

MODELO ESTOCÁSTICO DE LA SERIE DE TIEMPO ECONÓMICA "INFLACIÓN EN VENEZUELA (JUNIO/95 A JULIO/2000)"

César Seijas

**Universidad de Carabobo, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Dpto. de Electrónica y
Comunicaciones, E-mail: cseijas@uc.edu.ve**

Resumen

En este artículo se presenta el desarrollo del modelo estocástico ARIMA de la serie de tiempo de la variable económica inflación, considerando para este estudio los registros mensuales de dicha variable recolectados en nuestro país entre los meses de junio de 1.995 hasta julio del 2.000. La variable inflación exhibe una dinámica muy volátil y tendencia y periodicidad muy definidas; convirtiéndose, en consecuencia, en un ejemplo de aplicación de la metodología de modelos estocásticos muy general e interesante. En el artículo se explica la metodología desarrollada por Box-Jenkins [7] y se aplica describiendo cada uno de las fases a ejecutar hasta alcanzar el modelo mejor adaptado a la serie en análisis.

Palabras claves: Modelos estadísticos, series de tiempo, pronóstico, ARIMA.

Abstract

In this article the stochastic model ARIMA of economic time series is developed; using as study case, the time serie of the economic variable inflation registered in Venezuela between june/95 until july/2000. This variable shows a volatile dynamics and trend and periodicity very defined so is a very interesting and general study case. In the text the Box & Jenkins methodology for ARIMA model is applied, explaining each process phase until getting the most fitted model to the serie in analysis.

Key words: Stochastic models, time series, forecasting, ARIMA.

1. INTRODUCCIÓN

Una serie de tiempo es simplemente un conjunto de observaciones realizadas de modo secuencial en el tiempo. Los objetivos que se persiguen con el análisis de una serie de tiempo son diversos y pueden ser: descripción, explicación, predicción o control. Este artículo está específicamente orientado al análisis de series de tiempo económicas con fines de predicción; y se usará como serie de estudio, el comportamiento del índice de inflación registrado en nuestro país entre los meses de junio del 95 hasta julio del 2000. El artículo está organizado de la siguiente manera, primero se presentan algunos conceptos teóricos fundamentales acerca de los modelos estadísticos estocásticos, luego se presenta el diagrama de flujo del proceso de modelado ARIMA usando la metodología desarrollada por Box & Jenkins [1] aplicándola a la serie de

tiempo inflación explicando en detalle cada fase del proceso, finalmente se presentan las conclusiones derivados de los experimentos. Para la construcción del modelo ARIMA se usó el software estadístico statgraphics [9] con su módulo para análisis de series de tiempo: time series analysis

2. MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA SERIES DE TIEMPO

El rasgo especial del análisis de una serie de tiempo es el hecho de que observaciones sucesivas usualmente no son independientes y que el análisis debe tomar en cuenta el orden secuencial de estas observaciones. Cuando las observaciones sucesivas son dependientes, los valores futuros pueden predecirse a partir de los valores pasados; si esta predicción es exacta, se dice que la serie es determinística; en otro caso, se conoce como serie estocástica y las predicciones están sometidas a una incertidumbre establecida por una distribución de probabilidad basada en el conocimiento de los valores pasados.

En el análisis estadístico se considera la serie de tiempo compuesta de una componente de tendencia, lo cual puede entenderse como una variación de largo plazo en el valor medio; una componente estacional, lo cual es un comportamiento cíclico o periódico de la serie y una componente aleatoria o de fluctuaciones irregulares (ruido blanco).

El proceso de análisis empieza eliminando en la serie, las componentes estacionales y de tendencia; quedando términos residuales que se explican en términos de modelos de probabilidad, tales como los modelos auto regresivos (AR), de promedio móvil (MA) o combinación de éstos (ARMA, ARIMA). La serie obtenida después de eliminar las componentes estacionales y de tendencia constituye un proceso estocástico y se dice que es estacionario en el sentido estricto, si la distribución conjunta de la serie no depende del tiempo, es decir exhibe media $\mu(t)$ y varianza $\sigma^2(t)$ constante. Usualmente es suficiente que el proceso estocástico sea estacionario en un sentido menos estricto, exigiendo solo media $\mu(t)$ constante y que la función de autocovarianza dependa únicamente del retardo entre observaciones, este tipo de procesos se les conoce como procesos estocásticos débilmente estacionarios o estacionario en segundo orden.

