

Optimizador de enjambre modificado aplicado al cálculo del flujo de carga óptimo en redes eléctricas de potencia con variables de control mixtas y función de costos de generación no convexa.

Alejandro Centeno^{*,a}, Demetrio Rey Lago^a, Juan Martínez^b

^a*Instituto de Matemática y Cálculo Aplicado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.*

^b*Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela*

Resumen.-

En el presente artículo se expone la implementación del Algoritmo de Enjambre de Partículas (AEP) modificado para el cálculo del Flujo de Carga Óptimo (FCO) en redes eléctricas de potencia con variables de control continuas – discretas (mixtas) y función de costos de generación no convexa. El nivel de tensión en las barras generadoras, y la potencia activa suministrada por las unidades generadoras, han sido consideradas de tipo continuo. La potencia reactiva suministrada por los compensadores en derivación, y la posición de los cambiadores de toma bajo carga en los transformadores de potencia, han sido consideradas de tipo discreto. La función a minimizar es el costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo, considerando el comportamiento de unidades generadoras multivalvulares. Para la supervisión y control del cumplimiento de las restricciones, que como problema de optimización plantea el cálculo del FCO, se ha implementado el criterio desarrollado por Kalyanmoy Deb. El algoritmo desarrollado es sometido a prueba para el cálculo del FCO en la red IEEE – 30. Los resultados obtenidos demuestran, al ser comparados con los derivados mediante implementaciones previas basadas en diversas técnicas metaheurísticas, que el algoritmo propuesto computa soluciones similares a las mejores publicadas hasta el presente.

Palabras clave: Flujo de carga óptimo, Algoritmo de enjambre de partículas, Optimización.

Modified particle swarm optimization algorithm applied to computing optimal power flow in electrical power networks with mixed integer control variables and non-convex cost function.

Abstract.-

This article presents the implementation of modified Particle Swarm Optimization algorithm (PSO) for computing the Optimal Power Flow (OPF) in electrical power network with mixed – integers control variables and non-convex cost function. The set of continuous control variables is given by the level of voltage in the bars and the active power generation supplied by the power supply units. On the other hand, the set of integer control variables set is given by the compensating reactive power supplied by shunt reactor and the position of load tap changers in power transformers. The function to optimize is the cost of fuel for power generation per unit of time with valve point loading effects. For the supervision and control of the restrictions associated to the computing of OPF has been implemented the rules proposed by Kalyanmoy Deb. The implemented algorithm is tested for the computing OPF in IEEE - 30 network. The obtained results show, compared to those derived by previous implementations based on metaheuristic techniques, that the algorithm here proposed computes similar solutions to those found in the literature.

Keywords: Optimal power flow, Particle swarm optimization algorithm, Optimization.

Recibido: Marzo 2013

Aceptado: Junio 2013

1. Introducción.

El cálculo del Flujo de Carga Óptimo (FCO) constituye un problema de optimización, con aplicación en las áreas de operación y planificación de sistemas eléctricos de potencia, cuya solución determina los valores óptimos para un conjunto de variables de control y estado, teniendo en cuenta restricciones operacionales y de seguridad [1]. Desde su formulación inicial [2, 3], el cálculo del FCO ha sido objeto de una profusa labor de investigación tendiente a desarrollar e implementar computacionalmente métodos numéricos para su solución [4]. Más aun, con el advenimiento de los métodos metaheurísticos [5] se originó un nuevo paradigma en el tratamiento del cálculo del FCO.

Las metaheurísticas constituyen estrategias inteligentes para diseñar o mejorar procedimientos heurísticos muy generales y que comprenden un conjunto de técnicas iterativas, generalmente de tipo estocásticas, las cuales actúan sobre una población de individuos que son evolucionados mediante una serie de reglas previamente especificadas [6]. En particular, el Algoritmo de Enjambre de Partículas (AEP) es una metaheurística basada en población y fundamentada en la premisa conocida como la “*metáfora social*” [7]. Diversas técnicas de optimización metaheurísticas han sido aplicadas exitosamente para la resolución del cálculo del FCO [8].

En el presente artículo se expone la implementación del AEP para el cálculo del FCO con variables de control mixtas (continuas – discretas) y función de costos de generación no convexa. El nivel de tensión en barras, y la potencia activa suministrada por las unidades generadoras, han sido consideradas como variables continuas. La potencia reactiva suministrada por los compensadores en derivación, y el valor de los cambiadores de toma bajo carga en los transformadores de potencia, han sido

considerados como variables discretas. El objetivo ha sido minimizar el costo total de generación, por unidad de tiempo, incorporando el modelado de unidades generadoras multivalvulares [9]. Para el manejo de las restricciones asociadas al cálculo del FCO se ha implementado el criterio de Deb K. [10]. El algoritmo desarrollado ha sido sometido a prueba para el cálculo del FCO en la red IEEE–30.

2. Formulación del problema del flujo de carga óptimo.

El problema del cálculo del FCO, tal y como se le conoce en la actualidad, fue originalmente planteado como una extensión del cálculo del Despacho Económico [1, 2]. Como problema de optimización no lineal sujeto a restricciones, el FCO presenta la siguiente formulación general:

$$\text{Min } f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \subset \mathbb{R}^N \wedge \mathbf{u} \in \mathbb{R}^l \subset \mathbb{R}^N$$

Donde:

$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa la función objetivo.

$h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa las restricciones de igualdad.

$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa las restricciones de desigualdad.

\mathbf{x} : Representa el vector de m variables de control.

\mathbf{u} : Representa el vector de l variables de estado.

Para el cálculo del FCO, la selección de la función objetivo obedece a un análisis de la red eléctrica de potencia bajo estudio en términos de su seguridad y economía de funcionamiento existiendo, por ende, múltiples aspectos de la misma que pueden ser planteados a tal fin [11]. En el presente estudio, se ha seleccionado el costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo. En este sentido, la función objetivo debe modelar matemáticamente las curvas

*Autor para correspondencia

Correo-e: adcenteno@uc.edu.ve (Alejandro Centeno)

de entrada – salida (costos vs. potencia generada) asociadas a las unidades generadoras presentes en la red [9]. Típicamente, en redes con presencia de centrales termoeléctricas, las curvas entrada – salida asociadas a las unidades generadoras son aproximadas o modeladas mediante un polinomio de orden dos (función convexa) [9].

