

Efectos sobre la calidad del papel higiénico cuando se producen outliers multivariantes no detectables por los gráficos de control univariantes

Teodoro García ⁽¹⁾, Maura Vásquez ⁽²⁾, José García ⁽³⁾

⁽¹⁾Grupo de Investigación en Gestión de la Calidad, Escuela de Ingeniería Industrial,

Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela

⁽²⁾Área de Postgrado en Estadística y Actuariado, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

⁽³⁾ Papeles Venezolanos C.A., Guacara, Venezuela

Email: tgarcia@thor.uc.edu.ve, mauravasquez@cantv.net, jgarcia@paveca.com.ve

Resumen

Los cambios en la estructura de correlaciones entre las variables que definen la calidad del papel higiénico en su etapa de elaboración pueden generar problemas en el desarrollo de los procesos productivos posteriores (separación y rebobinados), los cuales resultan difíciles de explicar. En este estudio se aplican gráficos de control multivariantes al proceso de producción de papel higiénico, lográndose poner de manifiesto casos específicos fuera de control que indican perturbaciones en el desarrollo del proceso y en la calidad del producto, y que además no pueden ser evidenciados en el análisis univariante. Los outliers (valores atípicos) multivariantes fueron interpretados utilizando la técnica de descomposición de la T^2 de Hotelling. Se presentan detalles del diagnóstico estadístico con su correspondiente interpretación en el proceso de producción, a objeto de explicar el origen de la falla para cada caso. El control estadístico del proceso basado en los gráficos de control multivariantes demostró ser efectivo para solucionar problemas en el proceso de fabricación de papel higiénico no detectables por técnicas univariantes convencionales.

Palabras clave: Gráficos de control multivariantes, descomposición de T^2 , embobinado de papel higiénico.

Effects of multivariate outliers on the quality of hygienic paper not detectable by means of univariate control charts

Abstract

Changes in the correlations structure between the variables defining the quality of hygienic paper in the elaboration stage can generate problems in developing of the ulterior productive processes (separation and rewinding) which are difficult to interpret. In this study multivariate control charts are applied to the process of production of hygienic paper, managing it to show specific cases out of control that indicate disturbances in both the development of the process and the quality of the product, in addition, they cannot be demonstrated in the univariate analysis. Multivariate outliers were interpreted leaning in the decomposition technique of the Hotelling's T^2 . Details of the statistical diagnosis and its corresponding diagnosis of production process are show in order to explain the origin of the fault for each case. The statistical process control based on multivariate control charts demonstrated to be effective to solve problems in the manufacture process of of hygienic paper that are not detectable by the conventional univariate techniques.

Keywords: Multivariate control charts, decomposition of T^2 , rewound hygienic paper

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con Smook (1992), una hoja de papel se define como una hoja de fieltro de fibra formada sobre una fina malla a partir de una suspensión con agua. En la práctica muchos tipos de papel se producen a partir de aditivos no fibrosos o material sintético. Normalmente la fibra es de origen vegetal, pero

también puede ser de origen animal, mineral o sintético; estas últimas se usan en aplicaciones especiales. Las técnicas modernas de obtención de pulpa y del posterior papel se desarrollan a partir de la fibra tomada de la madera y tienen como objetivo reducir la presencia de extractivos y lignina, para obtener la fibra de la celulosa y hemicelulosa que son los elementos principales de la pulpa de papel.

El papel higiénico, producto básico para la vida cotidiana, es obtenido mediante un proceso industrial que combina pulpa, agua y resinas. La formación del papel se realiza en los molinos donde se obtienen las bobinas con las dimensiones requeridas por las máquinas convertidoras. El proceso de conversión, conformado por las operaciones de rebobinado, perforación, corte y embobinado, transforma las bobinas en los productos comercializados. Este proceso varía de acuerdo a la aplicación del papel y las características de calidad. De acuerdo con la norma CO-VENIN 1542-90, "El papel higiénico se define como un papel delgado, suave, crepado y absorbente, destinado específicamente a la higiene personal para ser usado después de las necesidades fisiológicas". También existen otros papeles de uso personal conocidos como toallas, servilletas y faciales que por lo general tienen un peso base (grammage) mayor y se utilizan para secar, envolver alimentos u otros fines domésticos. El presente estudio se refiere al proceso de fabricación papel higiénico denominado "económico" (clase "b" ó "c" según la norma COVE-NIN 1542-90).