2.1.1 Modelos Integrados (ARIMA)

La forma general para el modelo estocástico estacional ARIMA(p,d,q) (P,D,Q)_s es ([1], [2], [4]):

$$W_t = \mu + \frac{\theta(B)\Theta_s(B)}{\phi(B)\Phi_s(B)} \epsilon_t \quad (1)$$

donde ϵ_t es un proceso de ruido blanco (media cero y varianza constante), mientras que $W_t = \nabla^D \nabla^i X_t$ con $\nabla \cdot X_t = X_t - X_{t-D}$ y $\Theta_s(\cdot), \Phi_s(\cdot), \phi(\cdot), \theta(\cdot)$ son polinomios en B, siendo B el operador retardo unitario (el subíndice s en los polinomios $\Theta_s(\cdot)$ y $\Phi_s(\cdot)$ advierte que éstos son los términos que reflejan el efecto estacional).

3. MODELACIÓN ESTOCÁSTICA DE SERIES DE TIEMPO

La metodología a usar en la construcción del modelo estocástico de la serie de tiempo se basa en la presentada por Box and Jenkins, en su conocido libro de 1976 [7]. Este proceso consiste en un

procedimiento iterativo de tres fases o pasos: en primer lugar, se identifica un modelo ARIMA tentativo basado en la observación y análisis de los datos históricos de la serie temporal, la cual debe ser estacionaria. A continuación, se estiman los parámetros del modelo y se valida su potencialidad como pronosticador contrastando sus predicciones contra datos conocidos, esta fase determina la calidad del modelo o indica reestimación de los términos y parámetros del mismo. Finalmente, ya el modelo puede usarse como pronosticador, el proceso se esquematiza en el diagrama de flujo mostrado a continuación (Fig. 1).

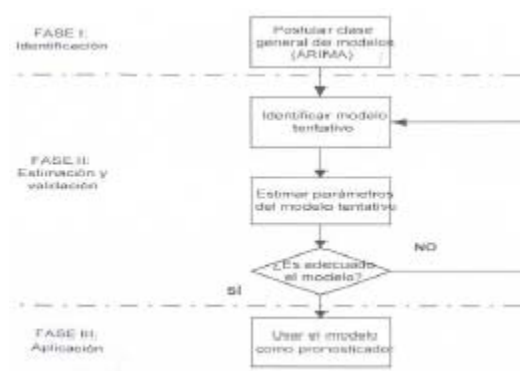
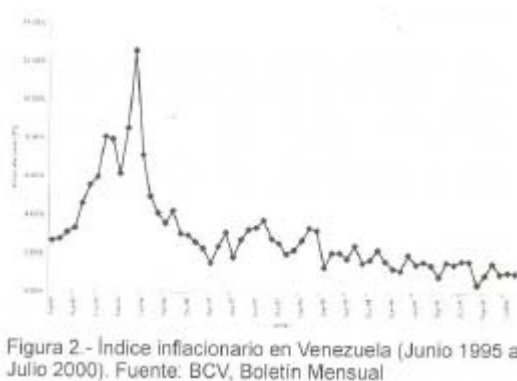


Figura 1.- Diagrama de flujo del proceso de modelación ARIMA de Box-Jenkins

3.1 Identificación

La identificación tentativa de un modelo de serie de tiempo ARIMA se establece sobre la base de observación y análisis de la representación gráfica de sus datos. En la Figura 2 se presenta el gráfico de la serie a analizar: Inflación, la cual contiene el registro secuencial del índice inflacionario mensual, expresado porcentualmente, acontecido en nuestro país entre los meses de Junio de 1995 hasta Julio del 2000.



De la simple observación del gráfico del índice inflacionario se concluye que la serie de tiempo no es estacionaria (en la media), ya que exhibe una evidente tendencia de pendiente negativa; esta premisa sugiere que debe aplicarse algún grado de diferenciación para transformarla a estacionaria. Otro rasgo que puede observarse en el gráfico en estudio, es un comportamiento pseudo periódico que advierte de componentes estacionales; lo cual podría presumirse a priori en virtud de que la dinámica de los índices inflacionarios es fuertemente dependiente de la época

del año (por ejemplo, el excesivo circulante de las épocas decembrinas produce alzas en los índices de inflación mensual). Los dos rasgos observados en Inflación sugieren una operación de diferenciación no estacional como primera estrategia para hacerla estacionaria.

