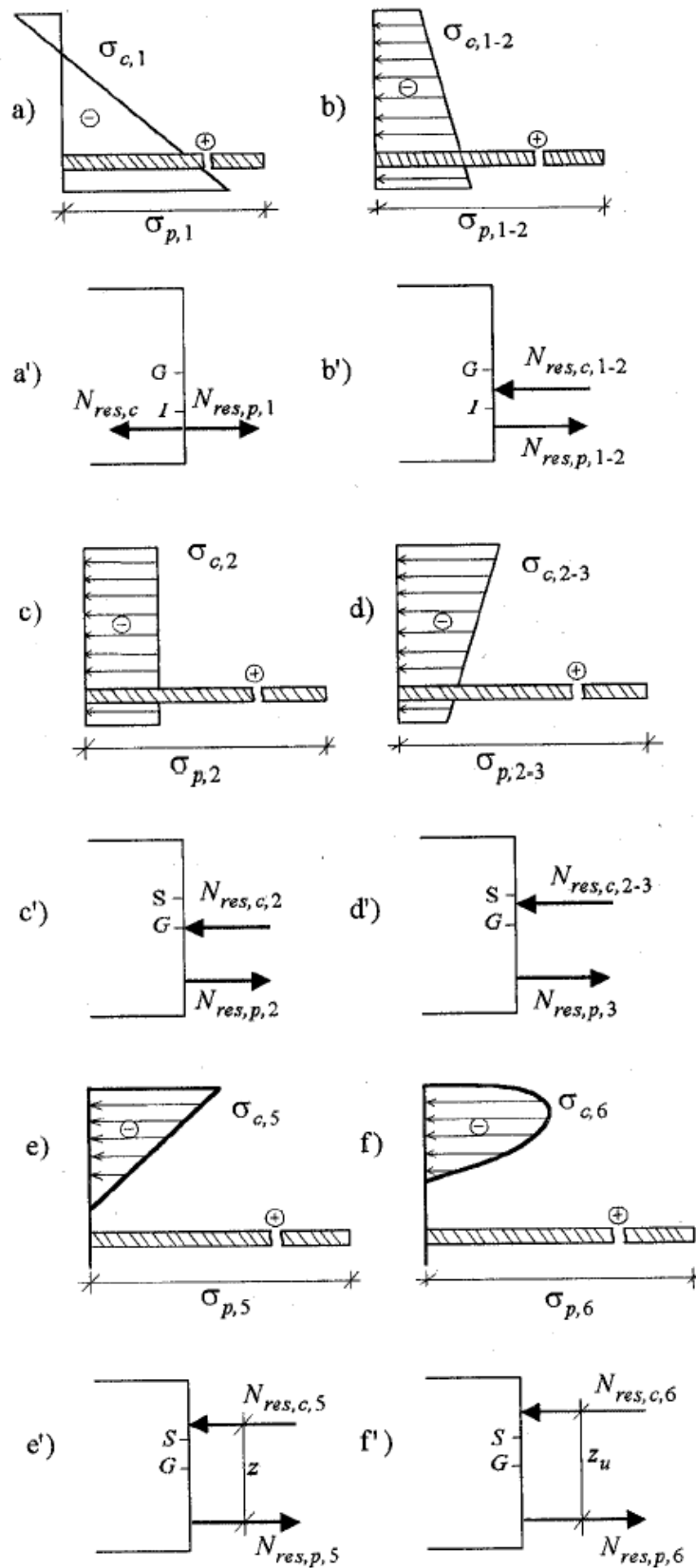


Fig.3: Régimen de tensión y régimen de esfuerzos resistentes en el concreto y en la armadura activa para diferentes fases de carga, correspondientes a la sección de centro-luz de la viga en estudio.

La Fig.3 pretende poner de manifiesto las tensiones normales sobre el concreto y el acero, así como también los esfuerzos correspondientes (integral de áreas de las tensiones normales) en cada una de las situaciones de interés evidenciadas en las dos figuras anteriores. Se parte de la premisa, de que todo estado tensional real del problema planteado (flexión sobre la sección de dentro luz de una viga pretensada simplemente apoyada, sin armadura pasiva y con carga uniformemente distribuida siempre creciente hasta la rotura) es tal que el equilibrio de la sección conlleva que las dos solicitaciones resistentes (resultante de las tensiones normales sobre el concreto, $N_{res,c}$ y análoga resultante sobre la armadura, $N_{res,p}$) deberán formar un par interno (lo que implica que deberán ser iguales y de signos opuestos, con compresión en el concreto y tracción en la armadura (ver Ejercicio 12.2.1-5 , en todas sus etapas de carga de la Ref [3]). Dicho momento resulta obviamente igual, en valor y signo, al momento externo representado por la única característica de sollicitación M_{act} producido por las cargas exteriores sobre la sección.

Todas las figuras (desde la *a* hasta la *j*) presentan el esquema de las tensiones normales y el de los esfuerzos resistentes correspondientes. El número que acompaña el subíndice de las tensiones o de los esfuerzos, quiere indicar la situación que se está analizando con respecto a las dos figuras anteriores (Figs.1 y 2). Así por ejemplo $\sigma_{c,1}$ indica la tensión normal en el concreto sobre una cuerda gen rica de la sección perteneciente a la condición de carga correspondiente al punto 1 de las Figs. 1 y 2; $\sigma_{p,1}$ la tensión normal sobre la armadura activa correspondiente al punto 1 de las mismas figura, Los subíndices con números separados con guión indican situaciones comprendidas entre esos dos números (ver por ejemplo la figuras b, b'; c, d).

Se ha de señalar que en todos los esquemas que se muestran existen dos características comunes: la tensión (y por ende el esfuerzo) en la armadura crece con la carga y el esfuerzo en el concreto también ($\sigma_{p,6} > \sigma_{p,5} > \dots > \sigma_{p,1}$; $N_{res,p,6} > N_{res,p,5} > \dots > N_{res,p,1}$; $N_{res,c,6} > N_{res,c,5} > \dots > N_{res,c,1}$). La variación de la tensión normal sobre la armadura activa es muy leve en prefisuración a tal punto que en primera aproximación puede ser despreciada, pero ello cambia a partir de la fisuración. El par resistente entonces crece con la carga de dos maneras distintas: por la magnitud y por la separación de los esfuerzos. En prefisuración prevalece en gran medida el crecimiento del momento resistente por la separación de los esfuerzos representativos del par, mientras que en posfisuración la tendencia es contraria; es decir, en el crecimiento del momento resistente prevalece el incremento de la magnitud de los esfuerzos resistentes del par.

2 ANÁLISIS DE LAS TENSIONES NORMALES Y DE LOS ESFUERZOS RESISTENTES EN PRE Y POSFISURACIÓN (INCLUYENDO LA ROTURA)

2.1 INTRODUCCIÓN. DEFINICIONES

Se estudiará la evolución de las tensiones normales y los esfuerzos resistentes en todo el intervalo de carga representado desde el punto 1 hasta el 6 de las Figs.1 y 2.

Se empleará un procedimiento general de análisis de las tensiones normales y de los esfuerzos resistentes, en pre, posfisuración (incluyendo en ésta la rotura), para estructuras pretensadas sometidas a acciones externas que producen flexión, o flexo-compresión.

La idea básica que se debe manejar es cómo cuantificar la globalidad de efectos producidos por el estado de coacción (por el pretensado) y por las acciones exteriores; centralizando la atención a la coacción producida por el pretensado, ya que se conoce bien cómo proceder para obtener cualquier régimen de tensión y de esfuerzos de una estructura sobre la que actúan fuerzas externas. En prefisuración, el problema fue tratado de manera rigurosa en los capítulos 4 y 12 de la Ref. [3]. Ahora se desarrollará lo allá tratado, de manera simplificada y con otro enfoque, y se extenderá también en posfisuración en general (incluyendo rotura). Se obtendrán relaciones comúnmente conocidas (o fusión de ellas) que presentan la ventaja de derivar de un único análisis,

hasta desembocar al punto en donde sea requerido el empleo de otros procedimientos rigurosos ya conocidos, para completar la solución de cada problema específico (como por ejemplo, cuando el procedimiento conduce al cálculo, ya conocido, del régimen de tensiones normales en la sección): en todo el procedimiento se emplean ideas y nociones ya propias del ingeniero civil.

Las dificultades objetivas de análisis se derivan del hecho fundamental de querer aceptar, a como de lugar Y por sus múltiples ventajas, el pretensado como equivalente a fuerzas externas. Como ello no es cierto (Cap. 12 de la Ref.[3], cualquier tipo de interpretación, análisis y conclusión que conduzcan a un mismo resultado del obtenido por vía rigurosa deberá tener siempre presente lo convencional, lo práctico y las limitaciones de la suposición. Hay que aceptar también que no siempre es posible una interpretación sencilla de una realidad compleja ni siempre es equivalente a una acción externa (constituida por fuerzas) el efecto de una acción indirecta constituida por una deformación impuesta no compatible por vínculos internos (y eventualmente externos).

En síntesis, proponemos separarnos de las complejidades conceptuales implícitas del estado de coacción y abordar el problema del pretensado haciendo suposiciones lógicas, físicamente convincentes y con efectos equivalentes al problema real (que no evidenciaremos en su esencia sino en sus conclusiones) y así afirmar que: el análisis de las tensiones normales y de los esfuerzos resistentes, en pre y posfisuración (incluyendo la rotura), para estructuras pretensadas sometidas a las acciones externas que producen flexión, se hará derivar de una sola fuente y puede ser reconducido a problemas comunes resueltos por la Resistencia de los Materiales y las teorías del Concreto Armado.

Premisas y definiciones.

A continuación se indica un resumen de los conocimientos indispensables, conocidos o por conocerse. Las ideas básicas conocidas, serán redefinidas y ampliadas, haciendo uso de otros enfoques. Como guía, se puede hacer referencia a los esquemas comprendidos entre la Fig.4 y la Fig.6.

1. En el proceso de pretensado la única fuerza conocida es aquella inicial de estiramiento, indicada con $F_{est,i}$. Ella, en el pretensado con armadura pretesa, es la fuerza de estiramiento en la armadura inmediatamente anterior a la transferencia (Fig.4a). En el pretensado con armadura postesa, el valor $F_{est,i}$ es el que se lee en el dinamómetro conectado al gato después del tesado de la armadura y se indica simbólicamente en la Fig.4c. En cualquier otra sección de la pieza, diferente de la sección extrema donde se supone aplicado el gato, dicha fuerza deberá ser estimada previo conocimiento del efecto del roce:

así por ejemplo, el tesado de la armadura de la viga de la Fig. 1c es por el extremo derecho, entonces, en secciones siempre más distantes de ese extremo resultará $(F_{est,i})A > (F_{est,i})B > (F_{est,i})C$.

2. Después de la transferencia de esfuerzos, comienzan los fenómenos de las pérdidas diferidas por la fluencia, retracción y relajamiento. De manera suficientemente aproximada para todo los propósitos prácticos (aunque no rigurosa, ver Caps.11 y 12 de la Ref. [3]), dichas pérdidas se pueden asimilar a una reducción del alargamiento inicialmente existente en la armadura, lo que conduce a suponer que el valor inicial máximo de tracción de estiramiento ($F_{est,i}$) lentamente y continuamente se reduce al tiempo genérico t al valor $F_{est,t}$ y al tiempo final $t = \infty$ al valor mínimo F_{est} .
3. Se define fuerza de pretensado, en un tiempo t comprendido entre $t = 0$ (instante inicial o inmediatamente después de la transferencia) y $t = \infty$ (instante final o valor asintótico grande de los tiempos, convencionalmente aceptado cuando todas las pérdidas diferidas terminan de manifestarse), al valor igual y opuesto al de la fuerza de estiramiento que le correspondería a ese tiempo. Ello quiere expresar que una vez definida en la sección y en el tiempo la fuerza de pretensado, su valor no cambia

absolutamente (en magnitud, punto de aplicación y signo) en todo el análisis tensional y bajo cualquier condición de carga.

No se debe confundir la fuerza de pretensado (P) con el esfuerzo de estiramiento (F_{est}), ni ésta con fuerza resultante de tracción ($N_{p,res}$) presente en la armadura activa. Esta última, en un cierto tiempo t , puede ser mayor, menor o igual a F_{est} porque es la única entre las tres que sí varía (en el caso de elementos con armadura pretesa: varía con la actuación del par de valores P y F_{est} solos o con la actuación de $P > F_{est}$ más las acciones exteriores; en el caso de elementos con armadura postesa: varía solamente con la actuación de las acciones exteriores).

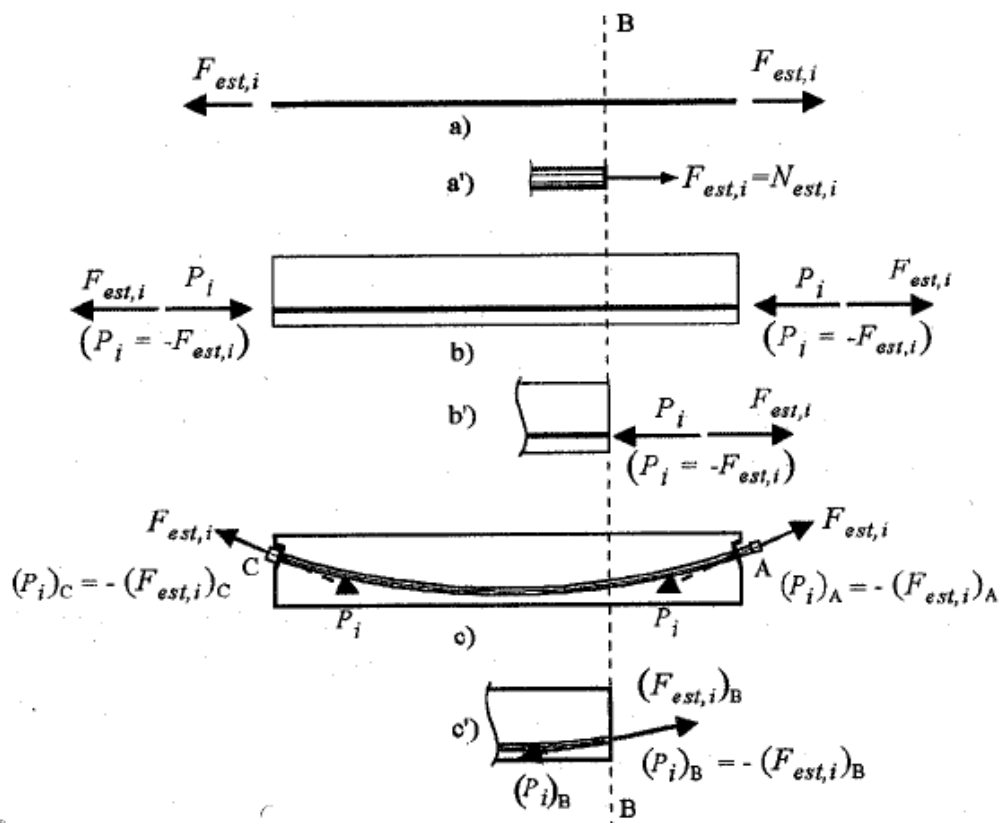


Fig.4: Esquemas de transmisión de esfuerzos en elementos pretensados. Pretensado con armadura pretesa: (a) Estiramiento previo de la armadura; (a') Esfuerzo de estiramiento sobre la sección izquierda B-B de la armadura; (b) Viga con armadura pretesa y fuerza de pretensado inicial (b') Esfuerzo actuante sobre la sección izquierda B-B de la viga. Pretensado con armadura postesa: (c) Transmisión del pretensado (fuerza de pretensado igual y opuesta a la fuerza de estiramiento).

En la Fig.4b, en el caso de la armadura pretesa, y en la Fig.4c, en el caso de la armadura postesa, se muestra como obtener la fuerza inicial de pretensado. Entonces, la fuerza de pretensado inicial es $P_i = - F_{est,i}$, aquella al tiempo t será $P(t) = F_{est,t}$ y aquella al tiempo $t = \infty$ será $P = - F_{est}$. Algunos autores indican este último valor como fuerza efectiva de pretensado o simplemente fuerza efectiva.

