

Estimation model of the Manning roughness coefficient as a function of granulometry in the Santa River, Recuay–Carhuaz sector, Áncash, Perú

Abelardo Díaz-Salas * , Edilberto Guevara-Pérez , Juan Rosales-Cueva ,

Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola. Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Huaraz, Perú

Abstract.- Given that the Manning equation is one of the most used application methods to determine the flow in ungauged rivers, an investigation was carried out to establish a model to determine the Roughness coefficient (n), in a mountainous sector of the river Santa in the department of Ancash, Peru. The novelty of the model is its simplicity since it only uses the effective diameter (d_i), of the river material obtained from the granulometric analysis as an input variable. Three estimation procedures were used, speed measurement, Manning's equation and Cowan's model, and for the analysis, linear and non-linear correlation and regression models; goodness of fit was performed by the Student test, t . The results were validated with field measurements of the hydraulic characteristics of the section at eight sampling points and granulometric analysis of the bed material samples. The best fit model for estimating the Manning roughness coefficient is the potential model, being its mathematical expression $n = 0,0429(d_{10})^{0,1371}$ with a determination coefficient of $R^2 = 0,956$.

Keywords: roughness coefficient; effective diameter; granulometry; Manning's equation; fluvial hydraulics.

Modelo de estimación del coeficiente de rugosidad de Manning en función de la granulometría en el río Santa, sector Recuay – Carhuaz, Áncash, Perú

Resumen.- Dado a que la ecuación de Manning es uno de los métodos de aplicación más utilizados para determinar el caudal en ríos no aforados, se llevó a cabo una investigación para establecer un modelo para determinar el coeficiente de rugosidad (n), en un sector montañoso del río Santa en el departamento de Ancash, Perú. Lo novedoso del modelo está en su simplicidad ya que solo usa como variable de entrada el diámetro efectivo (d_i), del material de río obtenido del análisis de granulometría. Se utilizaron tres procedimientos de estimación, medición de velocidades, ecuación de Manning y modelo de Cowan y para el análisis, modelos de correlación y regresión lineal y no lineal; la bondad de ajuste se efectuó con la prueba t de Student. Los resultados se validaron con mediciones de campo de las características hidráulicas del tramo en ocho puntos de muestreo y análisis granulométrico de las muestras de material de fondo. El modelo de mejor ajuste para la estimación del coeficiente de rugosidad de Manning es el potencial, siendo su expresión matemática $n = 0,0429(d_{10})^{0,1371}$ con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,956$.

Palabras clave: coeficiente de rugosidad; diámetro efectivo; granulometría; Ecuación de Manning; hidráulica fluvial.

Recibido: 26 de agosto, 2020.

Aceptado: 27 de octubre, 2020.

1. Introducción

En los países en vías de desarrollo, como es el caso del Perú, las estaciones de monitoreo de las variables hidrometeorológicas están en un estado incipiente de desarrollo por lo que no siempre se

disponen de registros de caudales; sin embargo, esa información es necesaria para el estudio del régimen hidrométrico y el diseño de las estructuras hidráulicas para el aprovechamiento del agua.

Bajo las condiciones expuestas se suelen usar procedimientos indirectos desarrollados para zonas carentes de información. La ecuación de Manning permite determinar el caudal en ríos no aforados en base a los parámetros hidráulicos radio hidráulico, pendiente hidráulica y área hidráulica; siendo la dificultad la determinación del coeficiente de rugosidad n de Manning, el mismo que expresa la

* Autor para correspondencia:

Correo-e: abelardo_mad@hotmail.com (A. Díaz-Salas)

resistencia del cauce al escurrimiento del flujo.

En el Perú no existen investigaciones para la estimación directa de n en los ríos; para los estudios hidráulicos se suele adoptar valores establecidos en condiciones similares en otros países con la desventaja que las similitudes son relativas, arrojando resultados generales de rangos muy imprecisos, especialmente para ríos de características muy particulares, como es el caso de los ríos andinos del país, típicos ríos de montaña con presencia de sedimentos gruesos y pendientes elevadas.

Por lo expuesto, se ha llevado a cabo la presente investigación con el objeto de establecer un modelo de estimación del coeficiente de rugosidad de Manning en función de la granulometría en sitios no aforados del río Santa en el sector montañoso Recuay–Carhuaz. Lo novedoso del modelo está en su sencillez ya que facilita la determinación de dicho coeficiente solo en función de la granulometría del cauce.

2. Revisión de la literatura

Existen muchos estudios realizados para obtener el coeficiente de rugosidad que aplican una serie de métodos y/o fórmulas empíricas.

Investigaciones como la de: Osío [1] indica que se estimó el coeficiente de rugosidad de Manning utilizando las funciones de distribución de velocidades mediante aforo y que el valor de n puede determinarse en función del diámetro medio de las partículas del material de cauce, Fernández [2] menciona que se calcula el n de Manning por diferentes métodos plasmados en la literatura y se realiza un análisis de los mismos, Burgos [3] indica que se logró obtener el n de Manning mediante una ecuación potencial que está en función del diámetro representativo del lecho de río y Pastora [4] desarrolla la evaluación de la ecuación de Manning en un flujo de corriente natural mediante registro de aforos y determina un coeficiente promedio para época seca y lluviosa. Existen otros métodos de estimación, Colmenárez [5], usa modelos digitales de rugosidad topográfica, obtenidos a partir de modelos LIDAR y GPS, y Guzmán [6] utiliza valores de caudales que

se comparan de manera espacial y temporal. En todos ellos los valores obtenidos se adaptan a las condiciones en las que se llevó a cabo la investigación, y al criterio del investigador.

Para el estudio de la estimación del coeficiente de rugosidad de Manning cuyos resultados se presentan aquí, se usaron cuatro procedimientos hidráulicos generales: medición de la velocidad; medición de la rugosidad; procedimiento de la fórmula de Manning; y Cowan; con el objeto de entender mejor el proceso seguido, a continuación, se describe la base teórica utilizada en la investigación.

