

DISPERSIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE OBJETOS CONDUCTORES DE FORMA ARBITRARIA: SOLUCIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA Y ESTIMACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE RADAR.

Electromagnetic Scattering by Electric Conductive Objects of Arbitrary Shape: Solution in the Frequency Domain and the Radar Cross Section Estimation.

GISELA K. CARVAJAL, DAVID J. DUQUE y ALFONSO J. ZOZAYA
Laboratorio de Electromagnetismo Aplicado, Departamento de Electrónica y Comunicaciones
Escuela de Ingeniería Eléctrica.
Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela.
azozaya@uc.edu.ve

Fecha de Recepción: 18/03/2008, **Fecha de Revisión:** 11/12/2008, **Fecha de Aceptación:** 12/01/2009

Resumen

Este trabajo trata sobre la estimación de la sección transversal de radar (RCS) de objetos conductores de forma arbitraria usando el el Método de los Momentos (MoM) y las funciones bases de Rao-Wilton Glisson (RWG). Para realizar la estimación se ha utilizado la Ecuación Integral del Campo Eléctrico (EFIE). Como las funciones RWG se definen sobre sub-dominios triangulares, los blancos fueron discretizados utilizando parches triangulares. Como resultado final se desarrolló un programa que resuelve la dispersión electromagnética, obteniendo dos gráficas de la RCS, una en función de la frecuencia y la otra en función del ángulo de iluminación del campo incidente. Finalmente, la exactitud del método se verifica comparando los resultados obtenidos con los reportados en la literatura.

Palabras clave: Ecuación Integral del Campo Eléctrico(EFIE), Electromagnetismo Computacional (CEM), Método de los Momentos (MoM), Sección Transversal de Radar (RCS).

Abstract

This work deals on the estimation of the radar cross section (RCS) for three-dimensional conductive objects of arbitrary shape using the Method of Moments with the Rao- Wilton-Glisson (RWG) basis functions. In order to make the estimation, the Electric Field Integral Equation (EFIE) in the frequency domain was used. Since the RWG basis functions are defined on a triangular sub-domain, the targets under test were discretized using triangular patches. As final result a program, which solves the problem of the electromagnetic scattering, is developed, obtaining two graphs of the RCS, one varying the frequency and the other varying the illumination angle of the incident electric field. The accuracy of the program was proven comparing the obtained results with the reported ones in literature.

Key words: Electric Field Integral Equation (EFIE), Computational Electromagnetism (CEM), Method of Moments (MoM), Radar Cross Section (RCS).

1. Introducción

Los problemas de dispersión electromagnética de objetos de forma arbitraria son difíciles de abordar usando métodos analíticos debido a los complicados efectos de las curvaturas, aperturas, y dieléctricos que podrían estar presentes en el blanco. Es por esto, que para obtener una visión de la dispersión es necesario usar métodos numéricos. Si bien, muchos métodos numéricos como el MoM fueron desarrollados hace décadas, su aplicabilidad estaba condicionada a geometrías muy específicas. Actualmente, el avance en hardware y software, y el desarrollo de nuevas técnicas numéricas, han proporcionado la capacidad de resolver problemas electromagnéticos independientemente de la geometría. El resultado ha sido añadir los métodos computacionales al electromagnetismo y crear el Electromagnetismo Computacional.

Desde la popularización del MoM por R. F. Harrington (Harrington, 1968), han sido varios los trabajos en este campo. S. M. Rao, D. R. Wilton y A. W. Glisson (Rao, *et al.*, 1982) desarrollaron funciones bases definidas sobre parches triangulares para ser utilizadas con el MoM en problemas electromagnéticos. S. N. Makarov (Makarov, 2002) utiliza el programa MATLAB para modelar la radiación de antenas básicas y estructuras de microondas aplicando el MoM con funciones bases RWG y el modelo de alimentación por orillas.

Este trabajo se centra en la resolución de la dispersión electromagnética causada por objetos conductores de forma arbitraria. La EFIE en el dominio de la frecuencia se utiliza para formular el problema debido a que permite modelar tanto objetos abiertos como cerrados. Para resolver el problema se utiliza el MoM con las funciones bases RWG y los blancos de prueba se discretizaron en parches triangulares. Finalmente se estima la RCS de tres blancos, y el programa se valida mediante la comparación de los resultados obtenidos con aquellos reportados en la literatura.

