REVISTA INGENIERÍA UC. Vol. 11, Nº 2, 53-66, 2004

Propuesta para la determinación de la fuerza de pretensado utilizando el método de los intervalos

Giovanni Bianco Accardi
Departamento de Estructuras, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela
Email: gbianco-a@cantv.net

Resumen

Se desarrollará un procedimiento, válido para secciones simples realizadas con una sola fase de pretensado, que pretende profundizar y agilizar la determinación de la variación de la fuerza de pretensado en el tiempo, a causa de las deformaciones diferidas (retracción y fluencia del concreto) y el relajamiento de la armadura, haciendo uso del método de los intervalos. Se diferencia de los métodos existentes, por hacer uso de funciones continuas en el tiempo tanto para la determinación de las variables correspondientes a la retracción y fluencia como para el relajamiento de la armadura activa que actúa de manera monolítica con el concreto que la circunda (armadura activa no aislada), y no para la armadura aislada, cuyas relaciones son conocidas y empleadas en diferentes reglamentos. De esta manera, los resultados son más ajustados a la realidad y desaparece la limitación implícita que existe en la escogencia del número de intervalos que se desea estudiar.

Palabras clave: Concreto pretensado, fuerza de pretensado, retracción y fluencia del concreto.

Proposal for the determination of the prestressed force using the method of the intervals

Abstract

A procedure valid for simple sections performed with a single prestressed concrete phase will be developed, it pretends to deepen and to speed up the determination of the variation of the prestressed concrete force in the time, due to the differed deformations (retraction and concrete fluency) and the relaxation of the armor, using the intervals method. It differs from the existing methods, because it uses continuous time to determine the corresponding variables of the retraction and fluency as well as the relaxation of the active armor that acts in a monolithic way with the surrounds concrete (not isolated active armor), and not for the isolated armor whose relationships are known and employed in different regulations. This way, the results are adjusted to the reality and the implicit limitation that exists when choosing the number of intervals to be studied disappears.

Keywords: Prestressed concrete, prestressed concrete force, retraction and concrete fluency.

1. EXPOSICIÓN DE MOTIVOS, LAS DIFERENTES VARIABLES

Uno de los problemas que presenta la aplicación del método de los intervalos es la escasez de datos disponibles para la estimación en los diferentes tiempos de las variables ε_{cs} y φ. Las tablas comúnmente empleadas, poseen valores aplicables a intervalos de tiempo muy amplios; por otro lado, la aplicación reiterada (para cada intervalo de interés) de ε_{cs} y φ por intermedio de las relaciones sugeridas por el CEB-FIP en sus Recomendaciones Internacionales [1] (Comisión de estudio de los efectos estructurales de las deformaciones diferidas del concreto) es definitivamente engorrosa.

Con respecto al relajamiento, si se acepta la relación (CEB-FIP) [1, 2]:

$$\log \rho = k_1 + k_2 \cdot \log t \tag{1}$$

como ley de variación del fenómeno en función del tiempo, ella es aplicable solamente cuando la armadura es aislada, y se cometería un apreciable error al extender su validez en el caso real (armadura no aislada), para tiempos posteriores al de la transferencia, por cuanto se despreciaría la incidencia de la retracción y fluencia sobre el relajamiento. El inconveniente quedaría resuelto solamente para el valor final del relajamiento, si se hace uso de la relación (CEB-FIP) [1, 3]:

$$\Delta\sigma_{p,rel,r,\infty} = \Delta\sigma_{p,rel,\infty} \cdot \left(1 - 2,5 \quad \frac{\Delta\sigma_{p,cs+cc}}{\sigma_{est,i}}\right) \qquad (2)$$

con la limitación de que sea $\Delta\sigma_{p,rel,r,\infty} \geq 0,04\ \sigma_{est,i}$ en las condiciones normales de uso de la armadura activa (tensión inicial no mayor de 0,75 f_{ptk} y temperatura de ambiente normal), y con los siguientes significados de los símbolos empleados:

- $\Delta\sigma_{p,rel,r,\infty}$= pérdida de tensión real por relajamiento, a $t = \infty$.
- $\Delta\sigma_{p,rel,\infty}$= pérdida de tensión por relajamiento sobre armadura aislada, a $t = \infty$, empleando la relación (1).
- $\Delta\sigma_{p,cs+cc}$= pérdida de tensión del acero a causa de la retracción y fluencia del concreto, a $t = \infty$.
- $\sigma_{est,i}$= valor inicial de la tensión sobre la armadura activa.

Por otro lado, aunque el fabricante suministre algunos valores de relajamiento en función de una fracción del valor f_{pt}, es poco probable que el estiramiento inicial de la armadura en obra coincida con el estiramiento inicial suministrado.

En términos de esfuerzos, la relación anterior se expresa:

$$\Delta P_{rel,r,\infty} = \Delta P_{rel,\infty} \cdot \left(1 - 2,5 \quad \frac{\Delta P_{cs+cc}}{P_i}\right) \qquad (2')$$

La relación (2') es aproximada, de naturaleza empírica y no aplicable a las diferentes fases de construcción.

El coeficiente 2,5 que aparece en la relación (2') puede ser sustituido por 2, cuando en vez de considerar las cargas de servicio según la teoría de las tensiones admisibles, se emplean las solicitaciones actuantes de cálculo en los estados límites de utilización, bajo las combinaciones de las acciones frecuentes y casi permanentes [1].

Tabla 1. Propuesta para la determinación de la deformación por retracción.

Valores de $\varepsilon_{cs}(t_j, t_\infty)\cdot 10^{-3}$			
Humedad relativa	***Dimensiones ficticias*** ($2\,A_c/u$)	***Ecuación***	***Validez*** (*j en días*)
70-75%	*D. Fict* ≤ 200 *mm*	$\varepsilon_{cs} = -\,0,0388\,Ln\,(j) + 0,2863$	$1 \leq j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$
70-75%	*D. Fict* ≥ 600 *mm*	$\varepsilon_{cs} = 0,2099 \cdot j^{-0,0244}$	$1 \leq j \leq 60$
		$\varepsilon_{cs} = -\,0,0661\,Ln\,(j) + 0,4805$	$60 < j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$
70-75%	$200\ mm \leq D.\ Fict \leq 600\ mm$	$\varepsilon_{cs} = 0,2019\ e^{-0,0023\,j}$	$1 \leq j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$
50-55%	*D. Fict* ≤ 200 *mm*	$\varepsilon_{cs} = -\,0,0638\,Ln\,(j) + 0,4387$	$1 \leq j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$
50-55%	*D. Fict* ≥ 600 *mm*	$\varepsilon_{cs} = 1,60546 \cdot 10^{-7} \cdot j^2 - 4,67615 \cdot 10^{-4} \cdot j + 0,307070$	$1 \leq j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$
50-55%	$200\ mm \leq D.\ Fict \leq 600\ mm$	$\varepsilon_{cs} = -\,0,0533\,Ln\,(j) + 0,4201$	$1 \leq j < \infty,\ \varepsilon_{cs} \geq 0$

A_c = área de la sección de concreto, u perímetro de la sección;
j = número de días partir del cual se considera el fenómeno definido en el intervalo (j , ∞); $t = \infty$ es equivalente a $t = 900$ días;
Los valores obtenidos en la tercera fila, deberán ser incrementados del 5%.