Sin embargo, la curva entrada – salida asociada a unidades generadoras térmicas de gran potencia presenta un rizado, que se superpone al modelo de orden dos, debido al tiempo de apertura secuencial de sus válvulas de admisión de combustible (unidades multivalvulares) a medida que aumenta la demanda de potencia activa [9], tal y como se esquematiza en la Figura 1.

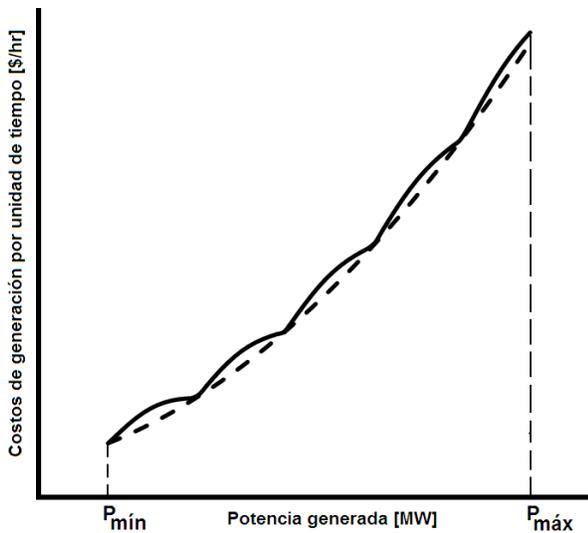


Figura 1: Curva de entrada – salida típica para unidad térmica multivalvular (fuente propia).

Como consecuencia directa del rizado, esquematizado en la Figura 1, la función de costos de generación no debe ser modelada mediante una función convexa, debiendo recurrirse a la incorporación de una componente de rectificación sinusoidal (función no convexa). Bajo esta premisa, en la presente investigación el costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo se modelará de la siguiente forma [12]:

$$\text{Min}f = \sum_{i=1}^{n_g} \left[(c_{1i} + c_{2i}P_{Gi} + c_{3i}P_{Gi}^2) + |c_{4i} \text{Sen} [c_{5i} (P_{Gi}^{\text{mín}} - P_{Gi})]| \right] \left[\frac{\$}{h} \right] \quad (4)$$

Donde:

n_g : Número de unidades generadoras.

$c_{1i} \left[\frac{\$}{h} \right], c_{2i} \left[\frac{\$}{MWh} \right], c_{3i} \left[\frac{\$}{MW^2h} \right], c_{4i} \left[\frac{\$}{h} \right], c_{5i} \left[\frac{1}{MW} \right]$: Coeficientes de costos para la i -ésima unidad.

$P_{Gi}^{\text{mín}}, P_{Gi}^{\text{máx}}$ [MW]: Límites de suministro de potencia activa para la i -ésima unidad generadora.

P_{Gi} [MW]: Potencia activa suministrada por la i -ésima unidad generadora.

En lo referente a las restricciones de igualdad dadas por (2), para el cálculo del FCO éstas son definidas a partir del balance de potencia activa y reactiva en las barras de la red bajo estudio, de la siguiente forma [11]:

$$h = \begin{cases} P_{gi} - P_{di} - A(i) = 0 & i = 1, \dots, n-1 \\ Q_{gi} - Q_{di} - B(i) = 0 & i = 1, \dots, n_{pq} \end{cases} \quad (5)$$

Con

$$A(i) = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij})$$

y

$$B(i) = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \text{Sen}(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij})$$

Donde:

n : Número de nodos o barras.

n_{pq} : Número de nodos o barras tipo PQ.

P_{gi}, P_{di} [MW]: Potencia activa total generada y demandada, respectivamente, en la i -ésima barra.

Q_{gi}, Q_{di} [MVAR]: Potencia reactiva total generada y demandada, respectivamente, en la i -ésima barra.

$|V_i|$ [kV], δ_i [rad]: Magnitud y fase, respectivamente, del voltaje en la i -ésima barra.

$|Y_{ij}|$ [Ω^{-1}], α_{ij} [rad]: Magnitud y fase, respectivamente, para admitancia entre las barras ij -ésimas.

En lo referente a las restricciones de desigualdad dadas por (3), para el cálculo del FCO éstas

son definidas en función de los límites operativos impuestos a la red bajo estudio, y sus componentes constitutivos, de la siguiente forma [11]:

$$g = \begin{cases} P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ |V_{Gi}|^{\min} \leq |V_{Gi}| \leq |V_{Gi}|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ t_i^{\min} \leq t_i \leq t_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_t \\ Q_{Ci}^{\min} \leq Q_{Ci} \leq Q_{Ci}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_c \\ |V_i|^{\min} \leq |V_i| \leq |V_i|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \delta_i^{\min} \leq \delta_i \leq \delta_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ |S_{ri}| \leq |S_{ri}|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_r \end{cases} \quad (6)$$

Donde:

n_r : Número de ramas.

n_t, n_c : Número de transformadores de potencia y compensadores en derivación, respectivamente.

Q_{Gi} [MVAR]: Potencia reactiva suministrada por la i -ésima unidad generadora.

Q_{Ci} [MVAR]: Potencia reactiva suministrada por el i -ésimo compensador en derivación.

$|V_{Gi}|$ [kV]: Magnitud del voltaje en la i -ésima unidad generadora.

t_i : Valor del cambiador de toma bajo carga del i -ésimo transformador de potencia.

$|S_{ri}|$ [MVA]: Magnitud de la potencia total transmitida a través de la i -ésima rama.

$Q_{Gi}^{\min}, Q_{Gi}^{\max}$ [MVAR]: Límites de suministro de potencia reactiva para la i -ésima unidad generadora.