2. Fundamentos teóricos

2.1. Sección transversal de Radar (RCS)

La RCS es el área ficticia que interceptaría una cantidad de potencia incidente que al ser radiada de forma isotrópica produce la misma densidad de potencia en el receptor que el objeto considerado (Skolnik, 1980). En forma matemática la RCS es (Harrington, 1961):

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(4\pi r^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \right) \quad (1)$$

donde E_i y E_s son el campo eléctrico incidente y disperso, y r es la distancia entre el objeto y el receptor.

Se infiere en la Ec. 1 que debe resolverse el problema de la dispersión. Además, como la RCS depende de varios factores, entre ellos la geometría, la orientación, frecuencia y polarización de la onda incidente (Cheng, 1997), la variación de estas sugerirá un nuevo problema.

2.2. Formulación de la Ecuación Integral del Campo Eléctrico (EFIE)

Dado un blanco conductor, los teoremas de *unicidad y equivalencia* (Harrington, 1961) establecen como fuente para el campo E_s una densidad de corriente J_s y una densidad de carga superficial σ inducidas por el campo E_i . Por lo tanto E_s podrá ser calculado a partir de los potenciales escalares y vectoriales como:

$$E_s = -j\omega A - \nabla V \quad (2)$$

con:

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S J_s \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dS' \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \oint_S \sigma \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dS' \quad (4)$$

donde \mathbf{S}' es la superficie del blanco, $|r-r'|$ representa la distancia entre un punto fuente r' cualquiera sobre \mathbf{S}' y un punto de observación r , $\kappa=2\pi/\lambda$ y (μ, ε) los parámetros constitutivos del medio que rodea al blanco. Si \mathbf{n} es el vector normal unitario sobre \mathbf{S}' , la EFIE se obtiene forzando la condición de contorno $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s) = 0$ en Ec. 2 y tomando en cuenta que $\nabla' \cdot \mathbf{J}_s = -j\omega\sigma$. Por lo que la EFIE es:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_i = \mathbf{n} \times j \frac{\omega\mu}{4\pi} \left(\oint_{\mathbf{S}'} \mathbf{J}_s \frac{e^{-j\kappa|r-r'|}}{|r-r'|} d\mathbf{S}' + \frac{1}{\kappa^2} \nabla' \oint_{\mathbf{S}'} \nabla' \cdot \mathbf{J}_s \frac{e^{-j\kappa|r-r'|}}{|r-r'|} d\mathbf{S}' \right) \quad (5)$$

La Ec. 5 se utilizará, en principio, para determinar la corriente superficial inducida sobre la superficie de un blanco conductor.

2.3. El Método de los Momentos (MoM)

El MoM es un método numérico que permite transformar una ecuación funcional en una ecuación matricial, haciendo uso de las técnicas y propiedades de los espacios lineales (Harrington, 1968).

El método parte de una *ecuación no homogénea* del tipo:

$$\mathcal{L}(f) = g \quad (6)$$

permítase ahora que f se expanda en una serie finita de funciones $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, llamadas funciones bases, siempre y cuando el $\{f_n\}$ forme una base vectorial completa en el dominio de \mathcal{L} , como sigue:

$$f \cong \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (7)$$

así utilizando la linealidad del operador \mathcal{L} , la Ec. 6 se reescribe de la forma:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \mathcal{L}(f_n) \approx g \quad (8)$$

ya que $\{f_n\}$ es conocido, las incógnitas a determinar son los coeficientes α_n . Para hacer esto con el menor error posible, es necesario definir un conjunto $\{w_m\}$ llamadas *funciones de ponderación* y un producto interno $\langle f, g \rangle$ convenientemente definido, para luego realizar N productos internos de cada w_m con la Ec. 8, resultando así:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \langle w_m, \mathcal{L} f_n \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (9)$$

de esta forma, la Ec. 9 representará un sistema de ecuaciones lineales que puede ser escrito de la forma: $[\mathbf{Z}_{mn}][\alpha_n] = [\mathbf{V}_m]$. Donde $\mathbf{Z}_{mn} = \langle w_m, \mathcal{L} f_n \rangle$ y $\mathbf{V}_m = \langle w_m, g \rangle$.