- La fuerza de pretensado (P_i , P o en general P_t) y por ende la fuerza de estiramiento F_{est} que por ahora no se quiere precisar. en cada sección de la pieza resulta siempre tangente a la línea ideal que representa el recorrido del tendón resultante.
- Cundo el elemento es con armadura pretesa, la fuerza de pretensado al tiempo t , que actúa sobre una sección genérica de la pieza, se obtiene de la siguiente manera:
 - Se determina el valor inicial P_i de la fuerza de pretensado ($P_i = F_{est,i}$).

- Se establece el tiempo t y la sección transversal del miembro donde se quiere calcular el valor P_t .
 - Se determina el ángulo a de inclinación del tendón en la sección considerada y se ubica P_t como fuerza tangente al tendón. El recorrido del tendón resultante totalmente rectilíneo (horizontal o inclinado) o por segmentos rectilíneos (poligonal).
 - El valor de P_t se obtiene a partir de P_i descontándole las pérdidas diferidas (por fluencia y retracción del concreto y relajamiento de la armadura). Para $t = \infty$, el valor P se obtiene de manera muy aproximada de la relación $P_i = (0,75 \leftrightarrow 0,80) P_i$.
6. Cuando el elemento es con armadura postesa, la fuerza de pretensado al tiempo t que actúa sobre una sección genérica de la pieza se obtiene de la siguiente manera:
- Se determina el valor inicial P_i de la fuerza de pretensado en la zona del cabezal (donde se efectúa el tesado de la armadura); allí el dinamómetro conectado al gato, suministra el valor inicial de la fuerza de pretensado $P_i = - F_{est,i}$ válida solamente para esa sección extrema.
 - Se determina el valor de P_i en la sección considerada, por ejemplo la sección B-B de la Fig.4c, teniendo presente el efecto del roce (por ende, definiendo el ángulo a de la tangente al tendón en la sección considerada). Este valor $(P_i)_B$ [siempre igual y opuesto a $(F_{est,i})_B$] es diferente del que se midió en la sección del cabezal. El tendón resultante es generalmente curvo.
 - Se establece el tiempo t y el valor de $(P_t)_B$ se obtiene a partir de $(P_i)_B$ descontándole las pérdidas diferidas (por fluencia y retracción del concreto y relajamiento de la armadura). Para $t = \infty$, el valor $(P)_B$ se obtiene de manera muy aproximada de la relación $(P)_B = (0,80 \leftrightarrow 0,85) \cdot (P_i)_B$.
7. El pretensado, equivalente a la técnica empleada para crear artificialmente en el concreto un estado de tensiones internas en autoequilibrio (estado de coacción, Cap.3 de la Ref [3]), es el beneficio aportado al concreto armado en pos de un mejor comportamiento y una mayor capacidad resistente. Entonces, la única diferencia entre el concreto armado y pretensado es que el primero no posee el pretensado mientras que el segundo sí.

El efecto del pretensado, en términos de fuerzas externas equivalentes, se simboliza aceptando en cada sección transversal de la pieza una fuerza P (que fue definida como fuerza de pretensado) y una fuerza F_{est} (que fue definida como fuerza de estiramiento). Estas fuerzas, además de tener todas las propiedades antes mencionadas, deben poseer las siguientes características:

a) En elementos pretensados con armadura pretesa (Figs.4a, 4a, 4b y 4b "; Fig.6a y 6a):

- P se piensa actuante sobre la sección homogeneizada de concreto armado y la afecta integralmente (es decir, la fuerza excéntrica crea un efecto de flexo-compresión sobre la sección, traccionando la armadura que se supone sin previa tracción por ser dicha sección concebida como de concreto armado). La flexo-compresión debe ser entendida como compresión (por el traslado ideal de P sobre el baricentro), más una flexión, con signo opuesto a la producida por las cargas exteriores (producto del mencionado traslado). La excentricidad de la fuerza de pretensado se indica con e_p y el momento flector producido por P , iguala $M_p = P \cdot e_p$ se le llama momento de pretensado. Cuando $e_p = 0$, resulta $M_p = 0$ y el efecto del pretensado en la sección se reduce a una compresión axial.
- La componente vertical de P_t es el cortante causado por el pretensado ($V_p = P_t \cdot \text{sen } a$) y la componente horizontal de P_t es el esfuerzo normal debido al pretensado ($N_p = P_t \cdot \text{cos } a$).
- P y M_p comprimen la armadura adherida al concreto, supuesta sin previa tracción (A_{ps}). Este es el efecto de flexo-compresión arriba mencionado, sobre la armadura supuesta sin previa tracción.
- F_{est} se piensa actuante sobre la armadura, sin afectar el resto de sección.
- El efecto total del pretensado, ya asimilado a una fase de carga que simbólicamente se le indica con pre , es suma algebraica de los efectos parciales de P y de F_{est} .

b) En elementos pretensados con armadura postesa (Figs. 4c y 4c'; Fig. 6b y 6b'):

La única diferencia con el caso anterior es que ahora se piensa a P actuante sobre la sección de solo concreto (sección sin armadura por presentar un hueco dejado por el conducto); por ende, la flexo-compresión no puede traccionar la armadura. Esta hipótesis sobre la fuerza persiste hasta que el conducto no se inyecte y que el producto de inyección no se endurezca: Es decir, la hipótesis es vigente intervenga o no el peso propio con el pretensado y deja de ser válida, para reasumir la hipótesis del caso de la armadura prestesa, solamente si las cargas exteriores diferentes al peso propio encuentran ya el material de inyección endurecido.

- Al igual que en el caso anterior, la componente vertical de P es el cortante causado por el pretensado ($V_p = P \cdot \sin a$) y la componente horizontal de P es el esfuerzo normal derivado del pretensado ($N_p = P \cdot \cos a$).
- P y M_p no comprimen la armadura no adherida al concreto, supuesta sin previa tracción (A_{pss}).
- F_{est} se piensa actuante sobre la armadura, sin afectar el resto de la sección.

El efecto total del pretensado, ya asimilado a una fase de carga que simbólicamente se le indica con pre , es suma algebraica de los efectos parciales de P y de F_{est} .

8. Conviene dividir las cargas exteriores al menos en dos categorías: las de peso propio de la estructura (que producen el momento M_l) y las otras, que globalmente producen el momento $M_w = M_2 + M_q$). Esta división nace por el hecho de que generalmente con el pretensado interviene la carga por peso propio y por ende el momento M_l y entonces la primera fase de carga real se convierte en la $pre + g_1$. En este caso, cuando la armadura es prestesa, el efecto de M_l como el de M_w es una flexión que tracciona el borde inferior (y por ende la armadura supuesta sin previa tracción); en cambio, cuando la armadura es postesa, si con el pretensado intervino también el peso propio de la estructura, el valor de F_{est} coincide con el valor de del esfuerzo de tracción de la armadura ($N_{p,res}$) en la fase $pre + g_1$, luego cuándo interviene M_w , el estado tensional depende de si el conducto fue o no inyectado, y ello se explicará con detalle. Estas consideraciones evidencian la importancia (generalmente conceptual) de establecer si con el pretensado intervino o no el peso propio. Excluyendo estos detalles menores, cuando interviene una carga exterior cualquiera (incluyendo el peso propio), por intermedio del momento flector M , se puede pensar la pieza ya pretensada; es decir, bajo un cierto régimen de tensión conocido (por P y F_{est}); así que estas cargas exteriores producirán efectos tensionales que serán sumados a los anteriores. Las tres características presentes (P , F_{est} y M pueden ser reducidas a dos (P y F_{est}), desplazando a P paralelamente a sí misma de la cantidad $a = M/P$. Este artificio, lícito en la mecánica racional, evidencia que en definitiva la sección pretensada sometida un momento exterior M se puede representar también con un par actuante (P , F_{est}), siendo F_{est} (inamovible, por considerarse actuante sobre la armadura sin afectar el resto de la sección) siempre tangente al tendón y P (actuante sobre toda la sección) desplazable por efecto de M .

Como fuera ya expresado, no es necesario que intervenga un momento exterior M para desplazar a P porque bajo el solo efecto del pretensado (P y F_{est} iguales y opuestos aplicados en el mismo punto), se puede trasladar a P sobre el baricentro de la sección, naciendo por el traslado el momento M_p (momento de pretensado). En estas condiciones, el momento exterior M se sumará algebraicamente a las otras sollicitaciones existentes sobre la sección. Cuando se procede de esta manera y se determinan separadamente los efectos para ser sumados al final, se dice que se está empleando el principio de superposición de efectos, que es únicamente válido en prefisuración y con comportamiento elástico lineal de los materiales.

9. La fuerza de pretensado P y la de estiramiento F_{est} definidas con anterioridad, simbolizan el efecto del pretensado en términos de fuerzas externas equivalentes sobre la sección y solamente sobre ellas. No

pueden ser justificadas ni aceptadas como resultantes de características de sollicitación; es decir, de esfuerzos definidos en la Resistencia de Materiales (equivalentes a resultantes de las fuerzas externamente aplicadas al sólido). Esto significa que todo lo anteriormente expresado es válido para el estudio del régimen de tensión en la sección y no se puede extrapolar, por ejemplo, para el estudio del equilibrio del sólido.

Se puede emplear un artificio, que indicaremos, de la equivalencia del pretensado, que consiste en afirmar: el pretensado pueda ser tratado, cuando conviene, con las mismas leyes de la Resistencia de Materiales. Basta dividir el problema real f (el pretensado) en dos, resolver independientemente cada uno de ellos y sumar algebraicamente los resultados.

- El primer problema es referido a la viga, con armadura supuesta sin previa tracción (A_{ps}), aceptando la fuerza de pretensado P actuando de la manera ya definida. Para ello nos valemos de uno de los dos criterios siguientes:
 - El criterio de considerar a P como fuerza externa a la sección, siempre tangente al recorrido del tendón, con las propiedades ya atribuidas, y resolver el problema tensional en cada sección como una flexo-compresión.
 - El criterio de las cargas equivalentes a la fuerza de pretensado P , de no confundir con la equivalencia del pretensado. Ello significa que la fuerza de pretensado P , no modificada de su definición y característica, pueda ser considerada como resultante de las características de sollicitación de un sistema de cargas exteriores sobre la viga (n.4.4b de la Ref [3]). Es decir, este sistema de cargas exteriores, obtenido de manera generalmente sencilla, sería la responsable de la definición de P de la manera descrita; de esta forma se respetarían formalmente los postulados de la Resistencia de Materiales. Obviamente, el problema se traduce a una flexo-compresión en cada sección.
- El segundo problema es el de considerar la armadura de manera totalmente independiente de la estructura y someterla a la fuerza de estiramiento F_{est} .

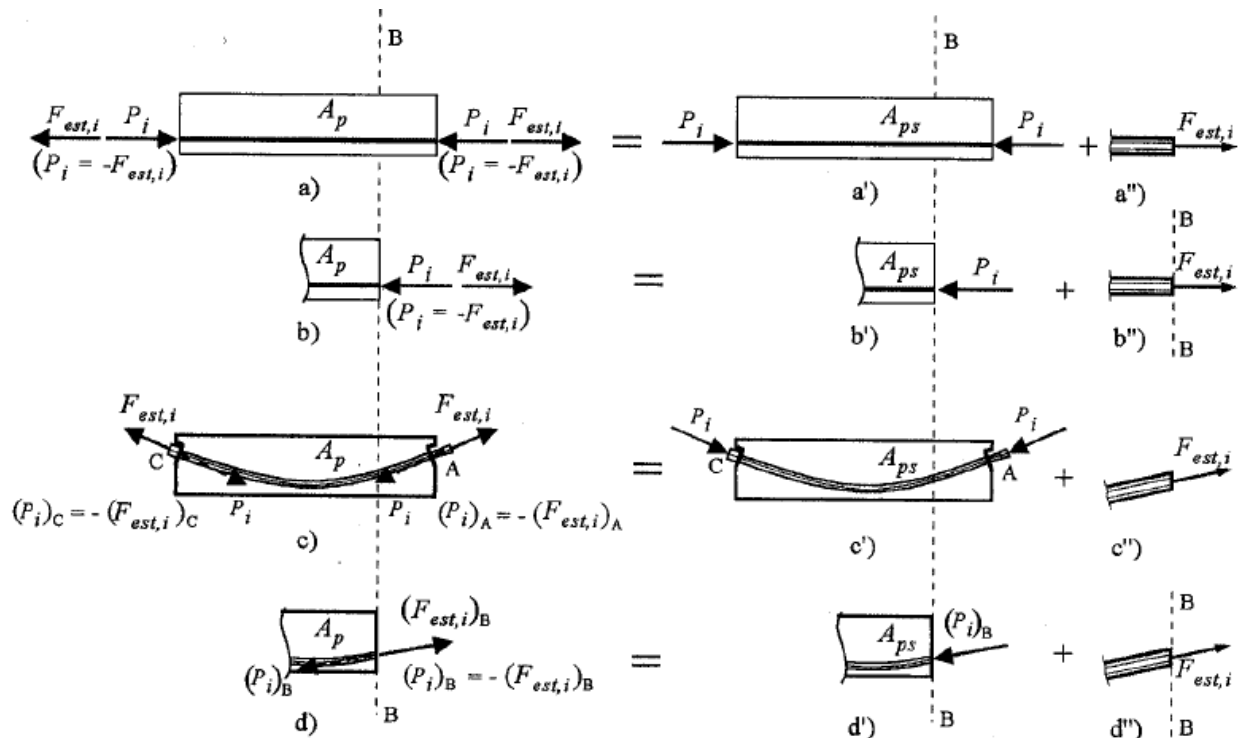


Fig.5: Esquema del pretensado en elementos estructurales con armadura pretesa: (a) Fase pre; (b) Manera alterna para expresar la fase pre.

Las fuerzas exteriores, incluyendo el peso propio de la estructura, se hacen intervenir sobre el primer problema. No hay que confundir este artificio de equivalencia del pretensado con el principio de superposición que puede ser empleado, por ser válido, solamente para el primer problema, incluyéndole las acciones por cargas exteriores, pero en prefisuración.

En prefisuración, se puede demostrar que se puede hacer abstracción del segundo problema y considerar el primero como una estructura de solo concreto. En la armadura realmente existente puede siempre suponerse, con suficiente aproximación práctica, que la tensión sea igual al valor de estiramiento, en el tiempo t considerado.

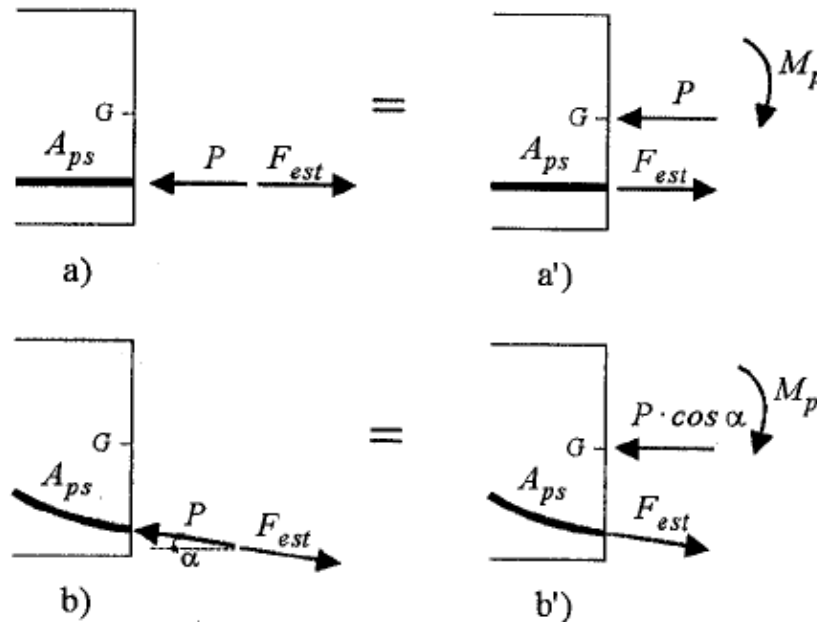


Fig. 6: Esquema del pretensado en elementos estructurales con armadura postesa: (a) Fase pre; (b) Manera alterna para expresar la fase pre.