Tabla 2. Propuesta para la determinación del coeficiente de fluencia.

Coeficiente de fluencia, $\varphi(t_j, t_\infty)$			
Humedad relativa	***Dimensiones ficticias*** ($2\,A_c/u$)	***Ecuación***	***Validez*** (*días*)
70-75%	≤ 200 *mm*	$\varphi = -\,0{,}4154\,Ln\,(j) + 2{,}9265$	$1 \leq j < \infty$
70-75%	≥ 600 *mm*	$\varphi = -\,0{,}3133\,Ln\,(j) + 2{,}4506$	$1 \leq j < \infty$
70-75%	$200\ mm \leq D.\ Fict \leq 600\ mm$	$\varphi = -\,0{,}3644\,Ln\,(j) + 2{,}6886$	$1 \leq j < \infty$
50-55%	≤ 200 *mm*	$\varphi = -\,0{,}5716\,Ln\,(j) + 3{,}9504$	$1 \leq j < \infty$
50-55%	≥ 600 *mm*	$\varphi = -\,0{,}4215\,Ln\,(j) + 3{,}1959$	$1 \leq j < \infty$
50-55%	$200\ mm \leq D.\ Fict \leq 600\ mm$	$\varphi = -\,0{,}4966\,Ln\,(j) + 3{,}5732$	$1 \leq j < \infty$

A_c = área de la sección de concreto, u perímetro de la sección;
j = número de días partir del cual se considera el fenómeno definido en el intervalo (j , ∞); $t = \infty$ es equivalente a $t = 900$ días; Los valores obtenidos en la tercera fila, deberán ser incrementados del 5%.

2. PROPUESTA PARA EL CÁLCULO DE LOS VALORES DE ε_{cc} Y φ

El autor, propone, a falta de expresiones más confiables, el empleo de las relaciones aproximadas contenidas en las Tablas 1 y 2, obtenidas como curvas continuas, partiendo de varios valores aislados, confirmados experimentalmente, definidos en intervalos de tiempos amplios y sugeridos por varios reglamentos. Las relaciones contenidas en las tablas precisadas dan, respectivamente, el valor de ε_{cc} y φ en cada instante, medido en días, a partir del tiempo $t = 1$ hasta $t = \infty$.

La manera de obtener dichos valores se explica a continuación.

- Si se desea determinar el valor de ε_{cc} o φ partiendo del tiempo $t = 1$ día hasta $t = \infty$, es suficiente sustituir en la relación correspondiente, la variable j por 1.
- Si se desea determinar el valor de ε_{cc} o φ partiendo del tiempo $t_m > 1$ día hasta $t = \infty$, es suficiente sustituir el la relación correspondiente, la variable j por el día correspondiente a t_m.
- Si se desea determinar el valor de ε_{cc} o φ partiendo del tiempo t_m en días hasta el tiempo t_n en días, se procede:
- De la Tabla 1, por intermedio de la relación correspondiente, se obtienen los valores de $\varepsilon_{cs}(t_m, \infty)$ y $\varepsilon_{cs}(t_n, \infty)$, para luego determinar $\varepsilon_{cs}(t_m, t_n) = \varepsilon_{cs}(t_m, \infty) - \varepsilon_{cs}(t_n, \infty)$.
- De la Tabla 2, por intermedio de la relación correspondiente, se obtienen los valores de $\varphi(t_m, \infty)$ y $\varphi(t_n, \infty)$, para luego determinar $\varphi(t_m, t_n) = \varphi(t_m, \infty) - \varphi(t_n, \infty)$

3. CÁLCULO DE LA RETRACCIÓN Y FLUENCIA

$\Delta\sigma_{p,cc+cs}$ = Para el cálculo global de la retracción y fluencia, se sugiere la aplicación de la relación (3), recomendada por el CEB-FIP, para cada uno de los intervalos de tiempo escogidos:

$$\frac{\varepsilon_{cs}(t,\ t_0)\cdot E_p + \alpha_e \cdot \varphi\ \ (t,\ t_0)\cdot(\sigma_{cp,g} + \sigma_{cp,pre,i})}{1 - \alpha_e \cdot \dfrac{\sigma_{cp,pre,i}}{\sigma_{p,pre,i}} \cdot \left[1 + \dfrac{\varphi(t,\ t_0)}{2}\right]} \qquad (3)$$

con:

- $\alpha_e = E_p / E_{c,28}$;
- $\varepsilon_{cs}(t,\ t_o)$ = deformación de retracción entre t_o y t, con signo negativo para el acortamiento.
- $\varphi(t,\ t_o)$ = coeficiente de fluencia entre t_o y t;
- $\sigma_{p,pre,i}$ = tensión de tracción de la armadura activa, en la fase *pre* a $t = 0$; es decir, tensión sobre la armadura activa que se debe sólo a la fuerza inicial de pretensado;

- $\sigma_{cp,pre,i}$ = tensión en el concreto al nivel de la armadura activa, en la *fase pre* a, $t = 0$; es decir, tensión que se debe sólo a la fuerza inicial de pretensado;
- $\sigma_{cp,g}$ = tensión en el concreto al nivel de la armadura activa, por causa del peso propio y de las otras acciones permanentes (con exclusión de la fuerza de pretensado).

En la fórmula anterior, el numerador representa la suma de los efectos de la retracción y fluencia sin tomar en cuenta la interdependencia de los fenómenos. La influencia entre dicha interdependencia se toma en cuenta en el denominador, cuya expresión da una cantidad positiva mayor que la unidad. El valor $\sigma_{p,pre,i}$ en el caso de armadura postesa, se refiere inmediatamente después de la transferencia y en el caso de armadura pretesa después del desbloqueo de los anclajes provisionales.

La relación hay que entenderla de manera algebraica; es decir, cada término presenta su propio signo. Los valores de ε_{cs} y φ se obtendrán de las Tablas 1 y 2.

