

Probabilidades vistas como precios en condiciones de (*) Riesgo e Incertidumbre

Gilberto J. Díaz I.

La gran mayoría de las situaciones a las que nos enfrentamos diariamente, desde las más sencillas, como la decisión de levantarnos por la mañana o seguir durmiendo; hasta las más complicadas, como la elección entre alternativas en donde se juegue la vida (un caso muy extremo); involucran cierto grado de riesgo o de incertidumbre. Decimos que una situación presenta *riesgo* cuando conocemos los posibles resultados de un determinado curso de acción y además conocemos la distribución de probabilidades asociada a cada resultado. Una situación presenta *incertidumbre* si es posible conocer los posibles resultados de tomar determinado curso de acción pero la distribución de probabilidades asociada a cada resultado es desconocida, sin embargo es posible asignar probabilidades de manera subjetiva. Teniendo claro estos conceptos y teniendo aún mucho más claras sus relaciones con las situaciones económicas de la “vida real”, no es de extrañar que la teoría económica se preocupe por intentar modelar la conducta del agente económico; llámese consumidor, productor o decisor público.

En la mayoría de los estudios de la conducta en condiciones de riesgo e incertidumbre la probabilidad ha jugado un papel preponderante. Por otra parte, el precio en la teoría económica tradicional es el parámetro que rige la conducta de los agentes. Como estudiante me surge la siguiente interrogante ¿Es posible entonces ver o tomar a la probabilidad como un precio y con base a él ordenar preferencias y tomar decisiones?

La intención principal de este ensayo es darle una respuesta a esta pregunta, el ensayo está dividido en dos secciones: en la primera se hace un recuento de los principales estudios que sobre la materia se han realizado, poniendo especial énfasis en el rol desempeñado por la probabilidad en dichos estudios. En la segunda sección nos ocuparemos de presentar la idea de tomar la probabilidad como un precio -en el sentido de su capacidad de transmitir información referente a la toma de decisiones y a la ordenación de preferencias- mediante comparaciones de ambos (probabilidades y precios) en dos propuestas un tanto diferentes: el enfoque marshalliano de la demanda y el enfoque hayekiano del proceso de mercado.

(*) Versión preliminar. Ensayo ganador del segundo lugar en el concurso nacional de ensayos, en el marco del IV Congreso Nacional de Estudiantes de Economía, Valencia, 1996.

I. Estado del arte de los estudios sobre riesgo e incertidumbre.

Nicolás y Daniel Bernoulli

Durante el siglo 17, matemáticos de la talla de Blaise Pascal y Pierre de Fermat asumieron que lo que hacía atractivo a los juegos que involucraban pagos (ganancias o pérdidas) con sus respectivas probabilidades, era su esperanza matemática ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ La Esperanza Matemática es igual al promedio ponderado de los pagos asociados a todos los posibles resultados, donde los pesos son las probabilidades de cada resultado (ganancia o pérdida). También recibe el nombre de “Valor Esperado”, expresado en términos matemáticos:
 $E(I) = X \cdot p + Y \cdot (1-p)$ donde I: ingreso; X: ganancia; Y: pérdida. En el presente ensayo los términos “Valor Esperado” y “Valor Actuarial” serán utilizados indistintamente.

El hecho de que las personas, a la hora de comparar distintas alternativas que impliquen un riesgo, no siempre se guían por la “esperanza matemática” sino por la “esperanza moral” ⁽²⁾ del triunfo fue ilustrado por primera vez por Nicolás Bernoulli en 1728, lo que ahora se conoce como la “Paradoja de San Petersburgo”. Dicha paradoja preguntaba cuánto sería el monto que estaría dispuesto a pagar una persona para que la siguiente apuesta fuera justa: se lanza una moneda al aire hasta que salga “cara”. Si aparece en el primer lanzamiento se le pagará al jugador \$1; si aparece en el segundo \$2; si aparece en el tercero \$3 ; si aparece en el enésimo, $\$2^{n-1}$.

Para que la apuesta (juego) fuese justa, el valor de la misma debe ser igual al valor esperado de la ganancia, pero el problema (o la paradoja) radica en que el valor esperado de la ganancia es infinito: el valor esperado si el juego consiste en una tirada es $p \cdot (\frac{1}{2}) = \$0,50$; si el juego consiste en dos tiradas es $(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) \cdot \$2 = \$0,50$; en el lanzamiento n es $(\frac{1}{2})^n \cdot \$2^n = \$0,50$. Las ganancias esperadas del juego son \$0,50 por cada uno de los infinitos lanzamientos posibles. Es obvio que nadie apostaría una cantidad de dinero infinita si quisiera jugar un juego justo de tal manera que se presenta una contradicción si asumimos que las personas maximizan su ingreso esperado.

La solución dada a esta paradoja se debe al primo de Nicolás, Daniel Bernoulli quien 25 años más tarde planteó la hipótesis según la cual un incremento proporcional de la ganancia rendía una utilidad que era inversamente proporcional a la riqueza del individuo ⁽³⁾

⁽²⁾La Esperanza Moral no es otra cosa que el valor esperado de la utilidad del conjunto de resultados posibles. La esperanza moral también recibe el nombre de “Utilidad Esperada”, término atribuido a John Von Neumann y Oskar Morgenstern, expresado en fórmula:

$E[U(I)] = U(X) \cdot p + U(Y) \cdot (1-p)$, donde:

U(I) = Es una función de la variable aleatoria I. U(X),

U(Y) = Valores de la función U(I) en cada resultado de I (X e Y).

⁽³⁾ Matemáticamente: $d(U) = (k/x)dx$, donde d(U) es el incremento de la utilidad resultante de un incremento de la riqueza expresado en el diferencial dx y k es una constante. Integrando la expresión diferencial obtenemos que la utilidad total es una función logarítmica de la riqueza:

$U = k(\log x - \log c) = k \cdot \log(x/c)$ donde c es la cantidad de riqueza necesaria para la existencia.

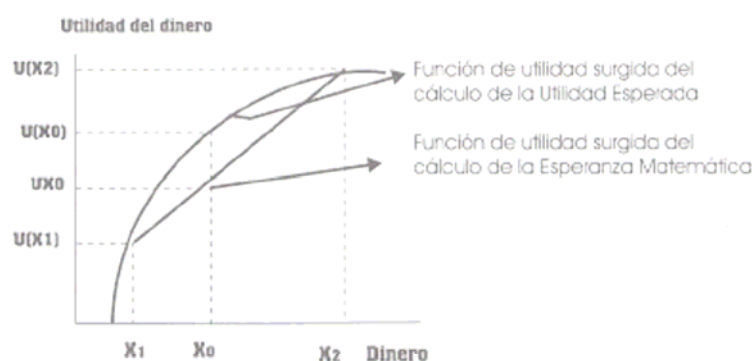


Gráfico 1

Esto equivale a decir que la utilidad marginal del dinero es decreciente. La forma de la función de utilidad del gráfico 1 expresa la *aversión al riesgo* de los individuos, es

decir, dada una utilidad marginal decreciente del ingreso, los individuos insistirán en una ganancia mayor para compensar el riesgo de una pérdida dada. Por ejemplo, supongamos que un individuo se le presenta una apuesta en que, si gana quede con X_2 de dinero, y si pierde quede con X_1 . Si no apuesta puede quedarse con X_0 (valor esperado de la ganancia). En el gráfico podemos ver que la utilidad que le reporta mantener X_0 con certidumbre es mayor que la utilidad esperada de apostar y ganar X_0 . A partir de esto podemos deducir que la utilidad de la suma de dinero ganada es menor que la suma de dinero que ha de perderse si se acepta la apuesta.

Los trabajos de Bernoulli introducen la maximización de la utilidad esperada como explicación de la elección en condiciones de riesgo, sin embargo, fueron rechazados porque la hipótesis del decrecimiento de la utilidad marginal parecía no poder explicar de forma satisfactoria la existencia de los juegos de azar ⁽⁴⁾. El decrecimiento de la utilidad marginal unido con el principio de maximización de la utilidad esperada implican que habría que dar dinero a la gente para inducirle a aceptar un riesgo. Esto está en completa contradicción con la realidad. Gran cantidad de personas juega loterías a pesar de que éstas son juegos evidentemente injustos; este tipo de comportamiento debe explicarse por el “amor al juego”. Este tipo de razonamiento persistió hasta que en 1944, John Von Neumann y Oskar Morgenstern rescataron la idea de la maximización de la utilidad esperada como explicación de la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

Von Neumann-Morgenstern

Luego de los estudios de Bernoulli en el siglo XVIII, y el consecuente rechazo de los mismos, la teoría económica formal de la elección entre opciones que involucren un riesgo se debe a John Von Neumann, matemático del Institute of Advanced Studies, y Oskar Morgenstern, economista de la Universidad de Princeton. En su libro ⁽⁵⁾ estos autores nos dicen que “en las condiciones en las que se basa el estudio mediante curvas de indiferencia sólo se requiere un pequeño esfuerzo para llegar a una utilidad numérica, cuyo valor esperado se hace máximo al elegir entre alternativas que suponen un riesgo.” ⁽⁶⁾

La idea central del modelo Von Neumann-Morgenstern es (siguiendo a Bernoulli) que los individuos no eligen la opción que tiene el máximo valor esperado (esperanza matemática) sino la máxima utilidad esperada (la “esperanza moral” de Bernoulli). Para confirmar este supuesto, construyeron un índice de utilidad cardinal de forma tal que predijese cuál de entre dos billetes de lotería o alternativas con riesgo preferirá una persona y que además pueda dar a conocer la función de utilidad u ordenación de preferencias del contrincante (en teoría de los juegos). Hay que hacer notar que la cardinalidad de este índice, es distinta a la cardinalidad ortodoxa neoclásica. El índice Von Neumann-Morgenstern es cardinal en el sentido de que satisface la función lineal $U = a(u) + b$, donde a y b son constantes. Así, la única diferencia entre dos índices relacionados de esta forma será el punto de origen y la unidades de escala, las cuales se pueden escoger arbitrariamente. Al introducir esta idea, Von Neumann y Morgenstern hicieron una comparación con las medidas de temperaturas.