$Q_{Ci}^{\min}, Q_{Ci}^{\max}$ [MVAR]: Límites de suministro de potencia reactiva en la i -ésima unidad compensadora.

$|V_{Gi}|^{\min}, |V_{Gi}|^{\max}$ [kV]: Límites para la magnitud del voltaje en la i -ésima unidad generadora.

t_i^{\min}, t_i^{\max} : Límites para el valor del cambiador de toma bajo carga del i -ésimo transformador.

$|V_i|^{\min}, |V_i|^{\max}$ [kV]: Límites para la magnitud del voltaje en la i -ésima barra tipo PQ.

$\delta_i^{\min}, \delta_i^{\max}$ [rad]: Límites para la fase del voltaje en la i -ésima barra.

$|S_{ri}|^{\max}$ [MVA]: Magnitud de la potencia total máxima transmisible a través de la i -ésima rama.

Finalmente, en el presente estudio las variables de control (\mathbf{x}) y estado (\mathbf{u}) de la red estarán constituidas por los siguientes conjuntos:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{V}_x \mathbf{P}_x \mathbf{t}_x \mathbf{Q}_x] \quad (7)$$

$$\text{con } \mathbf{V}_x = [|V_{G1}| |V_{G2}| \dots |V_{Gn_g}|],$$

$$\mathbf{P}_x = [P_{G1} P_{G2} \dots P_{G(n_g-1)}], \mathbf{t}_x = [t_1 t_2 \dots t_{n_t}] \text{ y } \mathbf{Q}_x = [Q_{c1} Q_{c2} \dots Q_{cn_c}]$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{V}_u \delta_u \mathbf{Q}_u \mathbf{S}_u] \quad (8)$$

$$\text{con } \mathbf{V}_u = [P_{ref} |V_1| \dots |V_{n_{pq}}|],$$

$$\delta_u = [\delta_1 \dots \delta_{n-1}], \mathbf{Q}_u = [Q_{G1} Q_{G2} \dots Q_{Gn_g}] \text{ y } \mathbf{S}_u = [|S_{r1}| |S_{r2}| \dots |S_{rn_r}|]$$

Donde:

P_{ref} [MW]: Potencia activa suministrada por la barra de referencia (n_{ref}).

Nótese que los conjuntos en (7) y (8) están conformados por las mismas variables ya definidas al enunciar las ecuaciones (4) – (6).

3. Algoritmo propuesto.

En el presente artículo se ha implementado una modificación del AEP en su versión local [13], conjuntamente con el criterio desarrollado por Deb. K. [10], con la siguiente estructura:

3.1. Definiciones básicas.

Partícula (\mathbf{x}). Una partícula estará constituida por el conjunto de variables de control (7).

Posición de (\mathbf{x}). En el espacio de búsqueda $S = \prod_{j=1}^m [x_j^{\min} x_j^{\max}] \subset \mathcal{R}^N$, para la k -ésima iteración, vendrá dada por $\mathbf{x}_i^{(k)} = [x_{i1}^{(k)} x_{i2}^{(k)} \dots x_{iS}^{(k)}]$, donde $\{x_{ij}^{(k)}\}_{j=1}^m \in [x_j^{\min} x_j^{\max}] \subset \mathcal{R}$, siendo $\{x_j^{\min}, x_j^{\max}\}$ los límites impuestos a las variables de control. El enjambre de partículas vendrá dado por $\mathbf{X}^{(k)} = [\mathbf{x}_1^{(k)} \mathbf{x}_2^{(k)} \dots \mathbf{x}_p^{(k)}]^T$.

Velocidad de (\mathbf{x}). En el espacio $Y = \prod_{j=1}^m [v_j^{\min} v_j^{\max}] \subset \mathcal{R}^N$, estará representada por $\mathbf{v}_i^{(k)} = [v_{i1}^{(k)} v_{i2}^{(k)} \dots v_{iS}^{(k)}]$, donde $\{v_{ij}^{(k)}\}_{j=1}^m \in [v_j^{\min} v_j^{\max}] \subset \mathcal{R}$, siendo $\{v_j^{\min}, v_j^{\max}\}$ los límites impuestos a la velocidad: $-v_j^{\min} = v_j^{\max} = x_j^{\max} - x_j^{\min}$. Para $\mathbf{X}^{(k)}$ se define: $\mathbf{V}^{(k)} = [\mathbf{v}_1^{(k)} \mathbf{v}_2^{(k)} \dots \mathbf{v}_p^{(k)}]^T$.

Mejor posición de (\mathbf{x}). Representa la mejor posición individual hallada por cada partícula, $\mathbf{x}_{mi}^{(k)} = [x_{mi1}^{(k)} x_{mi2}^{(k)} \dots x_{mim}^{(k)}]$. Para $\mathbf{X}^{(k)}$ se define: $\mathbf{X}_m^{(k)} = [\mathbf{x}_{m1}^{(k)} \mathbf{x}_{m2}^{(k)} \dots \mathbf{x}_{mp}^{(k)}]^T$.

Estado de (\mathbf{x}) . Representa las variables de estado $\mathbf{u}_i^{(k)}$ (8) calculadas a partir de $\mathbf{x}_i^{(k)}$.

Desempeño de (\mathbf{x}) . Vendrá dado por $f_i^{(k)} = f(\mathbf{x}_i^{(k)}, \mathbf{u}_i^{(k)})$, donde la función f representa la función objetivo planteada en (4). Para $X^{(k)}$ se define: $F^{(k)} = [f_1^{(k)} f_2^{(k)} \dots f_m^{(k)}]$.

Mejor desempeño de (\mathbf{x}) . Vendrá dado por $fm_i^{(k)} = f(\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}, \mathbf{u}_{m_i}^{(k)})$, donde $\mathbf{u}_{m_i}^{(k)}$ es calculada a partir de $\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}$. Para $X^{(k)}$ se define: $\mathbf{F}_m^{(k)} = [fm_1^{(k)} fm_2^{(k)} \dots fm_m^{(k)}]$.