Sí $[\mathbf{Z}_{mn}]$ no es singular, entonces $[\mathbf{Z}_{mn}]^{-1}$ existirá, pudiéndose calcular $[\alpha_n]$. Puede notarse en la Ec. 5 que el operador \mathcal{L} viene dado por:

$$\mathcal{L} \equiv \mathbf{n} \times j \frac{\omega\mu}{4\pi} \left(\oint_{\mathbf{S}'} (\cdot) \frac{e^{-j\kappa|r-r'|}}{|r-r'|} d\mathbf{S}' + \frac{1}{\kappa^2} \nabla' \oint_{\mathbf{S}'} \nabla' \cdot (\cdot) \frac{e^{-j\kappa|r-r'|}}{|r-r'|} d\mathbf{S}' \right) \quad (10)$$

y que

$$f \equiv \mathbf{J}_s$$

$$g \equiv \mathbf{n} \times \mathbf{E}_i$$

2.4. Funciones bases de Rao-Wilton-Glisson

La funciones bases RWG son del tipo subdominio, definidas sobre parches triangulares y son apropiadas para usarse con la EFIE (Rao *et al.*, 1982). Por lo tanto, es importante que se haya encontrado un esquema para modelar al blanco en términos de un conjunto de caras, orillas y vértices

tal como lo muestra la Fig. 1.

Cada función base se asocia a una orilla interna. Por lo tanto, si tomamos dos triángulos cualesquiera del esquema en la Fig. 1 cuyos parámetros geométricos están definidos como se muestra en la Fig. 2, la definición de la función RWG será:

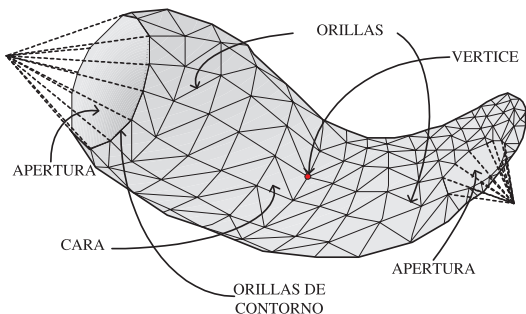


Fig. 1. Modelado de un blanco con parches triangulares.

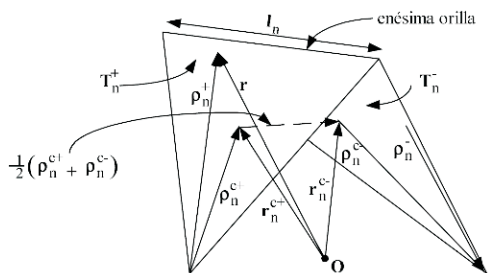


Fig. 2. Triángulos y parámetros geométricos asociados con una orilla interna.

$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+ & r \text{ en } T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \rho_n^- & r \text{ en } T_n^- \\ 0 & \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (11)$$

con l_n la longitud de la orilla común, y A_n^\pm el área del triángulo T_n^\pm . Así, de acuerdo a la Ec. 11, la referencia para el flujo de corriente en la n -ésima orilla será como se muestra en la Fig. 3.

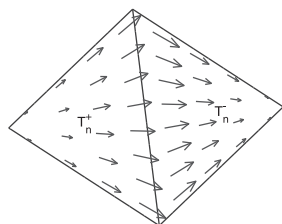


Fig. 3. Distribución de la corriente asignada por la función base RWG a una orilla interna.

Donde se observa que f_n no tiene componente normal al contorno (excluyendo la orilla común) que delimita el área formada por T_n^\pm , y en relación a la orilla común, la componente normal de la corriente es constante y continua a lo largo de la misma como se deduce a partir de la Fig. 4.

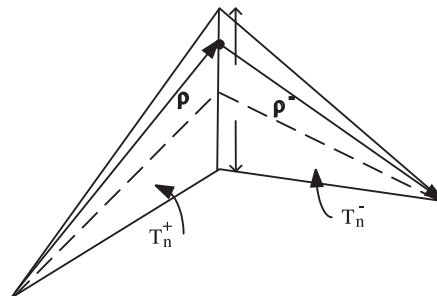


Fig. 4. Geometría usada para la construcción de la componente normal de la función base RWG a la orilla interna.