2.1. Distribución de velocidades en flujo turbulento

Para la aplicación de los métodos de medición de velocidad y medición de rugosidad, Osío [1] indica que para Prandtl, la capa límite turbulenta en el sentido de que la longitud de mezcla (l), es proporcional a la profundidad del flujo (y), la fuerza cortante (τ), es constante e igual al esfuerzo cortante unitario (τ_0), según se muestran en las ecuaciones (1) y (2).

$$V_f = \sqrt{gRS} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (1)$$

$$V = 2,5V_f \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad (2)$$

Donde:

V_f : velocidad de fricción, [m/s]

g : gravedad, [m/s²]

R : radio hidráulico, [m]

S : pendiente hidráulica, [m/m]

τ_0 : fricción unitaria en la capa límite, [kg·m/s]

y_0 : altura de rugosidad igual a $k/30$ para superficies rugosas, [m]

k : altura de rugosidad, [m]

ρ : densidad del fluido, [kg/m³]

V : velocidad del agua, [m/s]

ν : viscosidad cinemática, [m²/s]

y : profundidad de sección [m]

De acuerdo con Chow [7], la ecuación (2) se conoce como la Ley Universal de Distribución de

Velocidades de Prandtl – Von Karman, que viene a ser una función logarítmica.

Para superficies lisas, la constante y_0 queda expresada por la ecuación (3).

$$y_0 = \frac{v}{9V_f} \quad (3)$$

De donde se obtiene la ecuación (4).

$$V = 5,75 \cdot V_f \log \left(\frac{y_0 9V_f}{v} \right) \quad (4)$$

En superficies rugosas, se encuentra que la constante y_0 depende de la altura de la rugosidad, ésta se indica en la ecuación (5).

$$y_0 = mk \quad (5)$$

donde, la constante m es igual aproximadamente a 1/30. Sustituyendo y simplificando para superficies rugosas, se obtiene la ecuación (6).

$$V = 5,75 \cdot V_f \log \left(\frac{30y}{k} \right) \quad (6)$$

dada como la distribución de velocidades en flujos turbulentos sobre superficies rugosas. La altura de rugosidad, k , corresponde al diámetro medio de los granos de arena utilizado por Nikuradse, Chow [7].

Mediante el desarrollo de ecuaciones teóricas para flujo uniforme French [8], al comparar la ecuación de Chezy con la ecuación de Manning se obtiene la ecuación (7).

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (7)$$

Además, Rocha [9], indica que para conductos rugosos se tiene la ecuación (8).

$$C = 18 \log \frac{12,2R}{k} \quad (8)$$

donde, C es el coeficiente de Chezy $m^{1/2}/s$.

Siguiendo el análisis de Chow [7] para la interpretación teórica del coeficiente de rugosidad, la relación entre el n de Manning y el valor teórico de la rugosidad del canal para superficies rugosas, al eliminar el valor de C de Chezy de las

ecuaciones (7) y (8), se obtiene el n de Manning descrita por la ecuación (9).

$$n = \phi \left(\frac{R}{k} \right) k^{1/6}, \quad (9)$$

donde:

$$\phi \left(\frac{R}{k} \right) = \frac{(R/k)^{1/6}}{18 \log \left(\frac{12,2 \cdot R}{k} \right)} \quad (10)$$

De las ecuaciones (9) y (10), se deduce que el valor de k está dado por la ecuación (11).

$$k = \frac{12,2 \cdot R}{10 \left(\frac{R^{(1/6)}}{18n} \right)} \quad (11)$$

donde, k es conocido como la altura efectiva de las irregularidades formados por los elementos de rugosidad.

Las investigaciones realizadas sobre el tema indican que para un amplio rango de R/k , la variación en $\phi(R/k)$ es pequeña, y ésta, puede suponerse constante e igual a un valor promedio. Es así que, la ecuación (9) queda determinado en función de la potencia de la altura de rugosidad (k), [7].

Según la distribución teórica de velocidades en canales rugosos, se ha desarrollado los métodos de medición de velocidades y medición de rugosidad, [7]. Asimismo, se pueden usar dos métodos adicionales que se describen a continuación para obtener n de Manning.

2.2. Método de medición de la velocidad

De la ecuación (6), el coeficiente n de Manning puede determinarse por medio de mediciones de velocidades a 2/10 de y , desde el espejo de agua ($V_{0,2}$), dado por la ecuación (12).

$$V_{0,2} = 5,75 \cdot V_f \cdot \log \left(\frac{24y}{k} \right) \quad (12)$$

Asimismo, a 8/10 de y , ($V_{0,8}$), expresado por la ecuación (13).

$$V_{0,8} = 5,75 \cdot V_f \cdot \log \left(\frac{6y}{k} \right) \quad (13)$$

Eliminando V_f en las ecuaciones (12) y (13), sustituyendo $x = \frac{V_{0,2}}{V_{0,8}}$, simplificando y resolviendo se obtiene la ecuación (14).

$$n = \frac{(x - 1)y^{1/6}}{5,57(x + 0,95)} \quad (14)$$

Donde, y representa la profundidad en la sección considerada en metros.

2.3. Método de la medición de la rugosidad

En este método se supone que la ecuación (10) para la función $\phi(R/k)$ es aceptable. Luego, el valor de n puede determinarse mediante la ecuación (9) conocido la altura de rugosidad, k .

2.4. Método de la fórmula de Manning

Conocidos los parámetros involucrados en dicha fórmula, en el punto de interés, se despeja la fórmula de Manning para obtener el valor de n , que viene a estar dado por la ecuación (15).

$$n = \frac{AR^{2/3}S^{1/2}}{Q} \quad (15)$$

Donde, A , es el área hidráulica, R , radio hidráulico, S , pendiente media y Q , es el caudal en la sección transversal de interés.

2.5. Método de Cowan

El modelo de Cowan está definido por la ecuación (16).

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \cdot m_5 \quad (16)$$

Los valores se obtienen de la Tabla 1 los cuales están en función del perímetro, irregularidades, variación de la sección transversal, efecto de las obstrucciones, vegetación y meandros.

2.6. Granulometría de material de río

La toma de muestras (García [10]), y la distribución granulométrica del lecho de río son de gran utilidad, los resultados obtenidos de la granulometría son utilizados en diversos procesos fluviales como la estimación de parámetros de rugosidad, Crozzoli [11].

La granulometría permite calcular mediante el análisis granulométrico por tamizado los porcentajes de granos en función de sus tamaños. Se designa por d_n que es el tamaño, tal que el $n\%$ del peso del material es menor que dicho parámetro.

2.7. Correlación y regresión

2.7.1. Coeficiente de correlación (r)

Villón [12], indica que el coeficiente de correlación es el estadístico que permite medir el grado de asociación de dos variables linealmente relacionadas. Sus valores varían entre -1 y 1. Si X e Y son independientes, $r = 0$.

2.7.2. Coeficiente de determinación (r^2)

De acuerdo con Villón [12], r^2 , indica que la proporción o porcentaje de la variación total de la variable dependiente Y , es explicada por la variable independiente X ; varía en el rango de $0 \leq r^2 \leq 1$, o de 0 a 100 %. Cuanto mayor sea el r^2 , mayor será la confiabilidad de las predicciones y menores serán los errores predictivos. Para la regresión lineal simple se tiene que, $r^2 = R^2$ y pueden ser denotados con letras mayúsculas, significando lo mismo.