Cuando la armadura es pretesa, resulta:

$$\sigma_{p,pre,i} = \alpha_e \cdot \left(\frac{P_i}{A_e} + \frac{P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p \right) + \sigma_{est,i}$$

$$\sigma_{cp,pre,i} = \frac{P_i}{A_e} + \frac{P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p$$

$$\sigma_{cp,g} = \frac{M_1}{I_e} \cdot y_p$$

Cuando la armadura es postesa, resulta:

$$\sigma_{p,pre,i} = \frac{F_{est,i}}{A_p} \quad (P_i = -F_{est,i})$$

$$\sigma_{cp,pre,i} = \frac{P_i}{A_c} + \frac{P_i \cdot e_p}{I_c} \cdot y_p$$

$$\sigma_{cp,g} = \frac{M_1}{I_c} \cdot y_p$$

4. CÁLCULO DEL RELAJAMIENTO Y PROPUESTA PARA SU IMPLEMENTACIÓN

Para el cálculo del relajamiento, se sugiere:

- El empleo de la relación (1) totalmente definida con los valores de k_1 y k_2 (lo que es posible si se dan como datos dos valores de ρ para dos tiempos diferentes). La expresión será válida para la armadura aislada. La variable t es medida en horas. El valor de ρ en un cierto instante t_1 se obtiene sustituyendo t_1, en horas, en la relación (1) y se ha de entender como el porcentaje de pérdida evidenciada desde que se inició el estiramiento hasta el tiempo t_1; de igual manera, el porcentaje de pérdida por relajamiento al final del intervalo (t_1, t_2) con $t_2 > t_1$, se obtiene como diferencia:

$$\rho_{t_1 - t_2} = \rho_{t_2} - \rho_{t_1} \tag{4}$$

- La obtención del valor $\Delta P_{rel,r,\infty}$ por intermedio de la relación (2′), y que por ser:

$$\rho_\infty = \frac{\Delta P_{rel,\infty}}{P_i} \cdot 100 \ ; \ \rho_{r,\infty} = \frac{\Delta P_{rel,r,\infty}}{P_i} \cdot 100 \tag{5}$$

se puede también escribir:

$$\rho_{r,\infty} = \rho_\infty \cdot \left(1 - 2{,}5 \cdot \frac{\Delta P_{cs+cc}}{P_i} \right) \tag{6}$$

en donde ρ_∞ se obtiene de la relación (1) haciendo $t = 10^6\ h$.

- Se propone, de manera convencional, la obtención del valor $\rho_{r,t=1.200\ h} = \rho_{r,\infty}/2$
- Con estos dos últimos valores (el de $\rho_{r,\infty}$ a $t = 10^6\ h$ y el de $\rho_{r,\infty}/2$ a $t = 1.200\ h$), se define completamente una nueva relación (1) que es la definitiva para el cálculo de la pérdida del relajamiento tomando en cuenta ahora que el fenómeno es medido sobre una armadura activa no aislada.

Si la relación (1) no se puede definir, por tener como dato un solo valor experimental de ρ para $t = 120\ h$, la solución será menos precisa y el valor faltante puede ser obtenido mediante la relación [3]:

$$\Delta\sigma_{rel,\infty} = 3\ \ \Delta\sigma_{rel,t=120h} + 0,03\ \ (\sigma_{est,i} - 0,50 f_{ptk})$$

$$(\text{con}\quad \sigma_{est,i} \geq 0,5 f_{ptk}\ \ \text{y}\ \sigma_{pi} = 0,75 f_{ptk}) \qquad (7)$$

y por considerarse solamente ensayos a las 120 *h*, la relación limita los resultados a valores finales de relajamiento que no superen los siguientes valores de ρ_∞: 6 % para barras laminadas, 7,5 % para alambres trefilados, 9 para cordones y 10 % para cordones trenzados; en cambio, cuado los valores de ρ son para t = 1.000 *h* y otro comprendido entre t = 2.000 y 10.000 *h*, el valor faltante se puede obtener mediante la relación [3]:

$$\Delta\sigma_{rel,\infty} = \Delta\sigma_{rel,t} + k \cdot (\Delta\sigma_{rel,t} - \Delta\sigma_{rel,t=1000\,h}) \qquad (8)$$

siendo k un valor obtenido por la relación:

$$k = 43.081\ \ t^{-1,1178}$$

$$(2.000\ \ h \leq t \leq 10.000\ \ h)$$

en donde t es el tiempo, en horas, igual al tiempo de $\Delta\sigma_{rel,t}$ (La expresión de k señalada, es del autor y pretende sustituir los tres valores suministrados por [3], una expresión de fácil manejo que es función continua del tiempo).

Con respecto a la relación (6), es importante señalar que su empleo práctico es solamente cuando se considera un solo intervalo de tiempo (inmediatamente después de la transferencia hasta $t = \infty$), aún cuando razonablemente tal manera de proceder no se ajusta a la realidad; de lo contrario, se entraría en un circulo vicioso, resoluble con un engorrosísimo procedimiento iterativo que prácticamente conduce a la inutilización de la sencilla relación señalada. También, considerando un solo intervalo de tiempo, la relación es menos precisa cuando la carga permanente diferente del peso propio interviene después de un cierto tiempo de la transferencia.

Con la finalidad de simplificar los cálculos, se propone, en ambientes medios y preferiblemente para secciones con espesor ficticio ≥ 200 *mm*, sustituir la relación (2′) por la siguiente relación aproximada:

$$\Delta P_{rel,r,\infty} = (0,650 \mapsto 0,675) \cdot \Delta P_{rel,\infty} \qquad (9)$$

que puede ser también escrita:

$$\rho_{r,\infty} = (0,650 \mapsto 0,675) \cdot \rho_\infty \qquad (10)$$

sin modificar las restantes consideraciones señaladas con anterioridad. El coeficiente numérico mayor puede ser empleado para estructuras con armadura postesa, por presentar, en igualdades de condiciones, menor efecto de retracción y fluencia, por ende mayor acercamiento entre el valor del relajamiento medido sobre armadura aislada y aquel real (sobre armadura no aislada); viceversa, el coeficiente menor puede ser empleado en los elementos con armadura pretesa.

5. CORRECCIÓN DEL RELAJAMIENTO SOBRE ARMADURA AISLADA

La relación (5) o la relación (6), requieren del valor de ρ_∞ (porcentaje total de relajamiento sobre armadura aislada). Este valor es obtenido por intermedio de los datos experimentales de relajamientos efectuados por el fabricante para valores de $\beta = \sigma_{est,i}/f_{ptk}$ que por lo general se fijan en 0,6; 0,7 y 0,8. Sucede en la práctica que muy pocas veces la razón entre la tensión de estiramiento inicial y la resistencia a tracción característica de la armadura coincide con esos valores, por lo que se presenta la necesidad de corregir el valor ρ_∞ para así ajustarlo a la realidad de cada caso. La corrección puede efectuarse haciendo uso de la relación:

$$\rho_\infty = \delta \cdot (\sigma_{est,i} - 0,5 f_{ptk})^2 \qquad (11)$$

válida para [3]:

$$0,5 f_{ptk} \leq f_{p,i} \leq \beta \cdot f_{ptk} \qquad (12)$$

en donde imponiendo la condición, para los tres valores de β precisados resulta:

$$\rho_\infty = \frac{\rho_{\infty;0,6}}{(0,10 f_{ptk})^2} \cdot (\sigma_{pi} - 0,5 f_{ptk})^2 \quad (13a)$$

$$\rho_\infty = \frac{\rho_{\infty;0,7}}{(0,20 f_{ptk})^2} \cdot (\sigma_{pi} - 0,5 f_{ptk})^2 \quad (13b)$$

$$\rho_\infty = \frac{\rho_{\infty;0,8}}{(0,30 f_{ptk})^2} \cdot (\sigma_{pi} - 0,5 f_{ptk})^2 \quad (13c)$$