⁽⁴⁾ “En la literatura clásica sobre el tema se ha supuesto que el individuo en cuestión siempre tratará de hacer máxima la esperanza matemática de sus ganancias o utilidad... Esto puede parecer verosímil, pero no es de ninguna forma un supuesto que haya de cumplirse en todos los casos. Se ha indicado que el sujeto también puede estar interesado e influido por la desviación típica de las distintas utilidades que pueda obtener. Por la forma de actuar de la gente en la lotería y apuestas de fútbol, parece evidente que la influencia del apuntamiento de la distribución normal no es de despreciar.” (Gerhard Tintner: “A contribution to the non-static theory of choice”, en *The Quarterly Journal of Economics*, vol. LVI, febrero 1942, p. 278).

⁽⁵⁾ John Von Neumann y Oskar Morgenstern. *“Theory of Games and Economic Behavior”*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1944.

⁽⁶⁾ ídem. p. 17.

La escala centígrada asigna 0 °C al punto de congelación del agua, y 100 °C al punto de ebullición. Una vez escogidos estos valores, el valor centígrado para todas las demás temperaturas queda determinado. La escala Fahrenheit asigna 32 °F al punto de congelación del agua y 212 °F al punto de ebullición; igualmente, cuando son escogidos estos valores, el valor Fahrenheit para todas las demás temperaturas queda determinado. Nótese que la temperatura Fahrenheit / es una función lineal de la temperatura centígrada c . Así tenemos que

$$F = (9/5).c + 32.$$

Se puede construir una escala de utilidad de Von Neumann-Morgenstern de una forma similar. Se elige un resultado W_0 tal que corresponda al origen de la nueva escala de utilidad, luego se elige otro resultado W_1 para definir la unidad de la nueva escala. Ahora se busca una función de utilidad para la cual $U(W_0) = 0$ y $U(W_1) = 1$. Utilizando la ecuación lineal para ambos resultados es posible obtener las utilidades asociadas a cada resultado que se encuentre entre los valores W_0 y W_1 .

$$\begin{aligned} 0 &= a.u(W_0) + b \\ 1 &= a.u(W_1) + b \end{aligned}$$

Como se ha visto, la cardinalidad del índice de Von Neumann y Morgenstern no tiene nada que ver con la cardinalidad neoclásica. No es finalidad del índice N-M fijar medida alguna de intensidad de placer sino más bien se utilizó para fines de cálculo; no se ha dicho ni una palabra de que los incrementos sucesivos de algún bien produzcan un placer marginal (creciente o decreciente).

Ahora bien, véase la forma general de este índice: si una lotería brinda dos premios, X con probabilidades “ p ”, y Y con probabilidades “ $(1-p)$ ”, y si sus utilidades respectivas son $U(X)$ y $U(Y)$, entonces la utilidad de un billete de lotería L vendrá dada por: $U(L) = U(X).p + U(Y).(1-p)$

Siguiendo esta ecuación, se evalúa el billete de lotería de acuerdo con el valor esperado de sus utilidades, no con el valor actuarial (esperado) de los premios en sí.

Veamos esto por medio de un sencillo ejemplo. Supongamos un billete de lotería cuyos premios X e Y son cantidades de dinero \$400 y \$40 respectivamente (en el juego no hay pérdidas), y sus utilidades son: $U(X) = 50$ y $U(Y) = 2$ con una probabilidad “ p ” de $1/2$ (posibilidades 50-50)⁽⁷⁾. La evaluación actuarial normal de este billete de lotería es:

$$\begin{aligned} (1/2) 400 + (1/2) 40 &= 220 \text{ dólares} \\ (1/2) 50 + (1/2) 2 &= 27 \text{ útiles} \end{aligned}$$

⁽⁷⁾ En la mayoría de los ejemplos de este tipo se supone que hay una probabilidad de 1/2 de que el resultado sea bueno y una probabilidad de 1/2 de que el resultado sea malo. La suposición se debe al principio de probabilidad de Laplace. Sin embargo, generalmente, la probabilidad de ganar en un juego puede ser cualquier número situado entre 0 y 1.

Este procedimiento tiene la ventaja de “explicar” el caso en que un individuo no esté interesado en el valor en dinero del premio, sino en cuánto signifique para él dicho premio. Así, en nuestro ejemplo, el premio de \$400 es 10 veces mayor que el premio de \$40; pero si necesita muchísimo los \$40, la utilidad de los \$400 puede no ser 10 veces mas grande. La característica más atractiva del índice de utilidad Neumann-Morgenstern radica en que toma en cuenta este tipo de cosas, lo que permite obtener

resultados que son más plausibles. El “cuánto signifique para él dicho premio”, dependerá de la utilidad marginal decreciente; de esta manera nos introducimos de nuevo en la forma de la función de utilidad del individuo, la cual tiene la característica de ser “no lineal” respecto a la riqueza (o ganancias) del individuo. Desde el punto de vista empírico, se supone que la utilidad es una función cóncava de la riqueza, lo cual implica la *aversión al riesgo* de las personas. Este tipo de conducta respecto al riesgo tiene una explicación intuitiva ⁽⁸⁾: cuanto mayor sea la riqueza del consumidor, menor será el aumento de la utilidad como consecuencia de un aumento unitario de la riqueza. Esto equivale a decir que un aumento dado de la riqueza o ganancia del individuo le reportará a este un aumento de la Utilidad menor que la disminución que experimentaría la misma como consecuencia de una pérdida comparable de la riqueza. Así, \$ 10 adicionales significarán más para alguien que tenga una riqueza total de \$ 1.000 que para alguien cuya riqueza total sea de 2 millones de dólares. En el gráfico 1 está representada este tipo de conducta renuente al riesgo mediante una función de utilidad cóncava respecto al origen.

El hecho de que los individuos tengan o no aversión al riesgo es, como se dijo antes, una cuestión empírica. Algunas personas no tienen aversión al riesgo cuando, por ejemplo, practican deportes riesgosos como el alpinismo o cuando apuestan en algún juego de azar que tenga un valor esperado negativo como las loterías. Muchas personas piensan que los criminales son *amantes del riesgo*, especialmente cuando cometen sus actos y existen altas posibilidades de captura y castigo.

Consideremos el caso de una persona que tiene un nivel de riqueza de I_0 y se encuentra ante un juego en el cual, de resultar ganador obtendría I_1 con una probabilidad de $1/2$ y I_2 , de resultar perdedor con una probabilidad de $1/2$. Si esta persona busca o es amante del riesgo, su función de utilidad será convexa con respecto a la riqueza total.

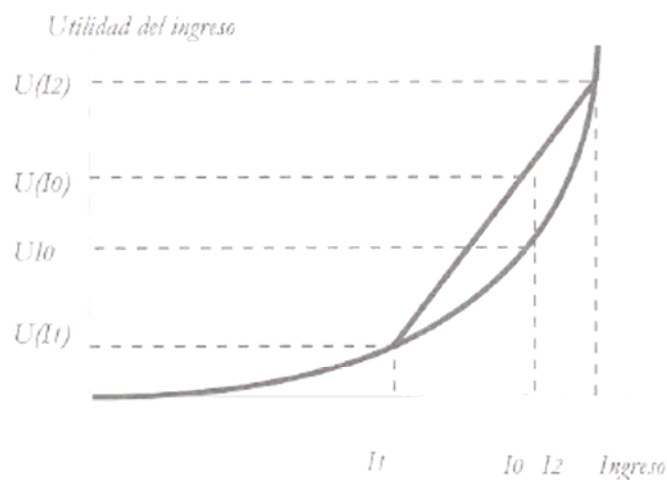
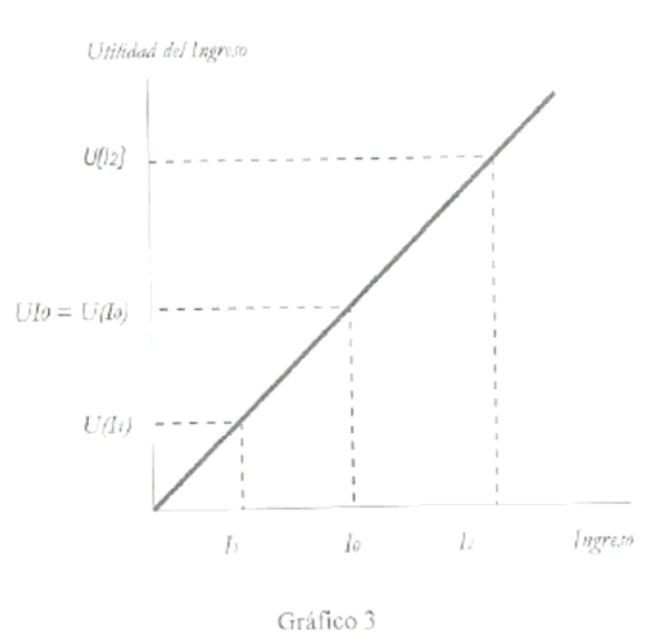


Gráfico 2

⁽⁸⁾ Para una explicación analítica, véase la nota 3 en este mismo trabajo.

Para una persona amante del riesgo, en el gráfico 2, la utilidad esperada de aceptar un juego justo, $U(I_0)$, será mayor que la utilidad que le reporta rechazarlo, $U(I_0)$. Es decir, a partir de su ingreso actual I_0 , pagaría $I_1 - I_0$ por un billete de lotería con la esperanza de ganar $I_1 - I_2$ pero no pagaría una póliza de seguro de $I_0 - I_2$ para protegerse contra la posibilidad de que el ingreso bajara de I_2 a I_1 .

Por último, tenemos al tipo de persona que es indiferente entre aceptar un juego justo y rechazarlo, se dice que este tipo de persona es *neutral ante el riesgo* y su función de utilidad es lineal. (Gráfico 3).



Por supuesto, para que el individuo pueda escoger entre distintas alternativas con riesgo y describir los tipos de preferencias hacia el riesgo anteriormente descritas, es necesario el cumplimiento de ciertos axiomas de comportamiento, sobre los cuales descansa la validez de las predicciones del modelo Neumann-Morgenstern.