2.7.3. Regresión lineal simple

Según Villón [12], la regresión lineal simple permite estimar en forma lineal una variable dependiente Y , en función de una variable independiente X ; se suele usar para completar datos o extender un registro. El modelo de regresión lineal está dado por la ecuación (17).

$$y = a + b \cdot x \quad (17)$$

Donde, x , es la variable independiente o conocida, y , es la variable dependiente o que se trata de predecir, a y b son parámetros que son determinados por el método de mínimos cuadrados.

2.7.4. Regresión no lineal

La regresión no lineal indica que existen una asociación no lineal entre la o las variables dependientes e independientes. Entre los modelos no lineales más conocidos se tiene: exponencial, potencial y logarítmico. A continuación, se indican

Tabla 1: Criterios y valores numéricos para la ecuación de Cowan [9]

Condición del cauce			Valores
Material considerado	Tierra	n_0	0,020
	Corte en roca		0,025
	Grava fina		0,024
	Grava gruesa		0,028
Grado de Irregularidad	Suave	n_1	0,000
	Menor		0,005
	Moderado		0,010
	Severo		0,020
Variación de la Sección Transversal	Gradual	n_2	0,000
	Ocasionalmente alternante		0,005
	Frecuentemente alternante		0,010–0,015
Efecto de las Obstrucciones	Insignificante	n_3	0,000
	Menor		0,010–0,015
	Apreciable		0,020–0,030
	Severo		0,040 - 0,060
Vegetación	Baja	n_4	0,005–0,010
	Media		0,010–0,025
	Alta		0,025–0,050
	Muy alta		0,050–1,000
Cantidad de Meandros	Menor	m_5	1,000
	Apreciable		1,150
	Severa		1,300

las ecuaciones del modelo de regresión no lineal: Exponencial, está dado por la ecuación (18).

$$y = ab^x \quad (18)$$

Potencial, está dado por la ecuación (19).

$$y = ax^b \quad (19)$$

Logarítmica, está dado por la ecuación (20).

$$y = a \ln x + b \quad (20)$$

Estas ecuaciones pueden ser resueltas por el método de los mínimos cuadrados con un artificio adecuado pudiéndose reducir a ecuaciones lineales y aplicándose una regresión lineal simple.

3. Metodología

Para obtener el modelo, en primer lugar, se han obtenido los valores del coeficiente de rugosidad por los métodos: distribución de velocidades, fórmula de Manning y Cowan, con datos obtenidos mediante aforos que es una actividad importante para conocer la disponibilidad del recurso hídrico, Díaz [13] realizados por el Laboratorio de Calidad

Ambiental, Facultad de Ciencias del Ambiente de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo - UNASAM. Luego se llevó a cabo un análisis estadístico relacionando los diámetros efectivos de granulometría por cada punto de aforo con los valores del coeficiente de rugosidad para los tres métodos seleccionados.

Descripción del área de estudio

El área de estudio, se ubica en la región Ancash, provincias de Recuay, Huaraz y Carhuaz, y comprende los distritos de Catac, Ticapampa, Recuay, Olleros, Huaraz, Independencia, Jangas, Tarica, Pariahuanca y Anta, ubicada entre las coordenadas UTM 8915258.00 m S, 233116 m E aguas abajo del puente Catac – Recuay, y, 8963881.28 m S, 215570.84 m E aguas arriba del aeropuerto Anta – Carhuaz, entre una altitud que varía de 3545 msnm y 2743 msnm respectivamente, perteneciente a la Cuenca del Río Santa (Figura 1).

3.1. Información básica

A continuación, se describen resumidamente las fuentes y la información usada en la investigación:

1. Información cartográfica: Cartas Nacionales (19-h, 19-i, 20-h y 20-i), con escala 1:100000,

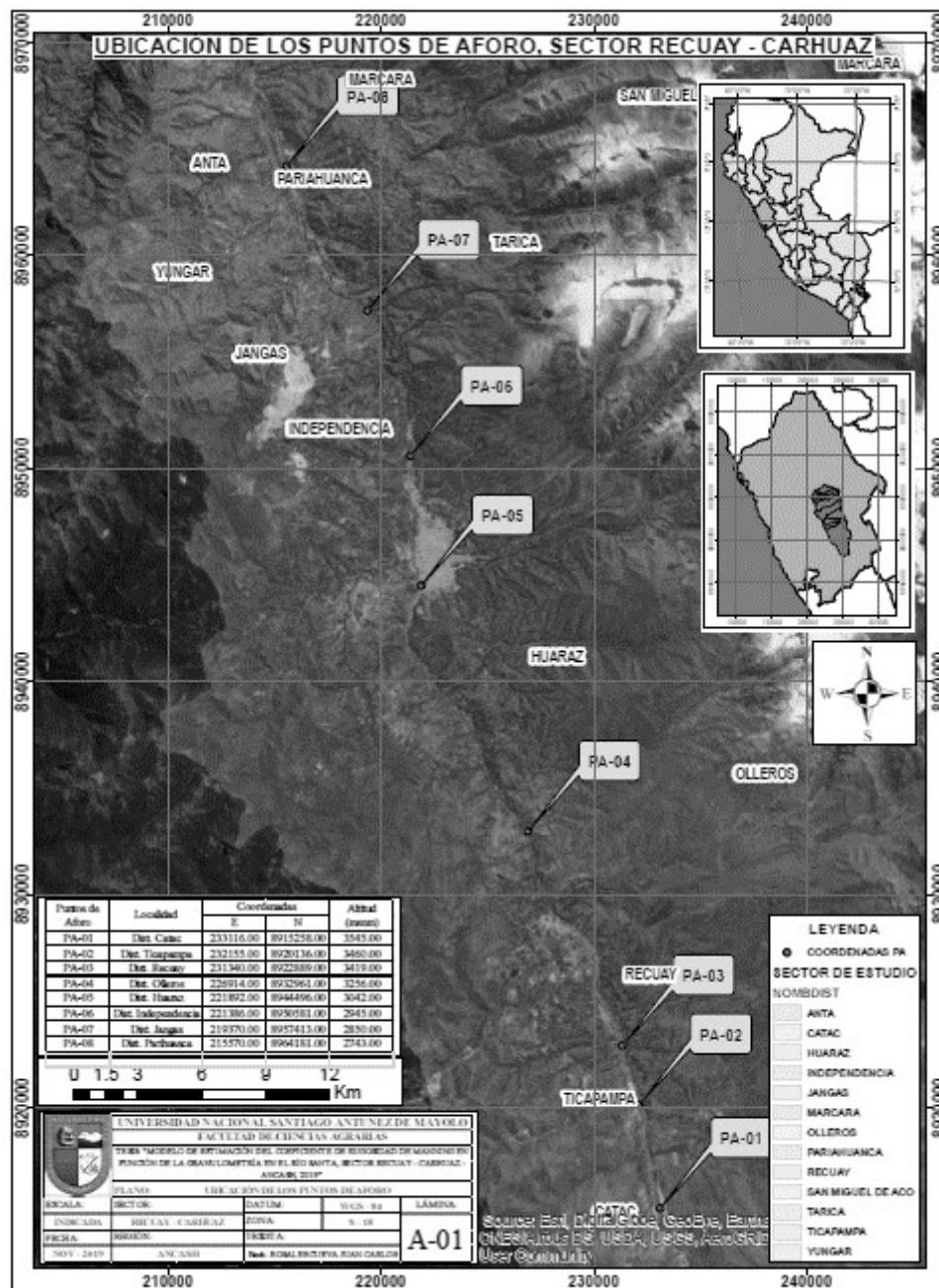


Figura 1: Ubicación de puntos de aforo, sector Recuay–Carhuaz

y el modelo de elevación digital (DEM) con resolución de 30 metros.

2. Información topográfica: Obtenida mediante uso de equipos topográficos en cada uno de los puntos de aforo y sus respectivos tramos.
3. Información hidráulica: Obtenida mediante aforos, Villón [14] por el Servicio de monitoreo de agua del Laboratorio de Calidad

Ambiental – UNASAM, en periodo de estiaje. Los puntos de aforo se muestran en la Figura 1.

3.2. Fases de estudio

3.2.1. Fase de campo

En la fase de campo, se procedió a la recolección de la información y datos de la zona de estudio tales como: parámetros hidráulicos de secciones transversales de sitios específicos o puntos de aforo (PA), pendiente, material de lecho y velocidades

de flujo mediante aforo con correntómetro. Así mismo, fotografías e imágenes satelitales. También se realizó la verificación y planificación en campo, como el reconocimiento del entorno y su ubicación de puntos de aforo (PA), seleccionándose ocho (08) puntos con su respectivo tramo de estudio. La pendiente se realizó por medición directa haciendo uso del nivel de ingeniero y la extracción de material de río se realizó en cada punto de muestreo.

3.2.2. Fase de gabinete

En la fase de gabinete se procesó la información, estimando el coeficiente n de Manning, los diámetros efectivos de partículas, d_i , y estableciendo las relaciones entre ambos parámetros y los modelos de estimación correspondientes. Finalmente se validó el modelo establecido de modo tal de aceptarlo como representativo para el área de estudio. A continuación, se resume el procedimiento:

1. Identificación de los puntos de aforo (PA) y procesamiento de la información de la sección transversal.
2. División del ancho de la sección transversal, en un número de subsecciones con un mínimo de un 10 % por cada una de éstas, Villón [14].
3. De las curvas de distribución de velocidades se obtuvo el valor correspondiente a la velocidad a dos y a ocho decimos de la profundidad $V_{0,2}$ y $V_{0,8}$; es decir, a 0,8 y 0,2 respectivamente del fondo del canal, ICC [15] y Tapia [16]. El coeficiente n de Manning se calcula en cada sub sección, en las secciones transversales de los PA aplicándose la ecuación (14), conocido el tirante hidráulico y , y la relación de velocidades x , el valor de n para la sección total se estimó como la media de los valores de n de las subsecciones.
4. El valor de n se calcula en función de la altura de rugosidad k , mediante las ecuaciones (9), (10) y (11).

5. Conocido el A , R , S y Q , mediante la ecuación (15) se determinó el coeficiente n de Manning.
6. De la Tabla 1 y la ecuación (16) se determinaron los valores de n de Manning.
7. El análisis granulométrico del lecho del río por punto de aforo (PA) se hizo mediante el tamizado siguiendo la norma ASTM D-422, Gutiérrez [17], obteniéndose así las curvas granulométricas con sus respectivos diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} , y d_{90} .
8. Mediante análisis de regresión se estableció el modelo de estimación del coeficiente de rugosidad. Se probaron funciones de relación, lineal y no lineal aplicando las ecuaciones (17), (18), (19) y (20), Sánchez [18]. Mediante la prueba t de Student. El t calculado, t_c esta dado por la ecuación (21).

$$t_c = \frac{r\sqrt{n_1 - 2}}{\sqrt{1 - r^2}} \quad (21)$$

Donde, n_1 , es número de pares de valores. Así mismo, el t tabular, t_t se obtiene de las tablas estadísticas de la distribución t preparadas para este fin con un nivel de significación α o una Probabilidad de $(1 - \alpha)$ y con Grado de Libertad ($GL = n_1 - 2$). Es decir, $\alpha/2 = 0,025$ y $GL = n_1 - 2$. Por último, se aplicó el criterio de decisión: si $|t_c| \leq t_t$, entonces $r = 0$ por tanto no hay correlación significativa; en cambio, si $|t_c| > t_t$, entonces $r \neq 0$ por tanto es significativo y existe correlación entre las variables.

9. Finalmente se contrasta y se valida el modelo con mayor valor de coeficiente de correlación propuesto en la estimación del coeficiente de rugosidad en función de la granulometría, con el método de la fórmula de Manning usando los parámetros hidráulicos medidas directamente en campo, los cuales se consideran los menos subjetivos de los métodos de estimación del n de Manning.

4. Análisis y discusión de resultados

4.1. Descripción de los puntos de aforo (PA)

En la Tabla 2 se presentan la ubicación de los ocho (8) puntos de aforo seleccionados en función de una combinación de criterios, tramos vulnerables y facilidades de medición de los parámetros hidráulicos.

4.2. Parámetros hidráulicos de secciones transversales

En la Tabla 3 se presentan los parámetros hidráulicos de las ocho secciones de aforo seleccionadas (A , área hidráulica, P , perímetro mojado, R , radio hidráulico, S , pendiente media y Q , caudal) que son aplicados al cálculo del n de Manning.

4.3. Coeficiente de rugosidad de Manning

En la Tabla 4 se presentan los resultados obtenidos para los n de Manning para cada uno de los puntos de muestreo y para cada uno de los procedimientos hidráulicos seleccionados.

4.4. Coeficiente de rugosidad mediante medición de rugosidad

En la Tabla 5 se presenta los resultados obtenidos de las alturas de rugosidades, k .