Donde la componente normal de ρ_n^\pm a lo largo de la orilla n es justo la altura de T_n^\pm expresada como $2A_n^\pm/l_n$ de aquí la normalización en la Ec. 11 sobre ρ_n^\pm para garantizar la continuidad de la corriente, asegurándose de esta forma que todas las orillas estén libres de acumulación de cargas.

La función base para la densidad σ en la Ec. 3, se calcula tomando en cuenta que $\nabla_s \cdot f_n = \pm (1/\rho_n^\pm) \partial(\rho_n^\pm f_n) / \partial |\rho_n^\pm|$ sobre T_n^\pm . De aquí que:

$$\nabla_s \cdot f_n = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+} & r \text{ en } T_n^+ \\ \frac{l_n}{A_n^-} & r \text{ en } T_n^- \\ 0 & \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (12)$$

así $\nabla_s \cdot f_n$ es constante en cada triángulo y la carga total sobre T_n^\pm es cero.

3. Solución numérica

El primer paso es transformar la Ec. 5 en un sistema de la forma $[Z_{mn}][\alpha_n] = [V_m]$, y así obtener una expresión general para los elementos Z_{mn} y V_m .

3.1. Precedimiento de prueba

Se elige como *función de ponderación* w_m la función RWG y como producto interno (Rao *et al.*, 1982):

$$\langle f, g \rangle \equiv \int_S f \cdot g^* dS \quad (13)$$

luego se prueba la Ec. 5:

$$\langle E_i, f_m \rangle = j\omega \langle A, f_m \rangle + \langle \nabla V, f_m \rangle \quad (14)$$

La propiedad $A \cdot \nabla \Phi = \nabla \cdot (\Phi A) - \Phi \nabla \cdot A$ permite que el término $\langle \nabla V, f_m \rangle$ de la Ec. 14 sea desarrollado como:

$$\langle \nabla V, f_m \rangle = \int_S \nabla_s \cdot (V f_m) dS - \int_S V \nabla_s \cdot f_m dS \quad (15)$$

Utilizando la igualdad $\int_{L(S)} D \cdot dl = \int_S \nabla_s \cdot D dS$ para un campo vectorial que fluye laminalmente y la propiedad de f_m sobre el contorno del área formada por T_n^\pm , el término $\langle \nabla V, f_m \rangle$ se simplifica a:

$$\langle \nabla V, f_m \rangle = - \int_S V \nabla_s \cdot f_m dS \quad (16)$$

Finalmente, utilizando la Ec. 12, y aproximando el valor promedio del potencial escalar sobre cada triángulo por su valor en el *centroide*, resulta:

$$\int_S V \nabla_s \cdot f_m dS \cong l_m [V(r_m^{c+}) - V(r_m^{c-})] \quad (17)$$

Aproximaciones similares, permiten escribir los términos de la Ec. 14 que involucran el campo E_i y el potencial A de la forma siguiente:

$$\left\langle \begin{Bmatrix} E_i \\ A \end{Bmatrix}, f_m \right\rangle \cong \frac{l_m}{2} \left[\begin{Bmatrix} E_i(r_m^{c+}) \\ A(r_m^{c+}) \end{Bmatrix} \cdot \rho_m^{c+} + \begin{Bmatrix} E_i(r_m^{c-}) \\ A(r_m^{c-}) \end{Bmatrix} \cdot \rho_m^{c-} \right] \quad (18)$$

3.2. La ecuación matricial

La expresión $J_s = \sum_{n=1}^N I_n f_n$ y las Ecs. 14, 17 y 18 permiten producir un sistema de ecuaciones $[Z_{mn}] [I_n] = [V_m]$ de $N \times N$, siendo $[Z_{mn}]$ la matriz de impedancias del sistema, $[I_n]$ el *vector corriente* y $[V_m]$ el *vector voltaje* cuyas formas son las siguientes (Rao *et al.*, 1982):

$$Z_{mn} = j\omega l_m \left(A_{m,n}^+ \cdot \frac{\rho_m^{c+}}{2} + A_{m,n}^- \cdot \frac{\rho_m^{c-}}{2} \right) + l_m (V_{m,n}^- - V_{m,n}^+) \quad (19)$$

$$V_m = l_m \left(E_m^+ \cdot \frac{\rho_m^{c+}}{2} + E_m^- \cdot \frac{\rho_m^{c-}}{2} \right) \quad (20)$$

con:

$$A_{m,n}^\pm = \frac{\mu}{4\pi} \int_S f_n(r') \frac{e^{-jkR_m^\pm}}{R_m^\pm} dS', \quad (21)$$

$$V_{m,n}^\pm = -\frac{1}{4\pi j\omega \epsilon} \int_S \nabla_s' \cdot f_n(r') \frac{e^{-jkR_m^\pm}}{R_m^\pm} dS' \quad (22)$$