10. Indicando con M_I el momento flector a causa del peso propio del elemento cuando la pieza presenta el esquema estático definitivo previsto, una pieza pesada es aquella que durante la transmisión del pretensado resulta, en valor absoluto y en todas las secciones, $M_p \leq M_I$. Esto equivale a decir que el elemento no logra arquearse y por ende, en algunos casos de pretensado con armadura pretesa (secciones que no presentan ala inferior, como por ejemplo las losas que tienen forma en T o en TT, etc.), no se desmolda automáticamente. En estas condiciones, la fracción de momento flector por peso propio que no ha podido intervenir es $M_I - M_p = \Delta M_I$ y que intervendrá apenas se levante la pieza (si con esa operación se respeta el esquema estático previsto). Este hecho transitorio no es absolutamente preocupante y generalmente no requiere una verificación flexional si la pieza fue diseñada para soportar satisfactoriamente la fase pre + g, como primera fase real de carga. Sin embargo, en el caso de elementos con armadura portera, el estado de tensión que se genera fundamentalmente en la armadura, tiene un tratamiento diferente, como se verá, por presentarse un comportamiento físico también diferente.

En consecuencia de lo expuesto, la fase pre es generalmente teórica; es decir es poco probable que exista sola.

11. No incluyendo las tensiones producidas por F_{est} sobre la armadura (a_{est}), el volumen de las tensiones normales presente sobre la sección transversal de un elemento pretensado bajo una condición de tiempo y carga cualquiera, es igual, numéricamente, a la fuerza de pretensado existente sobre esa sección en

esas mismas condiciones. Es consecuencia del hecho de haber aceptado que P es la fuerza que afecta a toda la sección, por ende la que genera sobre ella un estado de tensiones normales; o que es lo mismo: la fuerza de pretensado será siempre igual al volumen de tensiones producidas en el primer problema.

2.2 PIEZA CON ARMADURA PRETESA

a) Estudio de la fase de carga pre (solo pretensado) y equivalencia formal

En el diagrama de la Fig.1 el punto 1 representa la condición de carga producida por el pretensado (es decir, sin la intervención de cargas exteriores de tipo alguno y sin intervención del peso propio considerado como carga exterior). Se repite en la Fig.7^a el régimen de tensiones representado en el punto 1 antes mencionado, ampliando dicho régimen también para la armadura. Como es sabido, el diagrama de tensiones representado en la Fig.7a (referida a la sección izquierda del corte genérico de la viga) es autoequilibrado (propiedad del estado de coacción) y el autoequilibrio es entre esfuerzos reactivos. $N_{p,res}$ es el esfuerzo resultante sobre la armadura activa (integral de área de σ_p) y $N_{p,res}$ el esfuerzo resultante sobre el concreto (integral de área de σ_c); ambos son iguales y opuestos, están sobre la misma recta y por ende no producen momento interno.

Se quiere evadir la dificultad que encierra el análisis del estado de coacción representado en la Fig.7°, reconduciendo su realidad tensional a otra equivalente producida por fuerzas externas, valiéndose de artificios. A tal efecto se afirma que el régimen tensional en la sección en discusión (Fig.7a) puede ser obtenido como la suma de dos regímenes tensionales producidos por los esquemas del tipo indicado en las Figs.7b y 7c, si se toman en cuenta las siguientes hipótesis:

- La Fig.7b representa la sección en estudio sometida a una fuerza excéntrica P, cuyo valor es conocido ($P = F_{est}$), aplicada (en isostaticidad), a la altura de la armadura activa. La porción de la pieza cuya sección se está estudiando presenta además una armadura adherida al concreto que se supone sin tracción previa (como en el c.a. y que se indicará con el subíndice p_s). La fuerza P entonces genera un régimen de tensión igual a la de una sección de concreto armado sometida a una flexión + compresión (flexo-compresión), en prefisuración, en el supuesto de un comportamiento elástico lineal de los materiales que constituyen la sección. El referido régimen de tensión producido por el esquema de la Fig.7b se indica en la Fig.7b' y los valores característicos de tensión normal son:

* Sobre los bordes de la sección:

$$\sigma_{c,inf} = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_{c,inf} \quad (1)$$

$$\sigma_{c,sup} = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_{c,sup} \quad (2)$$

La convención de signo empleado es la usual. Las características geométricas se refieren a la sección trasformada en concreto.

* Sobre la armadura:

$$\sigma_{ps} = \alpha_e \cdot \sigma_{cp} = \alpha_e \cdot \left(\frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p \right) \quad (3)$$

(σ_{cp} = tensión normal sobre el concreto a la altura de la armadura activa; y_p distancia entre baricentro de la sección homogeneizada armadura adherida supuesta sin previa tracción. Los subíndices ps indican armadura de pretensado sin previa tracción.)

- La Fig.7c representa la fuerza F_{est} que se empleó para el estiramiento de la armadura sin previa tracción (A_{ps}). Elle se supone como una fuerza externa sobre la armadura y que actúa únicamente sobre ella, con un valor siempre constante en cada tiempo t (para t = 0 es $F_{est,i}$; para el tiempo t es $F_{est,t}$ y para el tiempo t = ∞ es F_{est}). Ella produce un estado de tensión aest visualizado en la Fig.7c', con resultante de esfuerzo igual a N_{est} . De la observación de las Figs.7b y 7c y de las Figs.7ó'y 7c'se concluye además que la tensión normal resultante en la armadura, en la fase pre se expresa:

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P) + \sigma_{est} \quad (4)$$

en donde el término $\sigma_{ps}(P)$ quiere indicar que la tensión normal de tracción de la armadura supuesta sin previa tracción (producida por el esquema de la Fig.7b y representado en el esquema de la Fig.7b'), es función de la fuerza de pretensado P.

Esta misma relación anterior, en términos de esfuerzos resistentes se puede escribir:

$$N_{p,res} = N_{ps,res}(P) + N_{est} = N_{ps,res}(P) + F_{est} \quad (5)$$

Las relaciones comprendidas entre la (1) y la (5) se refieren al tiempo t = ∞ . Para otro tiempo cualquiera, por ejemplo t = 0, es suficiente sustituir el valor de P por P_i y efectuar el cambio de los subíndices de esta manera:

$$ps,res = p,res,i ; \quad ps,res = ps,res,i ; \quad est = est,i.$$

En la relación (5) obsérvese que $N_{ps,res}(P)$ es negativo (compresión) y muy reducido con respecto a $N_{est} = F_{est}$ que es positiva (tracción); razón por la que en la fase pre (solo pretensado) sucede siempre que la tensión de tracción en la armadura activa es menor que la tensión de estiramiento previo de la armadura ($N_{p,res} = N_{est} - F_{est}$). De esta manera se evidencia lo que resultaba intuitivo en el análisis físico del problema y lo que fuera señalado en la premisa n° 3 del n.2.1.

Para atender otra interpretación del actual análisis, se agrupan los esquemas de las Figs. 7h y 7c en uno solo: el de la Fig.7(bc), por constatar que el efecto resultante está también agrupado en la Fig.7a = Fig. 7b' + Fig. 7c'. En este caso hay que evitar la frecuente errada interpretación del efecto de la fuerza F_{est} . Ella, por definición (premisas n° 7' del n.13.1.3.1), se ha de suponer inamovible e independiente de la sección, mientras que P se ha de suponer que afecta a toda la sección.

Resumiendo, para determinar el estado de tensión sobre una sección genérica de una pieza pretensada con armadura pretesa en la fase pre (solo pretensado), se pueden superponer los dos efectos siguientes: (1) Efecto tensional causado por la fuerza de pretensado P aplicada (en isostaticidad) sobre la armadura, supuesta sin previa tracción (A_{ps}) y que afecta a toda la sección homogeneizada. (2) El otro efecto es la tensión de tracción que poseía la armadura antes de la transferencia (es decir, cuando previamente estaba estirada con la fuerza F_{est}). Este último efecto puede ser interpretado por el del estiramiento previo de la armadura según el esquema de independencia de la misma indicada en la Fig.1c, o por el que realiza cuando ella está aplicada sobre la armadura de la sección pero sin afectar a la misma sección. tal como quiere expresar la Fig. 7(bc).

b) Estudio de las otras fases carga (incluyendo pre + g , pre + g + q y rotura).

Las acciones exteriores que actúan sobre la sección (incluyendo el peso propio del elemento), se representan por el momento M_{act} aplicado sobre el esquema de la Fig. 7b (o sobre el esquema de la Fig. 7(bc)). El estado de tensión resultante es entonces el que se produce en la Fig. 7d más el ya existente en la Fig. 7c. Ahora bien, el esquema de la Fig. 7d se puede transformar en el de la Fig. 7e y ambos habrá que entenderlos como los que representan una sección de concreto con armadura adherente y sin previa tracción, sometida a la acción externa de una fuerza excéntrica, fuerza excéntrica ésta que se encuentra desplazada con respecto a la posición original (correspondiente al baricentro de la armadura de la sección) de la cantidad, en valor y signo, $a = M_{act} / P$. El régimen de tensiones producido por la fuerza representada en el esquema de la Fig. 7e se indica en el esquema de la Fig. 7f y el régimen de tensión total (f) + © se representa en el esquema de la Fig. 7g. Este último, a su vez, puede ser interpretado en el esquema de la Fig. 7h con un par resistente con esfuerzo de compresión sobre el concreto $N_{c,res}$ y otro sobre la armadura activa:

$$N_{p,res} = N_{ps,res}(P, M) + N_{est} \quad (6)$$

siendo $N_{ps,res}(P, M)$ el esfuerzo resistente sobre la armadura de una sección de concreto armado por efecto de (P, M) y N_{est} la tracción de estiramiento después de las pérdidas. Ese par resistente obviamente deberá ser equilibrado por el momento actuante M_{act} representado por el par constituido por las dos fuerzas P' y F_{est} que actúan sobre la sección izquierda del elemento de longitud dx. La presencia de F_{est} aplicado sobre la armadura es por exigencia de coherencia con los principios de la estática, ya que también fue agregada a la misma armadura, en la sección derecha del elemento dx del sólido, la tensión normal de estiramiento F_{est} .

Las tensiones normales generadas por las cargas exteriores comprendidas en las de servicio y en prefisuración, producen sobre el concreto un estado tensional obtenido por intermedio de la relación:

$$\sigma_c = \frac{M}{I_e} \cdot y \quad (7)$$

(M = Momento flector externo, I_e = Momento de inercia de la sección homogeneizada, y distancia medida a partir del baricentro de la sección homogeneizada)

y sobre la armadura supuesta sin previa tracción:

$$\sigma_{ps}(M) = \alpha_e \cdot \sigma_{cp} = \alpha_e \cdot \frac{M}{I_e} \cdot y_p \quad (8)$$

Las tensiones finales serán la suma algebraica de las tensiones parciales obtenidas en el concreto y sobre la armadura.

Cuando M_{act} es elevado, inicialmente conduce a la fisuración del concreto en tracción y posteriormente al agotamiento de la sección. En el agotamiento, la posición asumida por P se indica en el esquema de la Fig. 7i pero el problema global está representado por los efectos conjuntos de los esquemas de la Fig. 7i + Fig. 7c que también puede ser conveniente mostrar en el esquema de la Fig. 7j. En la Fig. 7k se quiere evidenciar que en la sección izquierda actúa el par (P, F_{est}) en donde la posición de P fue definida por el desplazamiento $a =$

PM/M_{act} . Se prefiere colocar ese par de fuerza en lugar de su lógica equivalente M_{act} , para hacer hincapié y que no haya confusión en que se está tratando de una estructura pretensada. Queda así terminada la discusión cualitativa del régimen de tensión y de esfuerzos internos ilustrados en los puntos representativos de la Fig. 1.

c) Conclusiones sobre la manera de calcular las tensiones normales y los esfuerzos resistentes.

La acción externa del pretensado es representada por el P y F_{est} iguales y opuestos y aplicados el mismo punto; las acciones de las cargas exteriores es representado por el momento M_{act} . Los esfuerzos internos son causados por el pretensado y por el momento actuante y ellos necesariamente deben formar un par resistente (resultante de compresión sobre el concreto y resultante de tracción sobre la armadura).

Cuando se acepta la presencia de P y de F_{est} para justificar el autoequilibrio de las tensiones por pretensado, como es lo habitual, habrá que recordar las definiciones y las propiedades que se les han atribuido. Luego, hay cabida fundamentalmente a dos interpretaciones, que se derivan de una misma esencia y que pretenden simplificar la tarea concerniente al uso de la fórmula más conveniente a utilizar en cada caso.

En conclusión: para calcular las tensiones normales se pueden emplear:

cl) Criterio que el solo pretensado o el pretensado más cargas exteriores sean equivalentes al efecto de una Flexo-compresión. El resultado final será la suma del efecto producido por la flexo-compresión y el efecto producido por la Fig. 7c.

Bajo una condición de carga exterior cualquiera, el esquema de cálculo se indica en el efecto suma de las Fig. 7d y Fig. 7c. o su equivalente Fig. 7e + Fig.7c o en efecto suma de las Fig. 7i y Fig. 7c.

Este procedimiento, siempre válido, es muy empleado en prefisuración. La ventaja en su aplicación es que el cálculo se concentra casi exclusivamente en el estudio de una flexo-compresión sobre una sección con armadura sin previa tracción, aplicando la superposición de efectos (compresión debida a P supuesta axial por traslado de su posición original. flexión de P por intermedio del momento de pretensado $P \cdot e_p$ y flexión por el momento flector M de las cargas exteriores); además, se puede emplear la fórmula de RANKINE, que, como es conocido, es aplicable cuando sobre la sección existe solamente una fuerza excéntrica y ello es siempre posible recordando que P más un momento exterior M cualquiera es equivalente al mismo P trasladado, en el sentido del momento, de la cantidad $a = M/P$. El momento flector $A7$ es conocido por ser característica de sollicitación obtenida del equilibrio estático de la pieza.

El cálculo tensional sobre la armadura se completa agregándole el valor $\sigma_{est} - F_{est}/A_p$ al estado de tensional obtenido en la misma durante el procedimiento anterior de la flexo-compresión.

c2) El criterio del par resistente interno que equilibra el momento externo.

Se representa en las Fig.7h, Fig7j y Fig. 7k.

El criterio, siempre válido, es frecuentemente empleado en el estado límite último de rotura y es menos práctico en condiciones de servicio, pero en ambos casos es muy representativo de la realidad tensional.

Procedimiento de cálculo en condiciones de servicio (Fig. 7h).

- Se supone conocido el valor P en el tiempo t en que se desee calcular el estado tensional.

-

- Se requiere el conocimiento del momento flector que actúa sobre una determinada sección derivado de una condición real de carga sobre la viga pretensada supuesta sin carga exterior. Este momento flector, en vigas isostáticas, no presenta dificultad alguna por cuanto es el mismo que se obtendría en esa misma sección de viga si no fuese pretensada.
- Posteriormente, en vez de colocar el momento M sobre la sección izquierda, se coloca F_{est} en la armadura y P desplazado de F_{est} de la cantidad $a = M/P$; el Par $(P \cdot F_{est})$ es equivalente a M .
- A todas luces se observa que para obtener los efectos de P sobre la sección, se desemboca al caso anteriormente tratado, por cuanto el problema es de flexo-compresión. De igual manera, el efecto de F_{est} se supone sobre la sola armadura, por ende vale el mismo cálculo y se emplea la misma relación del caso anterior. Cuando la viga pretensada es hiperestática, se deberá tener presente que el momento a considerar en la sección es generalmente diferente de aquel obtenido sobre la misma sección de una misma viga hiperestática pero no pretensada.

Procedimiento de cálculo en rotura (Fig.7j o Fig.7k).

Generalmente el interés está centralizado en la determinación del momento resistente (en la sección derecha de las dos figuras) para luego compararlo con el actuante, que es conocido o supuesto tal.

El cálculo sería tratado de la misma manera que en el concreto armado si la armadura estuviese en cedencia neta (como se asume en la armadura ordinaria al superarse el límite ϵ_y del diagrama tensión-deformación supuesto del tipo bilineal, pero desafortunadamente aun cuando la rotura es iniciada por la parcial cedencia de la armadura activa, resulta que cuando el concreto llega a su aplastamiento, no se logra conocer directamente el verdadero valor de la tensión de tracción sobre la armadura; de allí las dificultades de los procedimientos que predicen el valor último de resistencia y de sus necesidades de empleo de métodos iterativos. A la rotura, la resultante de las tracciones será

$$N_{p,res} = N_{p,cr}$$

No está demás recordar que:

- El esfuerzo de tracción total estará siempre sobre la armadura, su variación (crecimiento) será modesta en prefisuración y grande en posfisuración.
- El esfuerzo de compresión del concreto (igual y opuesto al de tracción sobre la armadura) se desplazará rápidamente y crece muy lentamente en prefisuración a tal punto que dicho crecimiento es frecuentemente despreciable (n.3), mientras que en posfisuración sucede lo contrario.
- La tracción sobre la armadura está constituida por dos términos: el primero es generado por la acción conjunta $P + M$ sobre una sección de concreto del tipo con armadura ordinaria (o mejor, sobre sección de concreto pretensada con armadura supuesta sin previa tracción), el segundo es por el estiramiento previo de la armadura.

d) Fórmulas que expresan el régimen de tensión normal en prefisuración con comportamiento elástico lineal de los materiales.