Con dichos resultados se ha realizado un análisis gráfico entre las variables del coeficiente de rugosidad, n , (n calculado mediante medición de velocidades) y la altura de rugosidad, k , que se muestra en la Figura 2. La línea de tendencia a la que mejor se ajusta es a una regresión lineal simple, con un coeficiente de determinación $R^2 = 0,9879$; lo que indica que el 98,79 % de la variación del coeficiente de rugosidad, n , es explicada por la altura de rugosidad, k , y el 1,21 % restante es debido a los errores y a otras variables no consideradas.

De igual forma, mediante el análisis estadístico, el t_c es igual a 22,23 y el t_t es igual a 2,447 lo que significa que el t_c es mayor que el t_t , y se concluye que existe correlación significativa entre los coeficientes de rugosidad, n y las alturas de rugosidad, k .

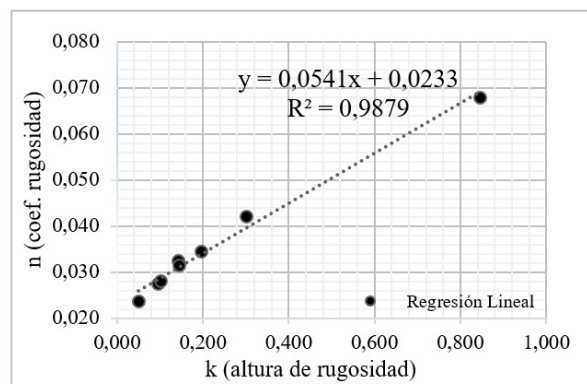


Figura 2: Coeficiente de rugosidad, n , y altura de rugosidad, k

Dónde: n , desviación estándar de n , R , radio hidráulico y k , altura de rugosidades han sido obtenidos según la metodología establecida en la sección 3.2.2.

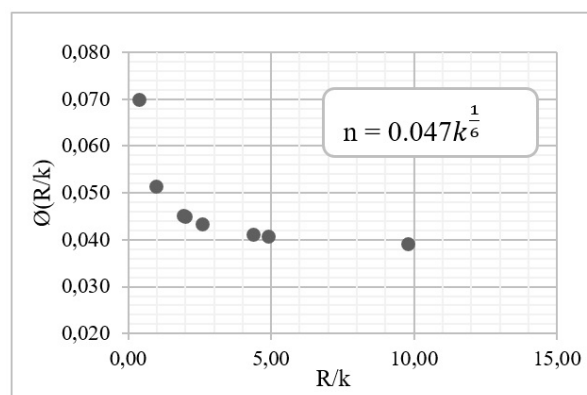


Figura 3: Relación de $\phi(R/k)$ y R/k .

La Figura 3, muestra que para un amplio rango de R/k , la variación de $\phi(R/k)$ es baja; cuyo coeficiente de variación es de 22,90 %, por consiguiente la relación podría aproximarse mediante el valor medio; 0,047 (media de valores de $\phi(R/k)$).

Combinando la Figura 3 y la ecuación (9) se obtiene n en función de la altura de rugosidad, k , dado por la ecuación (22).

$$n = 0,047 \cdot k^{1/6} \quad (22)$$

4.5. Diámetros representativos del lecho de río

De análisis granulométrico se han obtenido los diámetros efectivos d_i , para las muestras de

Tabla 2: Puntos de aforo (PA) en el río Santa, sector Recuay–Carhuaz

Puntos de aforo	Localidad	Coordenadas UTM		Altitud (msnm)	Progresiva (km)
		E	S		
PA-01	Distrito de Catac	233116,00	8915258,00	3545,00	0+000,00
PA-02	Distrito de Ticapampa	232155,00	8920136,00	3460,00	5+166,05
PA-03	Distrito de Recuay	231340,00	8922889,00	3419,00	8+188,40
PA-04	Distrito de Olleros	226914,00	8932961,00	3256,00	20+347,90
PA-05	Distrito de Huaraz	221892,00	8944496,00	3042,00	34+460,25
PA-06	Distrito de Independencia	221386,00	8950581,00	2945,00	41+113,30
PA-07	Distrito de Jangas	219370,00	8957413,00	2850,00	49+158,10
PA-08	Distrito de Pariahuanca	215570,00	8964181,00	2743,00	58+024,35

Tabla 3: Parámetros hidráulicos en cada sección transversal

Puntos de aforo	A (m ²)	P (m)	R (m)	S (m/m)	Q (m ³ /s)
PA-01	52,420	158,360	0,3310	0,0045	27,724
PA-02	51,460	176,390	0,2917	0,0035	31,179
PA-03	36,950	131,010	0,2820	0,0075	31,018
PA-04	98,450	263,570	0,3735	0,0019	54,290
PA-05	91,300	242,720	0,3762	0,0043	71,346
PA-06	111,650	238,030	0,4691	0,0037	101,387
PA-07	159,280	364,750	0,4367	0,0018	102,944
PA-08	115,100	235,200	0,4894	0,0032	110,651

Tabla 4: Coeficiente de rugosidad, *n* (medición de velocidades, fórmula de Manning y Cowan)

Puntos de aforo	Método		
	Medición de velocidades (<i>n</i>)	Fórmula de Manning (<i>n</i>)	Método Cowan (<i>n</i>)
PA-01	0,0680	0,0607	0,0530
PA-02	0,0421	0,0428	0,0430
PA-03	0,0324	0,0444	0,0480
PA-04	0,0315	0,0410	0,0380
PA-05	0,0345	0,0435	0,0380
PA-06	0,0276	0,0403	0,0480
PA-07	0,0280	0,0377	0,0330
PA-08	0,0237	0,0364	0,0330
Promedio	0,0360	0,0433	0,0418
Desv estándar	0,0141	0,0075	0,0074
Coef, Variación	0,3905	0,1740	0,1782

sedimentos en puntos de aforo, los que se presentan en la Tabla 6.

Los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90} corresponden a 10 %, 30 %, 50 %, 60 %, 84 % y 90 % de los porcentajes acumulados que pasan la curva granulométrica.

4.6. Relación de los coeficientes de rugosidad y los diámetros efectivos

Para analizar las relaciones entre las variables *n* de Manning y los diámetros efectivos, d_i , se generaron los modelos estadísticos descritos en la metodología, dados por modelos lineales y no lineales (exponencial, potencial y logarítmico).