Restricciones de desigualdad para (\mathbf{x}) . Denotada por $d_i^{(k)}$, representará el número de restricciones (6) satisfechas por $\mathbf{u}_i^{(k)}$. Para $X^{(k)}$ se define: $D^{(k)} = [d_1^{(k)} d_2^{(k)} \dots d_m^{(k)}]$.

Restricciones de desigualdad mejor para (\mathbf{x}) . Denotada por $dm_i^{(k)}$, representará el número de restricciones (6) satisfechas por $\mathbf{u}_{m_i}^{(k)}$. Para $X^{(k)}$ se define: $D_m^{(k)} = [dm_1^{(k)} dm_2^{(k)} \dots dm_m^{(k)}]$.

Posición mejor local para (\mathbf{x}) . Denotado por $\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}$, representa la posición seleccionada en el conjunto $\mathbf{x}_i^{(k)} \cup \{\mathbf{x}_j^{(k)}\}_{j=1}^{n_{vec}} \subset X^{(k)}$, siendo n_{vec} el número de vecinos más cercanos a $\mathbf{x}_i^{(k)}$ (de acuerdo a la norma euclídea), para la cual se satisface (con fundamento en el criterio de Deb. K [10]): $fm_i^{(k)} = \min \left\{ f_i^{(k)}, \left\{ f_j^{(k)} \right\}_{j=1}^{n_{vec}} \right\}$ ó $dml_i^{(k)} = \min \left\{ d_i^{(k)}, \left\{ d_j^{(k)} \right\}_{j=1}^{n_{vec}} \right\}$, teniendo asociado el vector $\mathbf{u}_{m_i}^{(k)}$.

Posición mejor global en $X^{(k)}$. Denotado como $\mathbf{x}_{mg}^{(k)} \in X^{(k)}$, constituye la posición para la cual se cumple (con fundamento en el criterio de Deb. K [10]): $fmg^{(k)} = \min \{F^{(k)}\}$ ó $dmg^{(k)} = \max \{D^{(k)}\}$, teniendo asociado el vector $\mathbf{u}_{mg}^{(k)}$.

Mejor solución individual para (\mathbf{x}) . Conjunto conformado por $\{\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}, \mathbf{u}_{m_i}^{(k)}, fm_i^{(k)}, dm_i^{(k)}\}$.

Mejor solución global $X_{mg}^{(k)}$. Conjunto conformado por $\{\mathbf{x}_{mg}^{(k)}, \mathbf{u}_{mg}^{(k)}, fmg^{(k)}, dmg^{(k)}\}$.

Criterio de Deb. K. manejo de restricciones. Dado un problema de optimización [10] con restricciones y dos propuestas para su solución denotadas como: $\{\mathbf{s}_i, IF_i, IO_i\}$ y $\{\mathbf{s}_j, IF_j, IO_j\}$; con $\mathbf{s}_i \in \Omega \subset \mathbb{R}^N$, $IF_i \in \mathbb{N}_0$, $IO_i \in \mathbb{R}$, siendo Ω el espacio de búsqueda, IF_i un índice de factibilidad (cumplimiento de restricciones) e IO_i un índice de optimalidad (valor de la función objetivo), entonces:

- Si $(IF_j = 0 \wedge IF_i \neq 0)$, entonces seleccionar $\{\mathbf{s}_i, IF_i, IO_i\}$.
- Si $(IF_i > IF_j)$, entonces seleccionar $\{\mathbf{s}_i, IF_i, IO_i\}$.
- Si $(IF_i = IF_j \wedge IO_i < IO_j)$, entonces seleccionar $\{\mathbf{s}_i, IF_i, IO_i\}$.

Valor en por unidad (p.u.). Dada una magnitud (M) y su magnitud base asociada (M_{base}), entonces, el valor en por unidad (p.u.) para M , se define como:

$$M_{p.u.} = \frac{M}{M_{base}} \quad (9)$$

3.2. Parámetros del algoritmo.

- Tamaño del enjambre: $p \in \mathbb{N}_0$.
- Número máximo de iteraciones: $k_{máx} \in \mathbb{N}_0$.
- Número de partículas vecinas: $n_{vec} \in \mathbb{N}_0$.
- Factor de inercia: $\omega \in [0, 1]$.
- Factor cognitivo: $\varphi_1 \in \mathbb{R}^+$.
- Factor social: $\varphi_2 \in \mathbb{R}^+$.

3.3. Secuencia de pasos del algoritmo.

Cálculo del Mejor Vecino. Si se cumple que $i > i_{mg}^{(k)}$, siendo $i_{mg}^{(k)}$ el índice de la partícula que representa a $\mathbf{x}_{mg}^{(k)}$ en $X^{(k)}$, se calcula $\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}$ para $\mathbf{x}_i^{(k)}$ a partir del conjunto $\mathbf{x}_i^{(k)} \cup \{\mathbf{x}_j^{(k)}\}_{j=1}^{n_{vec}} \subset X^{(k)} - \{\mathbf{x}_{mg}^{(k)}\}$. En caso contrario ($i \leq i_{mg}^{(k)}$), se hace $\mathbf{x}_{m_i}^{(k)} = \mathbf{x}_{mg}^{(k)}$.

Actualización de velocidad. Se calcula $\mathbf{v}_i^{(k+1)}$, mediante la siguiente expresión [13]:

$$\mathbf{v}_i^{(k+1)} = \omega \mathbf{v}_i^{(k)} + \varphi_1 r_1^{(k)} (\mathbf{x}_{m_i}^{(k)} - \mathbf{x}_i^{(k)}) + \varphi_2 r_2^{(k)} (\mathbf{x}_{ml_i}^{(k)} - \mathbf{x}_i^{(k)}) \quad (10)$$

Donde:

$r_1^{(k)}, r_2^{(k)} \in U(0, 1)$: emulan el comportamiento estocástico del enjambre. $U(0, 1)$: Función de distribución de probabilidades uniforme entre 0 y 1.