Como es de rigor en la Resistencia de Materiales, se expresan las tensiones generadas por las características de sollicitación. Empleando el primer criterio, se pueden aceptar como características de sollicitación del pretensado la fuerza P y el momento de pretensado $M_p = P \cdot e_p$, mientras que para las cargas exteriores la única característica de sollicitación es el momento flector M . Se recuerda que al final habrá que agregar el valor de tracción previa sobre la armadura (σ_{est}).

Para la validez de las fórmulas en un tiempo cualquiera comprendido entre $t = 0$ y $t = ce$ es suficiente sustituir P y σ_{est} por los correspondientes valores al tiempo precisado. La simbología es la habitual, con algunos nuevos términos ya definidos. Cada una de las fórmulas se escribirá también a la manera de RANKINE (sección

sometida explícitamente a una sola fuerza normal excéntrica que produce flexo-compresión, como por ejemplo la que se indica en la Fig.7e).

Fase pre. * Sobre el concreto (.son las mismas relaciones 1 y 2):

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y \quad (9)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_p}{i^2} \cdot y \right) \quad (10)$$

* Sobre la armadura:

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P) + \sigma_{est} = \alpha_e \cdot \left(\frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \quad (11)$$

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P) + \sigma_{est} = \alpha_e \cdot \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_p}{i^2} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \quad (12)$$

Fase pre + M₁ (equivalente a pre + g₁).

* Sobre el concreto:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y + \frac{M_1}{I_e} \cdot y \quad (13)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_1}{i^2} \cdot y \right) \quad \text{con } e_1 = e_p + \frac{M_1}{P} \quad (14)$$

* Sobre la armadura:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sigma_{ps}(P, M_1) + \sigma_{est} = \\ &= \alpha_e \cdot \left(\frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_1}{I_e} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P + M_1) + \sigma_{est} = \alpha_e \cdot \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_1}{i^2} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \quad (16)$$

Fase pre + M₁ + M_w (correspondiente a pre + g + q).

* Sobre el concreto:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y + \frac{M_1}{I_e} \cdot y + \frac{M_w}{I_e} \cdot y \quad (17)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_2}{i^2} \cdot y \right) \quad \text{con } e_2 = e_p + \frac{M_1}{P} + \frac{M_w}{P} \quad (18)$$

* Sobre la armadura:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sigma_{ps}(P, M_1, M_w) + \sigma_{est} = \\ &= \alpha_e \cdot \left(\frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_1}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_w}{I_e} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P + M_1) + \sigma_{est} = \alpha_e \cdot \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_2}{i^2} \cdot y_p \right) + \frac{N_{est}}{A_p} \quad (20)$$

Observaciones:

- 1.- El momento M_1 es el que interviene con el pretensado, corresponde a M_{\min} .
- 2.- El momento $M_1 + M_w$ con $M_w = M_2 + M_q$ es el correspondiente a la totalidad de la carga y se expresa también por M_{\max} . La carga permanente sobrepuesta g_2 , se indicó con el momento M_2 .
- 3.- $M_p = P \cdot e_p$.
- 4.- $N_{est} / A_p = F_{est} / A_p - \sigma_{est}$.

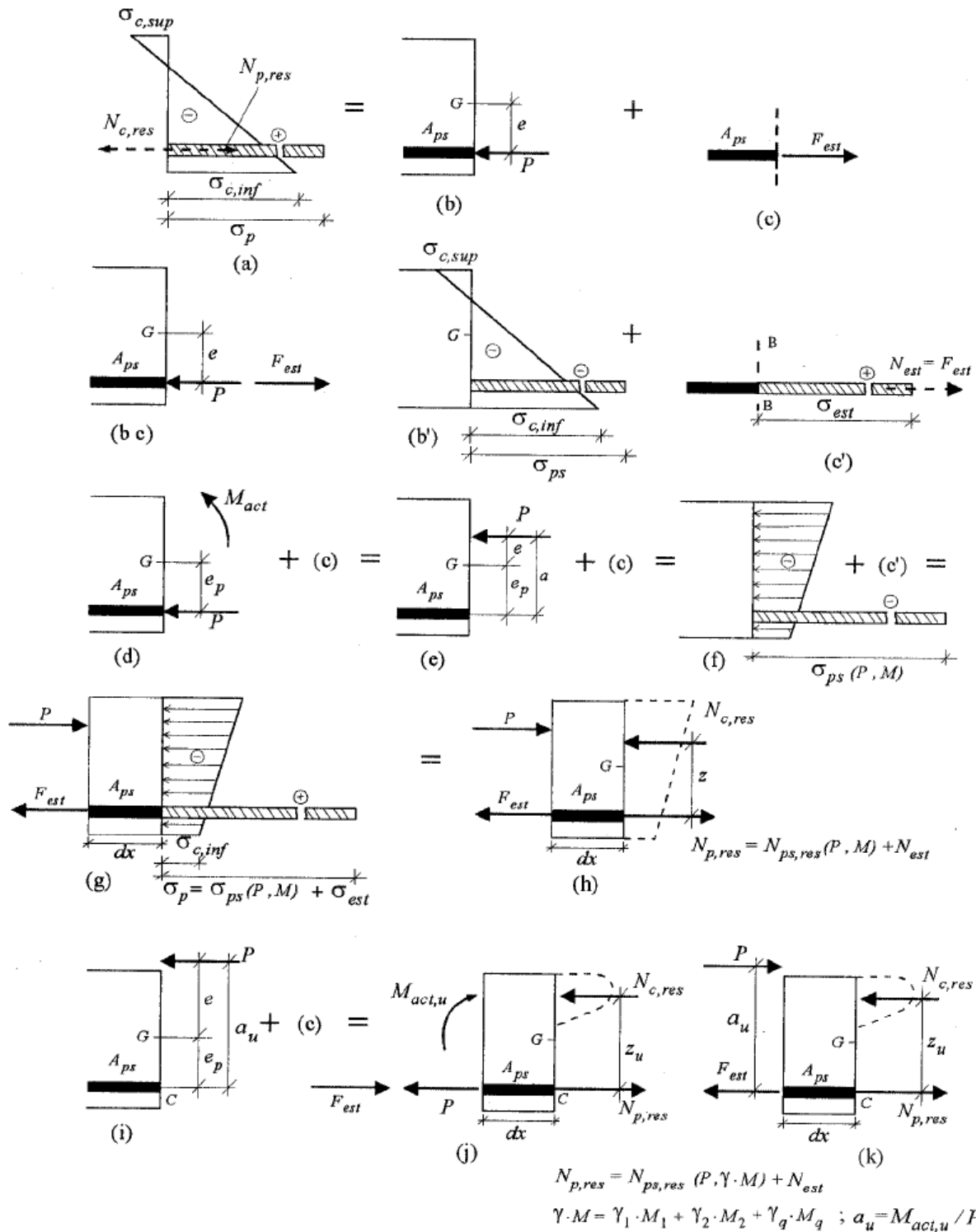


Fig.7: Evolución de las tensiones normales y de los esfuerzos resistentes en el pretensado con armadura pretesa: (a) Fase de carga pre (o de solo pretensado) en donde se evidencia el autoequilibrio de los esfuerzos; (b) Estado de tensión correspondiente al esquema (a) anterior; (c) 'tensiones normales (σ_{est}) y sus resultante (N_{est}) como respuesta a la fuerza de estiramiento F_{est} ; (bc) Esquema de fuerzas que generan las tensiones autoequilibradas; (d) + (c) Pretensado más un momento exterior, (e) + (c) esquema equivalente al anterior; (f) + (c) Estado de tensión del esquema anterior; (g) Estado de tensión final del esquema anterior; (h) Esfuerzos resistente finales del esquema anterior; (i) + (c) Esquema en rotura, éste se diferencia del esquema (e) + (c) por la presencia de un momento exterior mayor; (j) Esquema en rotura en donde en la sección izquierda se evidencia el momento actuante y en la derecha el par resistente; (k) Esquema alternativo del anterior.

e) Fórmulas en posfisuración.

Cuando la sección es fisurada y el comportamiento de los materiales está en el rango elástico lineal, un esquema cualitativo es representado por la Fig.3e y 3e'. El problema general prefiere tratarse en el n.2.5 donde abarcará los diferentes tipos de pretensado (con armadura pro o postesa).

En prerrotura, el diagrama de tensiones normales se representa en la Fig.3f y Fig.7j y el de los esfuerzos resistentes en las Figs.3f' y 7j. Para esta última figura, resulta que el esfuerzo resistente se puede expresar por intermedio de la relación:

$$N_{p,res} = N_{p,res}(P, \gamma \cdot M) + N_{est} \quad (21)$$

donde por $\gamma \cdot M$ se ha de entender el momento mayorado (ACI), o el momento actuante de cálculo (CEB-FIP). En la rotura iniciada por cedencia de la armadura en tracción, resulta $N_{pres} - N_{cr}$.

El tratamiento muy aproximado en el estado límite último de rotura, se hace en el n.2.6. La manera rigurosa y los procedimientos con diferentes niveles de aproximación, se encuentran en variadas bibliografías que tratan sobre el tema.

2.-3 PIEZA CON ARMADURA POSTESA CON CONDUCTO INYECTADO (CON MATERIAL ADHERENTE) DESPUÉS DE LA INTERVENCIÓN DEL PESO PROPIO

a) Generalidades.

Mientras que en el concreto pretensado con armadura pretesa la fuerza de pretensado se controla antes de ser aplicada en el concreto pretensado con armadura postesa se controla durante la fase de tesado. En ambos casos, la fuerza de pretensado es un dato de partida para el cálculo tensional.

Cuando la armadura es postesa, hay que prever y constatar si con el tesado de la armadura interviene o no el peso propio del elemento. Sucede lo primero cuando $M_p > M_1$ (premisa 10 del n.2.1). El análisis riguroso del régimen de tensión (especialmente en la armadura) está subordinado al hecho físico de la actuación o no de una flexión producida por el elemento.

Por ejemplo, con el pretensado no interviene el peso propio del elemento cuando éste descansa sobre una superficie plana y el recorrido del tendón resultante coincide con el eje geométrico de la pieza ($M_p = 0$). Obviamente, al levantar la pieza, intervendrá el peso propio.

En el presente análisis supondremos primero que la primera fase real sea la pre y después que la primera fase real sea la pre + gl. En ambos casos, se asume que antes de la intervención de otro tipo de carga, diferente al peso propio, se haya procedido a inyectar el conducto con material adherente; de esta manera que dichas cargas encuentren el material del conducto ya endurecido.

b) Estudio de las diferentes fases de carga comenzando suponiendo que la primera fase real sea la pre

Teniendo presente la Fig 4c, supongamos que se quiera estudiar la evolución tensional y de esfuerzos, habrá que comenzar observando que la frase pre que se indica en la Fig.8a se diferencia del caso anterior (Fig.7a) por no existir adherencia entre armadura y concreto; así que el diagrama de tensiones normales (Fig.8a) se puede

suponer igual al diagrama generad por la fuerza P aplicada sobre el baricentro del hueco de la sección de concreto (Fig. 8b) más el diagrama de tensiones existente en la armadura traccionada (Fig.8c). Resulta entonces la equivalencia entre la Fig.8a y la suma de las Figs.8b y 8c. en donde la sección se supone sin armadura alguna ($A_{ps} = 0$). La fuerza de pretensado P_i evidenciada en la Fig.8b presenta la propiedad descrita en las premisas y definiciones n° 6 y n° 7b del n. 2.1.

El régimen de tensiones en la sección (actualmente de solo concreto) se derivan de aquella producida por una carga ex céntrica P aplicada en el baricentro del hueco y se obtiene de la relación:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y \quad (22)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{e_p}{i^2} \cdot y_c \right) \quad (23)$$

(A_c = Área de la sección transversal del la sección con hueco, I_c = Momento de inercia de la sección de área A_c , y = Ordenada medido desde el baricentro de A_c ; i = Radio de giro)

La tracción sobre la armadura es igual a la de estiramiento; es decir:

$$\sigma_p = \frac{F_{est}}{A_p} = \sigma_{est} \quad (24)$$

Cuando luego interviene M_1 , habrá que suponer existente dentro del conducto de la Fig.8b una armadura sin previa tracción y no adherente (A_{pss}), con posibilidad de comprimirse o alargarse uniformemente, deslizándose dentro del conducto, de la misma manera que se comprimiría o alargaría mi elemento ideal que pudiera trabajar como tirante o como puntal (tirante-puntal) bajo la acción de una tracción o de una compresión. La magnitud total del alargamiento o acortamiento seria la misma de la fibra ideal de concreto de la pieza con recorrido coincidente con el del conducto, siendo la causa de esta deformación los momentos flectores por carga exterior que inciden sobre la estructura.

Con esas hipótesis de trabajo, el momento flector M_1 por peso propio (Fig.8d), producirá sobre la armadura particular descrita una tracción uniforme (prescindiendo del roce), obteniéndose finalmente sobre ella una tracción que resulta ser la sauna algebraica de $N_{pss}(M_1)$ y N_{est} (indicando con el subíndice pss al esfuerzo sobre la armadura sin previa tracción y sin previa adherencia).

El estado de tensión sobre el concreto será entonces:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y + \frac{M_1}{I_c} \cdot y \quad (25)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{e_1}{i^2} \cdot y_c \right) \quad \text{con} \quad e_1 = e_p + \frac{M_1}{P} \quad (26)$$

y sobre la armadura:

$$\sigma_p = \frac{F_{est}}{A_p} + \Delta\sigma_{pss}(M_1) = \sigma_{est} + \Delta\sigma_{pss}(M_1) \quad (27)$$

La variación de tensión originada por el momento M_1 y expresada por la relación $\Delta\sigma_{pss}(M_1)$, se puede estimar, caso por caso, por intermedio de la relación (12.3-4 de la Ref [3]) (ver también Ejercicio 12.3.1-1 de Ref.[3]), pero su incidencia es modesta si se le compara con el valor de estiramiento inicial.

Cuando interviene la carga exterior diferente del peso propio, el conducto inyectado hace que se pierda una de las hipótesis anterior sobre la armadura no adherente; razón por la que a partir de ahora la hipótesis sobre la armadura será igual a la del caso anterior de armadura pretesa; es decir, armadura adherente y sin previa tracción (A_{ps}) ante los momentos $M_2 + M_q = M_w$. El esquema de cálculo se indica en la Fig.8f + Fig.8c, o en el esquema equivalente de las Fig.g + Fig.8c, o en el esquema del par interno representado por la Fig.8h.