Tabla 5: Altura de rugosidades k y función $\phi(R/k)$

Puntos de aforo	n	Des. Est. de n	R (m)	k (m)	R/k	$\phi(R/k)$
PA-01	0,0680	0,0292	0,3310	0,8447	0,3919	0,0699
PA-02	0,0421	0,0319	0,2917	0,3003	0,9714	0,0515
PA-03	0,0324	0,0282	0,2820	0,1411	19,991	0,0449
PA-04	0,0315	0,0201	0,3735	0,1447	25,808	0,0434
PA-05	0,0345	0,0278	0,3762	0,1958	19,207	0,0452
PA-06	0,0276	0,0272	0,4691	0,0958	48,963	0,0408
PA-07	0,0280	0,0202	0,4367	0,1002	43,587	0,0411
PA-08	0,0237	0,0245	0,4894	0,0500	97,971	0,0391
Promedio	0,0360					0,0470
Desv. Est.	0,0141					0,0100
Coef. Var.	0,3905					0,2290

Tabla 6: Diámetros efectivos de material de río

Puntos de aforo	Resumen de los diámetros de las partículas (mm)					
	d_{10}	d_{30}	d_{50}	d_{60}	d_{84}	d_{90}
PA - 01	9,651	18,344	25,934	29,681	41,422	54,464
PA - 02	1,060	5,418	13,656	18,762	35,293	44,316
PA - 03	1,586	10,879	17,868	22,615	35,543	42,344
PA - 04	0,659	3,545	8,835	13,759	30,529	35,301
PA - 05	0,904	5,720	15,727	22,436	48,377	58,811
PA - 06	0,939	3,145	6,372	8,433	41,340	54,412
PA - 07	0,491	2,634	8,551	13,137	33,420	44,442
PA - 08	0,202	0,734	3,473	8,300	24,170	29,394

Tabla 7: Análisis estadístico del Modelo Lineal entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Método							
	Medición de velocidad (n)				Fórmula de Manning (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,887	0,942	6,873	Si	0,931	0,965	8,984	Si
d_{30}	0,764	0,874	4,402	Si	0,921	0,960	8,370	Si
d_{50}	0,762	0,873	4,377	Si	0,841	0,917	5,642	Si
d_{60}	0,680	0,825	3,570	Si	0,739	0,860	4,117	Si
d_{84}	0,165	0,406	1,088	No	0,235	0,485	1,356	No
d_{90}	0,203	0,451	1,237	No	0,259	0,509	1,447	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

4.6.1. Regresión lineal

Las estadísticas del modelo lineal entre el n de Manning (método de medición de velocidades, fórmula de Manning y Cowan) y los diámetros efectivos, d_i , de la granulometría se muestran en la Tabla 7 y la Tabla 11.

4.6.2. Regresión no lineal

En la Tabla 8, Tabla 9 y Tabla 10, se muestran los resultados del análisis estadístico entre el n de Manning (método medición de velocidad y fórmula de Manning) de los modelos: exponencial, potencial y logarítmico respectivamente, con los diámetros efectivos, d_i . Asimismo, en la Tabla 11 y Tabla 12 se muestran los resultados del análisis estadístico entre el n de Manning (método Cowan)

Tabla 8: Análisis estadístico del Modelo Exponencial entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Método							
	Medición de velocidad (n)				Fórmula de Manning (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,788	0,888	4,717	Si	0,886	0,941	6,842	Si
d_{30}	0,736	0,858	4,093	Si	0,929	0,964	8,840	Si
d_{50}	0,810	0,900	5,053	Si	0,875	0,935	6,484	Si
d_{60}	0,745	0,836	4,188	Si	0,777	0,939	4,567	Si
d_{84}	0,213	0,462	1,272	No	0,272	0,522	1,498	No
d_{90}	0,236	0,486	1,362	No	0,286	0,535	1,548	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

Tabla 9: Análisis estadístico del Modelo Potencial entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Método							
	Medición de velocidad (n)				Fórmula de Manning (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,838	0,915	5,577	Si	0,941	0,970	9,809	Si
d_{30}	0,667	0,817	3,469	Si	0,751	0,867	4,259	Si
d_{50}	0,693	0,832	3,676	Si	0,696	0,834	3,710	Si
d_{60}	0,662	0,814	3,427	Si	0,643	0,802	3,284	Si
d_{84}	0,242	0,492	1,385	No	0,296	0,544	1,588	No
d_{90}	0,253	0,503	1,427	No	0,292	0,540	1,573	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

Tabla 10: Análisis estadístico del Modelo Logarítmico entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Método							
	Medición de velocidad (n)				Fórmula de Manning (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,826	0,909	5,330	Si	0,919	0,959	8,267	Si
d_{30}	0,649	0,806	3,327	Si	0,691	0,831	3,660	Si
d_{50}	0,585	0,765	2,908	Si	0,638	0,799	3,250	Si
d_{60}	0,566	0,752	2,795	Si	0,595	0,771	2,968	Si
d_{84}	0,186	0,431	1,169	No	0,254	0,504	1,429	No
d_{90}	0,212	0,460	1,269	No	0,262	0,512	1,459	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

modelo exponencial, y, potencial y logarítmico respectivamente, con los diámetros efectivos d_i .

4.7. Modelo de estimación del coeficiente de rugosidad

Se seleccionaron los modelos (lineal y no lineal) que muestran mejor grado de asociación y, por tanto, mayor coeficiente de correlación, r,

para la estimación del coeficiente de rugosidad de Manning, n, por cada método desarrollado (método de medición de velocidades, ecuación de Manning y Cowan). Los resultados se presentan en la Tabla 13 resaltados con un sombreado. Observando los valores de dicha tabla, se encuentra que para estimar el n de Manning por el método de la medición de velocidades, el modelo lineal

Tabla 11: Análisis estadístico del Modelo Lineal y Exponencial entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Modelo							
	Lineal. Método de Cowan (n)				Exponencial. Método de Cowan (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,483	0,695	2,366	Si	0,434	0,659	2,147	Si
d_{30}	0,630	0,794	3,199	Si	0,598	0,773	2,985	Si
d_{50}	0,484	0,696	2,371	No	0,471	0,686	2,310	No
d_{60}	0,336	0,580	1,744	No	0,330	0,574	1,720	No
d_{84}	0,242	0,492	1,385	No	0,257	0,507	1,442	No
d_{90}	0,272	0,522	1,495	No	0,277	0,526	1,516	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