Limitar velocidad. Para cada componente de $\mathbf{v}_i^{(k+1)}$, se aplica el siguiente criterio [14]:

- Si $(v_{ij}^{(k+1)} < v_j^{\min}) \implies v_{ij}^{(k+1)} = v_j^{\min}$.
- Si $(v_{ij}^{(k+1)} > v_j^{\max}) \implies v_{ij}^{(k+1)} = v_j^{\max}$.

Actualizar posición. Se calcula $\mathbf{x}_i^{(k+1)}$, mediante la siguiente expresión [13]:

$$\mathbf{x}_i^{(k+1)} = \mathbf{x}_i^{(k)} + \mathbf{v}_i^{(k+1)} \quad (11)$$

Aplicar pared reflectante. Para cada componente de $\mathbf{x}_i^{(k+1)}$, se aplica el siguiente criterio [14]:

- Si $(x_{ij}^{(k+1)} < x_j^{\min}) \implies x_{ij}^{(k+1)} = 2x_j^{\min} - x_{ij}^{(k+1)} \wedge v_{ij}^{(k+1)} = -v_{ij}^{(k+1)}$.
- Si $(x_{ij}^{(k+1)} > x_j^{\max}) \implies x_{ij}^{(k+1)} = 2x_j^{\max} - x_{ij}^{(k+1)} \wedge v_{ij}^{(k+1)} = -v_{ij}^{(k+1)}$.

Discretización. Para las componentes de $\mathbf{x}_i^{(k+1)}$, a las cuales se les impone la condición de tomar valores discretos, se les aplica el siguiente tratamiento:

$$x_{ij}^{(k+1)} = \left\lfloor \frac{x_{ij}^{(k+1)}}{\Delta x_j} \right\rfloor \Delta x_j \quad (12)$$

Donde:

Δx_j : Paso definido para la j -ésima variable de estado.

Cálculo de estado. Se calcula $\mathbf{u}_i^{(k+1)}$, mediante la solución del sistema de ecuaciones dado por (5), aplicando el método de Newton – Raphson [15].

Cálculo del desempeño. Se evalúa

$$f_i^{(k+1)} = f(\mathbf{x}_i^{(k+1)}, \mathbf{u}_i^{(k+1)}).$$

Cálculo de restricciones de desigualdad. Se computa $d_i^{(k+1)}$.

Actualización de mejor solución individual. Implementando el criterio de Deb. K. [10], se comparan los conjuntos $\{\mathbf{x}_i^{(k+1)}, \mathbf{u}_i^{(k+1)}, f_i^{(k+1)}, d_i^{(k+1)}\}$ y $\{\mathbf{x}_{m_i}^{(k)}, \mathbf{u}_{m_i}^{(k)}, fm_i^{(k)}, dm_i^{(k)}\}$.

Actualización de mejor solución global. Implementando el criterio de Deb. K. [10], se comparan los conjuntos $\{\mathbf{x}_i^{(k+1)}, \mathbf{u}_i^{(k+1)}, f_i^{(k+1)}, d_i^{(k+1)}\}$ y $\{\mathbf{x}_{mg}^{(k)}, \mathbf{u}_{mg}^{(k)}, fmg^{(k)}, dmg^{(k)}\}$.

3.4. Inicialización del Algoritmo.

Para cada $\{\mathbf{x}_i^{(0)}\}_{i=1}^p \in X^{(0)}$, se tiene: $\{x_{ij}^{(0)}\}_{j=1}^m = x_j^{\min} + U(0, 1)(x_j^{\max} - x_j^{\min})$.

Para cada $\{\mathbf{v}_i^{(0)}\}_{i=1}^p \in V^{(0)}$, se tiene: $\{v_{ij}^{(0)}\}_{j=1}^m = v_j^{\min} + U(0, 1)(v_j^{\max} - v_j^{\min})$.

Para cada $\{\mathbf{x}_i^{(0)}\}_{i=1}^p \in X^{(0)}$, se aplica la Ecuación (12), se calcula $\mathbf{u}_i^{(0)}, f_i^{(0)}$ y $d_i^{(0)}$ construyéndose, de esta forma, $\mathbf{X}_m^{(0)} = \mathbf{X}^{(0)}, \mathbf{F}_m^{(0)} = \mathbf{F}^{(0)}$ y $\mathbf{D}_m^{(0)} = \mathbf{D}^{(0)}$.

Por último, se hace:

$$\mathbf{X}mg^{(0)} = \{\mathbf{x}_1^{(0)}, \mathbf{u}_1^{(0)}, f_1^{(0)}, d_1^{(0)}\}.$$

La secuencia de pasos del algoritmo propuesto se observa en la Figura 2:

```

{X(0), V(0), F(0), D(0), Xm(0), Fm(0), Dm(0), Xmg(0)} ← Inicialización()
k ← 0
Mientras no se alcance condición de parada
  Desde i = 1 hasta p
    {xmi(k)} ← Cálculo del Mejor Vecino()
    {vi(k+1)} ← Actualización de Velocidad()
    {vi(k+1)} ← Limitar Velocidad()
    {xi(k+1)} ← Actualizar Posición()
    {xi(k+1), vi(k+1)} ← Aplicar Pared Reflectante()
    {xi(k+1)} ← Discretización()
    {ui(k+1)} ← Cálculo de Estado()
    {fi(k+1)} ← Cálculo del Desempeño()
    {di(k+1)} ← Cálculo de Restricciones de Desigualdad()
    {xmi(k), umi(k), fmi(k), dmi(k)} ← Actualización de Mejor Solución Individual()
    {xmg(k), umg(k), fmg(k), dmg(k)} ← Actualización de Mejor Solución Global()
  Fin Desde
Fin Mientras
Salida → {xmg, umg, fmg, dmg}

```

Figura 2: Seudocódigo.

4. Variables, parámetros y caso prueba

4.1. Variables.

En el presente desarrollo las variables independientes están constituidas por el conjunto de variables de control especificadas en (7), mientras que las variables dependientes vienen dadas por el conjunto de variables de estado especificadas en (8). El algoritmo propuesto genera un conjunto inicial de variables de control, almacenadas en la matriz de enjambre, y las evoluciona (manipula) calculando el conjunto de variables de estado asociado.