SUPUESTO 1. *Transitividad*: Si un individuo se muestra indiferente entre dos premios A y B, y al mismo tiempo es indiferente entre B y C, entonces será indiferente entre A y C. Esquemáticamente: si $A \sim B \sim C$ entonces $A \sim C$.

SUPUESTO 2. *Continuidad de las preferencias*: Si para cualquiera de tres resultados, A, B y C, A es preferido a B y B es preferido a C, entonces existe un valor P_b que mide la probabilidad de obtener los resultados A y C de manera tal que el individuo se muestre indiferente entre obtener el resultado B o los resultados A y C.

SUPUESTO 3. *Independencia*: Si una lotería difiere de otra sólo en un premio, la preferencia entre las loterías debe ser la misma que entre los premios.⁽⁹⁾

SUPUESTO 4. *Deseo de grandes probabilidades de éxito*: Dados dos billetes de loterías del mismo precio, el individuo escogerá aquel que le brinde mayores probabilidades de ganar.

⁽⁹⁾ Supóngase que p y q son dos distribuciones de probabilidad tal que p se prefiere a q . Supóngase además que r es alguna otra distribución de probabilidad y que a es un valor de intervalo $(0,1)$ de tal modo que $ap+(1-a)r > a^{>}+(1-a)r$: Puesto que $(1-a)r$ es la parte común que el individuo obtendrá si escoge una u otra lotería, se supone que su elección dependerá de las diferencias existentes entre p y q . Por ejemplo, supóngase que hay dos loterías, en la primera hay unas probabilidades de 50% de ganar \$2000 y 50% de ganar \$20; en la segunda hay unas probabilidades de 50% de ganar \$200 y 50% de ganar \$20. Si el individuo prefiere los \$2000 a los \$200, debe escoger la primera lotería. Esto implica que las decisiones deben ser independientes de las opciones irrelevantes; en este caso, la atención no se centra sobre los \$20 que es la opción irrelevante sino sobre las otras opciones.

SUPUESTO 5. *Probabilidades compuestas*: Si a la persona se le ofrece un billete de lotería cuyos premios son, a su vez, otros billetes de loterías, evaluará el billete ofrecido en función de las probabilidades de ganar de los premios finales.⁽¹⁰⁾

Han surgido serias dudas en cuanto a la pausibilidad de estos supuestos, especialmente de los supuestos 1,3 y 5. La más evidente es la relacionada con el supuesto 5 de Probabilidades Compuestas, el cual implica que el individuo debe ser capaz de realizar complicados cálculos para obtener el resultado deseado de maximizar su utilidad esperada. Está claro que la mayoría de las personas no realizan dichos cálculos y es hasta dudoso que sean capaces de realizarlos.⁽¹¹⁾

En cuanto a los supuestos 1 y 3, se han hecho experimentos en los cuales dichos supuestos han sido violados. Las violaciones más conocidas a estos supuestos se resumen en dos “paradojas”. Una de ellas es la presentada por el economista Maurice Allais y la otra, es presentada por el teórico de la decisión Daniel Ellsberg quien ataca los supuestos del modelo de maximización de la utilidad esperada mediante el uso de probabilidades subjetivas.⁽¹²⁾

Maurice Allais y su “paradoja”

Aunque fue galardonado con el Premio Nobel por sus “aportes a la Teoría de los Mercados y a la Utilización eficiente de los recursos”, Maurice Allais probablemente es mejor conocido por la llamada “paradoja de Allais”.

Allais elaboró la paradoja para refutar un axioma de la teoría de la toma de decisiones sostenida por Von Neumann y Morgenstern; dicho axioma (el de independencia) establece que una elección racional entre dos alternativas que impliquen riesgo deberá depender sólo de la forma en que esas alternativas difieren y no de cualquier otro factor idéntico para ambas alternativas.

La paradoja ilustra como los individuos evalúan tanto los riesgos como los beneficios en la toma de decisiones.

El experimento de Allais consistía en lo siguiente: Considérense los siguientes dos escenarios. En el primero, un individuo tiene que escoger entre dos alternativas X o Y. Si escoge X recibirá 1 millón de dólares. Si escoge Y recibirá 2,5 millones con unas posibilidades del 10% y en el resto de los casos recibe siempre 1 millón de dólares. La mayoría de la gente escogería X porque es algo seguro, aunque “racionalmente” la mejor elección sería Y porque maximiza sus pagos promedio. Por ejemplo, si se realiza el experimento 100 veces, una persona que escoja siempre X recibirá 100 millones de dólares, mientras que si elige Y recibirá en total 115 millones de dólares⁽¹³⁾. Sin embargo la preferencia por X es comprensible y predecible.

⁽¹⁰⁾ Para una demostración formal de este supuesto véase William J. Baumol. “Teoría Económica y Análisis de Operaciones”. Herrero Hermanos Sucesores. 1971. Cap. 17 (apéndice).

⁽¹¹⁾ Este punto será tratado más adelante al referirnos al modelo conductual de Herbert Simon.

⁽¹²⁾ Este aspecto será posteriormente presentado al referirnos a Leonard J. Savage.

⁽¹³⁾ Calculando el valor esperado de las ganancias y multiplicándolo por cien obtenemos:

$$E(X) = 1.(1.000.000)P = \$ 1.000.000 \times 100 = \$ 100.000.000$$

$$E(Y) = 0.1(2.500.000) + 0.9(1.000.000)P = \$ 1.115.000 \times 100 = \$ 111.500.000$$

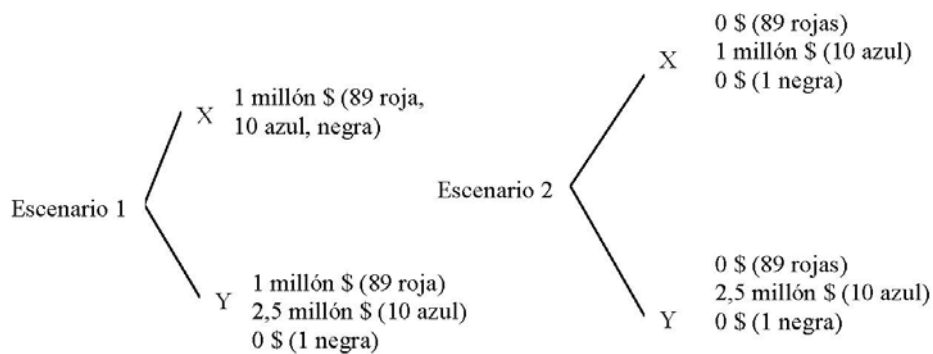
En el segundo escenario también hay que escoger entre dos alternativas X e Y. La alternativa X implica que la persona tiene una probabilidad de 11 % de obtener un millón de dólares y 89% de no ganar nada. Mientras que en la alternativa Y hay un 10% de posibilidades de ganar 2,5 millones y un 90% de no ganar nada. En esta situación, la mayoría de la gente debería escoger Y porque existe una pequeña diferencia entre las probabilidades (10-11 %) y una gran diferencia entre los premios (1-2,5 millones). La elección “racional” es también Y. Dadas 100 de dichas decisiones, los pagos serían de

11 y 25 millones respectivamente para X e Y.⁽¹⁴⁾

El axioma de independencia de Morgenstern y Von Neumann predice que si X se elige sobre Y en el primer escenario, también debería ser así para el segundo. Para entender completamente porqué debe ser así, supóngase que los pagos en cada escenario son resultado de un sorteo aleatorio de una bola de un grupo de 100 donde 89 son rojas, 10 azules y 1 negra. En el primer escenario el individuo recibirá 1 millón si elige X sin importar que bola sea sorteada. Si escoge Y recibirá 1 millón de dólares si la bola sorteada es roja, 2,5 millones si la bola es azul y nada si es negra.

Los resultados en el segundo escenario son un tanto diferentes. Si escoge X y la bola roja es sorteada, la persona no recibirá nada, 1 millón si la bola es azul y nada si es negra. Si elige Y obtendría lo siguiente: roja, nada; azul, 2,5 millones; negra, nada.

El siguiente esquema muestra los resultados para cada escenario.



Cada escenario presenta las mismas alternativas con la siguiente excepción: en el primer caso el individuo recibirá 1 millón de dólares siempre que salga sorteada una bola roja, sin importar su escogencia entre X o Y. Mientras que en el otro caso la persona no recibirá nada si la bola roja es escogida, sin importar la elección que haga entre X e Y. Los resultados en ambas situaciones son idénticos si escoge una bola roja, sin que importe su escogencia entre X o Y. Siguiendo este razonamiento, el axioma de independencia implica que la escogencia entre X e Y depende sólo si se escoge una bola azul o negra y no de si se escoge una bola roja.

⁽¹⁴⁾ Igualmente si calculamos el valor esperado para este escenario y lo multiplicamos por cien obtendremos:

$$E(X) = 0,11(1.000.000) + 0,89(0) \text{ P\$}110.000 \times 100 = \$11.000.000$$

$$E(Y) = 0,1(2.500.000) + 0,9(0) \text{ P\$}250.000 \times 100 = \$25.000.000$$

La paradoja de Aliáis contradice esta conclusión de Von Neumann y Morgenstern. En el primer escenario se debería escoger Y sobre X, sin embargo la escogencia favoreció a X; en tanto que en el segundo la escogencia debería ser Y sobre X de nuevo. Los resultados de dicho experimento implican que las personas toman en cuenta mucho más que la forma en que difieren las alternativas, también toman en cuenta los pagos provenientes del sorteo de las bolas rojas. El axioma de independencia no se cumple, por lo tanto es una paradoja.

Las implicaciones de esta paradoja a la teoría de la decisión son las siguientes: los individuos toman en cuenta la información, son inconsistentes, no son transitivos, y además interpretan de manera distinta la probabilidad dependiendo del entorno en que se sitúe la misma.