El proceso de fabricación del papel higiénico usualmente se controla estadísticamente mediante el seguimiento univariante de las siguientes características de calidad: peso base, calibre y esfuerzo máximo a la tracción en la dirección de la máquina. El peso base (g/m²) representa la cantidad de material que se encuentra presente por cada m² de papel producido. El calibre (mm), medido considerando la ondulación natural del papel (crepado), es sinónimo de suavidad y capacidad para la elongación. El esfuerzo máximo a la tracción en la dirección de la máquina (machine direction MD) (kg-f) es la característica crítica para el logro de las operaciones de embobinado y rebobinado.

Entre los problemas críticos asociados a la conversión de las bobinas se pueden citar:

- a. Rotura del papel en el momento del desembobinado.
- b. Valores de calibre muy altos.
- c. Valores de calibre muy bajos.
- d. Peso base excesivo.

Las consecuencias directas de estos problemas son las siguientes: a) La rotura excesiva del papel trae consigo una reducción en la productividad; b) El calibre muy alto hace que el rollo (producto final) sea muy ancho (diámetro superior al máximo), el número de hojas esté por debajo de la especificación mínima (incumplimiento de normas legales) y presente problemas de empacado generados por un mal sellado. c) El calibre muy bajo hace que el rollo sea muy delgado y le produce al cliente la sensación de que el producto viene incompleto. Conviene mencionar aquí que no deben adicionarse hojas hasta completar el ancho acostumbrado porque se incurriría en una falta a las leves venezolanas denominada competencia desleal y d) El peso base es una variable crítica cuando toma valores extremos: si es por exceso tiene efectos sobre la rentabilidad económica (regalías), v si es por defecto tiene implicaciones en la viabilidad del proceso.

En la etapa de conversión para verificar si los problemas encontrados son originados por el papel y no son debidos a causas operativas, se procede a tomar muestras de la bobina, analizarlas y contrastar los resultados con las especificaciones del producto para las tres variables antes citadas. La metodología usualmente utilizada asume que en caso de existir problemas en el papel, esto debe reflejarse en la presencia de variables fuera de especificaciones. Sin embargo, la experiencia indica que se producen casos en los cuales aún cumpliéndose las especificaciones, el problema de rotura del papel se encuentra presente y no es atribuible a causas operativas de las máquinas convertidoras.

Cuando las variables de calidad de un producto se encuentran significativamente correlacionadas, no es conveniente utilizar gráficos de control univariantes por dos razones fundamentales. La primera de ellas está relacionada con un incremento en la probabilidad de cometer error tipo I, y la segunda está referida al hecho de que los gráficos univariantes no son capaces de detectar cambios en la estructura de correlación (Ryan ,1989).

Estos cambios en la estructura de correlación pueden generar contratiempos en las actividades de producción, especialmente en aquellos casos donde no se observan valores de las variables fuera de sus límites naturales de variación. Aparentemente todo se cumple satisfactoriamente pero el producto es disconforme.

De acuerdo con Ryan (1989), los gráficos de control multivariantes son capaces de detectar casos que producen la ruptura en la estructura de correlaciones, pero debido a que se maneja información de *p* variables, no puede saberse a priori cuál o cuáles variables son las que dan origen a la condición de outlier del punto fuera de control.

Mediante la implementación de gráficos de control multivariante tipo T^2 se puede monitorear el comportamiento del proceso estableciendo la relación de los casos donde se presentan problemas con la aparición de los puntos outliers en el gráfico. Además mediante la descomposición del estadístico T^2 correspondiente a un outlier, se pueden identificar los cambios en las relaciones entre las variables que dieron origen al problema.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Entre las diversas aplicaciones del control estadístico multivariante al proceso de producción de papel se pueden citar: Brooks y colaboradores (1999), quienes desarrollaron un procedimiento de control multivariante de calidad en la sección de refinadores de pulpa que incluye un modelo de control predictivo para reducir los costos operativos por consumo de energía y por rechazo de papel fuera de especificaciones. Monette y Champagne (2000), quienes aplicaron las técnicas multivariantes Análisis de Componentes Principales (PCA) y Regresión con Mínimos Cuadrados Parciales (PLS) al control multivariante del proceso de obtención de batches de pulpa de sulfito. Huhtelin y colaboradores (2002) desarrollaron una tecnología de control predictivo multivariable mediante sensores. Bharati, MacGregor y Champagne (2004) realizaron predicciones de las propiedades de la pulpa mediante Regresión de Imágenes Multivariantes (MVIR) obtenidas con la técnica near-infrared images (NIR).