4.2. Parámetros.

Para el optimizador por enjambre modificado, los valores asignados a los parámetros $\{\varphi_1, \varphi_2\}$ fueron obtenidos en [14], mientras que los valores asignados para los parámetros $\{\omega, p, n_{vec}, k_{m\acute{a}x}\}$ fueron definidos por los autores de la presente investigación. En lo que respecta al método de Newton – Raphson [15], la tolerancia para el desajuste de potencia (ε) se fijó en 0,0001. En la Tabla 1, se resume los valores asignados:

Tabla 1: Valores asignados para los parámetros del algoritmo propuesto.

Parámetro	Valor asignado
Factor de inercia (ω)	0,735
Factor cognitivo (φ_1)	1,494
Factor social (φ_2)	1,494
Tamaño del enjambre (p)	40
Número de partículas vecinas (n_{vec})	3
Número máximo de iteraciones ($k_{m\acute{a}x}$)	300

4.3. Implementación computacional.

Para la implementación del código se utilizó Scilab v-5.4.0., en una computadora personal dotada de un procesador Intel® doble núcleo de 1,60 GHz con 500 MB de memoria RAM.

4.4. Caso prueba.

Se implementó el algoritmo desarrollado para el cálculo del FCO en la red de prueba IEEE-30, la cual se muestra en la Figura 3. Como potencia base (S_{base}), para los cálculos en por

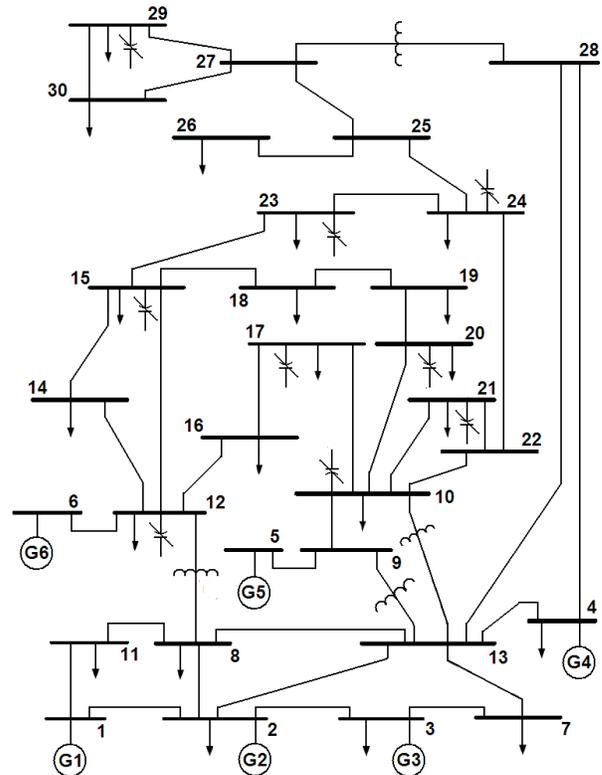


Figura 3: Diagrama unifilar de la red de prueba IEEE – 30 [18].

unidad, se asignó un valor de 100 MVA. Este valor, conjuntamente con los datos asociados a los elementos constitutivos de la red IEEE-30, así como los requeridos para la formulación completa del cálculo del FCO, fueron obtenidos en [12, 16, 17, 18, 19].

4.5. Experimentos.

Se efectuó un experimento de cien ejecuciones del algoritmo propuesto para el cálculo del FCO sobre el caso prueba. Cada ejecución se efectuó con una semilla distinta para el generador de números aleatorios.

4.6. Índices estadísticos.

Para la caracterización de los resultados obtenidos en las cien ejecuciones, para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo (costos de generación) asociada a la red IEEE – 30, se utilizó la mediana como índice de tendencia central de los datos y su desviación, con respecto a la mediana, como índice de dispersión

de los mismos. Adicionalmente, se tabularon el mejor y peor valor computado.

5. Resultados

En la Figura 4, se muestra la representación mediante diagrama de caja de los 100 valores computados por el algoritmo para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo (costos de generación) asociada a la red de prueba IEEE – 30.

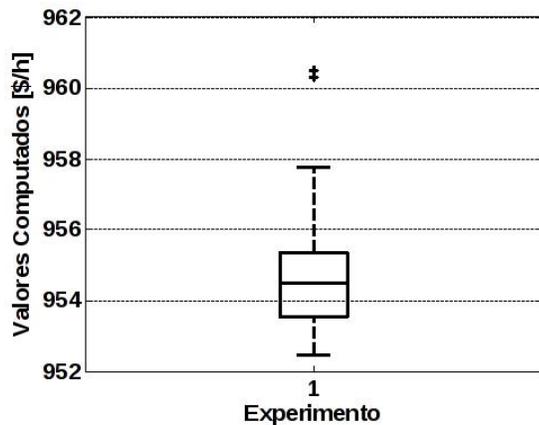


Figura 4: Valores computados para la función costos de generación en 100 ejecuciones.

En el diagrama de caja de la Figura 4, la línea inferior de la caja se ubica en el primer cuartil (q_1) o 25 %, la línea superior en el tercer cuartil (q_3) o 75 %, y la línea del medio representa la mediana. Las líneas de extensión muestran los datos ubicados dentro del rango $[2,5q_1 - 1,5q_3; 2,5q_3 - 1,5q_1]$. Los puntos representados fuera de las líneas de extensión (+) representan datos atípicos.

En la 2, se muestra el mejor y el peor valor computado por el algoritmo propuesto, en 100 ejecuciones, para la función costos de generación, conjuntamente con la mediana y la desviación media respecto a la mediana de los datos.

En la Tabla 3, se muestran los valores óptimos (p.u.) computados para la magnitud del voltaje ($|V_{Gi}|$), la potencia activa (P_{Gi}) y reactiva (Q_{Gi}) suministrada por las unidades generadoras.