Leonard Savage y la probabilidad subjetiva ⁽¹⁵⁾

En los casos presentados anteriormente, las probabilidades se consideraban como dadas y provenientes de un gran número de datos de eventos anteriores, por lo tanto son probabilidades objetivas. Sin embargo, a veces es recomendable utilizar la teoría de la utilidad esperada en situaciones donde no disponemos de probabilidades objetivas. Veamos esto por medio de un ejemplo: ⁽¹⁶⁾ Supongamos que una persona está en una avenida, bien entrada la noche, esperando un taxi y no sabe si dicho taxi pasará o no. ¿Cuánto tiempo debería esperar la persona para llegar a la conclusión de que el taxi no pasará? Podemos simplificar la situación distinguiendo entre los siguientes dos sucesos: En el primer suceso **A**, el taxi aparece y obtiene como premio **G**; en el segundo suceso **B**, el taxi no aparece y por lo tanto estará esperando en vano, por lo que obtiene como premio **P**. También dispone de la siguiente opción: abandonar e irse caminando a casa; así obtendría como premio **E**. ¿Preferirá el premio **E** o la lotería en que si ocurre **A** consigue **G** y si ocurre **B** consigue **P**?

Savage plantea que la persona, cuando tome la decisión, actuará *como si* maximizara una función de utilidad Von Neumann-Morgerstern, de manera que escogerá entre el mayor de los valores $u(E)$ y $u(G) \cdot \text{prob}(A) + u(P) \cdot \text{prob}(B)$; si la persona es racional.

La teoría de Savage permite caracterizar a quien toma la decisión en términos de sus gustos y creencias, las cuales quedan resumidas en las probabilidades que asigna a cada resultado posible.

En nuestro ejemplo, los números $\text{prob}(A)$ y $\text{prob}(B)$, se llaman probabilidades *subjetivas* porque no están fundamentadas en datos objetivos sobre el mundo, sino simplemente en creencias; además, toman en cuenta el cúmulo de información que se posea del hecho estudiado en el análisis. La forma como se valora la información es lo que le imprime el carácter de subjetividad a la probabilidad.

Savage señaló que sus postulados de racionalidad sólo se cumplen bajo ciertas condiciones y planteó la hipótesis del “pequeño mundo” según la cual una persona racional será consistente solamente si ha tenido la oportunidad de considerar cuáles serían sus actitudes bajo *todas* las situaciones a las que se pueda enfrentar. De igual modo, cuando un individuo no se comporte como si sus creencias estuviesen resumidas por probabilidades subjetivas, entonces será necesariamente inconsistente en la forma de tomar decisiones.

⁽¹⁵⁾ Hay que destacar dos antecesores de Savage en cuanto al enfoque de las probabilidades subjetivas y sus respectivos ensayos: Frank P. Ramsey. "Truth and Probability" y Bruno de Finetti. "Foresight: Its logical laws, its subjective sources". Ambos en "Studies in Subjective Probability". Henry E. Kyburg y Howard E. Smokier (Eds.). Robert E. Krieger Publishing Company, 1980.

⁽¹⁶⁾ El ejemplo está basado en el ofrecido por Ken Binmore al respecto en "Teoría de Juegos". 1994, cap. 3. pp. 116-117.

El siguiente ejemplo muestra que no necesariamente las personas se rigen según los postulados de la teoría de la utilidad esperada, aún en el “pequeño mundo” de Savage. El ejemplo se plantea en el contexto de unas elecciones presidenciales. Si cada voto cuenta en una elección, entonces todos los ciudadanos que deseen maximizar su utilidad esperada deberían ir a las urnas a votar. Si admitimos que la población votante no puede calcular probabilidades, Savage diría que los votantes necesariamente se comportan *como si* hubiesen formado sus probabilidades subjetivas respecto al candidato que sirva mejor a sus intereses personales. Pero en el mundo real, la abstención en las elecciones presidenciales es muy alta. Muchos votantes revelan su

preferencia por no votar. No votar es “irracional” en el “pequeño mundo” de la teoría de la utilidad esperada de Savage donde se asume que los votantes son capaces de evaluar todas las futuras consecuencias de su voto. Sin embargo, no votar es una conducta comprensible cuando muchos votantes simplemente no saben cuál candidato es el que mejor representa sus intereses.

Savage reconoció que su teoría no es capaz de explicar conductas como la abstención electoral cuando admite que “una persona podría no tener conocimiento de las consecuencias de los actos que realiza en cada situación o estado de mundo. El podría ser... ignorante”. Esta ignorancia no es más que una manifestación de un “análisis incompleto de todos los posibles estados de mundo”⁽¹⁷⁾. De cualquier forma, la teoría de Savage puede utilizarse como una primera aproximación en el estudio de la conducta de los individuos racionales en la toma de decisiones en un ambiente de incertidumbre.

La “paradoja” de Elsborg

Dicha paradoja se genera por los resultados obtenidos luego de la aplicación del siguiente experimento.

Se tienen dos cajas, cada una con 100 bolas de tres colores distintos (blanco, amarillo y verde). La primera caja contiene 40 bolas blancas, 30 amarillas y 30 verdes. La segunda caja contiene 40 bolas blancas y 60 son una mezcla de amarillas y verdes. Seleccionamos aleatoriamente una bola de cada caja. Ahora considérense las siguientes tres alternativas:

Alternativa A: Se gana un millón de dólares si la bola seleccionada en la primera caja es blanca o amarilla.

Alternativa B: Se gana un millón de dólares si la bola seleccionada en la segunda caja es blanca o amarilla.

Alternativa C: Se gana un millón de dólares si la bola seleccionada en la segunda caja es blanca o verde.

¿Cuál alternativa escogería?

La mayoría de la gente prefirió la alternativa A. Si escogemos dicha alternativa, estamos estimando la probabilidad de ganar el millón de dólares en 0,70. Pero si escogemos las alternativas *B* o *C*, nuestra probabilidad de obtener el millón de dólares podría ser al menos de 0,40. Es más, mucha gente no se mostró indiferente en la elección entre *A* y *B* o entre *A* y *C* (pero se mostraron indiferentes entre *B* y *C*). Esto viola el axioma de transitividad porque si preferimos *A* a *B*, el axioma implica que la probabilidad 0,7 para la ganancia del millón de dólares en la primera caja, es más grande que la probabilidad $(0,4+p)$ de la segunda caja, donde “*p*” es la probabilidad de escoger una bola amarilla. Esto implica a su vez que “*p*” es menor que 0,30; pero si esto es así, entonces se debería preferir la alternativa *C* a la *A* ya que la probabilidad de recibir el millón de dólares será mayor que 0,7 en esta alternativa.

⁽¹⁷⁾ Leonard Savage. "The Foundations of Statistics". Citado en Paúl Davidson. *Is probability theory relevant for uncertainty ? A post keynesian perspective*. Journal of Economic Perspectives. Volumen 5, número 1, pp. 129-143.

La explicación a esta conducta es como sigue: en situaciones de ambigüedad como éstas, no es posible calcular probabilidades por lo que los individuos se guiarán en sus elecciones por las alternativas que presenten la mayor cantidad de información

(probabilidad) posible, en este caso la alternativa A (las alternativas B y C presentan la probabilidad de que una bola blanca perteneciente a la segunda caja sea escogida, sin embargo existe incertidumbre en cuanto a las probabilidades de elección de una bola amarilla o verde).

De cualquier modo, al igual que en la paradoja de Allais, un axioma del modelo de utilidad esperada no es cubierto, por lo tanto es una paradoja.

La doctrina Harsanyi o el supuesto del conocimiento a priori común

Antes de proseguir, es necesario hacer una observación de carácter filosófico sobre la utilidad esperada y la probabilidad subjetiva. No se ha dicho nada en cuanto a si en la estimación de probabilidades subjetivas entran aspectos tales como los gustos y las preferencias.

Si se nos plantea esta cuestión como una pregunta, la respuesta sería afirmativa. Por ejemplo, si un individuo satisface los axiomas del modelo de la utilidad esperada y ordena sus preferencias, digamos $A > B > C$; y otro individuo ordena sus preferencias de manera distinta, como por ejemplo $B > A > C$, diríamos que la diferencia entre ambas ordenaciones es debida a estimaciones de probabilidades subjetivas distintas entre ambos individuos.

En economía, a los individuos se les permite que tengan preferencias individuales. De igual forma, se podría permitir la existencia de probabilidades subjetivas como un elemento indicador de las preferencias personales, las cuales variarán entre los individuos. Sin embargo, si nos apoyamos en la doctrina Harsanyi o el supuesto del conocimiento a priori común, las preferencias y gustos de los individuos serían considerados como constantes y como datos exógenos en el estudio. Dicho supuesto nos dice que si dos individuos tienen acceso a la misma información, sus estimaciones de probabilidad subjetiva deben ser las mismas; de modo tal que cualquier diferencia en la estimación de probabilidades subjetivas tiene que ser resultado de diferencias en la información y no de cambios en los gustos o en las preferencias.⁽¹⁸⁾

⁽¹⁸⁾ Este supuesto tiene implicaciones muy importantes para el intercambio entre los agentes económicos (Véase David M. Kreps. "Curso de Teoría Microeconómica", 1995, pp. 334-335, 423,449), sin embargo estas implicaciones no forman parte del interés directo de este ensayo y por lo tanto no serán tratadas en el mismo.

Herbert A. Simon. La alternativa conductual.

Hasta ahora hemos hecho un recorrido por los estudios más importantes sobre riesgo e incertidumbre, los cuales se resumen en un modelo donde suponen a un individuo cuya única meta es la maximización de algo: la utilidad esperada. Básicamente, este modelo depende de cuatro supuestos fundamentales:

Primero, cada individuo tiene una función de utilidad bien definida, donde sus preferencias están correctamente ordenadas. Segundo, cada decisor es conocedor de *todas* las alternativas que se le presenten en determinada situación y es libre de escoger cualquiera de ellas. Tercero, cada individuo actúa como si siguiese una función de probabilidades (objetivas o subjetivas) dentro de un ambiente de conocimiento completo⁽¹⁹⁾, y Cuarto, cada decisor se comporta bajo el deseo universal de maximizar la utilidad esperada.