Respecto de los gráficos de control multivariantes, la interpretación de outliers ha sido uno de los

problemas más difíciles de superar. Lowry y Montgomery (1995) citan a un amplio número de investigadores que han dedicado importantes esfuerzos en proponer métodos para la descomposición e interpretación, no solo en los gráficos T^2 sino también en otros tipos de gráficos multivariantes.

2.2 Gráfico de control T^2 de Hotelling

Este gráfico de control multivariante, propuesto por H. Hotelling (1947), permite monitorear la distancia estadística entre un vector de observaciones y el vector de medias, o entre el vector de medias y el vector de medias globales, para los casos en que se utilizan subgrupos racionales.

Suponiendo que los datos se distribuyen de acuerdo a una distribución normal p variante con vector de medias μ y matriz de varianza-covarianza \sum conocidos, la distancia T^2 viene expresada de la forma siguiente:

En el caso de una observación (i = 1,2,...,n):

$$T_i^2 = (x_i - \mu) \sum^{-1} (x_i - \mu)$$
 (1)

En el caso de un subgrupo de tamaño m (k = 1,2..n):

$$T_{(k)}^{2} = m(\overline{x}_{(k)} - \mu) \sum^{-1} (\overline{x}_{(k)} - \mu)$$
 (2)

Si se desconocen los parámetros de la normal p variante, se utilizan sus estimaciones \overline{x} y S obtenidas a partir de datos históricos, quedando las expresiones anteriores de la siguiente manera:

En el caso de una observación (i = 1,2,...,n):

$$T_i^2 = (x_i - \overline{x})' S^{-1} (x_i - \overline{x})$$
(3)

En el caso de un subgrupo (k = 1, 2, ..., n):

$$T_{(k)}^{2} = m\left(\overline{x}_{(k)} - \overline{x}\right) S^{-1}\left(\overline{x}_{(k)} - \overline{x}\right)$$

$$\tag{4}$$

donde

$$x_{i}' = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ip})$$

representa la i-ésima observación p-variante

$$\overline{x}' = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_p)$$

es el vector de medias muestrales

Si se tienen *n* subgrupos de tamaño *m*, el vector de medias del subgrupo *k* vendrá dado por:

$$\overline{x}_{(k)} = \left(\frac{1}{m} \sum x_{i1k}, \frac{1}{m} \sum x_{i2k}, \dots \frac{1}{m} \sum x_{ipk}\right)$$
 (5)

Siendo x_{ijk} la *i*-ésima observación de la variable j en el grupo k.

Cuando se fija un nivel de significación α , se construye de hecho un hiperelipsoide que incluye con una probabilidad 1- α las observaciones que definen el proceso como bajo control. En términos gráficos esto significa que una observación fuera de la región de control constituye una señal de alerta.

Los gráficos de control multivariantes se aplican en dos etapas que se conocen como fase I y fase II; en la primera de ellas se toma la data inicial y se construyen los gráficos de control preliminares, y en la segunda se toman muestras para monitorear el comportamiento estadístico del proceso. Como en la mayoría de los casos prácticos no se conocen los parámetros, se colocarán de aquí en adelante solo los límites de control para estándares desconocidos.

2.2.1 Límites de control para la fase I

Como en la fase I los parámetros se estiman a partir de la data recolectada, no existe independencia entre las observaciones y las estimaciones de los parámetros, por lo tanto no es válida la aproximación de la T^2 mediante la distribución F. Además, siendo desconocidos los parámetros no se puede afirmar que el estadístico T^2 sigue una distribución χ^2 con p grados de libertad como lo señala Seber (1984). Tracy y colaboradores (1992), sostienen que los límites de control deben obtenerse mediante la distribución Beta, que es la distribución exacta de T^2 como lo establecen Gnanadesikan y Kettenring (1972).

Límites de Control para el Vector de Medias (Gráficos de Observaciones):

Límite Superior de Control (LSC):

$$LSC = \frac{\left(n-1\right)^2}{n} B\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{p}{2}, \frac{n-p-1}{2}\right) \tag{6}$$

Límite Inferior de Control (LIC):

$$LIC = \frac{(n-1)^2}{n} B\left(1 - \frac{\alpha}{2}, \frac{p}{2}, \frac{n-p-1}{2}\right)$$
 (7)

Generalmente el límite inferior de control se asume cero, pero Tracy y colaboradores (1992), sugieren que valores muy pequeños de T^2 pudieran ser originados por cambios en la matriz de varianzacovarianza y no por cambios en el vector de medias.