6. VALOR DE LA FUERZA DE PRETENSADO AL FINAL DEL INTERVALO PREFIJADO

El nuevo valor de la fuerza de pretensado P_n al final del intervalo (t_m , t_n) se obtiene:

$$P_n = P_m - \Delta P_{cs+cc(t_m - t_n)} - \Delta P_{rel(t_m - t_n)} \quad (14)$$

y para la obtención del estado de tensión normal consecuente se emplean las relaciones:

$$\sigma_c = \frac{P_n}{A} + \frac{P_n \cdot e_p}{I} \cdot y + \frac{M}{I} \cdot y \quad (15)$$

$$\sigma_p = \alpha_e \cdot \left(\frac{P_n}{A} + \frac{P_n \cdot e_p}{I} \cdot y_p + \frac{M}{I} \cdot y_p \right) + \sigma_{est,n} \quad (16)$$

en donde y es la distancia, con signo, medida a partir del baricentro de la sección hasta la cuerda donde se desea determinar la tensión normal sobre el concreto; y_p la distancia, también con signo, del tendón resultante; α_e el coeficiente de homogeneización en el intervalo (t_m , t_n); M el momento flector presente en la sección considerada en el instante t_n y $\sigma_{est,n} = F_{est} / A_p$ (es $P = -F_{est}$).

La fuerza de pretensado inicial, P_i, y la tensión de estiramiento inicial, $\sigma_{est,i}$, son magnitudes que han sido previamente definidas ($P_i = -F_{est,i}$ y $\sigma_{est,i} = F_{est,i} / A_p$).

7. NÚMERO DE INTERVALOS DE TIEMPO A CONSIDERAR

Depende del sistema constructivo de la estructura, del orden de intervención de las cargas exteriores diferentes del peso propio y de las condiciones climáticas. La manera rigurosa de tomar en cuenta los diferentes aspectos y los intervalos de tiempo a considerar, depende fundamentalmente del uso de la información solicitada [4, 5].

En elementos con secciones simples, son indispensables los valores de la fuerza de pretensado en las dos fases determinantes de carga: la inicial (fuerza de pretensado inicial más peso propio del elemento) y las finales (fuerza de pretensado final más la totalidad de las acciones exteriores). En algunos casos puede ser también necesario el conocimiento de la fuerza de pretensado inmediatamente anterior a la intervención de la carga permanente diferente del peso propio del elemento y para aquel tiempo en donde la información deba ser empleada para el cálculo de la deflexión.

La propuesta que se acaba de precisar, puede ser también utilizada en el caso en que se estudie un solo intervalo de tiempo.

En elementos de secciones compuestas hay que diferenciar si son con una o dos fases de pretensado.

Cuando son con una sola fase de pretensado, los tiempos de interés, incluyendo entre ellos los que corresponden a las fases de carga determinantes, son: inmediatamente después de la transferencia, antes de la intervención de la porción que convertirá la sección simple en compuesta, a un tiempo suficientemente lejano (por ejemplo un año) del inicio del comportamiento monolítico de la sección y al tiempo $t = \infty$. Cuando la sección compuesta es con dos fases de pretensado, habrá que agregar la información obtenida inmediatamente antes y después del segundo pretensado. En uno o en el otro caso, es conveniente (y necesario cuando la sección en servicio acepta tracciones mas no fisuración) la determinación del efecto de la retracción y fluencia diferenciales.

8. NÚMERO DE SECCIONES A CONSIDERAR

Si el método es programado para computadoras, las secciones en estudio pueden estar separadas entre sí a partir de una distancia igual a la altura de la pieza. Cuando no es programado, como en el ejercicio siguiente, se pueden estudiar dos secciones

representativas y a partir de ellas imponer una ley de variación lineal en función de la longitud de la pieza, para luego, por simple sustitución de la ubicación de la sección, determinar la fuerza de pretensado en el número deseado de secciones; cuando se dispone del estudio en más de dos secciones, se impone la ley de variación más conveniente según las disponibles en cualquier hoja de cálculo electrónica.

9. EJEMPLO: CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS DIFERIDAS EN UN ELEMENTO CON ARMADURA PRETENSADA USANDO EL MÉTODO DE LOS INTERVALOS

La sección transversal de una correa de 5,75 m de luz, indicada en la Figura 1, perteneciente a un techo sin acceso de un edificio industrial, presenta la forma que se indica en la Figura 1a, en donde la armadura pretesa está constituida por 2 cordones trenzados en la parte superior, cada uno de ellos formados por 2 Φ 2,25 y 6 cordones trenzados en la parte inferior (5 en la primera fila y 1 en la segunda), cada uno de ellos formados por 3Φ 2,25. La tensión de tracción inicial para anclar la armadura sobre los soportes fijos es $\sigma_{est,i,max}$ = 1.200 MPa. Además del peso propio (g_1 = 330 N/m), la otra carga permanente es g_2 = 500 N/m y actúa a los 30 días de la transferencia de esfuerzo.

Otras características adicionales de la armadura activa utilizada son: f_{ptk} = 1.800 MPa; módulo aparente de elasticidad $1{,}95 \cdot 10^5$ MPa; pérdida por relajamiento bajo la tensión inicial de 0,7 f_{ptk}: 3,99 a las 120 h y 5,00 a las 1.000 h. La tensión de estiramiento inicial, $\sigma_{est,i,max}$ es de 1.200 MPa.

La sección bruta presenta las siguientes características: A =13.500 mm^2, I = 39.406.046 mm^4, y_{sup} = -103,45 mm, y_{inf}= 76,55 mm. La transferencia de esfuerzo es a los 2 días (48 horas). El módulo de deformación longitudinal del concreto a los 28 días es E_{c28} = 33.300 MPa.

- Determinar sobre las secciones de centro-luz y sobre los apoyos, el valor inicial P_i (a t = 0, o inmediatamente después de la transferencia), $P_{t=30\,días}$ (treinta días después de la transferencia e inmediatamente antes de la intervención de g_2) y final P (a t = ∞, o después de las pérdidas diferidas), considerando (por simplicidad) las características geométricas de la sección bruta. Extrapolar resultados para las diferentes secciones distanciadas entre si de 0,575 m.
- Hacer consideraciones críticas pertinentes.

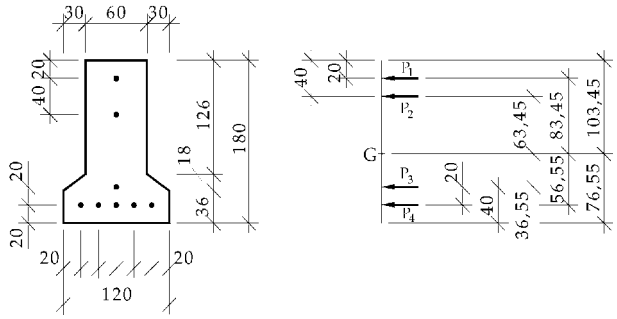

Figura 1. Sección transversal, disposición de las armaduras y de las fuerzas parciales de pretensado.