Frente a un modelo de conducta en incertidumbre que presenta semejantes supuestos, surge la alternativa conductual, encabezada por Herbert Simon quien se

encarga de rechazar los cuatro supuestos básicos del modelo de la utilidad esperada aduciendo:

Primero, los decisores no tienen una función de utilidad que maximizar, más bien buscan el logro de ciertos objetivos. Segundo, los individuos enfrentan problemas a la hora de estudiar todas las posibles alternativas debido a que su conocimiento está limitado por sus propias experiencias, educación e inteligencia. Tercero, los decisores actúan en un ambiente de verdadera incertidumbre ⁽²⁰⁾ y Cuarto, los individuos casi siempre están buscando soluciones “satisfactorias” a los problemas y no soluciones “óptimas”.

Como puede verse la alternativa conductual niega la maximización como único algoritmo relevante en la toma de decisiones y a cambio propone la “satisfacción”, algoritmo menos ambicioso que el maximizador porque toma en cuenta las limitaciones a las que está sujeto el individuo.

Propone entonces la *racionalidad Limitada* con la que intenta describir el comportamiento de los individuos tomando en cuenta la limitada capacidad de procesamiento de información y la limitada habilidad de cálculo que poseen los individuos.

A partir de esta consideración. Simon distingue dos tipos de racionalidad: la racionalidad “sustantiva” que es aquella donde el comportamiento es apropiado para alcanzar metas dentro de los límites impuestos por las condiciones y las restricciones, este tipo de racionalidad está directamente relacionado, en este caso, al modelo de la utilidad esperada ⁽²¹⁾ cuyo fin es la maximización de dicha utilidad. El otro tipo de racionalidad que distingue Simón es la “procesal”, la cual surge como resultado de una deliberación o de un proceso conductual.

⁽¹⁹⁾ En el modelo de la utilidad esperada, el individuo debe estar en capacidad de asignar probabilidades a cada uno de los resultados posibles que son consecuencia de su elección. Estas probabilidades deben ser correctas, de otro modo no puede maximizar. Existe pues una completa certidumbre sobre la función de probabilidades a la que están sujetas los acontecimientos.

⁽²⁰⁾ “Un ambiente de verdadera incertidumbre es aquel donde el individuo es incapaz de ordenar una lista de las posibles situaciones futuras, o no puede asignar probabilidades a todas las consecuencias de su elección.” (T.A.) (Véase Paúl Davidson. op. cit. pp. 134).

⁽²¹⁾ Ya que estamos tratando situaciones que implican riesgo e incertidumbre, mencionamos este modelo, sin embargo, el término “racionalidad sustantiva” hace alusión también al modelo neoclásico de conducta en condiciones de certidumbre.

La racionalidad procesal suele estudiarse en “situaciones problemáticas, aquellas en las que el individuo debe obtener diversas clases de información y procesarlas de diversas formas a fin de llegar a un curso de acción razonable, una solución para el problema.” ⁽²²⁾

Al hacer esta distinción. Simon distingue también las soluciones “óptimas” planteadas por la racionalidad sustantiva, de las soluciones “buenas” o “satisfactorias” planteadas por la racionalidad procesal.

Para Simon, la racionalidad que implica una conducta maximizadora (léase sustantiva) no es posible porque la solución óptima a un problema no se encuentra entre las soluciones que el individuo evalúa, y si se encontrara el decisor no sería capaz de diferenciar esta solución óptima de aquellas soluciones que también servirían para solventar el problema ⁽²³⁾. Dentro de éstas que pueda seguir con su equipo de procesamiento de condiciones, la “satisfacción” y no la “maximización” viene a ser la norma.

El proceso de toma de decisiones, no involucra una comparación de alternativas en términos de una función objetivo, de las cuales se elegirá la “mejor” (óptima); en vez de eso, las soluciones son estudiadas siguiendo algún criterio de aceptabilidad o satisfacción, de modo tal que la primera de esas soluciones que pase la prueba de aceptabilidad será la aceptada.

Las soluciones “buenas” o “satisfactorias” involucran el logro de ciertos “niveles de aspiración”, que es lo mejor que el individuo podría alcanzar dadas sus limitaciones en su capacidad de obtención y procesamiento de información. De nuevo, la determinación de la(s) alternativa(s) dependerá del orden en que sea(n) procesada(s): la primera que cumpla con el nivel de aspiración será la escogida. De esta manera, el proceso de toma de decisiones es adaptativo, es decir, a medida que vayan surgiendo nuevas alternativas y se obtenga información sobre dichas alternativas, el nivel de aspiración puede ir cambiando.⁽²⁴⁾

La información entonces juega un papel muy importante en el proceso decisional del individuo: reduce la incertidumbre en cuanto a las alternativas haciendo más fácil el establecimiento de los niveles de aspiración, y por ende la búsqueda de las soluciones “satisfactorias”. Mientras más información tengamos sobre las alternativas, más "satisfactoria" será la solución que demos al problema.

En resumen, el modelo conductual de Simon, se presenta como una alternativa para describir la conducta humana (carente de patrones establecidos a seguir) en situaciones de riesgo e incertidumbre.

⁽²²⁾ Herbert A. Simon. “De la racionalidad sustantiva a la procesal”. En Frank Hahn y Martin Hollis, eds. *Filosofía y Teoría Económica*. Fondo de Cultura Económica, 1986. p. 136.

⁽²³⁾ Al respecto Simon dice: “En la mayoría de los problemas que encuentra el Hombre en el mundo real, ningún procedimiento de información le permitirá descubrir la solución óptima, aunque la noción de óptimo esté bien definida. No hay ninguna razón lógica para que así ocurra... más bien es un hecho obvio del mundo en que vivimos: ...la complejidad enorme de ese mundo y las modestas capacidades de procesamiento de información que tiene el Hombre.” (Herbert A. Simon, op cit. p. 144).

⁽²⁴⁾ “El nivel de aspiración, que define una alternativa satisfactoria, puede cambiar puntualmente en una secuencia de ensayos. Un principio vago sería que a medida que el individuo, en su exploración de alternativas, encuentra que es fácil descubrir alternativas satisfactorias, incrementa su nivel de aspiración; así como al encontrar que es difícil descubrir alternativas satisfactorias, su nivel de aspiración cae”. (T.A.) (Herbert A. Simon. “A behavioral model of rational choice”. *Quarterly Journal of Economics*. March.1955, p. 251).

Podemos resumir las diferencias entre el modelo de elección racional neoclásico y el modelo conductual de Simon en el siguiente cuadro:

Modelo de elección racional

- 1.- Individuo maximizador.
- 2.- Racionalidad ilimitada (grandes habilidades de cálculo y con información perfecta y completa).
- 3.- Conducta limitada por el entorno, los algoritmos de elección de los individuos no son relevantes.

Modelo conductual de Simón

- 1.- Individuo que satisface.
- 2.- Racionalidad limitada.
- 3.- Conducta determinada por el entorno y por los procesos mentales del individuo.

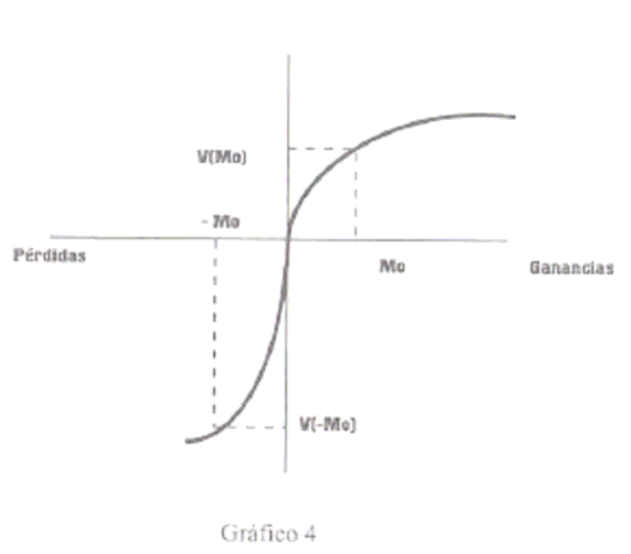
Por último. Simon marcó una ruptura con los estudios ortodoxos en el campo del riesgo e incertidumbre, y señaló una alternativa, un camino a seguir con el propósito de comprender mejor la conducta de un individuo cuyo comportamiento en el mundo real está limitado y al respecto dice:

No parece haber escapatoria. Si la economía quiere afrontar la incertidumbre tendrá que entender cómo se comportan en efecto los seres humanos en medio de la incertidumbre, cuáles son sus limitaciones en materia de información y capacidad de computación.⁽²⁵⁾

Kahneman y Tversky. La “función asimétrica de Valor”

Como es sabido, el modelo convencional para elegir entre opciones inciertas es el modelo de la utilidad esperada de Von Neumann y Morgenstern. Sin embargo, no ha estado exento de críticas, tanto en sus supuestos como en su capacidad para mostrar la manera como los individuos deciden ante la incertidumbre en el mundo real, pero ninguna tan fuerte como la recibida por parte de los psicólogos cognoscitivos Daniel Kahneman y Amos Tversky.

Según Kahneman y Tversky, los individuos no evalúan las alternativas mediante la función de utilidad convencional sino mediante una función de valor que se define con respecto a los cambios en la riqueza⁽²⁶⁾. Dicha función tiene la siguiente forma:



⁽²⁵⁾ Herbert A. Simon. “De la racionalidad sustantiva a la procesal” en Frank Hahn y Martin Hollis, eds. *Filosofía y Teoría Económica*. Fondo de Cultura Económica. 1986, P. 163.

⁽²⁶⁾ Recuérdese que en los estudios de Bernoulli, se definía la función de utilidad respecto al nivel absoluto de riqueza. Para una visión “similar” a la de Bernoulli véase Milton Friedman y Leonard Savage. “Las elecciones que implican un riesgo y la teoría de la utilidad” en G.J. Stigler y K.E. Boulding (eds.). “Ensayos sobre la teoría de los precios”. Aguilar, 1960, Cap. 3.

Como puede verse en el gráfico 4, la forma de la función presenta mayor inclinación en las pérdidas que en las ganancias, dando a entender que los individuos tratan asimétricamente las ganancias y las pérdidas, así una pérdida causa más dolor que la felicidad causada por una ganancia de la misma magnitud, cosa que puede ser entendida como normal.