El estado de tensión sobre el concreto se expresa (Fig.8f+ Fig.8c o Fig.8g + Fig.8c):

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y + \frac{M_1}{I_c} \cdot y + \frac{M_w}{I_e} \cdot y_e \quad (28)$$

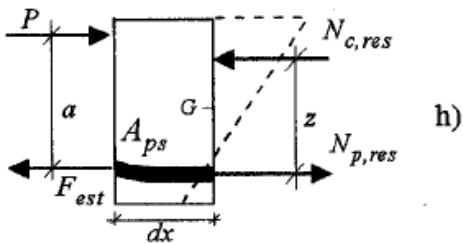
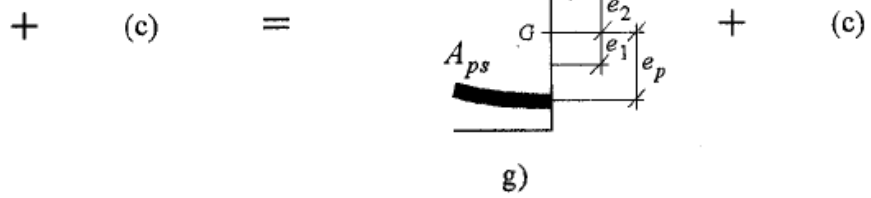
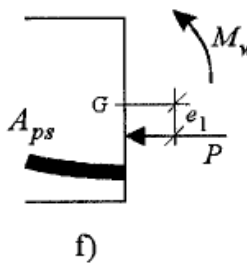
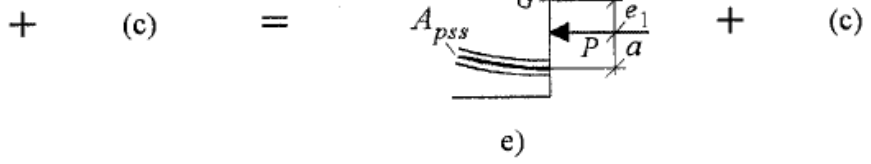
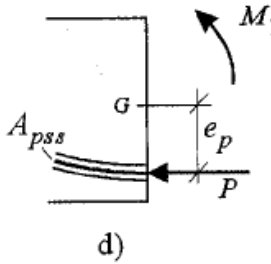
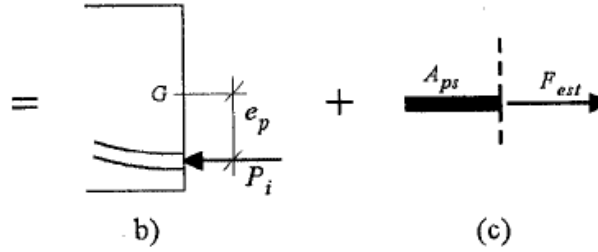
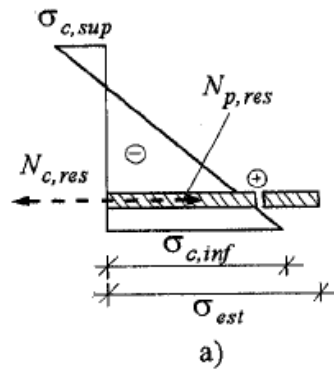
$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_2}{i^2} \cdot y_c \right) \quad \text{con} \quad e_2 = e_p + \frac{M_1 + M_w}{P} \quad (29)$$

(I_e = Momento de inercia de la sección homogeneizada; y_e = Distancia medida desde el baricentro de la sección homogeneizada)

y sobre la armadura:

$$\sigma_p = \frac{F_{est}}{A_p} + \Delta\sigma_{pss}(M_1) + \alpha_e \cdot \frac{M_w}{I_e} \cdot y_p = \sigma_{est} + \Delta\sigma_{pss}(M_1) + \alpha_e \cdot \frac{M_w}{I_e} \cdot y_p \quad (30)$$

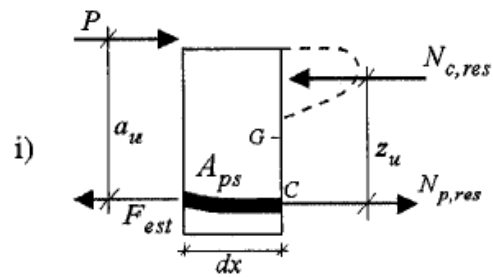
($M_w = M_2 + M_q$; y_p = Distancia de la armadura medida a partir del baricentro de la sección transformada)



$$N_{p,res} = N_{pss}(M_1) + N_{ps}(M_w) + N_{est}$$

$$M_{act} = M_g + M_q$$

$$a = M_{act} / P$$



$$N_{p,res} = N_{pss}(\gamma_1 \cdot M_1) + N_{ps}(\gamma_2 \cdot M_2 + \gamma_q \cdot M_q) + N_{est} = N_{cr}$$

$$M_{act,u} = \gamma_1 \cdot M_1 + \gamma_2 \cdot M_2 + \gamma_q \cdot M_q$$

$$\gamma_1, \gamma_2 \text{ y } \gamma_q > 1; a_u = M_{act,u} / P$$

Fig.8: Evolución de las tensiones normales y de los esfuerzos resistentes en el pretensado con armadura postesa en la suposición que primera fase real de carga sea la pre. (a) Fase de carga pre (o de solo pretensado) en donde se evidencia el autoequilibrio de los esfuerzos (b) + (c) Interpretación de la fase pre; (d) + (c) Pretensado más el momento exterior M_1 (sección supuesta con A_{pss}), (e) + (c) Esquema equivalente al anterior; (f) + (c) Condición pre + M_1 + M_w (sección con A_{ps} ante M_w); (g) Esquema equivalente al anterior; (h) Esfuerzo; resistente y actuantes en condición de servicio; (i) Esfuerzos resistentes y actuantes en rotura

En el esquema de la Fig.8h, en donde todavía se suponen cargas de servicio, el esfuerzo resultante sobre la armadura se expresa:

$$N_{p,res} = N_{pss}(M_1) + N_{ps}(M_w) + N_{est} \quad (31)$$

En el esquema de la Fig.8i, correspondiente al estado límite de rotura, el esfuerzo crítico en la armadura se expresa:

$$N_{p,res} = N_{p,cr} = N_{pss}(\gamma_1 \cdot M_1) + N_{ps}(\gamma_2 \cdot M_2, \gamma_q \cdot M_q) + N_{est} \quad (32)$$

Para concluir, se señala que cualquier condición en servicio (sección no fisurada o fisurada con comportamiento de los materiales en régimen elástico) puede ser analizada como se indica en el esquema de la Fig.8h y en rotura como se indica en la Fig.8i. En esta última figura el valor de $N_{c,res}$ dejó de ser proporcional a la carga actuante, por suponerse en prerrotura. El valor crítico de la resultante de las tracciones ($N_{p,res} = N_{p,cr}$) es menor que el homónimo en el caso de armadura pretensa (e el supuesto que ésta ocupe el mismo espacio que aquella, en igualdad de tracción inicial sobre la armadura y de punto de aplicación de la resultante y en igualdad de pérdidas diferidas): ello se debe a que en posfisuración el material de inyección, aunque adherido no es igualmente resistente al concreto de la pieza.

Aunque ya se evidencia en las fórmulas ya escritas, se recalca que las fases de carga pre (Fig.8b+ Fig.8c) y pre + g_1 (Fig.8d + Fig.8c), se asumen las características geométricas de la sección con hueco (sección neta de concreto), mientras que las otras, las características geométricas de la sección transformada. En los casos prácticos no se comete error de importancia refiriendo las características geométricas siempre a la sección bruta.

c) Estudio de las diferentes fases de carga comenzando suponiendo que la primera fase real sea la pre + g_1 .

Cuando se mide la fuerza de estiramiento, ya ha intervenido el momento M_1 de peso propio de la pieza, entonces el primer esquema de carga es el que se indica en la Fig.9a + Fig.9b, que es equivalente al de la Fig.8c + Fig.9b, luego la situación procede como en el caso anterior, porque cuando interviene M_w ya el conducto está inyectado.

La fase pre + g_1 va referida a las características geométricas de la sección neta (con hueco) y las otras fases a las de la sección homogeneizada.

El estado de tensión se escribe:

- ,fase pre + g_1
En el concreto:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y + \frac{M_1}{I_c} \cdot y \quad (33)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{e_1}{i^2} \cdot y_c \right) \quad \text{con} \quad e_1 = e_p + \frac{M_1}{P} \quad (34)$$

y sobre la armadura:

$$\sigma_p = \frac{F_{est}}{A_p} = \sigma_{est} \quad (35)$$

- fase pre + g + q:

En el concreto:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y + \frac{M_1}{I_c} \cdot y + \frac{M_w}{I_e} \cdot y_e \quad (36)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} \cdot \left(1 + \frac{e_2}{i^2} \cdot y_c \right) \quad \text{con} \quad e_2 = e_p + \frac{M_1 + M_w}{P} \quad (37)$$

(I_e = Momento de inercia de la sección homogeneizada; y_e = Distancia medida desde el baricentro de la sección homogeneizada)

y sobre la armadura:

$$\sigma_p = \alpha_e \cdot \frac{M_w}{I_e} \cdot y_p + \frac{F_{est}}{A_p} = \alpha_e \cdot \frac{M_w}{I_e} \cdot y_p + \sigma_{est} \quad (38)$$

($M_w = M_2 + M_q$; y_p = Distancia de la armadura medida a partir del baricentro de la sección transformada)

En el esquema de la Fig.9f se aprecia que el esfuerzo resistente en la armadura es función de M_w y obviamente de N_{est} .

En prerrotura (Fig.9g) el valor $N_{p, res}$ está por llegar al crítico.

Observaciones.

1.- Si con el pretensado no interviene todo el M_1 sino la fracción ΔM_1 , la diferencia de momento $\Delta M_2 = M_1 - \Delta M_1$ produce el efecto del tipo tratado para M_1 en el caso b anterior (cuando se supone que la primera fase real de carga sea la pre).

2.- Las relaciones (29) y (37) no son rigurosas, pero suficientemente exactas. Al variar las características geométricas de la sección, por la inyección del conducto, deja de ser válido el uso de la fórmula de RANKINE. Para el cálculo riguroso se puede emplear un artificio y utilizar la misma fórmula con un nuevo valor de P y de ep que se obtendrían imponiendo la completa satisfacción de las tensiones en los bordes de la sección en la fase pre + g₁ cuando ella era con hueco, pero usando la inercia y la sección de cuando ella es inyectada y transformada (ver Ejercicio 12.3.1-2 de la Ref [3]).

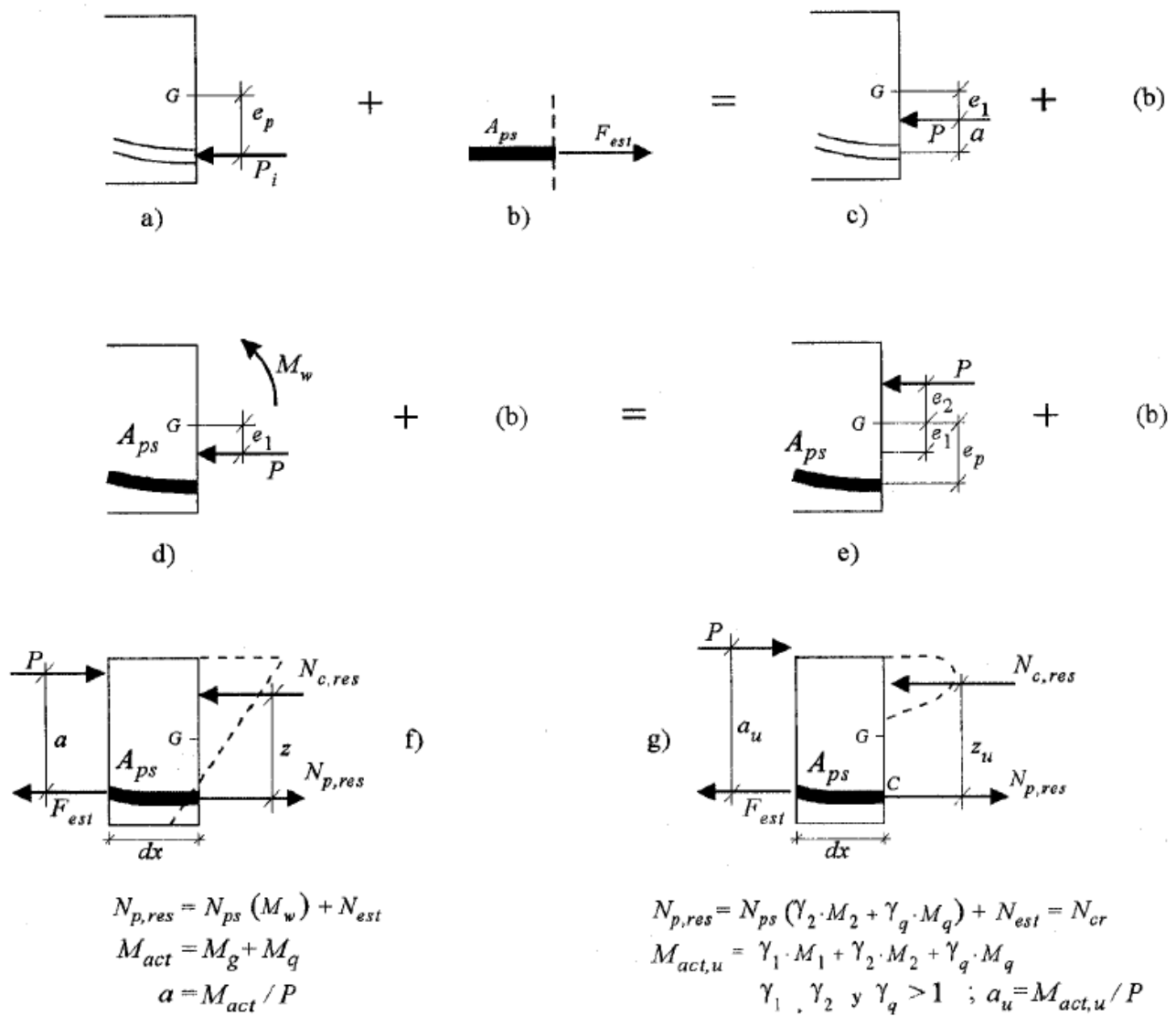


Fig.9: Esquemas sucesivos que indican la manera de abordar el cálculo tensional en una pieza pretensada con armadura postesa con conducto inyectado después de la intervención del peso propio del elemento, en la suposición que la primera fase real de carga sea pre + g₁. (a) + (b) fase pre + g₁ con conducto sin inyectar; (c) + (b) Esquema equivalente al anterior; (d) + (b) Fase pre + g + g y conducto ya inyectado; (e) + (b) Fase equivalente a la anterior; (f) Esquema del par resistente en condición de servicio; (g) Esquema del par resistente en condición de rotura.

2.4 PIEZA CON ARMADURA POSTESA CON CONDUCTO NO INYECTADO O INYECTADO CON PRODUCTO NO ADHERENTE

A Partir del momento de la transferencia y en toda las diferentes fases de carga, la tensión sobre el concreto puede se calculada como obtenida por efecto de la fuerza P_i (P_t ó $P>$ dependiendo del tiempo) sobre una sección de concreto con hueco. La variación (crecimiento) de tensión de la armadura se puede considerar que se distribuye uniformemente (o tal ve. proporcional a la tensión inicial después de las pérdidas por roce) sobre toda ella (n.12.3c de la Ref. [3]).

Por lo también discutido a propósito de la Fig.2, el momento último resistente para este tipo de elemento es menor que c de la armadura postesa con conducto inyectado después de la intervención del peso propio de la pieza. En la Fig.10 se describe el proceso. El subíndice pss se refiere a la armadura de pretensado sin precia tracción y sin adherencia con el concreto.