Donde $R_m^\pm = |r_m^{c\pm} - r'|$ y $E_m^\pm = E_i^\pm(r_m^{c\pm})$, siendo m una orilla de observación y n una orilla fuente. Las Ecs. 19, 20, 21 y 22 serán programadas para estimar la densidad de corriente inducida sobre el blanco dado el campo incidente.

3.3. Llenado de la matriz $[Z_{mn}]$

Para resolver las integrales sobre T_n^\pm en la Ec. 19 diversos métodos se pueden aplicar (Graglia, 1993; Savage & Peterson, 1996). En este trabajo se ha optado por resolver la integral bajo estudio empleando la denominada subdivisión baricéntrica (Kamen & Shirman, 1998; Makarov, 2002), según la cual, cada triángulo T_n se subdivide en nueve triángulos usando la regla de un 1/3 (Makarov, 2002), y se considera constante el integrando sobre cada uno de éstos, de tal suerte que la integral de cualquier función $g(r)$ sobre el triángulo T_n se aproxima como:

$$\int_S g(r) dS \approx \frac{A}{9} \sum_{i=1}^9 g(r_i^c) \quad (23)$$

donde r_i^c , con $i = 1; 2; \dots; 9$, son los centroides de los nueve triángulos pequeños y A es el área del triángulo T considerado. La aplicación de la Ec. 23 permite reescribir la Ec. 19 de la forma:

$$Z_{mn} = j \frac{l_m l_n}{144\pi} \omega \mu \rho_m^{c\pm} \cdot \sum_{i=1}^9 \rho_i^{c+} G(r_m^{c\pm}, r_i^{c+}) + \rho_i^{c-} G(r_m^{c\pm}, r_i^{c-}) \pm j \frac{l_m l_n}{36\pi} \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{i=1}^9 G(r_m^{c\pm}, r_i^{c+}) - G(r_m^{c\pm}, r_i^{c-}) \quad (24)$$

donde $G(r_m^{c\pm}, r_i^{c\pm}) = \frac{e^{-jk|r_m^{c\pm} - r_i^{c\pm}|}}{|r_m^{c\pm} - r_i^{c\pm}|}$.

La Ec. 24 muestra que $Z_{mn} = Z_{mn^+} + Z_{mn^-}$. Ambos términos definidos de la forma siguiente:

$$Z_{mn^+} = j \frac{l_m l_n}{144\pi} \omega \mu \sum_{i=1}^9 \rho_m^{c\pm} \cdot \rho_i^{c+} g_m^{\pm}(r_i^{c+}) \pm j \frac{l_m l_n}{36\pi} \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{i=1}^9 g_m^{\pm}(r_i^{c+}) \quad (25a)$$

$$Z_{mn^-} = j \frac{l_m l_n}{144\pi} \omega \mu \sum_{i=1}^9 \rho_m^{c\pm} \cdot \rho_i^{c-} g_m^{\pm}(r_i^{c-}) \pm j \frac{l_m l_n}{36\pi} \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{i=1}^9 g_m^{\pm}(r_i^{c-}) \quad (25b)$$

donde $g_m^{\pm}(r_i^{c\pm}) = G(r_m^{\pm}, r_i^{c\pm})$. Aun cuando las definiciones en las Ecs. 25 podrían parecer triviales, las mismas permiten realizar el llenado de $[Z_{mn}]$ usando un enfoque *triángulo-triángulo* en vez de uno *orilla-orilla*, haciendo el llenado más rápido computacionalmente.

3.4. Cálculo del campo disperso

Una vez que J_s haya sido calculada mediante la ecuación $[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$ usando el MoM, el campo disperso E_s debe ser determinado para estimar la RCS. El enfoque utilizado en este

artículo se basa en la *aproximación dipolar* mostrada en la Fig. 5.