2.2.2 Límites de control para la fase II

En la fase II el límite superior de control para el vector de medias en el caso de gráficos de observaciones, de acuerdo con Ryan (1989) viene dado por la expresión:

$$LSC = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F_{\alpha,p,n-p}$$
(8)

y en el caso de medias de subgrupos de tamaño *m*:

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - n - p + 1} F_{\alpha, p, mn - m - p + 1}$$
(9)

2.3 Descomposición de T^2

Cuando una observación cae fuera del LSC en un gráfico T^2 , esto significa que el punto se encuentra fuera del hiperelipsoide de concentración, indicando que algún cambio ha podido ocurrir en el proceso y por tanto el punto debe analizarse para encontrar las causas que originaron esta situación. Por tratarse de una observación multivariante puede ocurrir que: a) Una o varias variables presentan valores fuera de los límites de control univariantes, b) La observación representa una ruptura en la estructura de correlaciones y c) Ambas situaciones se presentan simultáneamente.

La idea de descomponer la T^2 originalmente propuesta por Rencher (1993), es aplicada posteriormente en la interpretación de gráficos de control multivariante por Mason y colaboradores (1995). En 1997, este grupo de investigadores desarrolló una aproximación práctica para la interpretación de puntos outliers en gráficos de control multivariantes. El procedimiento general de descomposición puede resumirse de la siguiente manera:

El estadístico T^2 para un vector de observaciones

p-dimensional $x' = (x_1, x_2, \dots x_p)$ puede representarse como:

$$T^{2} = \left(x - \overline{x}\right)' S^{-1} \left(x - \overline{x}\right) \tag{10}$$

Si x_p es una variable de interés particular, el vector centrado se puede particionar en la forma:

$$(x-\overline{x})' = \left[\left(x^{(p-1)} - \overline{x}^{(p-1)} \right), \left(x_p - \overline{x}_p \right) \right]'$$

donde $x^{(p-1)} = (x_1, x_2, ..., x_{p-1})$ representa el vector de las primeras (p-1) variables y $\overline{x}^{(p-1)}$ el vector de medias correspondiente. Análogamente, se obtiene una partición similar en la matriz S de varianzas y covarianzas:

$$S = \begin{pmatrix} S_{XX} & S_{xX} \\ S'_{XX} & S_p^2 \end{pmatrix}$$
 (11)

Siendo S_{XX} la matriz de covarianzas de las primeras (p-1) variables, s_p^2 la varianza de la variable x_p y S_{xX} , el vector de dimensión (p-1) que contiene las covarianzas entre x_p y las primeras (p-1) variables. De acuerdo con Rencher (1993), el estadístico T^2 puede descomponerse como un agregado de dos sumandos independientes:

$$T^{2} = T^{2}_{p-1} + T^{2}_{p,1,2,\dots p-1}$$
 (12)

donde:

$$T_{p-1}^{2} = \left(x^{(p-1)} - \overline{x}^{(p-1)}\right) S_{XX}^{-1} \left(x^{(p-1)} - \overline{x}^{(p-1)}\right)$$

es el estadístico T^2 definido para las primeras (p-1) variables, y el segundo sumando es el cuadrado del valor de la variable x_p ajustado por los estimadores de la media y la desviación estándar en la distribución condicional $x_p/(x_1...x_{p-1})$. Es decir:

$$T^{2}_{p,1,2,\dots,p-1} = \left(x_{p} - \overline{x}_{p,1,2,\dots,p-1}\right)^{2} / S^{2}_{p,1,2,\dots,p-1}$$
 (13)

siendo:

$$\overline{x}_{p,1,2,\dots,p-1} = \overline{x}_p + b_p' \left(x^{(p-1)} - \overline{x}^{(p-1)} \right)$$
 (14)

y $b_p = S_{XX}^{-1} S_{XX}$ es un vector de dimensión (p-1) que contiene los coeficientes de la regresión de x_p en función de las (p-1) variables restantes. La estimación de la varianza condicional por su parte queda:

$$S^{2}_{p,1,2,\dots,p-1} = S^{2}_{n} - S^{'}_{rY} S^{-1}_{YY} S_{rY}$$
 (15)

Como T^2_{p-1} es también un estadístico del tipo T^2 , se puede descomponer a su vez en la forma $T^2_{p-1} = T^2_{p-2} + T^2_{p-1,1,2,\dots,p-2}$. Si se itera este procedimiento se obtiene la descomposición: $T^2 = T^2_1 + T^2_{2,1} + T^2_{3,1,2} + \dots + T^2_{p-1,1,2,\dots,p-2}$.