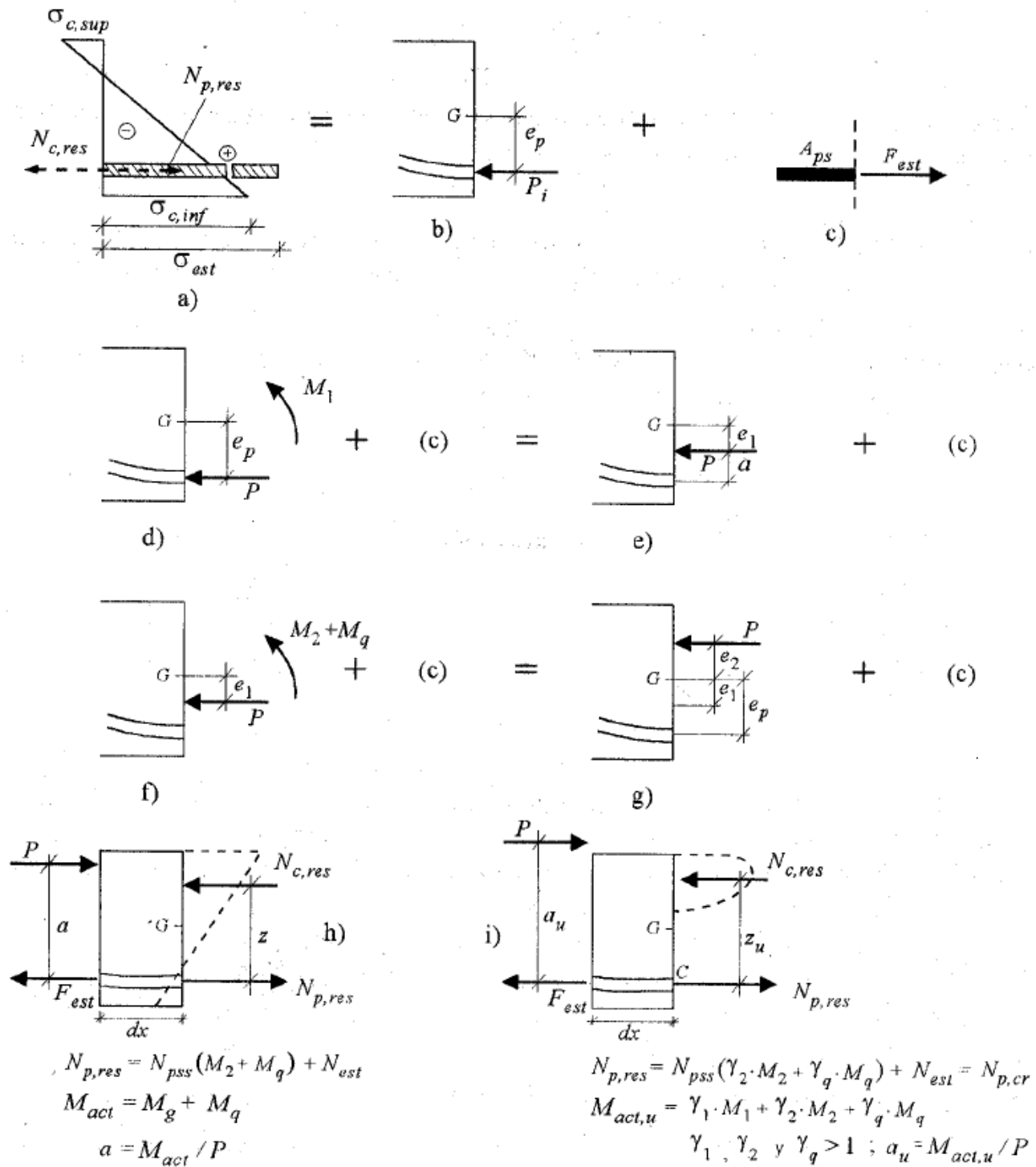


Fig. 10: Esquemas sucesivos que muestran la manera de determinar el estado de tensión en una pieza pretensada con armadura postesa y concreto no inyectado o inyectado con material no adherente, en la suposición que con el pretensado intervenga el peso propio de la pieza (a) + (b) Fase pre + g₁ (c) + (b) Fase equivalente a la anterior; (d) + (b) Fase pre + g + q, (e) + (b) base equivalente a la anterior, (f) Esquema el par interno en condiciones de servicio; (g) Esquema del par interno en condiciones de prerrotura.

Estado tensional.

En la fase pre + M_1 , el régimen de tensiones es exactamente igual al caso de la pieza que posteriormente a la intervención de M_1 va a ser inyectada con un producto adherente [relación (33) hasta la relación (35)].

Fase pre + M_1 + M_w .

* Sobre el concreto:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e_p}{I_c} \cdot y_c + \frac{M_1}{I_c} \cdot y_c + \frac{M_w}{I_c} \cdot y_c \tag{39}$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A_g} \cdot \left(1 + \frac{e_2}{i^2} \cdot y_c \right) \text{ con } e_2 = e_p + \frac{M_1 + M_w}{P} \tag{40}$$

* Sobre la armadura.

$$\sigma_p = \Delta\sigma_{pss}(M_w) + \frac{N_{est}}{A_p} = \Delta\sigma_{pss}(M_2) + \sigma_{est} \tag{41}$$

siendo $\Delta\sigma_{pss}$, la variación de la tensión sobre la armadura activa no adherente por efecto de la intervención del momento $M_w = M_2 + M_q$ calculada empleando la relación (12.3-4) de la Ref [3].

2.5 FÓRMULAS QUE EXPRESAN EL RÉGIMEN DE TENSIÓN NORMAL EN POSFISURACIÓN CON COMPORTAMIENTO ELÁSTICO LINEAL DE LOS MATERIALES RESISTENTES

Después de la fisuración, en el supuesto de un comportamiento elástico lineal de los materiales, lo único que cambia es que la sección presenta una porción de concreto no resistente debajo del eje neutro y que ahora la armadura tendrá que absorber también las tracciones anteriormente absorbidas por el concreto.

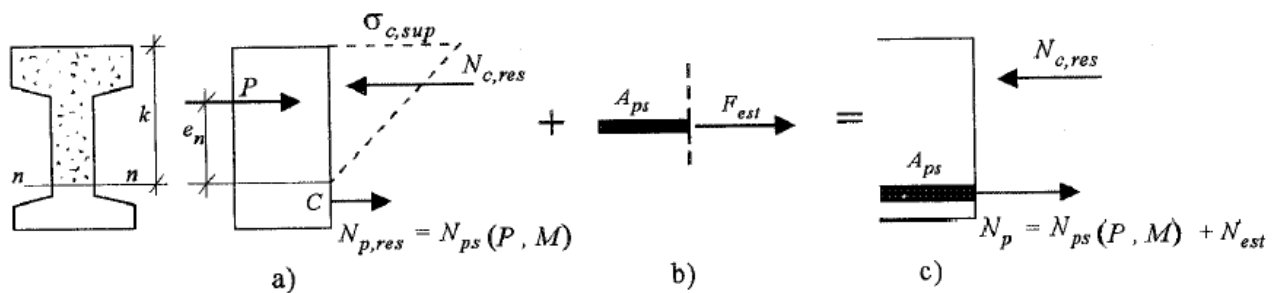


Fig.1: Régimen de esfuerzo en posfisuración con comportamiento elástico lineal.

El procedimiento debe comenzar determinando la posición de eje neutro y luego reconducir el problema al ya tratado, aplicando el concepto de sección fisurada trasformada, de la misma manera del comportamiento de la sección de c.a. sometida a flexo-compresión, teniendo presente que para evaluar la tensión sobre la armadura habrá que añadir la ya existente en la fase pre. El esquema de cálculo está indicado en la Fig. 1 para el caso de la armadura pretesa y el término M que aparece en la expresión $N_{ps}(P, M)$ se ha de entender como suma de todos

los momentos actuantes. En el caso de la armadura postesa con conducto inyectado con material adherente después de la intervención del peso propio del elemento, $N_{ps}(P, M)$ deberá ser sustituido por $N_{ps}(M_2, M_q)$ y por $N_{pss}(M_2, M_q)$ en el caso de armadura postesa no adherente o con conducto inyectado con material no adherente. Suponiendo una viga con armadura pretesa. los pasos a seguir son:

- a) Determinación de la tensión de tracción en el borde inferior de la sección empleando las relaciones de cálculo en prefisuración con comportamiento elástico lineal,
- b) Comparación de esa tracción con la admisible a la fisuración.
- c) En el supuesto de que la sección esté fisurada:
- cl) Determinación de la posición del eje neutro n-n de flexo-compresión, teniendo presente el esquema de la Fig. 11a en donde P aparece como fuerza externa excéntrica a la sección. Para obtener la posición de n-n se puede proceder de manera iterativa fijando sucesivamente valores de k indicados en la figura hasta satisfacer la relación:

$$I_n = S_n \cdot e_n \quad (42)$$

(I_n = Momento de inercia de la sección fisurada homogeneizada con respecto a su eje neutro de flexo-compresión n-n; S_n = Momento estático de la sección fisurada homogeneizada con respecto al mismo eje n-n; y_n = Distancia de la fuerza excéntrica al eje n-n).

c2) Empleo de la relación:

$$\sigma_{c,sup} = \frac{P}{S_n} \cdot y_n \quad (43)$$

para calcular la tensión de compresión sobre el borde superior de la sección, y la relación:

$$\sigma_{ps} = \alpha_e \cdot \frac{P}{S_n} \cdot y_{n,ps} \quad (44)$$

(y_n = Ordenada medida a partir del eje neutro n-n; $y_{n,ps}$ = Ordenada desde el eje neutro hasta la armadura de pretensado supuesta sin previa tracción).

para calcular la tensión de tracción sobre la armadura activa en el supuesto de no presentar tracción previa,

- c3) Agregar en la relación (44) el valor del estiramiento previo de la armadura (σ_{est} de la Fig.11b) para obtener el valor final de tracción sobre la armadura activa.

2.6 FORMULA APROXIMADA EMPLEADA EN EL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE ROTURA

Por lo expuesto con anterioridad, específicamente con relación al estado de rotura representado en las Figs.7j y 8i, se expresó que generalmente el valor de la tracción de la armadura activa en el momento de la crisis de la sección ($f_{p,cr}$) resultaba ser menor que f_{pt} (resistencia de rotura de la armadura aislada). En el supuesto de que el agotamiento resistente se inicia por la deformación de la armadura, se define con el segundo miembro de la expresión:

$$M_{res,u} = N_{p,cr} \cdot z_p \approx 0,9 \cdot f_{pt} \cdot A_p \cdot z_p \quad (45)$$

el momento último resistente aproximado, siendo z_p la distancia entre la resultante de tracción de la armadura activa y la resultante de compresión sobre el concreto.

Dicha expresión no podrá ser evaluada sin el conocimiento del brazo z_p ; éste en primera aproximación se puede asumir igual a la distancia entre la fuerza resultante de tracción y el semi espesor del ala superior, cuando la sección la tenga, o igual a $0.8 h$ (con h altura de la sección) si la sección es rectangular, Fig.12. La manera más rigurosa de determinar $M_{res,u}$ se discutirá en los diferentes textos que tratan sobre el tema.

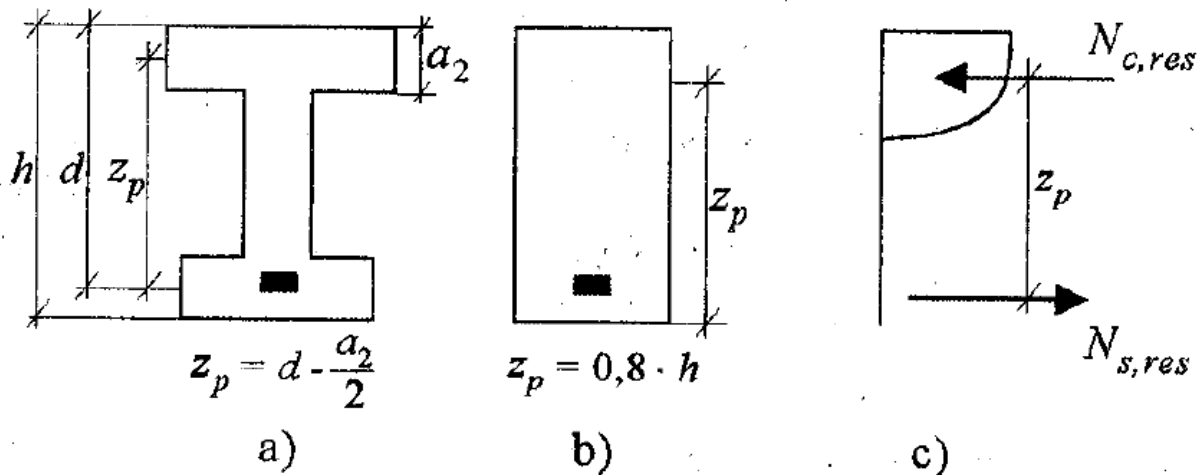


Fig.12: Sección pretensada y par resistente. Evaluación aproximada del brazo del par resistente. Caso de sección con solo armadura activa.

En el supuesto de que la sección pretensada presente también armadura pasiva, el esquema tensional en rotura se indica en la Fig.13 y el momento último resistente se expresa:

$$M_{res,u} = N_{pt} \cdot z_p + N_{s,u} \cdot z_s \approx 0,9 \cdot (f_{p,t} \cdot A_p \cdot z_p) + (f_y \cdot A_s \cdot z_s) \quad (46)$$

siendo $N_{p,t}$ y $N_{s,u}$, la resultante de tracción de la armadura activa y pasiva, respectivamente; z_s la distancia entre $N_{s,u}$ y la resultante de compresión sobre el concreto.

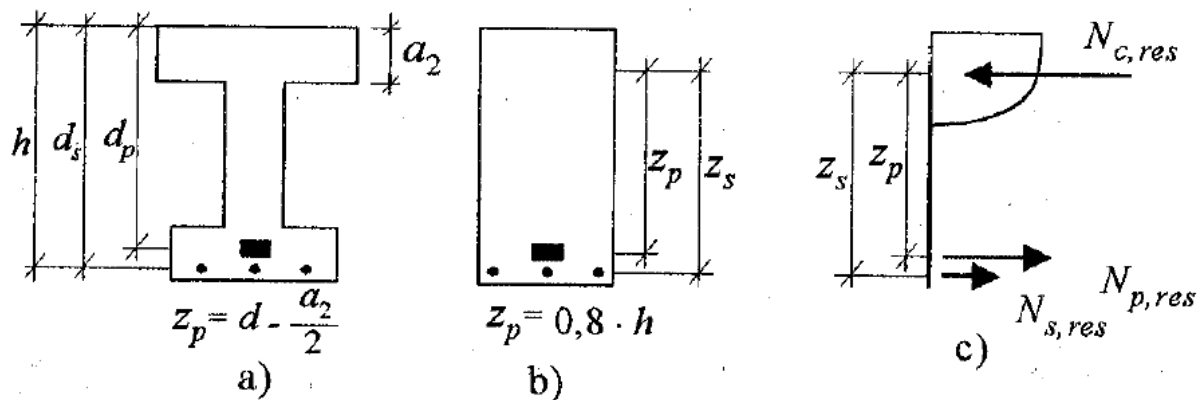


Fig.13: Sección pretensado y par resistente. Evaluación aproximada del brazo del par resistente en el caso de secciones con armadura activa y pasiva.

La ubicación de A_s en la sección de c.p. es exactamente igual a la ubicación de la armadura en las piezas de c.a. Se prefiere siempre la solución en donde la armadura pasiva esté más cerca del borde que la armadura activa, por razones seguridad frente a la agresividad del ambiente y para facilitar el cálculo del comportamiento de la sección fisurada.

Se ha de recalcar que esta manera de proceder es aproximada (por ende no tiene sentido diferenciar si la armadura es pre o postesa) y limitada a la suposición de que el inicio del agotamiento sea a causa de la deformación de la armadura. Una cuantificación más realista del momento de agotamiento para secciones con armaduras activa y pasiva, también se encuentran en los diferentes textos que tratan sobre el tema.

Se recuerda que en prefisuración la contribución de la armadura pasiva es muy modesta y generalmente despreciable (n.3); pero es lo opuesto después de la fisuración. En rotura, la relación (46) muestra el incremento de capacidad resistente de la sección con relación al caso anterior.

2.7 ELEMENTOS PRETENSADOS SOMETIDOS A CARGAS EXTERIORES QUE PRODUCEN FLEXO COMPRESIÓN (PRETENSADO + PLEXO-COMPRESIÓN)

Cuando las cargas exteriores producen flexo-compresión (flexión + compresión), siendo N la característica de sollicitación (esfuerzo normal por cargas exteriores), todo lo anteriormente expuesto es válido si se toman en cuenta las siguientes observaciones.

- a) El beneficio del pretensado no cambia.
- b) En prefisuración, vale el principio de superposición de efectos y el cálculo obedece al esquema de la Fig.14, y el estado de tensión normal se obtiene de las relaciones:

$$\sigma = \left(\frac{P}{A} + \frac{P \cdot e_p}{I} \cdot y \right) + \left(\frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot y \right) \tag{47}$$

$$\sigma_p = \sigma_{ps}(P, N, M) + \sigma_{est} \tag{48}$$

en donde las características de sollicitación a tomar en cuenta y la influencia del factor σ_{ps} , en cada caso es del mismo tipo examinado para los elementos pretensados sometidos solamente a un momento flector por cargas exteriores.