Nótese además que es cóncava en las ganancias lo que denota la aversión al riesgo de los individuos en la zona de ganancias y la actitud de búsqueda del riesgo en la zona

de pérdidas, como consecuencia de esto un pequeño cambio en la formulación de los problemas altera el punto de referencia mental del individuo al evaluar el problema, lo que puede generar patrones de conducta totalmente opuestos.

Pero veamos cómo es que el modelo de la utilidad esperada falla para explicar la conducta de los individuos en situaciones de incertidumbre y cómo es que la función asimétrica de valor de Khaneman y Tversky da respuestas a los patrones conductuales inconsistentes con el modelo ortodoxo de elección.

En primer lugar, presentaron los siguientes tres problemas a un grupo de individuos voluntarios. (Las cifras entre paréntesis indican el porcentaje de individuos que eligieron cada opción).

Problema 1. Elija entre:

A: Una ganancia segura de \$240 (84%)

B: Una ganancia de \$1.000 con una probabilidad de 25% y nada con un 75% de probabilidad (16%)

Los resultados obtenidos en este problema son consistentes con el modelo de la utilidad esperada, ya que los individuos eligieron la opción segura aunque su valor esperado fuese menor que el de la lotería ⁽²⁷⁾. Observemos esta pauta de comportamiento mediante una gráfica, en la cual suponemos que la utilidad es una función cóncava de la riqueza, es decir, individuos con aversión al riesgo.

⁽²⁷⁾ $VE(A) = 1 \cdot (240) = \240
 $VE(B) = 0,25 \cdot (1000) + 0,75 \cdot (0) = \250

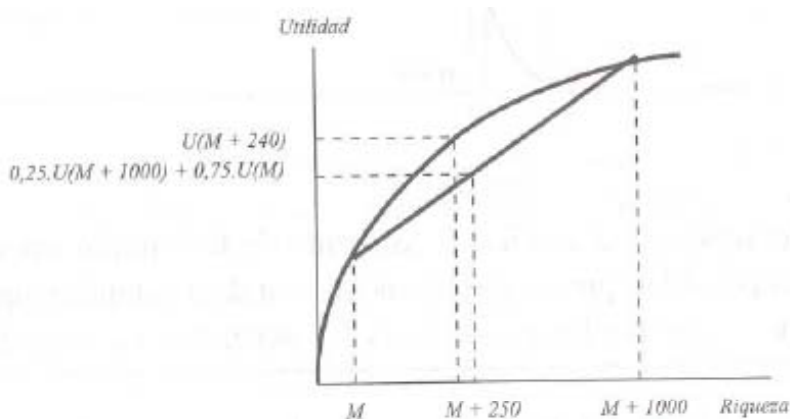


Gráfico 5

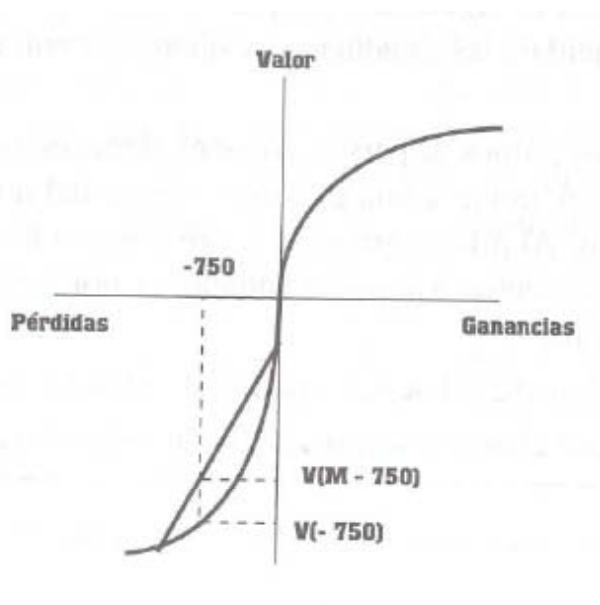
En el gráfico 5 (propia del modelo de utilidad esperada) denotamos M como la riqueza inicial y podemos ver que la opción segura reporta mayor utilidad que la lotería, conducta característica de un individuo con aversión al riesgo. Este mismo tipo de conducta sería predicha por la función asimétrica de valor dada su forma cóncava para las ganancias. Hasta ahora, el modelo de la utilidad esperada ha pasado la pmeba, veamos el siguiente problema.

Problema 2. Elija entre:

C: Una pérdida segura de \$750 (13%)

D: Una pérdida de \$ 1000 con una probabilidad de 75% y un 25% de no perder nada (87%).

En este caso, el valor esperado de ambas opciones es el mismo y el modelo de la utilidad esperada predeciría una preferencia de C a D. Sin embargo, los resultados muestran un comportamiento totalmente opuesto. Este tipo de conducta, que no es explicada por el modelo de la utilidad esperada, es predicha por la función de valor de Kahneman y Tversky. Dado que el problema está planteado en términos de pérdidas y dado además que la función de valor es convexa en esta zona, la conducta buscadora del riesgo de elegir la lotería en vez de la opción segura es predicha por dicha función. La conducta considerada como “irracional” desde el punto de vista del modelo de elección ortodoxo, es predecible y aceptable para el punto de vista de la función de valor. En gráfico:



Por último, se les pidió a los individuos que estudiaran el siguiente problema:

Problema 3. Elija entre:

E: Una ganancia de \$240 con una probabilidad de 25% y una pérdida de \$760 con una probabilidad de 75% (0%)

F: Una ganancia de \$250 con una probabilidad de 25% y una pérdida de \$750 con una probabilidad de 75% (100%)

Las respuestas a este problema examinadas por separado son de lo más normales y de hecho cumplen con el axioma de independencia del modelo de la utilidad esperada Von Neumann-Morgenstern ⁽²⁸⁾. Sin embargo obsérvese lo siguiente: el premio de lotería es lo que se obtiene cuando se combinan las opciones A y D de los problemas 1 y 2, igualmente el premio F es el resultado de la combinación de las opciones B y C de los problemas anteriores. En dichos problemas la combinación A y D fue la más elegida por las personas, y la combinación B y C fue, por supuesto, la menos elegida. Sabiendo esto no es descabellado pensar que en un problema donde se tenga que elegir entre dichas combinaciones, la combinación A y D sería la favorecida. Sin embargo, en el problema 3 había que elegir entre dichas combinaciones y la combinación favorecida fue, por el contrario, la B y C al ser elegida la opción F sobre la opción E. Esto supone

un serio desafío al modelo de la utilidad esperada: la violación del axioma de *transitividad*.

Sería muy cómodo de nuestra parte suponer que los axiomas del modelo de la utilidad esperada sólo son violados cuando los problemas son lo suficientemente complicados como para que los individuos no actúen como el modelo prescribe. Sin embargo, con el siguiente ejemplo veremos que hasta en la toma de decisiones más sencillas, las conductas incoherentes con el modelo ortodoxo siguen existiendo.

Se les pidió a dos grupos de personas que eligieran entre distintas medidas o programas para hacer frente a una extraña enfermedad que de no ser atacada se llevaría 600 vidas. Al primer grupo se le presentaron las siguientes opciones (De nuevo, las cifras entre paréntesis indican el porcentaje de personas que eligieron cada opción).

Programa A: Con el cual se salvarían 200 vidas de forma segura (72%).

Programa B: Con el que se salvarían 600 vidas con una probabilidad de $\frac{1}{2}$ y ninguna con una probabilidad de $\frac{3}{4}$ (28%).

Al otro grupo, se les dio a elegir entre los siguientes dos programas:

Programa C: Con el que 400 personas morirían de forma segura (22%).

Programa D: Con el cual 600 personas morirían con una probabilidad de $\frac{3}{4}$ y ninguna con una probabilidad de $\frac{1}{2}$ (78%).

No hay que ser muy inteligente para darse cuenta que los programas A y C son exactamente iguales, al igual que el B y el D. Sin embargo, los resultados muestran que ambos grupos eligieron de una manera totalmente distinta. Este tipo de conducta no se puede explicar mediante el modelo de elección de la utilidad esperada, pero Kahneman y Tversky dirían que estas conductas son absolutamente predecibles, desde el punto de vista de la función asimétrica de valor.

⁽²⁸⁾ Véanse los supuestos psicológicos del modelo Von Neumann-Morgenstern en este mismo ensayo.

Según las ideas generadas a partir de dicha función, las personas del primer grupo tomaron las “vidas salvadas” como ganancias y, actuando conforme a esta visión, prefirieron la seguridad del programa A al riesgo del programa B; de igual forma, los sujetos del segundo grupo tomaron las muertes como pérdidas y prefirieron el riesgo del programa D a la seguridad en las muertes, proporcionada por el programa C.

Con estos experimentos Kahnemann y Tversky demostraron que el modelo tradicional de elección bajo incertidumbre (utilidad esperada), aunque constituye una valiosa guía sobre la manera de elegir en condiciones inciertas, no siempre da respuestas satisfactorias sobre la forma de elegir de los individuos en “la realidad”.

Como se dijo al principio del ensayo, este rápido resumen de los principales estudios en materia de riesgo e incertidumbre tiene un fin, el cual no es otro que el de mostrar el papel que ha jugado la probabilidad en las teorías que intentan modelar la conducta del individuo en situaciones inciertas.

Como se habrá podido observar este papel de ponderador de utilidades, a partir de las cuales el individuo ordenará y elegirá de entre las opciones carentes de certidumbre aquella que maximice su utilidad esperada, es básico y fundamental para la teoría de la toma de decisiones en riesgo e incertidumbre.

Sin embargo, hay otro aspecto de la probabilidad que juega un papel básico en esta teoría y que considero importante tratar aquí, (de hecho, es el motivo principal de la

realización de este ensayo) y es la capacidad que la probabilidad tiene para transmitir información, de manera semejante a un precio. Pero para introducir esta idea es necesario aclarar ciertos puntos en cuanto a los precios, la probabilidad, y las relaciones entre ambos.