Un aspecto muy importante es que el orden de selección de las variables afecta la descomposición. De acuerdo con Mason (2002), dadas p variables, se pueden obtener p! particiones cada una con p términos independientes. Como existen términos que se repiten, en general se puede decir que existen $p.2^{(p-1)}$ términos que deben ser analizados. Tomando como ejemplo p=3 a continuación pueden observarse seis términos repetidos en los 18 generados:

$$T^{2} = T_{1}^{2} + T_{2.1}^{2} + T_{3.1,2}^{2} = T_{2}^{2} + T_{3.2}^{2} + T_{1.2,3}^{2} = T_{3}^{2} + T_{1.3}^{2} + T_{2.1,3}^{2}$$

$$= T_{1}^{2} + T_{3.1}^{2} + T_{2.1,3}^{2} = T_{2}^{2} + T_{1.2}^{2} + T_{3.1,2}^{2} = T_{3}^{2} + T_{2.3}^{2} + T_{2.3}^{2}$$

$$(16)$$

En la Figura 1 se muestra la nube de puntos representada por la elipse de densidad constante, los límites de control univariantes para las variables X_1 y X_2 y el punto A. La idea es ilustrar al caso típico donde los gráficos de control univariantes, representados por sus límites superior e inferior, no son capaces de detectar la ruptura de la estructura de correlaciones que se presenta cuando el punto bivariante A cae en las zonas dentro del rectángulo que no se interceptan con la elipse.

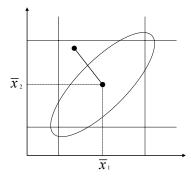


Figura 1. Punto atípico multivariante no detectable mediante gráficos univariantes.

Para evaluar si los sumandos de la descomposición de la T^2 (T^2_j o $T^2_{j,1,2,\dots,p-1}$) son estadísticamente significativos, deben compararse con el valor crítico:

Valor Crítico =
$$\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} F_{(\alpha,1,n-k-1)}$$
 (17)

donde k es el número de variables explicativas en cada caso y n el número de observaciones. Para el caso de T_j^2 , k es igual a cero. Sí un término particular $T_{j,1,2,\dots,p-1}^2$ es mayor que el valor crítico correspondiente, se concluye que existe una diferencia significativa entre el valor observado de x_j y su estimación en función de las restantes variables. Esto es indicativo de que la data histórica no es capaz de explicar la ocurrencia de ese punto, lo que sugiere una ruptura en la estructura de correlaciones.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

Desde su fundación en 1915 hasta la fecha la "Technical Association for the Worldwide Pulp, Paper and Converting Industry" (TAPPI) ha producido normas técnicas que han servido de soporte para estandarizar los métodos de inspección y control en la industria papelera mundial.

3.1 Frecuencia de muestreo

Siguiendo los lineamientos de la TAPPI T400 sp-02, se procedió a establecer la frecuencia de muestreo en una muestra de papel cada hora.

3.2 Métodos de medición

Para la medición de las características de calidad del papel se utilizaron los métodos para la medición del peso base, el calibre y el esfuerzo máximo a la tracción propuestos por TAPPI.

3.2.1 Medición del peso base (Grammage)

Para la medición del peso base se siguió la norma TAPPI T410 cm-02 y las lecturas se realizaron con una balanza analítica de 1 mg de precisión utilizando una probeta estándar.

3.2.2 Medición del calibre

Esta medición se realizó siguiendo los lineamientos de la norma TAPPI T411 cm-97 y mediante el uso de un micrómetro de una micra de precisión.

3.2.3 Medición del esfuerzo máximo a la tracción

Se siguió la norma TAPPI T494 cm-01 y el medidor de tracción fue ajustado para una probeta de 18 cm de largo y 1 pulgada de ancho, y fijando la velocidad de tracción a 1 pulp/seg.

4. RESULTADOS

Tomando 50 observaciones en una corrida de producción pudieron obtenerse los siguientes resultados en la fase I:

Vector de medias estimadas : (Peso, Calibre, TMD) = (15,859 131,05 179,14)

Matriz de correlaciones estimadas:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.122 & 0.604 \\ -0.122 & 1 & -0.758 \\ 0.604 & -0.758 & 1 \end{pmatrix}$$

Con la información anterior se construyeron los siguientes gráficos de control univariante para las tres variables consideradas. En la Tabla 1 se muestran los límites de control y de especificaciones:

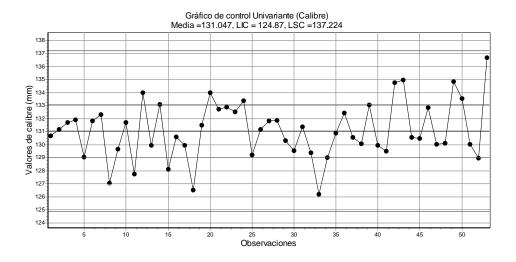
Tabla 1. Límites de control para los gráficos univariantes y límites de especificaciones.