La relación (47) evidencia claramente la superposición del efecto del pretensado (primer término del segundo miembro) y de las cargas exteriores (segundo término del segundo miembro)

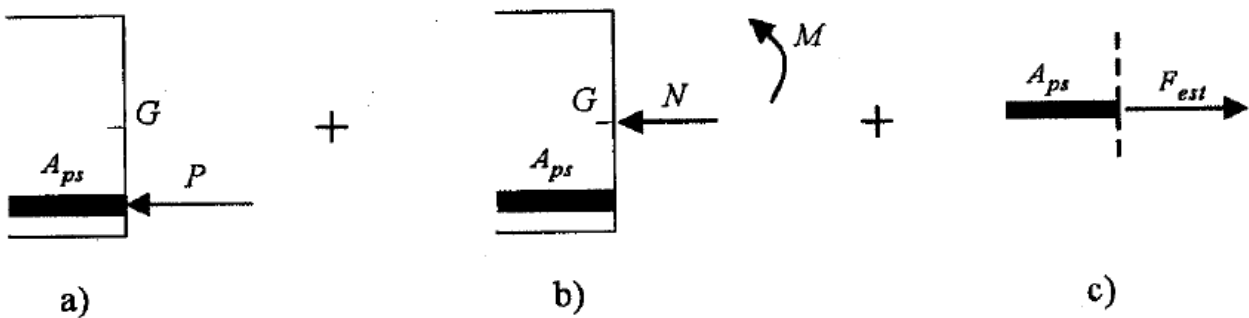


Fig. 14: Superposición de efectos para el cálculo de las tensiones normales en elemento; pretensados sometidos a cargas exteriores que producen compresión y flexión.

c) En posfisuración con comportamiento elástico, no es más válido el principio de superposición de los efectos. El esquema resolutivo de cálculo está representado por la Fig.15a que debe ser trasformada en la Fig.15c en donde se indicó con P^* la suma de los términos P y N y con a^* el desplazamiento de P^* obtenido por la relación M/P^* . De esta manera, el problema se reconduce al del n.2.5.

En ninguna condición de carga puede ser cierto ahora que los esfuerzos resistentes formen un par, porque la sollicitación exterior (compresión + flexión), que no es un par, no lo permite.

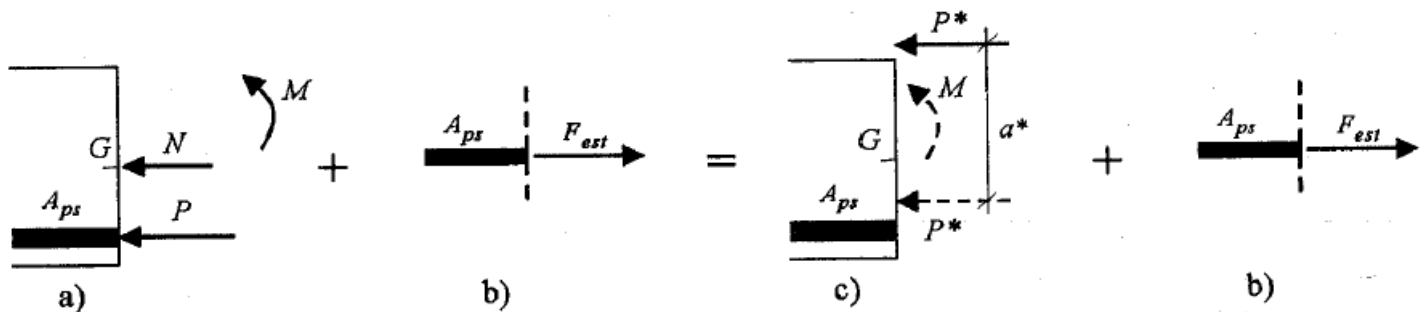


fig.15: Tratamiento del pretensado más la acción de cargas exteriores que producen compresión y flexión en posfisuración y comportamiento elástico de los materiales.

d) En el agotamiento resistente, el esquema es el mismo tipo del caso b) anterior, teniendo el cuidado de interpretar valor de N y M como mayorados. El problema se reconduce a uno de concreto armado, determinando la carga última resistente para luego compararla con la última actuante.

3 EVOLUCIÓN CUANTITATIVA APROXIMADA DE LAS TENSIONES EN LAS ARMADU EN UNA SECCIÓN GENÉRICA EN RÉGIMEN DE PREFISURACIÓN. CONSECUENCIAS EN EL ENFOQUE DE ANÁLISIS

Se propone determinar la evolución cuantitativa de las tensiones sobre las armaduras activa y pasiva; esta última siempre ubicada más externamente en dirección del brazo mecánico.

Por simplicidad se hace referencia a la sección de la Fig.16a en donde la armadura activa ocupa una sola fila. En la Fig.16b se indica una serie de diagramas de deformación que sufre la sección desde el momento de la intervención de su mínimo momento externo (indicado con 1 en la figura, en el supuesto de haberse manifestado todas las pérdidas) hasta el agotamiento resistente (indicado con 3) pasando por el que se indica con 2 correspondiente a la carga externa cuyo momento conduce a la fisuración. El eje de referencia se indica

con la línea vertical 0 y corresponde a la sección supuesta en estado sin deformación y sin tensión (estado no deformado). La Fig.16 b por comodidad y simplicidad gráfica se dividió en dos: Fig.16 b' y Fig.16 b''; en la primera, se evidenciaron las deformaciones y tensiones sobre la sección y sobre la armadura activa; en la segunda, lo mismos términos pero sobre la armadura pasiva.

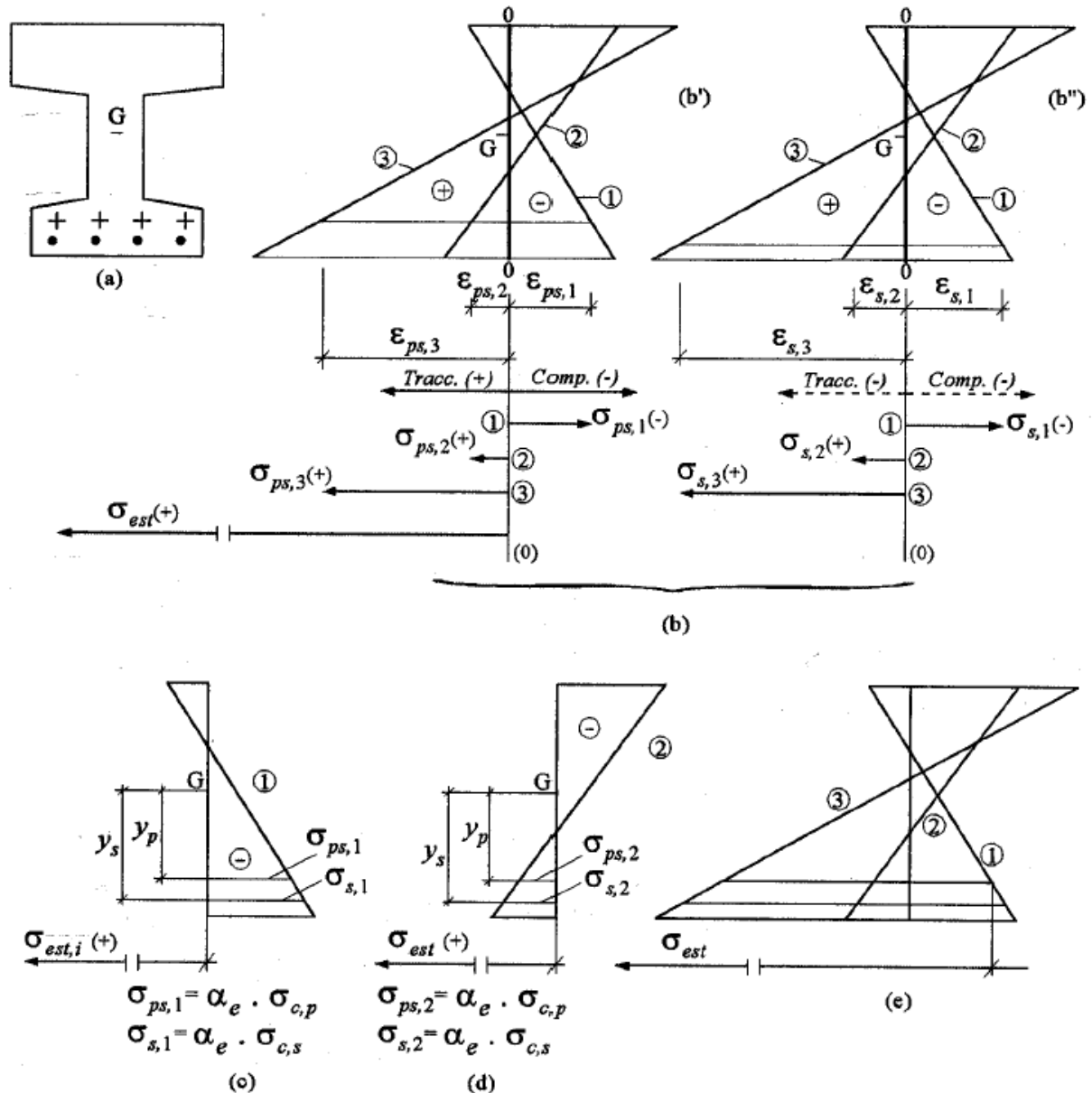


Fig.16: Evaluación aproximada de los incrementos (o decrementos) de tensión sobre las armaduras por la intervención de las cargas exteriores, en régimen de prefisuración.

De la observación de las figuras se infiere que:

1.- Las deformaciones $\epsilon_{ps,1}$, $\epsilon_{ps,2}$ y $\epsilon_{ps,3}$ son ligeramente diferentes a las correspondientes $\epsilon_{s,1}$, $\epsilon_{s,2}$ y $\epsilon_{s,3}$: ello únicamente por el hecho de que las primeras armaduras (las activas) están por encima de las segundas (las pasivas).

2.- Las armaduras activas presentan una tracción previa (σ_{est}), referida a la condición (0), que no presenta la armadura pasiva. Entonces, las deformaciones (y tensiones) sobre las primeras son la suma de las correspondientes en el estado (0), más las que se evidencian en los estados 1 ó 2 ó 3; resulta que la mínima tracción sobre ellas es la que corresponde a la condición 1, por cuanto la tensión final σ_p es suma algebraica de σ_{est} (+) y $\sigma_{ps,1}$ (-); la máxima tracción es la correspondiente a la condición 3, por ser en ella $\sigma_p = \sigma_{est}$ (+) $\sigma_{ps,3}$ (+).

Para cuantificar la variación de tensión, supóngase un concreto con $f_{ck} = 40$ MPa, $(f_{c,adm,i})_j = 7 = 16,8$ MPa, $f_{c,adm} = 18$ MPa, $f_{ct,adm} = 2,8$ MPa, $\alpha_e = 6$, que la ubicación de las armaduras se pueda confundir (por simplicidad de cálculo) con el borde inferior de la sección y que las tensiones máximas en el borde examinado coincidan con las admisibles. Suponiendo además un valor de tensión de estiramiento, después de todas las pérdidas, ($\sigma_{est} = 1.120$ MPa, frente a un valor inicial de estiramiento $\sigma_{est,i} = 1.400$ MPa. En la hipótesis del comportamiento elástico lineal en prefisuración, resulta:

En la condición 1, sobre la armadura activa y pasiva (Fig.16c):

$$\begin{aligned}\sigma_{ps,1} &= \alpha_e \cdot \sigma_c = 6 \cdot 16,8 = - 100,8 \text{ MPa,} \\ \sigma_{pi} &= \sigma_{ps,1} + \sigma_{est,i} = - 100,8 + 1.400 = + 1.299,2 \text{ MPa,} \\ \sigma_p &= \sigma_{ps,1} + \sigma_{est} = - 100,8 + 1.120 = + 1.019,2 \text{ MPa.} \\ \sigma_s &= \alpha_e \cdot \sigma_c = 6 \cdot 16,8 \text{ MPa} = - 110,8 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

En la condición 2, sobre la armadura activa y pasiva (Fig.16d)

$$\begin{aligned}\sigma_{ps,2} &= \alpha_e \cdot \sigma_c = 6 \cdot 2,8 = + 16,8 \text{ MPa,} \\ \sigma_p &= \sigma_{ps,2} + \sigma_{est} = + 16,8 + 1.120 = + 1.136,8 \text{ MPa.} \\ \sigma_s &= \alpha_e \cdot \sigma_c = 6 \cdot 2,8 = + 16,8 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

Estos valores numéricos, a pesar de las aproximaciones, son elocuentes y evidencian que en todo el comportamiento elástico de los materiales correspondiente a la condición que se ha venido llamando en prefisuración, el valor de la tracción en la armadura pasiva es definitivamente más despreciable, en la medida en que la pieza pasa de la fase pre + g_1 a pre + g + q , sobretodo en una condición intermedia a ellas, probabilísticamente más representativa de la realidad de carga.

Sobre la armadura activa, el decremento de tracción en la fase pre + g_1 a $t = 0$ es del 7,2 por 100 del valor inicial $\sigma_{est} = 1.400$ MPa; en la fase pre + g_1 a pre + g + q , el incremento de tracción, con respecto a $\sigma_{est} = 1.120$ MPa, es del 1,5 por 100.

Todo el razonamiento anterior se basó suponiendo que el elemento fuese con armadura pretesa. En el caso en que la armadura sea postesa, es suficiente hacer una sola modificación al tratamiento de problema anteriormente

expuesto consistente en medir ahora la tensión de estiramiento previo a partir de la condición de carga 1, tal como se indica en la Fig.16e.

Estas conclusiones numéricas autorizan suficientemente en prefisuración a:

- Despreciar la variación tensional por efecto de las cargas exteriores de la armadura activa y pasiva en todo el cálculo se puede suponer, sin sensible error que $\sigma_p = \sigma_{est}$.

- Aceptar la acción del estiramiento previo de la armadura activa como una prueba de resistencia para la misma.

4 RESUMEN Y CONSECUENCIAS CONOCIDAS QUE SE DERIVAN DE LA APLICACIÓN DE ARTIFICIO DE LA EQUIVALENCIA DEL PRETENSADO Y DE LA EQUIVALENCIA DE L, FUERZA DE PRETENSADO

GENERALIDADES. ENFOQUE DEL PROBLEMA DEL PRETENSADO + CARGAS EXTERIORES

La teoría de los sólidos prismáticos (tratada en la Resistencia de Materiales) requiere que el sólido esté sometido a cualquier tipo de acciones exteriores sobre su superficie. Estas acciones generan en cada sección transversal, las características de sollicitación (N, V M, T), supuestas como fuerzas externas a aplicar sobre la cara de un corte ideal practicado a estructura, para poder equilibrar la porción aislada por dicho corte. Bajo este criterio, las sollicitaciones son las resultantes las tensiones que se generan sobre esa sección del sólido suponiendo la continuidad física del mismo. siendo el estado referencia del cuerpo en estudio el indeformado, caracterizado por no poseer deformaciones ni tensiones.

A lo largo del análisis de las tensiones, se ha definido y discutido con detalles sobre la fuerza de pretensado y la fuerza de estiramiento, llegándose a la conclusión que el pretensado es equivalente al efecto producido por dos fuerzas iguales contrarias que actúan sobre la sección y aplicadas (en isostaticidad) sobre el tendón en dirección tangencial a él. Luego dijo que la fuerza P afectaba a toda la sección y F_{est} solamente a la armadura. La fuerza P al trasladarla sobre el baricentro de la sección se transforma en una paralela a si misma aplicada en dicho punto más un momento de pretensado (M_p) sentido coherente a la posición inicial de P. Cada sección transversal, por efecto del solo pretensado, está sometida a flexo-compresión.

Es importante recordar que P, en cualquier fase de carga, es igual a la resultante de las tensiones normales sobre el concreto (Fig.17e).

Para la sección 1-1 de la Fig.17b, el análisis es exactamente igual al anterior, entendiendo ahora que el régimen de tensión indicado en la Fig.17e es debido a la componente horizontal $P \cdot \cos a$ de la fuerza de pretensado P aplicada en la sección 1-1 de la pieza en examen.