9.1 Determinación de algunos valores a emplear en el cálculo.

- *Área total de armadura activa:*

$$A_p = 2 \cdot 7{,}952 + 6 \cdot 11{,}928 = 87{,}47 \ \ mm^2$$

- *Fuerza de pretensado y excentricidad de la fuerza de pretensado:*

Cada una de las fuerzas de pretensado, inmediatamente después de la transferencia, se indica en la Figura 1. Para obtener la resultante de ellas (P_i), se debe conocer la fuerza de estiramiento inicial máxima aplicada en cada una de las trenzas y las pérdidas de tracción que ellas sufren durante el intervalo de tiempo comprendido entre la puesta en tracción de la armadura y la transferencia. Se comienza entonces evidenciando las excentricidades de las fuerzas de estiramiento (que serán las mismas excentricidades de las fuerzas iniciales de pretensado) y prefijando un sentido positivo para los momentos (por ejemplo horario), por equilibrio estático se determina el punto de aplicación de $F_{est,i,max}$.

e_1 = 83,45 *mm* $\qquad$ e_2 = 63,45 *mm*

e_3 = 36,55 *mm* $\qquad$ e_4 = 56,55 *mm*

F_{1i} = 9.542,61 *N* $\qquad$ F_{2i} = 9.542,61 *N*

F_{3i} = 14.313,91 *N* $\qquad$ F_{4i} = 71.569,57 *N*

$$F_{est,i,max} = \sum_{j=1}^{4} P_{ji} = 104.968{,}71 \ N$$

$$e_p = \frac{F_{1i} \cdot e_1 + F_{2i} \cdot e_2 - F_{3i} \cdot e_3 - F_{4i} \cdot e_4}{P_{est,i,max}} = \frac{A}{B} = -30{,}19 \ \ mm$$

en donde el numerador A es igual:

$$9.542,61 \cdot 83,45 + 9.542,61 \cdot 63,45 - 14.313,91 \cdot 36,55 - 71.569,57 \cdot 56,55$$

y el denominador B igual a: 10496871

El signo negativo de la excentricidad resultante indica que el momento resultante producido por $F_{est,i,max}$ es antihorario, por ende, la excentricidad está por debajo del baricentro de la sección. Para evitar confusión, se quiere precisar que este valor de excentricidad, si se ha de emplear en las fórmulas de flexocompresión, según las convenciones adoptadas, es positivo por estar por encima del baricentro de la sección.

- *Máxima tensión normal y máxima fuerza de tracción de la armadura:*

$$\sigma_{est,i,max} = 1.200\ MPa$$

y así por otra vía, más expedita, se puede determinar:

$$F_{est,i.max} = A_p \cdot \sigma_{est,i,max} = 87,47 \cdot 1.200 = 104.969\ N$$

Dada la gran longitud de la pista de tensado, se considera despreciable la penetración de cuña durante el anclaje de la armadura a los dos cabezales independientes en los extremos de la pista, por ende igual a cero su incidencia en la disminución de la tracción en la armadura.

- Determinación de la ley de variación del relajamiento (sobre armadura aislada):

Para 120 h $\rho = 3,99\%$

Para 1.000 h $\rho = 5,00\%$

Aplicando la relación (1):

$$\begin{cases} log\ \ 3,99 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 120 \\ log\ \ 5,00 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 10^3 \end{cases}$$

es decir:

$$\begin{cases} 0,60097 = K_1 + 2,07918 \cdot K_2 \\ 0,69897 = K_1 + 3 \cdot K_2 \end{cases}$$

de donde:

$$K_1 = 0,379698 \quad , \quad K_2 = 0,106424$$

y la ecuación (1) queda así definida para cualquier valor de t:

$$log\ \ \rho = 0,379698 + 0,106424 \cdot log\ \ t$$

- *Para $t = \infty$ ($t = 10^6$ h), aplicando la relación anterior resulta:*

$$\rho_\infty = 10,43\%$$

- *Corrección del valor anterior.*

Empleando la relación (13b):

$$\rho_\infty = \frac{\rho_{\infty;0,7}}{(0,20\ \ f_{ptk})^2} \cdot (\sigma_{pi} - 0,5 f_{ptk})^2 =$$

$$\frac{10,43}{(0,20 \cdot 1.800)^2} \cdot (1.200 - 0,5 \cdot 1.800)^2 = 7,24\ \%$$

- *Espesor ficticio:*

$$\frac{2\ A_c}{u} = \frac{2 \cdot 13.500}{580} = 47\ mm$$

- *Humedad relativa:*

70% (ambiente medio).

9.2 Determinación de valor de la fuerza de pretensado inicial, P_i.

La transferencia es a las 48 horas después del máximo estiramiento de la armadura. Al final de ese tiempo, la pérdida por relajamiento en la armadura se pudiera evaluar por intermedio de la relación (a) si fuese $\sigma_{est,i,max}/f_{ptk} = 0,7$, pero resulta que tal razón es igual 1.200/1.800 = 0,67; por lo que hace falta obtener la ley de variación del relajamiento sobre armadura aislada ajustada a las condiciones reales del problema.

Asumiendo:

Para 10^6 h $\rho = 7,24\ \%$

Para 1.200 h $\rho = 7,24/2 = 3,62\ \%$

Aplicando la relación (1):

$$\begin{cases} log\ \ 7,24 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 10^6 \\ log\ \ 3,62 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 1.200 \end{cases}$$

es decir:

$$\begin{cases} 0,85974 = K_1 + 6 \cdot K_2 \\ 0,55871 = K_1 + 3,07918 \cdot K_2 \end{cases}$$

de donde:

$$K_1 = 0,24136 \quad , \quad K_2 = 0,10306$$

y la ecuación (1) queda así definida para cualquier valor de t:

$$\log \rho = 0{,}24136 + 0{,}10306 \cdot \log t \qquad \text{(b)}$$

La pérdida por relajamiento sobre armadura aislado al tiempo $t_2 = 48\ h$ resulta:

$$log\ \rho_{48h} = 0{,}24136 + 0{,}10306 \cdot log\ 48 = 0{,}415 \Rightarrow \rho_{48h} = 2{,}60\ \%$$

y en consecuencia, la tensión de estiramiento en el instante inmediatamente anterior de la transferencia es:

$$\sigma_{est,i} = \sigma_{est,i,max} - \frac{2{,}60}{100} \cdot \sigma_{est,i,max} =$$

$$\sigma_{est,i,max} \cdot \left(1 - \frac{2{,}60}{100}\right) = 1.168{,}8\ \ MPa$$

y la fuerza inicial de pretensado:

$$P_i = -F_{est,i,max} \cdot \left(1 - \frac{2{,}60}{100}\right) = -\sigma_{est,i} \cdot A_p = -\ 102.235\ \ N$$

Esta fuerza es constante en cada sección y produce el mismo efecto, porque el tendón resultante es rectilíneo y paralelo al eje del elemento.