Una medida cuantitativa de cuan no estacionaria es una serie de tiempo (X_t) se mide con la función de auto correlación (FAC), la cual es desconocida, pero sus coeficientes ρ_k pueden estimarse de la muestra como ([5]):

$$\hat{\rho}_k = \frac{1}{N-k} \frac{\sum_{i=1}^{N-k} \left(X_i - \bar{x} \right) \left(X_{i+k} - \bar{x} \right)}{\sum_{i=1}^N \left(X_i - \bar{x} \right)^2} \quad (2)$$

donde N es la longitud y el valor promedio dela serie en análisis. Otra función estadística de gran utilidad para identificar el modelo estocástico de una serie temporal lo representa la función de auto correlación parcial FACP. Los coeficientes ϕ_{kk} de FACP(X_t) pueden estimarse usando las ecuaciones de Yule-Walker ([5]) a partir de los coeficientes estimados de FAC(X_t), ρ_k según:

$$\hat{\rho}_k = \phi_{k1} \hat{\rho}_{j-1} + \phi_{k2} \hat{\rho}_{j-2} + \dots + \phi_{k,k-1} \hat{\rho}_{j-k+1} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

la ecuación ec. 3 se resuelve para $k = 1, 2, \dots, K$ y se obtienen los estimados de FACP(X_t): ϕ_{11} , ϕ_{22} , ..., ϕ_{kk} .

Una vez calculados las funciones FAC y FACP, éstas deben graficarse y puede identificarse un modelo tentativo comparando los patrones observados con los patrones de funciones de auto correlación teóricas. Los rasgos de estos patrones teóricos se describen en la Tabla 1.

Modelo	FAC, (ρ_k)	FACP, (ϕ_{kk})
AR(p)	Decae lentamente	Trunca al retardo p
MA(q)	Trunca al retardo q	Decae lentamente
ARMA(p,q)	Decae lentamente	Decae lentamente

Para propósitos de identificación, la Tabla 1 indica que si el proceso en estudio es autor regresivo solo p coeficientes de FACP serán significativamente diferentes de cero, mientras que FAC decaerá lentamente a cero con un número mayor de coeficientes no-cero. La dualidad existente entre los procesos AR(p) y MA(q) conduce a un comportamiento recíproco para el caso de un proceso de promedio móvil.

La consideración de si un coeficiente de FAC es vocero es de naturaleza estadística. Esto es, un coeficiente se considerará significativamente diferente de cero si su estimado es mayor que el doble de su error estándar a un nivel de confidencia del 95%. El error estándar para el k-ésimo coeficiente de la FAC de la muestra es ([5]):

$$S(\hat{\rho}_j) = N^{-1} \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2 \right]^{-1/2} \quad (4)$$

$$\text{donde } r_j = \begin{cases} \hat{\rho}_j & \text{para } j \neq 0 \\ 0 & \text{para } j = 0 \end{cases}$$

y el error estándar para el k-ésimo coeficiente de la FACP de la muestra es:

$$S(\hat{\phi}_{kk}) \approx N^{-1/2} \quad (5)$$

En el desarrollo de este proyecto se usó el módulo especializado para análisis de series de tiempo "TIMESERIES ANALYSIS" del software estadístico "STATGRAPHICS PLUS" ([9]); en este programa se implementan los algoritmos que resuelven iterativamente las ecuaciones (4) y (5). Para la construcción del modelo Arima de este proyecto, de la serie Inflación se derivó una sub-serie con los datos entre los meses 06195 a 09199 identificada como s06-95; dejando los datos restantes de la serie original (10199 a 07100) como conjunto de validación o prueba del modelo. Las figuras 3 y 4 presentan gráficos de los primeros coeficientes estimados de las FAC y FACP, ρ_k y ϕ_{kk} respectivamente de la serie a modelar s06_95