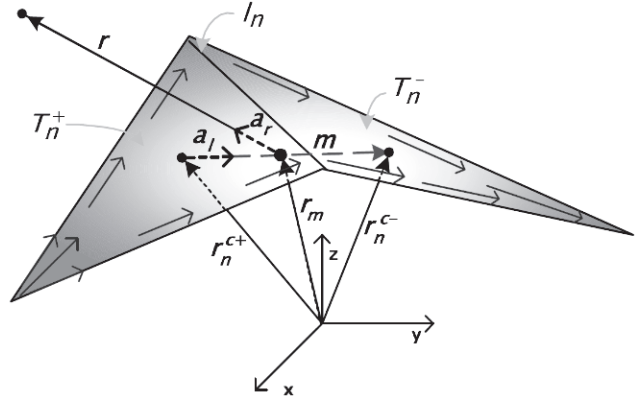


Fig. 5. Sustitución de la función Base RWG por el dipolo equivalente.

Según esta aproximación *el campo eléctrico radiado por una función RWG se puede aproximar a distancias lejanas, por el campo de un dipolo localizado desde r_n^{c+} hasta r_n^{c-} con momento de corriente $I \Delta l = I_n l_n (r_n^{c-} - r_n^{c+})$. Con esta aproximación en mente, el campo E_s radiado por J_s será:*

$$E_s = \sum_{n=1}^N j k \eta \frac{e^{-jk|r-r_m|}}{4\pi|r-r_m|} (M - m) \quad (26)$$

$$H_s = \sum_{n=1}^N j k \frac{e^{-jk|r-r_m|}}{4\pi|r-r_m|} (m \times a_r) \quad (27)$$

con $M = (r \cdot m) = r^2$, $m = m a_r$ de acuerdo a la Fig. 5 y N el número de orillas en la discretización del blanco.

4. Simulación y resultados

4.1. La esfera metálica

La Fig. 6 muestra la superficie de la esfera metálica de $r = 1m$ discretizada en parches triangulares. En total hay 2272 triángulos y 3408 orillas internas.

La onda electromagnética que se utilizó para iluminar la esfera es una onda plana dada por

$E_i = e^{jkz} a_y$. Se asume que el receptor y transmisor se ubican en la misma posición espacial.

La Fig. 7 muestra la RCS estimada en función de la frecuencia hasta $2\pi/\lambda=6$ y comparada con algunos datos reportados en (Skolnik, 1980) para la esfera de la Fig. 6.

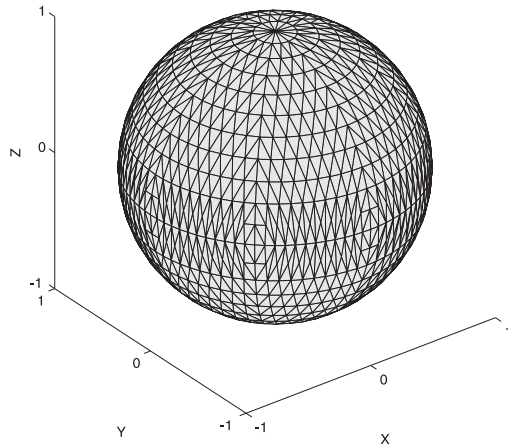


Fig. 6. Superficie de la esfera metálica de $r = 1$ m triangulizada con 2272 triángulos y 3408 orillas.

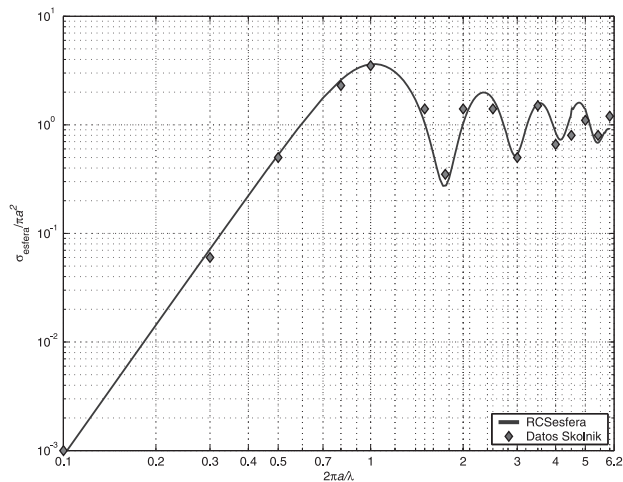


Fig. 7. RCS estimada para la esfera metálica en función de la frecuencia.