Si se desea determinar el estado de tensión sobre el concreto y la armadura inmediatamente después de la transferencia, las relaciones a emplearse son, en el supuesto de que el peso propio interviene con el pretensado:

$$\sigma_c = \frac{P_i}{A_e} + \frac{P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y + \frac{M_1}{I_e} \cdot y$$

$$\sigma_p = \alpha_e \cdot \left(\frac{P_i}{A_e} + \frac{P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_1}{I_e} \cdot y_p\right) + \sigma_{est,i}$$

siendo M_1 el momento por peso propio del elemento en la sección considerada, P_i = -102.235 N, $\sigma_{est,i}$ = 1.156,57 MPa, y la ordenada sobre la sección de concreto en donde se desea evaluar la tensión normal ($y_{c,inf}$ = 76,55 mm, $y_{c,sup}$ = - 103,45 mm), y_p la ordenada del tendón resultante en la sección, e_p = 30,19 mm la ordenada correspondiente a la armadura activa ($e_p = y_p$), A_e el área de la sección homogeneizada (con aproximación aceptable igual al área de la sección bruta), I_e el momento de inercia de A_e y α_e el coeficiente de homogeneización.

9.3 Determinación de la ley de variación del relajamiento en la armadura no aislada.

Según lo expuesto, para poder definir la ley de variación de la armadura no aislada, se procede a:

- Obtener la globalidad de las pérdidas por retracción y fluencia;
- Determinar ρ_∞ (relajamiento a $t = \infty$ sobre armadura aislada);
- Aplicar la relación (6) para obtener $\rho_{r\infty}$ (relajamiento real a $t = \infty$ sobre armadura no aislada);
- Determinar el valor $\rho_{r,\ t=1.200\ h} = \rho_{r,\infty}/2$;
- Construir con estos dos últimos valores la ley de variación buscada, haciendo uso de la relación (1).

También por las razones expuestas, se hará uso de la relación (10) para así no hacer depender explícitamente la determinación de $\rho_{r,\infty}$ del cálculo más riguroso de la pérdida conjunta por retracción y fluencia.

Empleando el coeficiente 0,650, la relación (10) se escribe:

$$\rho_{r,\infty} = 0{,}650 \cdot \rho_\infty = 0{,}650 \cdot 7{,}24 = 4{,}71\ \%$$

y entonces:

$$\rho_{r,t\ =\ 1200\ h} = \rho_{r,\infty} / 2 = 2{,}35\ \ \%$$

Con estos dos valores, procediendo de la misma manera anterior, se determina la ley de variación del relajamiento sobre armadura no aislada.

Aplicando la relación (1):

$$\begin{cases} log\ \ 2{,}35 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 1.200 \\ log\ \ 4{,}71 = K_1 + K_2 \cdot log\ \ 10^6 \end{cases}$$

es decir:

$$\begin{cases} 0{,}37107 = K_1 + 3{,}07918 \cdot K_2 \\ 0{,}67302 = K_1 + 6 \cdot K_2 \end{cases}$$

de donde:

$$K_1 = 0{,}05274 \quad , \quad K_2 = 0{,}10338$$

y la ecuación (1) queda así definida para cualquier valor de t:

$$log \quad \rho = 0,05274 + 0,10338 \cdot log \quad t \qquad \text{(d)}$$

9.4 Determinación de la fuerza de pretensado al tiempo t_1 = 30 días después de la transferencia.

9.4.1 Cálculo de la deformación por retracción. Intervalo de tiempo transcurrido para la retracción: se mide desde el vertido del concreto pero interesa desde el momento de la transferencia hasta 30 días después de la misma.

Desde el inicio del vertido del concreto hasta la transferencia, transcurren 48 horas (2 días). La retracción comienza inmediatamente después del vertido del concreto, razón por la que a los 30 días después de la transferencia han transcurrido 32 días para la retracción y de ellos solamente 30 días afectan a la fuerza de pretensado. En otras palabras, la retracción que interesa es aquella comprendida entre los 2 días y los 32 días del vertido, ya que el fenómeno se manifiesta a partir del día 0 (correspondiente al vertido del concreto)

De la primera fila de la Tabla 1:

- La pérdida por retracción desde t = 2 días hasta $t = \infty$, es:

$$\varepsilon_{cs(2\text{-}\infty)} = -\ 0{,}0388\ Ln\,(j) + 0{,}2863 = 0{,}27/1.000$$

(valor corregido);

- La pérdida por retracción desde t = 32 días hasta $t = \infty$, es:

$$\varepsilon_{cs(32\text{-}\infty)} = -\ 0{,}0388\ Ln\,(j) + 0{,}2863 = 0{,}16/1.000$$

(valor corregido);

- La pérdida por retracción desde t = 2 días hasta t = 32 días es:

$$\varepsilon_{cs\ (2\text{-}32\ \text{días})} = \varepsilon_{cs(2\text{-}\infty)} - \varepsilon_{cs(32\text{-}\infty)} = 0{,}11/1.000.$$

Se recuerda que este valor deberá ser cambiado de signo cuando se emplea en la relación (3) o equivalente.

9.4.2 Cálculo del coeficiente de fluencia al final del primer intervalo (t_o = 2 días a t_1 = 30 días).

La fluencia se mide a partir de la transferencia.

De la primera fila de la Tabla 2:

- La pérdida por fluencia desde t = 2 días hasta $t = \infty$, es:

$$\varphi_{(2\text{-}\infty)} = -\ 0{,}4154\ Ln\,(j) + 2{,}9265 = 2{,}8$$

(valor corregido);

- La pérdida por fluencia desde t = 30 días hasta $t = \infty$, es:

$$\varphi_{(32\text{-}\infty)} = -\ 0{,}4154\ Ln\,(j) + 2{,}9265 = 1{,}6$$

(valor corregido);

- La pérdida por fluencia desde t = 2 días hasta t = 30 días es:

$$j_{\ (2\text{-}30\ \text{días})} = j_{\ (2\text{-}\infty)} - j_{\ (32\text{-}\infty)} = 2{,}8 - 1{,}6 = 1{,}2.$$

9.4.3 Cálculo de la pérdida por retracción y fluencia al final del primer intervalo (a los 30 días después de la transferencia). Sección de centro-luz.

- Tensión normal sobre el concreto, al nivel de la armadura activa, producida por el peso propio:

$$\sigma_{cp,g1} = \frac{M_{g1}}{I} \cdot y_{cp} = 1{,}07 \quad MPa$$

(M_{g1} = 1.398.424 $N \cdot mm$, $y_{cp} = e_p$ = 30,19 mm)

- Tensión normal sobre el concreto, al nivel de la armadura activa, producida por la sola fuerza de pretensado:

$$\sigma_{cp,pre,i} = \frac{P_i}{A} + \frac{P_i \cdot e_p}{I} \cdot y_{cp} = -9{,}94 \quad MPa$$

- Tensión normal sobre la armadura activa, producida por la sola fuerza de pretensado:

$$\sigma_{p,pre,i} = \alpha_e \cdot \left(\frac{P_i}{A} + \frac{P_i \cdot e_p}{I} \cdot y_{cp} \right) + \sigma_{est,i} = 1.099{,}2 \ MPa$$

$$\frac{(\Delta P_i)_{cc+cs}}{P_i} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + \alpha_e \cdot \varphi \cdot (\sigma_{cp,pre,i} + \sigma_{cp,g})}{-\sigma_{p,pre,i} + \alpha_e \cdot \sigma_{cp,pre,i} \cdot \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)} = 0.088$$

Es decir, aproximadamente el 9 % de pérdida de fuerza de pretensado, por concepto de retracción y fluencia, al término de un mes de la transferencia.