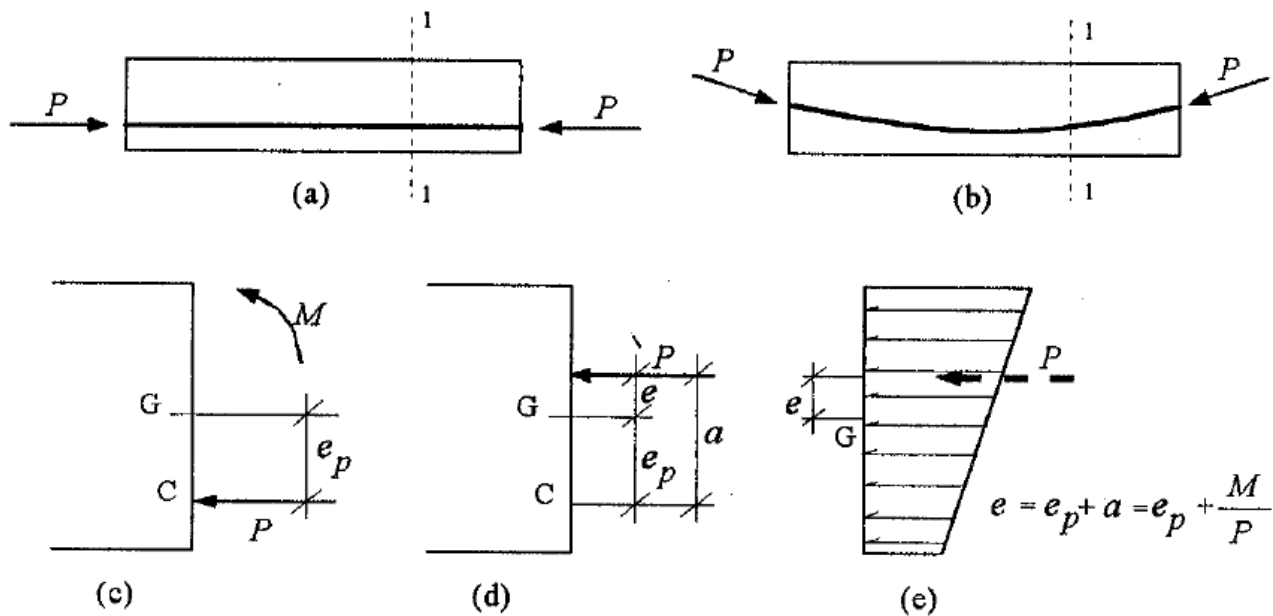


Fig.17: Manera sencilla de representar el régimen de tensión normal sobre el concreto en la hipótesis de despreciar la variación de tensión sobre las armaduras, en prefisuración.

b) Olvidarse durante todo el proceso de cálculo de la existencia de F_{est} y recordarse de ella al finalizar el mismo.

Esta es la otra respuesta obvia. Es conveniente en posfisuración y es el procedimiento que se ha venido sugiriendo a partir de n.2.2 y que justifica el par interno cuando además del pretensado actúan fuerzas exteriores que producen momentos.

El estudio ahora es suma de los dos problemas (primero y segundo). El primero es exactamente igual al caso tratado en a). A él se suponen aplicadas las fuerzas exteriores (incluyendo el peso propio de la estructura).

Se suma el valor de $\sigma_{est} = F_{est}/A_p$ al valor de σ_{ps} , encontrado anteriormente. La fuerza F_{est} supuesta aislada de la sección y de la estructura, es lo que constituye el segundo problema, cuya solución es la tensión de estiramiento σ_{est} que se acaba de escribir.

4.2 CONSECUENCIAS

a) Sistema equivalente al pretensado como criterio acorde con la Resistencia de Materiales para resolver el primer problema.

El efecto tensional producido por P , siempre tangente al recorrido del tendón resultante, como hemos dicho, es equivalente a un conjunto de acciones exteriores equilibradas, aplicadas oportunamente sobre la superficie del sólido. Ello ya fue anunciado y puede ser consultado en cualquier texto que trata el Concreto Pretensado. Esto significa que el primer problema, sobre el cual se aplican también las cargas exteriores, puede siempre ser resuelto con los criterios de la Resistencia de Materiales, porque no es otro que una estructura sometida a cargas todas exteriores. Esta es una de las grandes consecuencias del sistema equivalente a la fuerza de pretensado.

b) El sistema equivalente al pretensado como criterio acorde con la Resistencia de Materiales para justificar la hiperstaticidad por pretensado.

En toda la discusión realizada hasta ahora se ha supuesto que la pieza pretensada fuese isostática: en ese esquema se ha aseverado que ella no genera reacciones de vínculo. Para convencerse de esta afirmación es suficiente que se piense que el beneficio del pretensado sobre la pieza se realice en un lugar diferente de donde ella se encuentre (por ejemplo, en una planta de pretensado), y que luego sea llevada a su posición definitiva (por ejemplo, haciendo que asuma el esquema de viga simplemente apoyada). Es evidente que las reacciones de vínculo exteriores son independientes del hecho que la pieza sea pretensada o no y todo depende de la distribución del peso propio de la pieza.

Imagínese ahora que esa misma pieza, supuesta sin peso, a la salida de la planta esté arqueada por el efecto del pretensado y que su posición definitiva no sea más que la de una viga simplemente apoyada sino la de una viga continua sobre tres apoyos alineados. En este caso habrá que forzar la viga para respetar la compatibilidad del vínculo intermedio, por ende, después del forzamiento de la pieza nacerá una reacción de vínculo exterior (aun no existiendo peso propio) que induce una fuerza de pretensado antes de la intervención de cualquier momento externo; es decir, distancia entre el tendón resultante (en isostaticidad) y el baricentro de la sección.

Cuando se habla de autoequilibrio, se hace referencia a las resultantes de las tensiones normales de cada sección; ello quiere decir, en general, que el autoequilibrio en una sección sea igual al de la otra cercana o alejada a ella. El autoequilibrio es una condición que presentan algunos sólidos no sometidos a acciones (fuerzas) exteriores. Esto implica que es suficiente que un cuerpo deformable esté sometido a un tipo cualquiera de acción (fuerza) exterior, incluyendo en ella el peso propio del sólido, para que pierda la condición citada.

El concreto pretensado puro; es decir, no sometido a cargas exteriores, está en autoequilibrio. Entonces, por coherencia con la teoría de los sólidos prismáticos, no podemos justificar la existencia del conjunto P, F_{est} , equivalente a las características de sollicitación del pretensado. Entonces ellas son: fuerzas indudablemente ficticias, no justificadas por la Resistencia de Materiales, pero de una extraordinaria utilidad.

Se definió en el n.2.1 que el pretensado puede ser tratado como suma de dos problemas independientes, procediendo de la manera ya indicada. Ahora bien, resulta que la fuerza de estiramiento, tan trascendental por crear el pretensado (autoequilibrio de las tensiones normales), una vez cumplida su misión de crear a P :

- No viene tomada en cuenta para el cálculo de las tensiones normales sobre el concreto.
- En prefisuración, se puede aceptar nula (n.3) la variación de tensión que sufre la armadura por efecto de (P, M , en el caso de la armadura pretensa o de M , en el caso de la armadura postesa. Se puede siempre asumir que $\sigma_p = \sigma_{est}$.
- Se toma siempre como referencia solamente para saber cual es el valor de tracción de la armadura en cualquier sección, en cualquier tiempo y bajo cualquier condición de carga.

Una respuesta obvia a lo anteriormente expuesto es:

a) Olvidarse definitivamente de la existencia de F_{est} .

Esta alternativa es conveniente en prefisuración. Ella conduce a aceptar que el pretensado tratado con el artificio de equivalencia del pretensado, se reduce al estudio de lo que se ha venido llamando primer problema, haciendo uso de uno, los dos procedimientos conocidos:

- El pretensado como equivalente a una flexo-compresión producida por P , pensada como una verdadera fuerza externa sobre la sección de concreto supuesta como material homogéneo u homogeneizado (transformando la armadura, puesta sin previa tracción en concreto).
- El pretensado como equivalente a un sistema de fuerzas exteriores en equilibrio (sistema equivalente al pretensa. En este caso se puede aceptar, en concordancia con los requerimientos de la Resistencia de Materiales, que la fuerza aplicada tangencialmente al tendón es una verdadera resultante de las características de sollicitación producidas por conjunto de fuerzas en equilibrio (a descubrir y detallar) que actúan sobre la estructura.

En todo el proceso, se puede hacer abstracción de la presencia de la armadura de pretensado, mas no de su recorrido que define los puntos de aplicación de P. La sección transversal se puede considerar homogénea (sin errores apreciar para el cómputo tensional en el concreto) o más correctamente como homogeneizada en concreto.

Las fuerzas exteriores se han de considerar aplicadas, conjuntamente a las fuerzas exteriores equivalentes al pretensado. sobre el primer problema.

De esta manera se simplifica el cálculo tensional. Así por ejemplo, en prefisuración, el tratamiento del régimen de tensiones normales en la sección genérica 1-1 de la Fig.17a puede ser tratado de una de las tres siguientes maneras equivalentes:

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \cdot \left(1 + \frac{e}{i^2} \cdot y \right) \quad (49)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{I} \cdot y \quad (50)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e_p}{I} \cdot y + \frac{M}{I} \cdot y \quad (51)$$

con significados de los símbolos ya conocidos, y por lo demás evidenciado en la misma figura. El valor de e se ha de el des como excentricidad de P después de la intervención del momento exterior M, mientras que e_p es la excentricidad , redistribución tensional sobre la viga. lo que conduce a afirmar que generalmente en las estructuras hiperestáticas pretensadas existen reacciones de vínculos a causa del pretensado. Como es ya sabido que el régimen de tensión por pretensado es función de la magnitud de P y del recorrido del tendón, se puede entender que la magnitud de esta reacción hiperestática por pretensado también lo sea, llegándose también a la posibilidad de afirmar que para un determinado recorrido del tendón resultante no exista reacción de vínculo por pretensado (tendón concordante).

Por otro lado, se llega a la misma conclusión haciendo uso del concepto de la fuerza de pretensado como equivalente a un sistema de fuerzas exteriores equilibradas, porque éstas al deformar el sólido que descansa sobre más de dos vínculos, genera una reacción hiperestática, que en este caso es por pretensado.

A todas luces se nota, que esta es otra de las grandes consecuencias de considerar el sistema equivalente a la fuerza de

5 NOTACIÓN

A	=	Área de la sección transversal.
A_c	=	Área de concreto.
A_e	=	Área efectiva (área transformada en concreto).
A_g	=	Área bruta.
A_s	=	Área de armadura pasiva.
A_p	=	Área de armadura activa.
C	=	Posición del tendón resultante.
F	=	Fuerza externa de estiramiento.
E	=	Módulo elástico
E_c	=	Módulo de deformación longitudinal del concreto.
E_s	=	Módulo elástico de la armadura pasiva.
E_p	=	Módulo elástico De la armadura activa.
G	=	Baricentro de la sección transversal.
I	=	Momento de inercia baricéntrico. Extremo inferior del núcleo.
I_c	=	Momento de inercia de la sección de concreto.
M	=	Momento flector.
M_1	=	Momento flector debido a las cargas que intervienen con el pretensado.
M_2	=	Momento flector debido a las cargas permanentes exteriores sobrepuestas después del pretensado.
M_{act}	=	Momento flector actuante.
M_{res}	=	Momento flector resistente.
$M_{res,u}$	=	Momento resistente último
$M_{res,du}$	=	Momento resistente último de cálculo.
M_g	=	$M_1 + M_2$.
M_{g1}	=	Momento debido a g_1 .
M_{g2}	=	Momento debido a g_2 .
M_q	=	Momento de sobrecarga.
M_{g+q}	=	Momento máximo de servicio.
N	=	Esfuerzo normal debido a la carga

N_{est}	=	Esfuerzo normal a $t = \infty$ debido a la fuerza de estiramiento.
N_{act}	=	Esfuerzo normal actuante.
$N_{ps,res}$	=	Esfuerzo resistente sobre la armadura activa supuesta sin previa tracción.
N_{pt}	=	Esfuerzo de rotura por tracción de la armadura activa.
N_{res}	=	Esfuerzo normal resistente.
$N_{c,res}$	=	Esfuerzo normal resistente sobre el concreto.
$N_{p,res}$	=	Esfuerzo normal resistente sobre la armadura activa.
$N_{s,u}$	=	Esfuerzo último sobre la armadura pasiva
P	=	Fuerza de pretensado final.
P^*	=	$P + N$.
P_i	=	Fuerza de pretensado inicial.
P_t	=	Fuerza de pretensado al tiempo t .
R_d	=	Solicitud resistente de cálculo.
S	=	Momento estático. Extremo superior de núcleo.
S_d	=	Solicitud de cálculo actuante.
F_{est}	=	Fuerza de estiramiento final de la armadura activa.
$F_{est,i}$	=	Fuerza de estiramiento inicial de la armadura activa.
$F_{est,t}$	=	Fuerza de estiramiento al tiempo t de la armadura activa.
a	=	Razón entre M y P .
a_1	=	Distancia, espesor del ala inferior.
a_2	=	Distancia, espesor del ala superior.
b	=	Anchura.
b_w	=	Anchura del alma.
e	=	Excentricidad de P o de P^* .
e_n	=	Distancia con signo entre P y el eje neutro $n-n$.
e_p	=	Excentricidad de P .

f = Tensión normal obtenida por vía experimental.
 f_{ck} = Resistencia característica del concreto a la compresión.
 $f_{c,adm,i}$ = Tensión de compresión admisible inicial (antes de las pérdidas).
 $f_{c,adm}$ = Tensión de compresión admisible del concreto, después de las pérdidas.
 $f_{ct,adm}$ = Tensión de tracción admisible del concreto a la tracción, después de las pérdidas.
 $f_{ct,adm,i}$ = Tensión de tracción admisible del concreto, antes de las pérdidas.
 f_{ctf} = Resistencia del concreto a la tracción por flexión.
 f_s = Tensión sobre la armadura pasiva.
 f_p = Tensión sobre la armadura activa.
 $f_{p,cr}$ = Resistencia crítica de la armadura activa.
 f_{pt} = Tensión de tracción de rotura de la armadura activa.
 f_{py} = Tensión cedente real o convencional de la armadura activa.
 $f_{s,adm}$ = tensión admisible de la armadura pasiva.
 f_{sy} = Tensión de tracción cedente de la armadura pasiva.
 g = Carga permanente.
 g_1 = Carga permanente que actúa con el pretensado.
 g_2 = Carga permanente sobrepuesta, posterior al pretensado.
 h = Altura de la sección.
 i = Radio de inercia.
 j = Días.
 k = Distancia medida en vertical entre el borde superior en compresión y el eje neutro $n-n$.
 y = Ordenada.
 $y_{c,inf}$ = Distancia con signo entre el eje baricéntrico de la sección y su borde inferior.
 $y_{c,sup}$ = Distancia con signo entre el eje baricéntrico de la sección y su borde superior.
 y_n = Distancia vertical con signo a partir del eje neutro $n-n$.

$y_{n,ps}$ = Distancia vertical con signo entre el eje neutro $n-n$ y la armadura activa supuesta sin previa tracción.
 y_p = Ordenada del tendón resultante referida al eje baricéntrico de la sección.
 z_s = Brazo de palanca del par interno entre concreto y armadura pasiva.
 z_p = Brazo de palanca del par interno entre concreto y armadura activa.
 α = Valor adimensional. Ángulo.
 α_1 = Coeficiente reductor de resistencia para la armadura activa.
 α_2 = Coeficiente reductor de resistencia para la armadura pasiva.
 α_e = Razón entre E_s y E_c o entre E_p y E_c .
 σ = Tensión normal.
 σ_c = Tensión normal sobre el concreto.
 σ_s = Tensión normal sobre la armadura pasiva.
 σ_p = Tensión normal sobre la armadura activa.
 σ_{ps} = Tensión normal sobre la armadura activa supuesta sin previa tracción.
 σ_{pss} = Tensión normal sobre la armadura activa supuesta sin previa tracción y sin adherencia.
 ε = Deformación axial adimensional.
 ε_s = Deformación axial adimensional de la armadura pasiva.
 ε_p = Deformación axial adimensional de la armadura activa.
 ε_{ps} = Deformación axial adimensional de la armadura activa supuesta sin previa tracción.
 $\Delta\sigma_{pss}$ = Variación de tensión de la armadura activa no adherida supuesta sin previa tracción.
 pre = Pretensado.
 $c.a.$ = Concreto armado.
 $c.p.$ = Concreto pretensado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Diseño de Estructuras de Concreto Preesforzado. T.Y.LIN. Compañía Editorial Continental, S.A. México. 1.976.
- [2] Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado. A.H.NILSON. Editorial LIMUSA. México. 1.982.
- [3] El Comportamiento del Concreto Pretensado. Giovanni BIANCO ACCARDI. Edición del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la U. C. Valencia. Venezuela. 1995.