En las Figuras 3 y 4, la altura de cada columna representa el valor de los coeficientes estimados ρ_k y ϕ_{kk} de la muestra, mientras que los gráficos de líneas a trazos grandes delimitan los límites de probabilidad con un nivel de confianza del 95%. Es decir, cada coeficiente cuyo valor excede estas líneas representa una correlación estadísticamente significativa, al retardo indicado, con un nivel de confianza del 95%. En el caso de la figura 3 (FAC), 3 de los 17 coeficientes (a retardos $k = 1, 2$ y 3) son significativamente diferentes de cero, lo que implica que la serie de tiempo no es completamente aleatoria o ruido blanco. Así también, de la observación de la Fig. 4 se detecta un único coeficiente a retardo $k = 1$ estadísticamente diferente de cero, lo que ratifica la afirmación de no aleatoriedad en la serie.

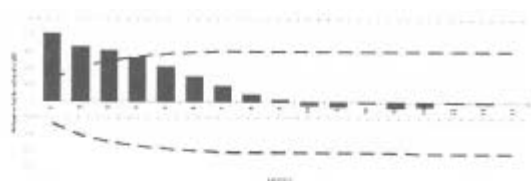


Figura 3.- Función de autocorrelación estimada $r(k)$ de $X_t = \text{"s06_95"}$



Figura 4.- Función de autocorrelación parcial $f(k)$ de $X_t = \text{"s06_95"}$

Otra herramienta útil en el análisis de series de tiempo lo constituye el espectro de líneas o estimado del espectro de potencias (también llamado periodograma). El espectro de líneas es un

gráfico de las amplitudes de las componentes espectrales derivadas del análisis de Fourier de la señal, en este caso la serie de tiempo, contra las frecuencias correspondientes. La observación del espectro permite inferir algunas propiedades ocultas en la serie temporal tales como: detección de no estacionariedad en la media, lo cual se refleja en un espectro con amplitudes importantes a frecuencia cero y bajas frecuencias; aleatoriedad en la serie, ya que en este caso el periodograma debe tener amplitudes importantes y aproximadamente iguales en todo el espectro de frecuencias (potencia o energía constante en todo el espectro de frecuencias en el caso de ruido blanco). Otra propiedad que puede descubrirse de la observación del espectro de líneas es la presencia de componentes estacionales que se manifestará como impulsos de gran amplitud a frecuencias particulares.

3.2 Estimación de parámetros del modelo

Con el análisis de la serie s06-95 basado en FAC, FACP y el espectro de líneas se concluyó que el mejor modelo para representar dicha serie debía ser: ARIMA(0,1,2)(0,1,0)₁₂. En este modelo se refleja la diferenciación no estacional de orden $d = 1$, la diferenciación estacional de orden $D = 1$ y el orden $q = 2$ del componente de promedio móvil MA(q), tal como se estableció a partir de la comparación de las FAC y FACP de la serie s06-95 ya procesada con los patrones de la Tabla 1.

Sin embargo, luego de realizar la simulación con dicho modelo, se determinó que el coeficiente correspondiente al orden $q = 2$ del componente MA(q): MA(1) ó 62 no era estadísticamente importante. Lo anterior conduce a que el mejor modelo para representar la serie es ARIMA(0,1,1)(0,1,0)₁₂. Los cálculos obtenidos del software estadístico producen un estimado del coeficiente MA(1) ó θ_1 de -0.372788, con una desviación estándar $\sigma = 0.150611$ y una probabilidad de $0.017892 < 0.05$ lo que indica que este estimado para θ_1 tiene un intervalo de confianza del 95%. Con respecto al término m de la ecuación 1.1 se estimó estadísticamente cero.