Tabla 12: Análisis estadístico del Modelo Potencial y Logarítmica entre el coeficiente de rugosidad de Manning y los diámetros efectivos d_{10} , d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{84} y d_{90}

d_d	Modelo							
	Potencial. Método de Cowan (n)				Logarítmico. Método de Cowan (n)			
	R^2	r	t_c	r sig.	R^2	r	t_c	r sig.
d_{10}	0,735	0,857	4,076	Si	0,756	0,869	4,315	Si
d_{30}	0,629	0,793	3,187	Si	0,621	0,788	3,138	Si
d_{50}	0,415	0,644	2,062	No	0,408	0,639	2,031	No
d_{60}	0,247	0,497	1,403	No	0,245	0,495	1,394	No
d_{84}	0,309	0,556	1,638	No	0,292	0,540	1,572	No
d_{90}	0,305	0,552	1,621	No	0,297	0,545	1,593	No

r sig.: correlación significativa, $t_t = 2,447$

arroja el mejor ajuste, con un coeficiente de correlación $r = 0,942$ entre las variables n y el d_{10} ; estableciéndose así el modelo lineal (MLin) dada en la ecuación (23).

$$n = 0,0042(d_{10}) + 0,0278 \quad (23)$$

Para el método de fórmula de Manning, el modelo Potencial posee mejor ajuste entre las variables n y el d_{10} con un coeficiente de correlación, $r = 0,970$. De esta forma se obtiene el modelo potencial (MPot-02) dada en la ecuación (24).

$$n = 0,0429(d_{10})^{0,1371} \quad (24)$$

Para el método de Cowan, el modelo Logarítmico presenta mejor ajuste con un coeficiente de correlación, $r = 0,869$ entre las variables n y el d_{10} . De esta forma se obtiene el modelo logarítmico (MLog) dada por la ecuación (25).

$$n = 0,0058 \ln(d_{10}) + 0,0418 \quad (25)$$

Y, por último, para el método de la medición de la rugosidad se ha obtenido un modelo Potencial (MPot-01) dado en la ecuación (26)

$$n = 0,047(k)^{1/6} \quad (26)$$

Cabe señalar que el modelo MPot-01 está en función de la altura de rugosidad k , en metros, pero relacionándolo mediante análisis estadístico con los diámetros efectivos d_i de la granulometría y contrastando con n obtenidos por fórmula de Manning, se ha encontrado mejor ajuste con el d_{10} (mm), es así que se puede reemplazar el k , por el d_{10} obteniendo así el modelo Potencial (MPot-01) dado en la ecuación (27).

$$n = 0,047(d_{10})^{1/6} \quad (27)$$

4.8. Validación del modelo general

Para validar el modelo general de la investigación, se estiman los n de Manning por los cuatro procedimientos desarrollados y expresados

Tabla 13: Modelos de regresión para cada método de estimación desarrollado

Regresión	Modelo											
	Med. de Vel. (n)				Manning (n)				Cowan (n)			
	R ²	d _i	r	r sig.	R ²	d _i	r	r sig.	R ²	d _i	r	r sig.
Lineal	0,887	d ₁₀	0,942	Si	0,930	d ₁₀	0,964	Si	0,630	d ₃₀	0,794	Si
Exponencial	0,810	d ₅₀	0,900	Si	0,928	d ₃₀	0,963	Si	0,598	d ₃₀	0,773	Si
Potencial	0,838	d ₁₀	0,915	Si	0,941	d ₁₀	0,970	Si	0,735	d ₁₀	0,857	Si
Logarítmica	0,826	d ₁₀	0,909	Si	0,919	d ₁₀	0,959	Si	0,756	d ₁₀	0,869	Si

mediante las ecuaciones (23), (24), (25) y (27) y se contrasta con el n obtenido por el método de la fórmula de Manning (n observados). En la Tabla 14, se presentan los resultados numéricos comparativos de este análisis y en la Figura 3 se muestra los resultados gráficos de los coeficientes de correlación, r , de n de Manning observados y estimados por los modelos encontrados. Así mismo de la Tabla 14, MLin, MPot-01, MPot-02 y MLog son abreviaturas del: modelo lineal, modelo potencial 01, modelo potencial 02 y modelo logarítmico respectivamente.

4.9. Comparativo entre los coeficientes de rugosidad de Manning

La Tabla 15 muestra una comparación de los valores de n de Manning estimados por los métodos de estimación (medición de velocidades, medición de rugosidades, fórmula de Manning y Cowan). Donde se observa que el promedio de n de los cuatro métodos es 0,042 y el coeficiente de variación es 11,37%, por esta razón se asume el valor de n como representativo para el río Santa en la zona de estudio.

4.10. Discusiones

A partir de los resultados obtenidos, de la Tabla 15, se ha determinado un $n_{\text{mín}} = 0,024$, $n_{\text{máx}} = 0,069$ y $n_{\text{promedio}} = 0,042$ (considerado como la media de los métodos desarrollados: medición de velocidades, medición de rugosidad, fórmula de Manning y Cowan).

El método de medición de la rugosidad no establece directamente el valor de n , sino que establece una función para calcular n en función de la altura de rugosidad, k . Es así que, entre los métodos antes mencionados, el valor de n de

Manning se encuentra dentro del rango establecido de 0,030 a 0,050 para corrientes de montañas con fondo: grava, piedras y pocos cantos rodados propuesto por Chow [7].

La función obtenida para estimar n de Manning por el método de la medición de la rugosidad, está dado por: $n = 0,047(k)^{(1/6)}$ que viene a ser mayor a la ecuación de $n = 0,0336(k)^{(1/6)}$ obtenido en los grandes ríos de Venezuela [1], y análogo a la ecuación $n = 0,044(k)^{(1/6)}$ obtenido en el río Chonta, distrito de Baños del Inca – Cajamarca [3].

Se observa que en la aplicación del análisis de regresión lineal y no lineal entre el coeficiente de rugosidad n de Manning y los diámetros efectivos d_i , en la Tabla 7, Tabla 8, Tabla 9, Tabla 10, Tabla 11 y Tabla 12, para los diámetros menores o iguales al diámetro medio d_{50} se obtienen mejor coeficiente de correlación, r , a diferencia de los diámetros mayores que no guardan relación entre las dos variables, López [19].

Del contraste de los modelos, se observa que son dos los modelos de mejor ajuste: MPot-02, con $r = 0,9776$ y MPot-01 con $r = 0,9804$. La estimación de n de Manning mediante el modelo MPot-02 da como resultado un $n_{\text{promedio}} = 0,043$ y la estimación mediante el modelo MPot-01 da como resultado un $n_{\text{promedio}} = 0,048$ (Tabla 14).

Se puede decir que el n medio del MPot-02 se aproxima al n estimado como la media de los métodos de medición de velocidades, fórmula de Manning y Cowan, y el n medio de MPot-01 diverge del n estimado como media de los métodos desarrollados.