En la Tabla 4, se muestra los valores óptimos (p.u.) computados para los cambiadores de toma

Tabla 2: Resultados computados para la función costos de generación en 100 ejecuciones.

Mejor valor [\$/h]	Mediana [\$/h]	Mejor valor [\$/h]	Desviación media [\$/h]
952,406	954,464	960,511	1,151

Resultados Experimentales.

Tabla 3: Valores óptimos computados para las unidades generadoras.

Barra N°	$ V_{Gi} $	$ V_{Gi} ^{\min}$	$ V_{Gi} ^{\max}$	P_{Gi}	P_{Gi}^{\min}	P_{Gi}^{\max}	Q_{Gi}	Q_{Gi}^{\min}	Q_{Gi}^{\max}
1	1,0766	0,90	1,10	1,4973	0,50	2,00	1,0104	-0,20	2,00
2	1,0572			0,5205	0,20	0,80	0,0691	-0,20	1,00
3	1,0300			0,2414	0,15	0,50	0,2729	-0,15	0,80
4	1,0349			0,3228	0,10	0,35	0,2487	-0,15	0,60
5	1,0455			0,1753	0,10	0,30	0,0120	-0,10	0,50
6	1,0670			0,1494	0,12	0,40	0,1593	-0,15	0,60

bajo carga en los transformadores de potencia (t_i) para cada N° de transformador.

Tabla 4: Valores óptimos computados para los cambiadores de toma bajo carga.

N°	Barra inicial	Barra final	t_i	Posición	t_i^{\min}	t_i^{\max}
1	13	9	0,9875	7	0,90	1,10
2	13	10	0,9375	3		
3	8	12	1,0125	9		
4	28	27	0,9750	6		

En la Tabla 5, se muestra los valores óptimos (p.u.) computados para la potencia reactiva suministrada por las unidades compensadoras en derivación (Q_{Ci}).

Tabla 5: Valores óptimos computados para las unidades compensadoras.

Unidad N°	Barra N°	Q_{Ci}	Posición	Q_{Ci}^{\min}	Q_{Ci}^{\max}
1	10	0,0000	0		
2	12	0,0300	3		
3	15	0,0300	3		
4	17	0,0400	4		
5	20	0,0400	4	0,00	0,05
6	21	0,0400	4		
7	23	0,0300	3		
8	24	0,0400	4		
9	29	0,0200	2		

En el gráfico de barras de la Figura 5, se muestra

los valores óptimos (p.u.) computados para la potencia transmitida por rama ($|S_{ri}|$) conjuntamente con sus valores de potencia máxima transmisible ($|S_{ri}|^{máx}$).

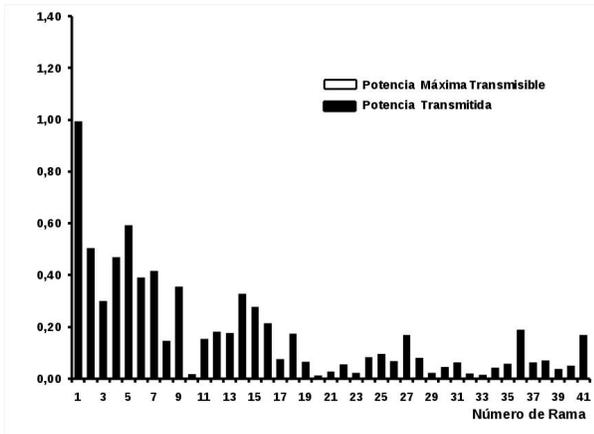


Figura 5: Potencia transmitida vs. Máxima transmisible por rama (p.u.).

En el gráfico de la Figura 6, se muestra los valores óptimos (p.u.) computados para el nivel de tensión ($|V_i|$) en las barras tipo PQ, conjuntamente con sus valores límites permitidos [0,95; 1,05].

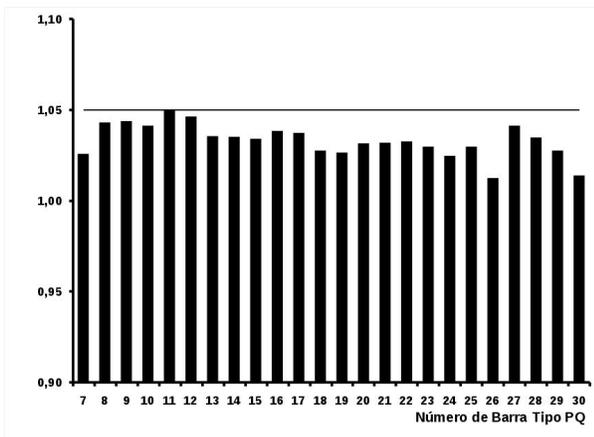


Figura 6: Nivel de tensión en barras tipo PQ (p.u.).

En el gráfico de la Figura 7, se muestra los valores óptimos (rad) computados para la fase (δ_i) del nivel de tensión en barras, conjuntamente con sus valores límites permitidos [0,000; -0,2443].

Finalmente, en la Tabla 6 se muestra los resultados comparativos entre el mejor valor computado en este reporte para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo y pérdidas de potencia activa totales,

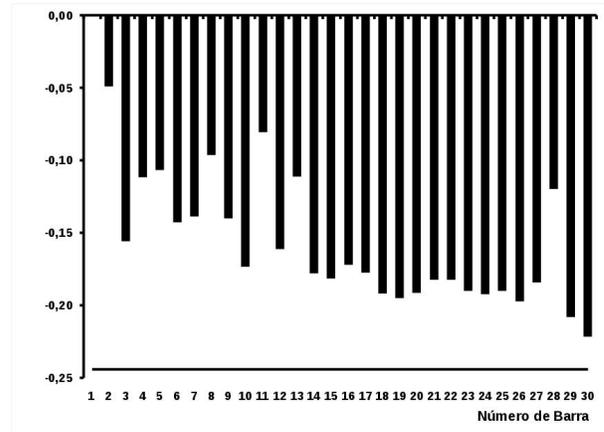


Figura 7: Fase del nivel de tensión en barras (rad).

asociada a la red IEEE – 30, con los mejores obtenidos mediante la implementación de diversas técnicas metaheurísticas.