Ya que en el modelo seleccionado P y Q son cero, entonces los polinomios $\phi(B)$ y $m(a)$, son iguales a 1; así mismo, ya que $p = 0$, el término auto regresivo representado por el polinomio $\phi(B)$ también es 1. El parámetro q del modelo es 1, lo que significa que $\theta(B) = (1 - \theta_1 B) \epsilon_t$, luego sustituyendo en la ecuación 1.1 los términos anteriores resulta:

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B) \epsilon_t \quad (6)$$

realizando las diferenciaciones y expandiendo la anterior expresión para que luzca en la forma convencional de una ecuación de regresión se tiene:

$$X_t = X_{t-1} + X_{t-12} - X_{t-13} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} \quad (7)$$

y para el valor actual θ_1 del modelo:

$$X_t = X_{t-1} + X_{t-12} - X_{t-13} + \epsilon_t + 0.372788 \epsilon_{t-1} \quad (8)$$

3. 2.1 Diagnóstico del modelo adaptado a la serie basado en los residuales

Para confirmar que el modelo adaptado a la serie s06_95, descrito por la ecuación 7, es adecuado debe ser capaz de transformar los datos en un proceso de ruido blanco. Para ello, se deben analizar la FAC, FACP y el espectro de línea de los residuales derivados del modelo.

En general, los residuales e_t se calculan como la diferencia entre el valor estimado por el modelo en el instante t , $\hat{X}_t$ y el valor real o conocido, extraído de los datos originales de la serie para ese mismo instante X_t , es decir:

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad (9)$$

En el caso de que el modelo sea adecuado, las funciones FAC y FACP de la serie construida con los residuales no tienen estructura que identificar y en consecuencia, sus coeficientes deben ser estadísticamente cero. En lo que respecta al espectro de línea de la misma serie, si esta es aleatoria, como se dijo en párrafos anteriores, debe ser un espectro constituido por líneas de aproximadamente igual amplitud en todas las frecuencias, lo que matemáticamente aproximaría al espectro de una señal aleatoria de ruido blanco.

Una herramienta estadística para medir si un modelo ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s es adecuado lo constituye la estadística Q de Box-Pierce esta prueba indica si la FAC o FACP de un conjunto de datos corresponde a un conjunto de coeficientes estadísticamente nulo.

El cálculo de la estadística Q es el siguiente:

$$Q = (N-d) \sum_{k=1}^K \rho_k^2(e) \quad (10)$$

donde:

K = máximo retardo considerado

N = número de datos de la serie

$\rho_k(e)$ = auto correlación al retardo k de la serie de residuales e

d = orden de diferenciación del modelo y

Q = es una función aproximadamente distribuida como una estadística χ^2 con K-p-q grados de libertad. Para el caso del conjunto de residuales de s06_95 con K = 13, N = 52, d = 1, q = 1 resulta Q = 5.56 con 12 grados de libertad y para 95% de confianza $\chi^2 = 5.23$, por tanto estos residuales son aleatorios según la prueba Q de Box Pierce.



La Figura 5 es el espectro de líneas de los residuales del modelo adaptado a la serie s06-95: ARIMA(0,1,1)(0,1,0)12, obsérvese en dicha figura componentes espectrales del mismo orden de

potencia en todo el espectro de frecuencias (con una muestra infinita el espectro luciría completamente plano).

Las Figuras 6 y 7 corresponden a las representaciones de FAC y FACP de los residuales respectivamente. En ambas gráficas puede verificarse que no existe ningún coeficiente estadísticamente diferente de cero al nivel de confianza del 95%.

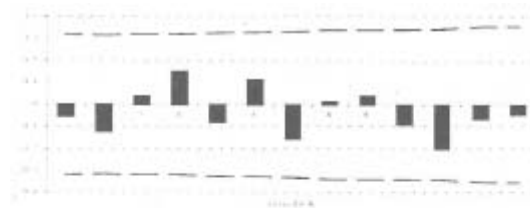


Figura 6.- FAC estimada de residuales de ARIMA (0,1,1)(0,1,0)₁₂ de s06_95



Figura 7.- FACP estimada de residuales de ARIMA (0,1,1)(0,1,0)₁₂ de s06_95

3.3 Validación del modelo

La serie completa Inflación se subdividió en dos subseries con el objetivo específico de validar el modelo. La serie que se modeló, s06_95, consta de 52 datos correspondientes a los índices inflacionarios mensuales registrados en nuestro país desde Junio de 1995 hasta Septiembre de 1999; los restantes 10 datos (Octubre/99 a Julio/2000) se usaron para validación del modelo (serie s10_99), es decir, la calidad como pronosticador del modelo estocástico deducido. En la figura 8 se representa de nuevo la serie Inflación, pero esta vez, indicando gráficamente sobre la misma los segmentos para construcción y para validación del modelo.