Tabla 14: Valores del coeficiente de rugosidad de Manning (n) observados y estimados

PA	Observados n Manning	Estimados			
		n (MLin)	n (MPot-01)	n (MPot-02)	n (MLog)
PA-01	0,0607	0,0683	0,0686	0,0585	0,0549
PA-02	0,0428	0,0322	0,0475	0,0432	0,0421
PA-03	0,0444	0,0345	0,0508	0,0457	0,0445
PA-04	0,0410	0,0306	0,0438	0,0405	0,0394
PA-05	0,0435	0,0316	0,0462	0,0423	0,0412
PA-06	0,0403	0,0317	0,0465	0,0425	0,0414
PA-07	0,0377	0,0299	0,0418	0,0389	0,0377
PA-08	0,0364	0,0286	0,0360	0,0345	0,0325
Promedio	0,0433	0,0359	0,0476	0,0433	0,0417
Desv. Est.	0,0075	0,0132	0,0095	0,0070	0,0064
Coef Var.	0,1740	0,3676	0,2004	0,1617	0,1540

Tabla 15: Valores del coeficiente de rugosidad n de Manning

Puntos de aforo	Medic. de Vel.	Manning	Cowan	Medic. de Rug.
PA-01	0,0680	0,0607	0,0530	0,0686
PA-02	0,0421	0,0428	0,0430	0,0475
PA-03	0,0324	0,0444	0,0480	0,0508
PA-04	0,0315	0,0410	0,0380	0,0438
PA-05	0,0345	0,0435	0,0380	0,0462
PA-06	0,0276	0,0403	0,0480	0,0465
PA-07	0,0280	0,0377	0,0330	0,0418
PA-08	0,0237	0,0364	0,0330	0,0360
Promedio	0,0360	0,0433	0,0418	0,0476
Desv. Est.	0,0141	0,0075	0,0074	0,0095
Coef. Var.	0,3904	0,1740	0,1780	0,2004

5. Conclusiones

El coeficiente de rugosidad de Manning (n) estimado por el método de medición de velocidades es lineal en función del d_{10} .

El coeficiente de rugosidad de Manning estimado por el método de la fórmula de Manning y por el método de la medición de la rugosidad es potencial en función del d_{10} .

El coeficiente de rugosidad de Manning (n) estimado por el método de Cowan es logarítmico en función del d_{10} .

El modelo que presenta mayor coeficiente de correlación es el modelo potencial y el que presenta menor coeficiente de correlación es el modelo logarítmico.

El coeficiente de rugosidad de Manning adecuado para la zona de estudio es de 0,042.

6. Recomendaciones

Realizar estudios en épocas de lluvias y en más secciones del río Santa y en otros ríos del país. Extraer por cada punto de aforo cinco muestras del material de lecho de río.

Se recomienda sistematizar los cálculos de estimación del n de Manning para su mejor aplicación, así como implementar redes de monitoreo hidrometeorológicos e instalación de estaciones.

7. Referencias

- [1] M. Osío, F. Valencia, E. Guevara, y H. Cartaya di Lena, "Cálculo del coeficiente de rugosidad "n" de manning en los grandes ríos de Venezuela," *Revista Ingeniería UC*, vol. 7, no. 2, pp. 1–2, 2000.
- [2] C. Fernández, A. León, y Y. Rodríguez, "Revista INGENIERÍA HIDRÁULICA Y AMBIENTAL," *Influencia del método de estimación en el coeficiente*

- de Manning para cauces naturales*, vol. 39, no. 1, pp. 17–31, 2018.
- [3] N. Burgos, “Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning mediante mediciones de velocidad y profundidad, empleando un molinete hidrométrico, en el río Chonta, Cajamarca, 2016,” Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Cajamarca, 2017.
- [4] D. Pastora, “Evaluación de la fórmula de Manning en el río Ostua,” Tesis de Maestría, Universidad de San Carlos de Guatemala, 2010.
- [5] G. Colmenárez and J. Pardo, “Estudio de la relación de la rugosidad topográfica obtenida a partir de datos LIDAR y GPS con el coeficiente de rugosidad n de Manning,” *Revista C & G*, vol. 24, no. 1–2, pp. 143–159, 2010.
- [6] G. Guzmán y T. Vera, “Estudio del intercambio de agua superficial y agua subterránea en el río Cumbe,” Tesis de Maestría, Universidad de Cuenca, 2013.
- [7] V. Chow, *Hidráulica de Canales Abiertos*. MacGraw Hill Latinoamericana, 2004.
- [8] R. French, *Hidráulica de Canales Abiertos*. McGraw-Hill Latinoamericana, 1988.
- [9] A. Rocha, *Tuberías y Canalizaciones*. Perú: Universidad Nacional de Ingeniería, 2007.
- [10] C. García y J. Martín, “Caracterización granulométrica del lecho móvil de un río de gravas efímero: Aplicación a un tramo de la riera de Les Arenas,” *Revista Acta Geológica Hispánica*, vol. 36, no. 1–2, pp. 137–147, 2001.
- [11] L. Crozzoli y R. Batalla, “Aplicación de la fotografía al análisis granulométrico de ríos con lecho de gravas,” *Revista C & G*, vol. 17, no. 3–4, pp. 29–39, 2003.
- [12] M. Villón, *Hidrología Estadística*. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Ingeniería Agrícola, 2005.
- [13] C. Díaz, J. Segovia, M. Garduño, y S. Tejeda, “Medición de caudales mediante la implementación de un vehículo acuático teleoperado,” *Revista Internacional de Contaminación Ambiental*, vol. 28, no. 1, pp. 73–91, 2012.
- [14] M. Villón, *Hidrología*. Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2004.
- [15] Instituto Privado de Investigación sobre el cambio climático, *Manual de medición de caudales*. Instituto Privado de Investigación sobre el cambio climático, 2017.
- [16] G. Tapia, J. Molina, G. Pérez, y A. Torres, “Metodología para la medición de la velocidad de flujo en un río en el diagnóstico de la socavación en pilas de un puente, utilizando un dispositivo electrónico,” Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Reporte Técnico, 2012.
- [17] J. Gutiérrez, “Cálculo del coeficiente de rugosidad de manning utilizando gravilla, arena, piedra pegada y tierra como fondo mediante un canal a escala como modelo físico,” Tesis de Maestría, Universidad de la Salle, 2009.
- [18] R. Sánchez, “t-Student. Usos y abusos,” *Revista Mexicana de Cardiología*, vol. 26, no. 1, pp. 59–61, 2015.
- [19] R. López, J. Barragán, y A. Colomer, “Predicción de la resistencia al flujo en ríos de montaña,” *Revista Ingeniería hidráulica en México*, vol. 23, no. 3, pp. 65–76, 2008.