Tabla 6: Resultados comparativos obtenidos mediante la implementación de diversas técnicas metaheurísticas.

Técnica implementada	Costos de generación [\$/h]	Pérdidas de potencia activa [MW]
AGS [19]	1302,970	9,121
AEP [19]	1301,920	8,870
AED [19]	1301,950	9,166
AGH [19]	1301,890	8,825
APE [20]	955,508	-
ABT [20]	956,498	-
BTM [20]	969,109	-
PEM [20]	953,573	-
BTH [20]	959,563	-
AEP (calculado)	952,406	7,274

6. Análisis de resultados.

Con fundamento en los resultados obtenidos y expuestos en la sección 5, se ha demostrado las capacidades del algoritmo desarrollado en el presente estudio al computar soluciones, para el cálculo del FCO en la red IEEE – 30, similares a las mejores publicadas hasta el presente. En particular, el algoritmo propuesto ha computado una solución de mayor optimalidad que las publicadas en [19, 20]. Adicionalmente, el algoritmo

desarrollado exhibió alta estabilidad numérica según se desprende de la baja dispersión de los resultados computados en todas las ejecuciones.

Por último, el esquema implementado en el presente desarrollo mediante la incorporación del criterio propuesto por Deb K. [10] para el análisis y actualización de la mejor experiencia particular y global en el enjambre, conjuntamente con un esquema local de actualización de posición, ha evidenciado su eficiencia y robustez para el manejo de las restricciones que como problema de optimización plantea el cálculo del FCO. En particular, lo anterior resultó fehacientemente constatado pues todas las soluciones computadas resultaron factibles.

7. Conclusiones.

En el presente artículo, se ha expuesto la aplicación del Algoritmo de Enjambre de Partículas modificado, conjuntamente con el criterio para el manejo de restricciones propuesto por Kalyanmoy Deb, para el cálculo del flujo de carga óptimo en redes eléctricas de potencia considerando a sus variables de control asociadas de tipo mixto e incorporando una función objetivo no convexa. El algoritmo implementado fue sometido a evaluación mediante el cómputo del cálculo del flujo de carga óptimo en la red de prueba IEEE – 30. Los resultados obtenidos han demostrado, al ser comparados con los derivados mediante implementaciones previas basadas en diversas técnicas metaheurísticas, que el algoritmo aquí propuesto computa soluciones factibles, para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo, similares a las mejores publicadas hasta el presente y con alto grado de estabilidad numérica.

Referencias

- [1] Momoh, J., Koessler, R., Bond, M., Stott, B., Sun, D., Papalexopoulos, A., & Ristanovic, P. (1997). Challenges to optimal power flow. *IEEE Trans. Power Systems*, 12, 444 – 455.
- [2] Carpentier, J. (1962). Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin Society Francaise Electriciens*, 8(3), 431 – 447.
- [3] Dommel, H., & Tinney, W. (1968). Optimal power flow solutions. *IEEE Transaction on Power Apparatus and System*, 87, 1866 – 1876.
- [4] Frank, S., Steponavice, I., & Rebennack, S. (2012). Optimal power flow: a bibliographic survey I. *Energy Systems*, 3(3), 221 – 258.
- [5] Glover, F. 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13, 533 – 549.
- [6] Melián, B., Moreno, J.A., & Moreno, J.M. (2003). Metaheuristics: A global view. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, (19), 7 – 28.
- [7] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, 1942 – 1948.
- [8] Frank, S., Steponavice, I., & Rebennack, S. (2012). Optimal power flow: a bibliographic survey II. *Energy Systems*, 3(3), 259 – 289.
- [9] Wood, A.J., & Wollenberg, B.F. (1984). *Power Generation, Operation & Control*. New York: John Wiley & Sons, 12 – 13.
- [10] Deb, K. (2000). An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186(2 – 4), 311 – 338.
- [11] Oñate, P. (2008). Solución del problema de flujos de potencia óptimo con restricciones de seguridad por un optimizador de partículas modificado. Tesis doctoral, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Guadalajara, Jalisco, México.
- [12] Gopala Krishna Rao, C., & Yesuratnam, G. (2013). Optimal power flow with valve point loading effects of cost function and mixed-integer control variables using big-bang and big-crunch optimization. *Journal of Advanced Computer Science and Technology*, 2(1), 1 – 8.
- [13] Eberhart, R., & Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: developments, applications and resources. *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*, 1, 81 – 86.
- [14] Robinson, J., & Rahmat – Samii, Y. (2004). Particle swarm optimization in electromagnetic. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 52(2), 397 – 407.
- [15] Arrillaga, J., Arnold, C., & Harker, B. 1983. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. Chichester, Jhon Wiley & Sons.
- [16] Labdani, R., Slimani, L., & Bouktir, T. (2006). Particle Swarm Optimization Applied to the Economic Dispatch Problem. *J. Electrical Systems*, 2(2), 95 – 102.
- [17] Swarup, K. (2006). Swarm intelligence approach to the solution of optimal power flow. *J. Indian Inst. Sci.*, 86, 439 – 455.
- [18] Dutta, A. (2009). Single Objective Optimal Power Flow Using Particle Swarm Optimization. Master

Thesis, Electrical and Instrumentation Engineering
Department of Thapar University, Patiala, Punjab,
India.

- [19] Bhaskar, M., Muthyala, S., & Sydulu, M. (2010). A novel progressively swarmed mixed integer genetic algorithm for security constrained optimal power flow (SCOPF). *International Journal of Engineering, Science and Technology*, 2(11), 34 – 40.
- [20] Thitithamrongchai, C., & Eua-arporn, B. (2007). Self-adaptive Differential Evolution Based Optimal Power Flow for Units with Non-smooth Fuel Cost Functions. *J. Electrical Systems*, 3(2), 88 – 99.