II. Precios y Probabilidades

“El término probabilidad tiene dos madejas de significados de carácter muy opuestos. Conforme a uno de ellos, representa a un tipo de conocimiento y a cierto número de técnicas para alcanzar ese conocimiento, técnicas que difieren ampliamente en la superficie, pero que comparten una característica esencial, a saber, la de que todas envuelven la cuenta de casos. Conforme a la otra, representa a un lenguaje para expresar juicios acerca del peso que el individuo, al elegir su conducta debe asignar a cada hipótesis rivales, concernientes al resultado de un determinado curso de conducta”.⁽²⁹⁾

La cita de Shackle nos deja ver los roles que ha desempeñado la probabilidad en las teorías que buscan modelizar la conducta del individuo. No sólo es un ponderador de utilidades que el individuo asigna a cada opción, que también representa “conocimiento”, información.

En los modelos microeconómicos convencionales los precios son transmisores de información. Los agentes económicos (llámense consumidores, productores, etc.) pueden elegir cualquier lote o canasta de bienes que les resulte posible, en donde la que le resulte posible viene determinada por los precios.

⁽²⁹⁾ George L. Shackle. “*Epistémica y Economía: Crítica de las doctrinas económicas*“. Fondo de Cultura Económica. México, 1976, p. 37.

Los precios vienen a ser entonces indicadores de escasez⁽³⁰⁾, así, el agente económico se convierte en un asignador de recursos de manera tal de sacarles el mejor provecho dadas las restricciones a las que se ve sometido, en otras palabras, es maximizador. Aunque esta explicación de la capacidad informativa de los precios peca de simplista (ya que los precios son también “administradores de ignorancia”, y dan información con respecto a oportunidades en el mercado), para nuestros propósitos es más que suficiente.

Ahora bien, una vez que hemos señalado la capacidad de transmitir información que poseen los precios, podemos ahora comparar a los mismos con la probabilidad a fin de visualizar mejor la capacidad informativa que la misma posee. Nótese que la analogía que estoy haciendo entre los precios y las probabilidades es solo referida a la capacidad de transmisión de información que ambos poseen y no a cualquier otra característica. La comparación entre precios y probabilidades será remitida a dos enfoques muy específicos y si se quiere diferentes: 1) el enfoque marshalliano (neoclásico) de la demanda y el papel de los precios como transmisor de información en comparación con la axiomática Von Neumann-Morgenstern y el rol de transmisor de información de las probabilidades y 2) el enfoque hayekiano de los mercados.

En el enfoque marshalliano de la demanda, un individuo que tenga una renta fija y que se enfrente a unos precios (los cuales surgen de la interacción de las fuerzas de oferta y demanda) de los distintos bienes que estén dados, sólo puede maximizar su utilidad si se cumple la siguiente condición: Cada bien se demandará hasta el punto en el que la utilidad marginal del último dólar gastado en él sea exactamente igual a la utilidad marginal del último dólar gastado en cualquier otro. Esto no es otra cosa que la famosa regla equimarginal:

$$\frac{MUX}{P} = \frac{MUY}{PY} = \dots\dots\dots = \frac{MUZ}{PZ}$$

Si un bien nos reporta más utilidad marginal por dólar que otros, por ejemplo el bien X, mejoraría nuestra situación si desviásemos dinero de los otros bienes a la compra de más unidades del bien X de forma tal que igualase su utilidad marginal por dólar a la de los demás bienes. De igual forma si el bien X, por ejemplo, nos reporta menos utilidad marginal por dólar que los demás, sería necesario dejar de comprar el bien X y redistribuir nuestro ingreso entre los demás bienes con el fin de llegar al equilibrio. Sin necesidad de ser muy observadores, podemos darnos cuenta que el elemento que nos da la información de que debemos reasignar nuestros recursos entre todos los bienes a fin de llegar al equilibrio o a la maximización, son los precios. Cuando éstos varían, las cantidades demandadas de los bienes también varían (de forma inversamente proporcional, de acuerdo a la ley de demanda), así, cuando el precio de un bien disminuye, los recursos se redistribuyen hacia la compra de ese bien con el fin de restablecer el equilibrio ⁽³¹⁾, pero son los precios los que nos dan la señal para realizar tal redistribución.

⁽³⁰⁾ “Como elementos analíticos esenciales de este planteamiento (neoclásico) aparecen: i) noción de “utilidad marginal” que presupone funciones de utilidad continuas y diferenciables; ii) noción de “sustitución” entre los distintos bienes al variar los precios, lo que comporta funciones de utilidad convexas; iii) concepción de los precios como “indicadores de escasez” y, por consiguiente, como asignadores óptimos de los recursos disponibles”. (Luigi Pasinetti. “*Lecciones de Teoría de la Producción* “. Fondo de Cultura Económica. México, 1987, p. 39).

⁽³¹⁾ El lector puede encontrar una explicación más profunda de la regla equimarginal y del proceso de reasignación de recursos entre los bienes en Mark Blaug. “*Teoría Económica en Retrospección* “. Fondo de Cultura Económica. México, 1985. Capítulo IX.

En la axiomática Von Neumann-Morgenstern, las probabilidades pueden ser vistas como un precio en el sentido de su capacidad de transmitir información, en este caso sobre la ordenación de las loterías a las que el individuo se enfrenta. Si recordamos la fórmula del índice Von Neumann-Morgenstern $p \cdot UX + (1-p) \cdot UY$, podemos observar que las probabilidades “p” y “1-p” son variables que toman distintos valores hasta que el individuo se muestra indiferente entre una alternativa segura y una opción incierta. El procedimiento de resignación es completamente análogo al enfoque marshalliano de la demanda: a medida que las probabilidades de los eventos o de las alternativas varían, la ordenación de las loterías también varía, pero al igual que en el enfoque marshalliano donde el precio era el que daba la señal para la redistribución, las probabilidades en este caso son las transmisoras de información necesaria para la ordenación de las alternativas que involucran situaciones inciertas.

Aquí podemos introducir la siguiente idea de una manera muy teórica y sencilla: un individuo que se enfrente ante alternativas que impliquen riesgo o incertidumbre tendrá una “tasa de sustitución” ⁽³²⁾ (en términos de probabilidad) de manera tal que mida la variación en las probabilidades correspondientes a cada alternativa incierta con el fin de mostrarse indiferente o elegir entre ellas aquella que maximice su utilidad esperada. Presentemos esta idea de la siguiente forma: supongamos que se nos presentan la siguientes loterías según las cuales se puede obtener \$ 1.000 de forma segura en la lotería A y \$500 en la lotería B de forma también segura. Si, en el gráfico 7, presentamos estas alternativas en un plano de probabilidades tenemos:

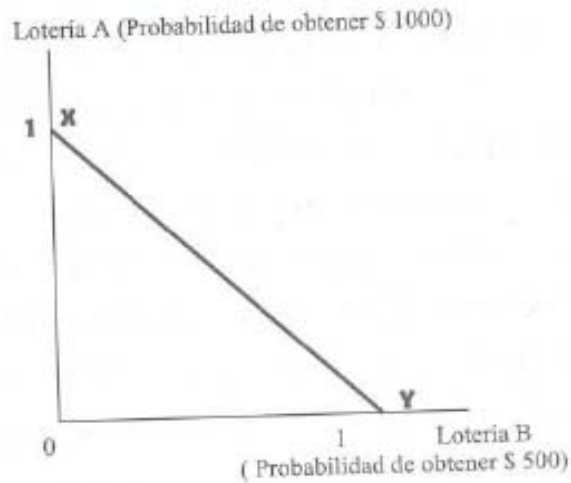


Gráfico 7

El eje horizontal mide la probabilidad de obtener \$500 y el eje vertical la probabilidad de obtener \$ 1.000. El origen representa el punto donde estoy seguro de no obtener nada. El punto X sobre el eje vertical presenta la situación donde tengo certeza de obtener los \$1.000, de igual forma el punto Y sobre el eje horizontal representa la situación de obtener \$500 con certeza. La recta que va desde X hasta Y representa todas las opciones inciertas en las que se pueden obtener los premios. A lo largo de dicha recta, podemos medir todas las combinaciones de probabilidades que me permiten obtener los premios por medio de la tasa de sustitución. Por medio del uso de dicha tasa, que nos presenta información sobre la relación entre probabilidades, podemos tomar decisiones u ordenar las alternativas inciertas. No es intención de este ensayo presentar una explicación detallada de este mecanismo, se ha presentado el mismo con el fin de mostrar a la probabilidad en su capacidad de transmitir información.

⁽³²⁾ No es interés del ensayo presentar los elementos estadísticos y matemáticos de esta idea, sino sólo sus aspectos intuitivos. Sin embargo un desarrollo amplio y detallado (tanto en términos teóricos como estadísticos) es presentado por Leonard J. Savage en su artículo "The elicitation of Personal Probabilities and Expectations ", 1971, reproducido en Henry E. Kyburg y Howard E. Smokier (eds.). Op. cit. p. 147.

Hasta ahora hemos hablado de la probabilidad y de su capacidad informativa pero no hemos hecho referencia a ningún tipo especial de probabilidad. Podemos decir que tanto la probabilidad objetiva (desde el enfoque apriorístico de la misma) como la subjetiva tienen la propiedad de transmitir información, pero hay que hacer la siguiente observación: la probabilidad subjetiva transmite más información que la objetiva por la capacidad que posee ésta (la subjetiva) de ser renovada o actualizada a medida que se obtenga más información sobre el evento en cuestión.

El procedimiento racional para la combinación de la información nueva con la antigua es el la aplicación del Teorema de Bayes ⁽³³⁾. Si se ha asignado un conjunto de probabilidades a los posibles resultados de un suceso incierto, y luego se presenta una nueva información, el teorema de Bayes provee un algoritmo para la revisión de probabilidades anteriores, a fin de tomar en cuenta la nueva información. De esta forma, con probabilidades renovadas es posible obtener señales más confiables a la hora de ordenar las situaciones riesgosas o de tomar decisiones inciertas.