9.4.4 Cálculo del relajamiento al terminar el primer intervalo de tiempo de un mes a partir de la transferencia.

La pérdida por relajamiento a los 30 días de la transferencia, se obtiene por intermedio de la relación (d), de donde, $\rho_{r,(0\text{-}30)} = 2{,}23$ %.

9.4.5 Fuerza de pretensado a los 30 días de la transferencia.

$$P_{(30\ días)} = P_i - (\Delta P_{cc+cs} + \Delta P_{rel,r}) = \ 0.088$$

Esta fuerza, en función de P_i, se expresa:

$$P_{(30\ días)} = \eta_{(t\,=\,30\ \text{días})} \cdot P_i$$

[(con $\eta_{(t\,=\,30\ \text{días})} = 90.958/102.235 = 0{,}8896 \approx 0{,}89$]

9.4.6 Estado de tensión normal a los 30 días.

Para determinar el estado de tensión normal a los 30 días de la transferencia, en el supuesto de que todavía no haya intervenido la carga permanente g_2, se hace uso de las relaciones (b) y (c), sustituyendo:

- P_i por $0{,}89 \cdot P_i$;
- $\sigma_{est,i}$ por $0{,}89 \cdot P_i/A_p$.

Inmediatamente después de la actuación de g_2 el estado de tensión se expresa:

$$\sigma_c = \frac{0{,}89 P_i}{A_e} + \frac{0{,}89 \cdot P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y + \frac{M_1 + M_2}{I_e} \cdot y \qquad \text{(e)}$$

$$\sigma_p = \alpha_e \cdot \left(\frac{0{,}89 \cdot P_i}{A_e} + \frac{0{,}89 \cdot P_i \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_1 + M_2}{I_e} \cdot y_p \right) + 0{,}89 \cdot \sigma_{est,i} \qquad \text{(f)}$$

siendo $\alpha_e = 6$ y $M_2 = 2.066.406{,}25\ N \cdot mm$.

9.5 Determinación de la fuerza de pretensado final (después de todas las pérdidas) y estado de tensión normal.

La deformación por retracción contada a partir de los 30 días es, según se enunció con anterioridad:

$$\varepsilon_{cc(30\text{-}\infty)} = 0{,}16/1.000.$$

El coeficiente de fluencia contado a partir de los 30 días, es, según se dijera con anterioridad:

$$\varphi_{(30-\infty)} = 1{,}6.$$

El relajamiento de la armadura activa no aislada, a partir de los 30 días de la transferencia, es:

$$\rho_{r(30\text{-}\infty)} = \rho_{r\,(0\text{-}\infty)} - \rho_{r\,(0\text{-}30)} = 4{,}71\ \% - 2{,}88\ \% = 1{,}83\ \%;$$

La fuerza de pretensado a los 30 días después del vertido del concreto, es, según se dijo en el aparte 4c): $P_{(30\text{días})} = -\ 90.958\ N$.

Aplicando la relación (3) y suponiendo $\alpha_e = 6$:

$$\frac{(\Delta P_i)_{cc+cs}}{P_{(30días)}} = \frac{\varepsilon_{cs(30-\infty)} \cdot E_p + \alpha_e \cdot \varphi_{(30-\infty)} \cdot (\sigma_{cp,pre,i} + \sigma_{cp,g})}{-\sigma_{p,pre,i} + \alpha_e \cdot \sigma_{cp,pre,i} \cdot \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)} = 0{,}069$$

siendo:

$$\sigma_{cp,g1} = \frac{M_{g1} + M_{g2}}{I} \cdot y_{cp} = 4{,}29\ MPa$$

($M_{g1} = 1.394.824\ N \cdot mm$, $M_{g2} = 2.066.406\ N \cdot mm$, $y_{cp} = e_p = 30{,}18\ mm$)

$$\sigma_{cp,pre,i} = \frac{0{,}89 \cdot P_i}{A} + \frac{0{,}89 \cdot P_i \cdot e_p}{I} \cdot y_{cp} = -\ 8{,}84\ MPa$$

$$\sigma_{p,pre,i} = \alpha_e \cdot \left(\frac{P_i}{A} + \frac{P_i \cdot e_p}{I} \cdot y_{cp} \right) + \sigma_{est,(30\ días)} = 986{,}8\ MPa$$

($\sigma_{est,(30\ días)} = F_{est,(30\ días)} = -\ P_{(30\ días)}/A_p = 0{,}89 \cdot P_i/A_p = 1.039{,}9\ MPa$)

Y entonces, la fuerza final de pretensado es:

$$P = P_{(30\ días)} - (\Delta P_{cc+cs(30-\infty)} + \Delta P_{rel,r(30-\infty)}) = \ -83.002\ \text{N}$$

Esta fuerza, en función de P_i, se expresa:

$$P = \eta_{(t=\infty)} \cdot P_i$$

(con $\eta_{(t=\infty)}$ = 83.002/102.235 = 0,8119 ≈ 0,812)

con una pérdida total, con respecto al valor inicial de la fuerza de pretensado (P_i = -102.235 N), del 18,8 %.

El estado de tensión normal se expresa por intermedio de las relaciones:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y + \frac{M_1 + M_2}{I_e} \cdot y \qquad \text{(g)}$$

$$\sigma_p = \alpha_e \cdot \left(\frac{P}{A_e} + \frac{P \cdot e_p}{I_e} \cdot y_p + \frac{M_1 + M_2}{I_e} \cdot y_p \right) + \sigma_{est} \qquad \text{(h)}$$

en donde:

- $P = 0{,}812 \cdot P_i$;
- $\sigma_{est} = 0{,}812 \cdot P_i / A_p$.

9.6 Determinación de la fuerza de pretensado en la sección de apoyo.

El procedimiento es idéntico al que se acaba de exponer, pero más simplificado por cuanto en la sección de apoyo los momentos por cargas exteriores son iguales a cero.

Los resultados son:

- Durante la transferencia: P_i = -102.922 N;
- A los 30 días del vertido del concreto:

$$P_{(30\ \text{días})} = -\ 90.096{,}5\ N;$$

- Al tiempo $t = \infty$: P = - 78.760,5 N.

9.7 Determinación de las fuerzas de pretensado en la semi-longitud de la viga en secciones distanciadas a 0,575 m.

Se supone, de manera suficientemente aproximada, una variación lineal de la fuerza de pretensado entre la sección de apoyo (tomada como origen) y la sección de centro-luz.