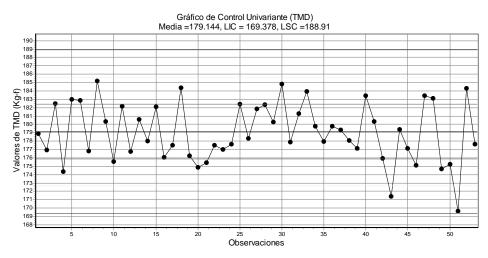
	LIC	LSC	EI	ES
	univariante	univariante		
Peso	15,53	16,188	15,50	16,30
Calibre	124,87	136,96	124,00	138,00
Tracción MD	168,85	189,44	160,00	250,00

A continuación se muestra el gráfico de control multivariante construido con los valores del estadístico T^2 .

Con el objeto de evaluar la distribución muestral del estadístico T^2 , que bajo el supuesto de normalidad multivariante de las observaciones debe ser Beta, se construyó un gráfico QQ-plot (quantilequantile) según el procedimiento de Gnanadesikan y Kettenring. La forma lineal observada en la Figura 4 sugiere que no hay diferencias importantes respecto de la distribución asumida.

En la fase II del proceso se detectaron tres observaciones atípicas multivariantes con la ayuda del gráfico de control multivariante (Figura 3). Con la





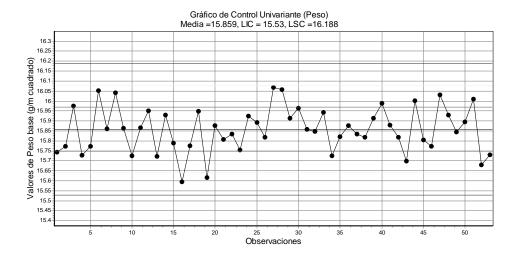


Figura 2. Gráficos de control univariante

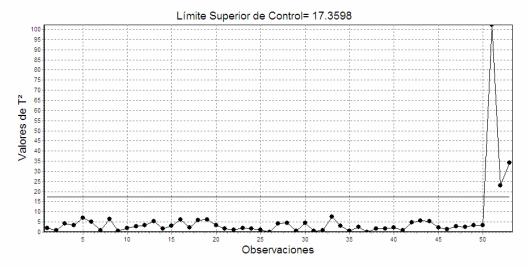


Figura 3. Gráfico de Control Multivariante tipo T^2 .

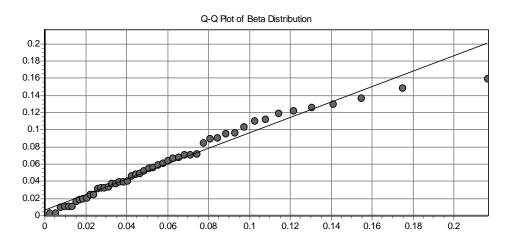


Figura 4. Verificación del ajuste a la Normal Multivariante mediante el Q-Q Plot de Gnanadesikan y Kettenring.

descomposición del estadístico T^2 se logró identificar posibles causas del descontrol del proceso. La Tabla 2 contiene los datos correspondientes a las observaciones atípicas y en la Tabla 3 se muestran todas las posibles descomposiciones de la T^2 para cada observación, lo que permite identificar las causas de la ruptura en la estructura de correlaciones.

5. DISCUSIÓN

Los tres outliers detectados en la fase II (observaciones 51, 52 y 53) se analizan detalladamente por considerarse representativos del problema planteado. En cada uno de ellos se producen cambios en el proceso que tienen efectos importantes en la calidad del producto. Conviene mencionar que, desde el punto

de vista univariante, el proceso se encuentra bajo control y está produciendo dentro de las especificaciones (ver Tabla 1). Desde la perspectiva multivariante las tres observaciones son outliers y con la ayuda de la descomposición de la T^2 se identifican las posibles causas de la ruptura en la estructura de correlaciones, lo que a su vez origina problemas en el producto.

Los resultados del estudio indican que cuando el proceso se encuentra estadísticamente estable, debería observarse: a) Fuerte correlación positiva entre la variable esfuerzo máximo a la tracción y la variable peso base, b) Ausencia de correlación significativa entre la variable peso base y la variable calibre, y c) Una fuerte correlación negativa entre la variable esfuerzo máximo a la tracción y la variable calibre.