El modelo ARIMA es un esquema pronosticador de corto plazo, esto significa, que intenta predecir el comportamiento de la serie un paso o período adelante en el tiempo; luego, para usar como pronosticador el modelo desarrollado se debe sustituir el instante t por $t + 1$ en la ecuación 7, lo que luce como:

$$X_{t+1} = X_t + X_{t,12} - X_{t-12} + \varepsilon_{t+1} + 0.372788\varepsilon_t \quad (11)$$

el valor pronosticado para X_{t+1} usando la expresión anterior se logra aplicando el operador estocástico valor esperado $E[.]$, en consecuencia en la ecuación 8 se tiene:

$$E[X_{t+1}] = E[X_t] + E[X_{t,12}] - E[X_{t-12}] + E[\varepsilon_{t+1}] - E[\theta_1\varepsilon_t] \quad (12)$$

ya que, $E[X_{t+1}] = X_{t+1}(T)$, $E[\theta_1\varepsilon_t] = \theta_1 E[\varepsilon_t]$ y $E[\varepsilon_{t+1}] = 0$ (debido a que no se conocen los valores, futuros de X_t) entonces la ecuación (9), como modelo pronosticador es:

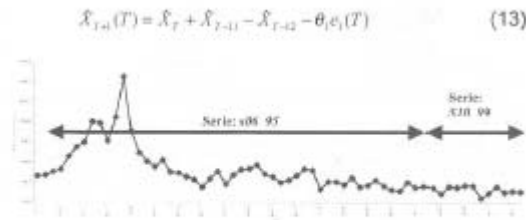


Figura 8.- Segmentos para construcción y validación del modelo para la serie Inflación.

donde $E[E_t]$ se estima como el (T) , el residual en el instante T a partir del cual se desea pronosticar. Finalmente, para el valor de θ_1 estimado es, el modelo adaptado es:

$$\hat{X}_{T+1}(T) = \hat{X}_T + \hat{X}_{T-11} - \hat{X}_{T-12} - 0.372788e_1(T) \quad (13)$$

Para un pronóstico T períodos adelante en el horizonte de tiempo o largo plazo, la forma de la ecuación de diferencia del modelo pronosticador es:

$$\hat{X}_{T+t}(T) = \hat{X}_{T+t-1}(T) + \hat{X}_{T+t-12}(T) - \hat{X}_{T+t-13}(T) \quad (14)$$

donde se considera que el mejor estimado en el origen T para X_{T+t-1} , X_{T+t-12} , X_{T+t-13} , son , y respectivamente. El término residual de (ec.11), $\theta_1 e_{T+t-1}$ desaparece en (ec. 14) ya que $E[e_{T+t-1}] = 0$.

La siguiente tabla (Tabla 2) muestra los datos correspondientes a la serie s10_99, la cual registra los índices de inflación nacionales entre el mes de Octubre de 1999 y el mes de Julio del 2000. En esa tabla se presentan los datos de inflación en los períodos indicados, así como también, los pronósticos en cada período calculados usando el modelo de la ecuación 12; las dos siguientes columnas establecen los límites superior e inferior para estos pronósticos medidos a un intervalo de confianza del 95 %.

TABLA 2 Series s10_99 y pronósticos usando el modelo a largo plazo.

Fecha	Inflación	Pronóstico	Lim. Sup. al 95%	Lim. Inf. al 95%
Oct-99	1.59%	1.40%	4.05%	-1.25%
Nov-99	1.48%	0.49%	4.99%	-4.01%
Dic-99	1.67%	0.65%	6.44%	-5.14%
Ene-00	1.65%	1.16%	8.00%	-5.68%
Feb-00	0.43%	0.59%	8.34%	-7.16%
Mar-00	0.92%	0.19%	8.75%	-8.37%
Abr-00	1.55%	0.09%	9.39%	-9.21%
May-00	1.00%	0.93%	10.92%	-9.06%
Jun-00	1.09%	0.42%	11.05%	-10.21%
Jul-00	1.03%	0.55%	11.79%	-10.69%