Partiendo de esta idea procedamos a la comparación de las probabilidades con los precios en el sistema de mercado hayekiano. Primero que nada haremos una breve exposición del proceso de mercado, el papel del conocimiento y su influencia sobre el equilibrio en dicho mercado ⁽³⁴⁾. Para que exista equilibrio en el mercado es necesario la coincidencia entre las acciones a tomar por los agentes que forman parte del mercado. Desde este punto de vista, el equilibrio es una relación de acciones. Cualquier cambio en las acciones, producto de un cambio en el conocimiento que los agentes tienen, puede alterar el camino hacia el equilibrio, diciendo lo mismo en otras palabras, desde que hay cambios en los “datos” que los agentes poseen, se hace más difícil la llegada al equilibrio. Estos “datos” se refieren a los hechos, los cuales están presentes en la mente de cada persona, esta interpretación subjetiva de la realidad hace que las percepciones de los agentes, y por lo tanto sus acciones, sean distintas uno del otro de tal forma que el equilibrio no puede existir.

En el proceso de competencia se genera el total de información que se refleja en los precios. Dichos precios ofrecen información a los participantes del juego de oferta y demanda, sobre oportunidades de intercambio y de la posibilidad de obtener ventajas de esas oportunidades.

⁽³³⁾ Existe una extensa bibliografía sobre el Teorema de Bayes, sin embargo, para una visión introductoria del mismo véase Lincoln L. Shao. *Estadística para Ciencias Administrativas*. Mc. Graw Hill. España, 1980, p. 54.

⁽³⁴⁾ El término “mercado” es utilizado aquí en su acepción más amplia. No se refiere a ningún mercado en particular, sino simplemente al lugar donde concurren oferentes y demandantes con el fin de llevar a cabo el intercambio.

Los precios en el sistema hayekiano surgen de este conflictivo proceso de mercado (competencia), donde los agentes no tienen una percepción común de las condiciones del mercado, lo que hace que cambien sus acciones a medida que van obteniendo más conocimiento sobre el mismo. Este cambio de acciones hace que la llegada al equilibrio no se dé nunca. En todo caso, los precios en este sistema, al igual que en el enfoque marshalliano, son indicadores de escasez ⁽³⁵⁾, transmiten información, pero a diferencia del enfoque neoclásico donde se supone un agente omnisciente, en el enfoque hayekiano de los mercados el hecho de que los agentes reciban información proveniente de los precios no reduce su ignorancia respecto a las condiciones generales del mercado. Por ejemplo, si un oferente desaparece del mercado, el precio del producto aumentará, este aumento de precios le transmite información a los agentes respecto a la escasez en la oferta del producto, pero los agentes siguen sumergidos en su estado de ignorancia respecto a la causa del aumento en el precio del bien. Del mismo modo, el fabricante de algún bien no produce dicho bien porque tenga conocimiento de donde se desenvuelven. Estas percepciones pueden ir mejorando sobre la base de una mayor cantidad de información. Gracias a esta mayor cantidad de información sobre la situación del mercado el proceso de mercado hace posible el surgimiento de precios capaces de brindar señales de las condiciones del mercado mucho más confiables. Al igual que los precios en el sistema hayekiano, las probabilidades brindan información respecto a los posibles resultados de un determinado curso de acción. En este sentido, las probabilidades subjetivas brindan mayor cantidad de información que las probabilidades objetivas ya que la revisión de las probabilidades a fin de tomar en cuenta la nueva información es posible.

Es importante señalar que la idea de ver la probabilidad como un precio es ambiciosa, en el sentido de que supone a un individuo que actúa guiado por una visión probabilística de cada situación a la que se enfrenta. Hay, sin embargo, corrientes de pensamiento que se oponen a la concepción de un individuo que actúe de esta forma y

en el presente ensayo hemos hecho referencia a las dos más importantes: Herbert A. Simon y los estudios que sobre la conducta realizan Khanemann y Tversky. Como vimos anteriormente, Simon se opone a la interpretación de la conducta humana por medio del uso de probabilidades, ya que esto supone grandes capacidades de cálculo del individuo y en algunos casos, racionalidad ilimitada. Es de hacer notar que en procesos no muy complicados, la probabilidad juega un papel muy útil, como es el caso de los cálculos actuariales de seguros, donde se utilizan las nociones de la probabilidad frecuentista (objetiva) y en el campo de las finanzas donde las probabilidades subjetivas tienen un rol importante. Sin embargo, en escenarios muy complejos, las ideas de Simon se reinvidican. Estas corrientes de pensamiento buscan, mediante la adopción de supuestos de comportamiento más realistas, modelizar la conducta del individuo en las condiciones a las que más comúnmente se enfrenta: Riesgo e Incertidumbre.

Para concluir, quedan aún muchas preguntas por responder en el campo del riesgo y de la incertidumbre; sin embargo espero haberle dado respuesta a la pregunta que originó este ensayo: ¿Es posible ver a la probabilidad como un precio? Si el lector, luego de revisar este trabajo, puede también darle respuesta a la pregunta; podré considerar cumplido mi objetivo.

⁽³⁵⁾ De acuerdo a Hayek, entonces, los precios de mercado juegan también un rol informacional, para una referencia al artículo de Hayek "*The use of knowledge in society*", 1945, véase Esteban Thomsen. "*Prices and Knowledge: A market Process Perspective*". Austrian Economic Program, University of New York, 1992.

CONCLUSIONES

- La probabilidad ha jugado un papel fundamental en la teoría de la toma de decisiones en condiciones de riesgo e incertidumbre: el papel de ponderador de utilidades, a partir de las cuales el individuo ordenará las opciones riesgosas y elegirá entre ellas, aquella que maximice su utilidad esperada.
- Los precios, en el contexto de la visión neoclásica de la teoría de la decisión, tienen la capacidad de transmitir información, en cuanto a escasez y oportunidades de intercambio en un mercado. En el contexto de la visión hayekiana los precios se comportan como "administradores de ignorancia".
- La probabilidad puede ser comparada con los precios en cuanto a la capacidad informativa que la misma posee, respecto a la ordenación de preferencias en situaciones que impliquen riesgo y/o incertidumbre. Esta comparación implica o supone a un individuo que actúa guiado por una visión probabilística de cada situación a la que se enfrenta.
- Investigaciones en el campo de la teoría de la decisión en condiciones de riesgo e incertidumbre, se oponen a una concepción de un individuo con visión probabilística. Herbert A. Simon niega que exista un individuo que posea tal visión, ya que esto implicaría grandes capacidades de cálculo de su parte. Propone a cambio la racionalidad limitada.
- Sin embargo, en situaciones que no presenten mucha complicación, las probabilidades pueden ser vistas como precios y servir de este modo como una aproximación a una teoría más completa de toma de decisiones en las situaciones más comunes de la vida: *Riesgo e Incertidumbre*.

BIBLIOGRAFÍA

- ARROW, Kenneth J. "Alternative approaches to the theory of choice in risktaking situations". *Econometría*, 1951.
- BAUMOL, William J. *Teoría económica y análisis de operaciones*. Herrero Hermanos Sucesores, S.A. México, 1971.
- BINMORE, Ken. *Teoría de Juegos*. Mc. Graw Hill. España, 1994.
- BLAUG, Mark. *Teoría Económica en Retrospección*. Fondo de Cultura Económica. México, 1985.
- BREIT, William & HOCHMAN, Harold. *Microeconomía*. Interamericana, 1973.
- DAHL, R. A. & Ch. E. Lindblom. *Política, economía y bienestar*. Paidós. Argentina, 1953.
- DAVIDSON, Paul. "Is probability theory relevant for uncertainty? A post keynesian perspective". *Journal of Economic Perspectives*. Vol.5. No. 1, 1991, pp. 129-143.
- DAWES, Robin M. *Rational Choice in a Uncertainty World*. Harcourt Brace Jovanovich College Publishers. Orlando, 1988.
- FRANK, Robert. *Microeconomía y Conducta*. Mc. Graw Hill. España, 1992.
- FREY, Bruno S. "Economist favour the price system- Who else does?". *KYKLOS*, Vol. 39. 1986, pp.537 - 563.
- FREY, Bruno S. "Motivation as a limit to pricing". *Journal of Economic Psychology*, vol. 14. 1993, pp. 635 - 664.
- GRETHER, David M. "Bayes rule as a descriptive model: the representativeness heuristic". *The Quarterly Journal of Economics*. 1980.
- HAYEK, E A. "Economics and Knowledge". *Económica*, feb. 1937.
- HAYEK, E A. *Derecho, legislación y libertad*. Volúmen II. Unión Editorial. España, 1988.
- HOLLIS, Martin & HAHN, Frank. *Filosofía y Teoría Económica*. Fondo de Cultura Económica. México, 1986.
- KATZ, Bernard S. *Nobel Laurates in Economic Sciences. A Biographical Dictionary*. Gariand Publishing, inc. New York & London, 1989.
- KREPS, David M. *Curso de Teoría Microeconómica*. Mc. Graw Hill. España, 1995.
- KYBURG, Henry E. & SMOKLER, Howard E. *Studies in Subjective Probability*. Robert Krieger Publishing Company. New York, 1980.
- MACHINA, Mark J. "Choice under uncertainty: Problems solved and_ unsolved". *Economic Perspectives*, vol. 1, No. 1. 1987, pp. 121 - 154.
- MENDIBLE, Rafael & SENIOR, Fred. *Maquiavelismo como conducta estratégica: Un estudio en economía experimental*. UCAB, 1994.
- PASINETTI, Luigi. *Lecciones de teoría de la producción*. Fondo de Cultura Económica. México, 1987.

- PINDYCK, Robert S. & RUBINFELD, Daniel L. *Microeconomics*. Mc. Graw Hill, 1992.
- SAMUELSON, Paul A. & NORDHAUS, William D. *Economía*. Mc. Graw Hill. España, 1990.
- SHACKLE, George L. *Epistémica y Economía: Crítica de las doctrinas económicas*. Fondo de Cultura Económica. México, 1976.
- SHAO, Lincoln L. *Estadística para Ciencias Administrativas*. Mc. Graw Hill, España, 1980.
- STIGLER, George J. "El desarrollo de la teoría de la utilidad". *The Journal of Political Economy*. Vol. LVIII, 1950.
- STIGLER, George J. & BOULDING, Kenneth E. *Teoría de los precios*. Aguilar. España, 1960.
- THOMSEN, Esteban. *Prices and Knowledge: A market process perspective*. Austrian Economic Program. University of New York, 1992.