Tabla 2	Valores	de los	outliers	multivariantes.
i abia 2.	v aioics	uc 103	Outilois	munity an antico.

Observación	Valores de las Variables			Valor de	Valor
	Peso	Calibre	TMD	T^2	Crítico (α=0,0027)
51	16,01	130,01	169,61	102,254	17,3598
52	15,68	128,95	184,34	23,021	17,3598
53	15,73	136,66	177,63	34,25	17,3598

Tabla 3. Valores obtenidos de la descomposición de la T^2 para cada observación.

Obs	Descompos	Valores Críticos		
51	$T_{peso}^2 = 1,905$	$T^2_{calibre} = 0.253$	$T^2_{\text{TMD}} = 8,5771$	10,188
	$T^2_{calibre.peso} = 0.114$	$T^2_{TMD. calibre} = 25,805^{**}$	$T^2_{peso.TMD} = 15,602^{**}$	10,424
	$T^2_{TMD.peso} = 22,274^{**}$	$T^2_{TMD.peso} = 1,766$	$T^2_{calibre.TMD}$ = 17,482**	10,424
	$T^2_{peso.calibre, TMD} = 76,195^{**}$	$T^2_{calibre.peso,TMD} = 78,075^{**}$	$T^2_{TMD.peso, calibre} = 100,235^{**}$	10,670
52	$T^2_{peso} = 2,6512$	$T^2_{calibre} = 1,0370$	$T^2_{TMD.peso} = 2,5476$	10,188
	$T^2_{calibre.peso} = 1,5026$	$T^2_{TMD. calibre} = 1,5977$	$T^2_{peso.TMD} = 10,5732^{**}$	10,424
	$T^2_{TMD.peso} = 10,4696^{**}$	$T^2_{peso.calibre} = 3,1168$	$T^2_{calibre.TMD} = 0.0871$	10,424
	$T^2_{peso.calibre, TMD} = 20,3863^{**}$	$T^2_{calibre.peso,TMD} = 9,9002$	$T^2_{TMD. peso, calibre} = 18,8672^{**}$	10,670
53	$T_{peso}^2 = 1,374$	$T^2_{calibre} = 7,431$	$T^2_{TMD} = 0,2163$	10,188
	$T^2_{calibre.peso}$ = 6,774	$T^2_{TMD. calibre} = 4,476$	$T^2_{peso.TMD} = 1,251$	10,424
	$T^2_{TMD.peso} = 3,667$	$T^2_{peso,calibre} = 0,717$	$T^2_{calibre.TMD} = 13,262^{**}$	10,424
	$T^2_{peso.calibre, TMD} = 20,772^{**}$	$T^2_{calibre.peso,TMD} = 32,783^{**}$	$T^2_{TMD. peso, calibre} = 26,102^{**}$	10,670

^{**} Significación al 0,27%

Veamos a continuación la situación particular de cada outlier multivariante:

Observación 51

Con la ayuda de los gráficos univariantes se puede constatar que el caso representado por esta observación se refiere a la obtención de un bajo esfuerzo máximo a la tracción cuando están presentes un peso base alto y un calibre medio. Los valores obtenidos de la descomposición del estadístico T^2 en la tabla 3 resaltan dos aspectos importantes: la data histórica del esfuerzo máximo a la tracción no explica el valor obtenido en el peso base, y las datas históricas del peso base y el calibre no explican el valor obtenido en el esfuerzo máximo a la tracción. Esta observa-

ción sugiere que se trató de aumentar el esfuerzo máximo a la tracción incrementando el peso base, pero sin tener éxito. Una condición de proceso como esta traería consigo una ruptura excesiva del papel y puede estar originada por dos causas posibles: 1) Existe un disco de refinación desgastado o el refinador presenta problemas de ajuste por variaciones en el voltaje. 2) En la formación del papel se está presentando una baja drenabilidad debido a la obstrucción de la tela o del fieltro.

Observación 52

Este caso queda descrito por un peso base bajo y un calibre bajo, cuando el esfuerzo máximo a la tracción es alto. Al observar la descomposición del estadístico T^2 se pueden hacer dos precisiones: la data histórica del esfuerzo máximo a la tracción, sola o acompañada de la data histórica del calibre, no puede explicar el valor obtenido por el peso base; por otra parte, la data histórica del peso base tanto sola como acompañada de la data histórica del calibre, tampoco puede explicar el valor obtenido por el esfuerzo máximo a la tracción. La condición de proceso que ilustra esta observación daría origen al problema comentado en 1.2 como el caso c) (papel con bajo calibre). Esto puede originarse por un cambio en la formulación de la pulpa debido al incremento en la proporción de pulpa química (softwood o hardwood) adicionada. Este tipo de pulpa permite obtener mejores propiedades físicas sin incrementar el peso base.