La figura a continuación (Fig. 9) muestra los registros Fig. 10 Serie s10_99 y pronósticos correspondientes a de la serie s06_95 junto con los pronósticos logrados largo plazo usando modeloARIMA(0,1,1)(0,1,0)12. por el modelo ajustado ARIMA (0,1,1)(0,1,0)12 en el lapso de periodos pronosticados por el modelo a corto plazo (ec. 12):

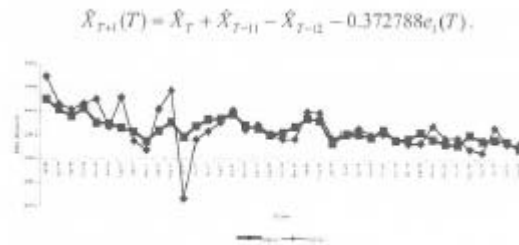


Figura 9.- Serie s06_95 y pronósticos correspondientes a corto plazo usando modelo ARIMA(0,1,1)(0,1,0)12.

Obsérvese en la figura anterior como los datos sintetizados por el modelo de pronóstico a corto plazo intentan seguir el complejo comportamiento temporal de la serie que representa la dinámica de la volátil variable económica inflación en nuestro país.

La Figura 10 muestra datos de las serie s10_99 junto con los pronósticos en los periodos correspondientes al segmento de validación, en consecuencia los valores pronosticados fueron generados usando el modelo de la ecuación 12 con $T = \text{septiembre/99}$. En este gráfico también se muestran los límites de confianza del pronóstico al 95%.

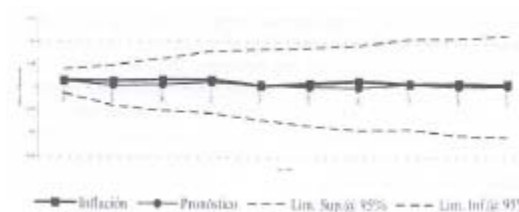


Figura 10.- Serie s10_95 y pronósticos correspondientes a largo plazo usando modelo ARIMA(0,1,1)(0,1,0)12.

4. CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se evidencia la calidad como pronosticador del modelo estocástico ARIMA desarrollado sobre la serie de tiempo económica construida con reportes mensuales de la variable inflación registrada en nuestro país entre junio del 95 y julio del 2000.

El proceso iterativo de estimación de los parámetros del modelo basado en el estudio de las funciones de auto correlación y auto correlación parcial estimadas y espectro de líneas se aceleró con el uso de software estadístico especializado en análisis de series de tiempo; lo que permite que la metodología creada por Box & Jenkins sea actualmente de alta eficiencia en consumo de tiempo en identificación del modelo que mejor se adapta a la serie en experimentación.

5. REFERENCIAS

1. Box G., Jenkins G., Time Series Analysis - Forecasting and control. Series in Time Series Analysis, 2th Edition, Holden-Day, 500 Sansome Street, San Francisco, California, 1976.
2. Chatfield C., The Analysis of Time Series. Chapman and Hall, New York, fourth edition, U.S.A, 1991.
3. Jonston J., Econometric Methods, Mc. Graw Hill, U.S.A., 1963.
4. Makidrakis S., Wheelwright S., McGee V., Forecasting: Methods and Applications. John Wiley & Sons, second edition, New York, U.S.A., 1983.
5. Montgomery D., Johnson L., Forecasting and Time Series Analysis. McGraw-Hill Book Company, New York, U.S.A., 1976.
6. Neter J., Wasserman W., Fundamental Statistics for Business and Economics. 2th edition, Boston, U.S.A., 1961.
7. Seijas C., Arcila M., Montilla G., Barrios V., Aplicación de Redes Neuronales Artificiales en la Estimación del Ejercicio Presupuestario de Empresas del Sector Eléctrico. International Conference "Intertech" 96, Valencia, Edo. Carabobo, Venezuela, 1996.
8. Seijas C., Predicción de series de tiempo usando redes neuronales artificiales. Caso de estudio: series de tiempo económicas venezolanas. Tesis de Maestría, Área de Postgrado, Universidad de Carabobo, Valencia, Edo. Carabobo, Venezuela, 1996.
9. Statistical Graphics Corporation, Stat graphics Plus Time series Analysis version 1. Manugistics Inc, U.S.A., 1995.