- Para el día 30 después del vertido del concreto, la ecuación que representa la ley de variación de la fuerza de pretensado es la recta que pasò por los puntos:

(0 m ; - 90.096,5 N) y (2,875 m ; - 90.958 N)

y tiene por ecuación y = -299,65 · x – 90.097.

Para $t = \infty$, la recta que pasa por el par de puntos:

(0 m ; - 78.760,5 N) y (2,875 m ; - 83.002 N)

Se representa por la ecuación:

$$y = -\ 1.475{,}3 \cdot x - 78.761.$$

La Tabla 3 muestra las diferentes fuerzas de pretensado para secciones distanciadas de 0,575 m.

Observaciones.

- El porcentaje de variación final de fuerza de pretensado aumenta de la sección de apoyo a la de centro-luz, en concordancia del hecho que, en igualdad de fuerza de pretensado inicial, las pérdidas por fluencia aumentan con la disminución del momento por carga exterior con carácter de permanencia. Este hecho es evidenciado en el numerador de la relación (3), por presentar signos opuestos las relaciones $\sigma_{cp,pre,i}$ y $\sigma_{cp,g}$.
- Se supuso que la transferencia de los cordones es simultánea; es decir, no se consideró el efecto mutuo.
- En el caso de armadura postensa, $F_{\text{est,i}}$ = - P_i es leído en el dinamómetro conectado al gato y las demás fuerzas iniciales en la otras secciones se obtienen descontando a ésta las pérdidas por roce a lo largo del recorrido del tendón resultante.

10. CONCLUSIONES

Una vez fijados el número de intervalos y las secciones transversales, con el procedimiento propuesto se obtienen las siguientes ventajas:

Para el estudio de las pérdidas por retracción y fluencia usando la relación (1):

Tabla 3. Valores de fuerzas de pretensado.

	$x = 0\ m$	$x = 0{,}575\ m$	$x = 1{,}150\ m$	$x = 1{,}725\ m$	$x = 2{,}300\ m$	$x = 2{,}875\ m$
P_i (N)	-102.922	-102.922	-102.922	-102.922	-102.922	-102.922
$P_{(30\ días)}$ (N)	-90.096,50	-90.269,30	-90.441,60	-90.613,90	-90.786,20	-90.958
P(N)	-78.760,50	-79.609,30	-80.457,60	-81.305,89	-82.154,19	-83.002
$[(P_i - P)/P_i]\cdot 100$	23,48	22,65	21,00	21,00	20,18	19,35

- Se obtienen los valores de la deformación por retracción y los del coeficiente de fluencia, haciendo uso de fórmulas continuas, evitándose así el engorrosísimo procedimiento riguroso empleado por el CEB-FIB y no incurriendo en errores de apreciación al hacer uso de tablas sugeridas por diferentes normativas en donde se dan valores muy aislados en intervalos de tiempos relativamente amplios.

Para el estudio de la pérdida por relajamiento de la armadura activa:

- Se diferencia claramente la pérdida por relajamiento de la armadura aislada de la no aislada, tomando en cuenta la primera para el intervalo de tiempo que precede la transferencia.
- Se hace uso de una función continua para determinar la pérdida sobre la armadura no aislada en cualquier instante a partir de la transferencia; de esta manera desaparece una de las grandes limitaciones en la cuantificación de la pérdida por relajamiento.

11. NOTACIÓN

La que se deriva del acuerdo internacional entre CEB, FIP, ACI e ISO.

A_c: Área neta de la sección transversal de concreto.

A_e: Área homogeneizada de la sección transversal del concreto con armadura activa.

A_p: Área de la sección de armadura activa.

E_c: Módulo de deformación longitudinal del concreto.

E_p: Módulo elástico de la armadura activa.

$F_{est,i}$: Fuerza de estiramiento inicial sobre la armadura (signo positivo equivalente a tracción).

F_{est}: Fuerza de estiramiento final de la armadura.

$F_{est,i,max}$: Fuerza de estiramiento inicial máxima sobre la armadura.

I_c: Momento de inercia de la sección neta de concreto.

Ie: Momento de inercia de la sección homogeneizada.

M: Momento flector (signo según la Resistencia de Materiales).

M_1: Momento flector por peso propio g_1.

P_i: Fuerza de pretensado inicial (signo negativo equivalente a compresión).

P_n: Fuerza de pretensado al instante n (signo negativo).

P: Fuerza final de pretensado, igual y opuesta a F_{est}.

ΔP_{cc+cs}: Pérdida de esfuerzo por fluencia y retracción.

ΔP_{rel}: Pérdida de esfuerzo sobre la armadura activa aislada por relajamiento.

$\Delta P_{rel,\infty}$: Pérdida de esfuerzo sobre la armadura activa aislada por relajamiento, al tiempo $t = \infty$.

$\Delta P_{rel,r,\infty}$: Pérdida de esfuerzo sobre la armadura activa no aislada por relajamiento, al tiempo $t = \infty$.

e_p: Excentricidad el tendón resultante.

f_{ptk}: Resistencia característica a la tracción de la armadura activa.

j: Número de días.

t: Tiempo.

y: Ordenada (signo positivo por debajo el baricentro de la sección).

y_p: Ordenada correspondiente a la armadura activa (signo positivo por debajo el baricentro de la sección).

α_e: Coeficiente de homogeneización.

ε_{cs}: Deformación adimensional por retracción.

φ: Coeficiente de fluencia.

σ_c: Tensión normal sobre el concreto (signo según la Resistencia de Materiales).

σ_p: Tensión normal sobre la armadura activa (signo según la Resistencia de Materiales).

$\sigma_{est,i}$: Valor inicial de la tensión de estiramiento de la armadura activa (signo positivo).

ρ: Porcentaje de pérdida por relajamiento sobre armadura aislada.

ρ_r: Porcentaje de pérdida real (sobre armadura no aislada) por relajamiento.

$\Delta\sigma_{p,rel,\infty}$: Pérdida de tensión por relajamiento sobre armadura aislada, al tiempo $t = \infty$.

$\Delta\sigma_{p,r,rel,\infty}$: Pérdida de tensión por relajamiento sobre armadura no aislada, al tiempo $t = \infty$.

REFERENCIAS

[1] Código Modelo CEB-FIP para estructuras en concreto con armaduras, 1.978. París.

[2] Instrucción para el Proyecto y Ejecución de Obras de Hormigón Pretensado. EP-93. Ministerio de Obras Públicas, Transporte y Medio Ambiente, 1.993. Madrid.

[3] Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso. Ministero del Lavori Publici. Decreto Ministeriale 9 gennaio 1.966. Roma.

[4] El Comportamiento del Concreto Pretensado. Tomo 1. Giovanni Bianco Accardi. Edición del CODECIH (U.C.), 1995. Valencia. Venezuela.

[5] Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado. A. H. Nilson. Editorial Limusa, 1.982. México