Observación 53

En esta observación se presentó el caso de la obtención de un calibre alto con valores medianamente bajos de peso base y esfuerzo máximo a la tracción. La Tabla 3 revela dos detalles importantes: la data histórica del esfuerzo máximo a la tracción no puede explicar el valor obtenido en el calibre, y las datas históricas de cada par de variables no pueden explicar el valor obtenido por la tercera de ellas en cada caso. Este caso representa la condición de proceso que daría origen al papel con alto calibre, la cual corresponde al caso (b) en 1.2. Esta situación se presenta cuando existen problemas de ajuste en la cuchilla o en la porta cuchilla.

6. CONCLUSIONES

El gráfico de control multivariante T^2 demostró ser efectivo para detectar la existencia de cambios en el proceso de fabricación de papel higiénico capaces

de generar problemas en el producto. El análisis de la descomposición del estadístico T^2 facilita el diagnóstico de los cambios en el proceso que dieron origen al problema dotando al investigador de un conjunto de indicadores capaces de mostrar cuales de las relaciones entre las variables definidas por la data histórica se han quebrantado en la señal encontrada.

7. AGRADECIMIENTO

Agradecemos al Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad de Carabobo, por haber subvencionado el presente estudio mediante la ayuda menor CDCH 1110-2004.

REFERENCIAS

BHARATI M., Macgregor J. y Champagne, M. (2004): "Using Near-Infrared Multivariate Image Regression to predict Pulp Properties", Solutions! & TAPPI Journal Vol.3(5).

BROOKS Z. et al.(1999): "Control and Optimization of Mechanical Pulping Systems", International Mechanical Pulping Conference, Proceedings.

COVENIN 1542-90, "Papel Higiénico".

GNANADESIKAN R. y Kettenring J. (1972): "Robust estimates, Residuals, and Outlier Detection with Multiresponse data" Biometrics. 28, 81-124

HOTELLING H.(1947): Multivariate Quality Control Illustrated by the Air Testing of Sample Bombsights, in Techniques of Statistical Analysis, Eisenhart, Hastay and Wallis, McGraw Hill, New York, pp. 111-184.

HUHTELIN T. et al. (2002): "Adaptative Process Models for Multivariable MD-Controls", Technology Summit Proceedings.

LOWRY C. y Montgomery D. (1995): "A Review of Multivariate Control Charts", IIE Transactions 27, 800-810.

MASON R. et al. (1995): "Decomposition of T² for Multivariate Control Chart Interpretation", Journal of Quality Technology vol 27, 2.

MASON R. et al (1997): "A Practical Approach for Interpreting Multivariate T^2 Control Chart Signals"

MASON R., Young J. (2002): "Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications", ASA SIAM

MONETTE R., Champagne M.(2000): "Multivariate SPC for Sulfite Batch Control", Pulping/Process & Product Quality Conference, Proceedings.

- RENCHER A. (1993): "The contribution of Individual Variables to Hotelling's T^2 , Wiks' Λ , and R^2 ", Biometrics 49, pp 479-489.
- RYAN T.P. (1989): "Statistical Methods for Quality Improvement", Wiley, New York.
- SEBER G. (1984): "Multivariate Observations", Wiley, New York.
- SMOOK G.A. (1992): "Handbook for Pulp and Paper Technologists", Angus Wilde Publications INC., 2nd edition.
- Technical Association for the Worldwide Pulp, Paper and Converting Industry TAPPI T400 sp-02: "Sampling and Accepting a Single Lot of Paper, Paperboard, Container board or Related Products". 2004.

- Technical Association for the Worldwide Pulp, Paper and Converting Industry TAPPI T410 cm-02: "Grammage of Paper and paperboard (weight per unit area)". 2004.
- Technical Association for the Worldwide Pulp, Paper and Converting Industry TAPPI T411 cm-97: "Thickness (caliper) of Paper, Paperboard and Combined Board". 2004.
- Technical Association for the Worldwide Pulp, Paper and Converting Industry TAPPI T494 cm-01: "Tensile Properties of Paper and paperboard (using constant rate of elongation apparatus)". 2004.
- TRACY N., Young I. y Mason R. (1992): "Multivariate control charts for individual observations", Journal of Quality Technology, 25, 161-169.