4.2. Almendra metálica de la Nasa

La almendra metálica de la NASA, entre otros blancos en (Volakis, 1993), es un blanco especialmente diseñado para validar métodos electromagnéticos computacionales. Está formada por la unión de un elipsoide y una ojiva elíptica y tiene una longitud de 9,936 pulgadas.

4.2.1. RCS para la almendra metálica a una $f=1,19$ Ghz

La Fig. 8 muestra la almendra metálica discretizada en parches triangulares. En total son 1792 triángulos y 2688 orillas. El barrido azimutal comienza en $(\phi_o = 0^\circ, \theta = 90^\circ)$ y termina en $(\phi_o = 180^\circ, \theta = 90^\circ)$, correspondientes a incidencia en la punta y en la cola.

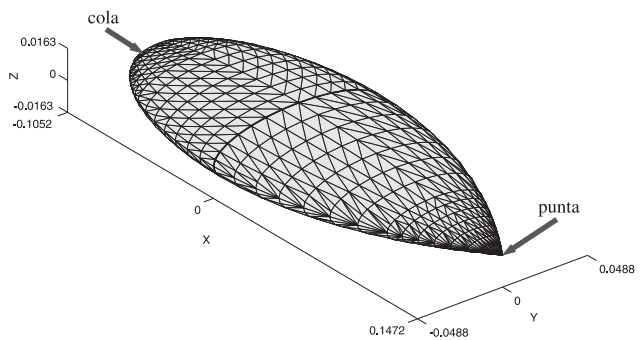


Fig. 8. Almendra Metálica discretizada en parches triangulares.

La Fig. 9 muestra la RCS estimada en función del azimuth de iluminación, separada según polarización HH y VV y comparada con los datos reportados en (Volakis, 1993). Las polarizaciones HH y VV es un término polarimétrico que refiere

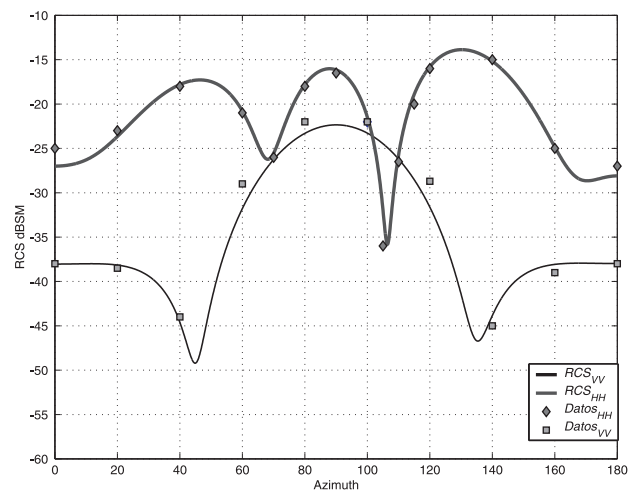


Fig. 9. RCS estimada para la Almendra metálica de la NASA a una $f=1.19$ GHz y separada según polarizaciones HH y VV.

a la componente del campo disperso utilizada en la Ec. 1 cuando se calcula la RCS. De aquí que HH(VV) refiere a que el blanco se ilumina con polarización horizontal(vertical) y se mide la componente horizontal (vertical) del campo disperso. Los errores porcentuales para ambas estimaciones con respecto a los datos son $\epsilon_{HH} = 3,13\%$ y $\epsilon_{VV} = 3,89\%$, mostrándose una excelente correspondencia y la veracidad de los resultados.

Nótese que, en general, los valores de RCS_{HH} son mayores que los de RCS_{VV} , esto se debe a que para cualquier ángulo ϕ_o , la superficie de la almendra presenta variaciones más suaves a lo largo del componente horizontal que los que presenta a lo largo del componente vertical, por consiguiente el componente horizontal se encuentra con una mayor sección transversal física equivalente.

4.2.2. RCS para la almendra metálica a una $f=3\text{GHz}$

La Fig. 10 muestra la RCS estimada para la almendra como función del ángulo azimutal, y a una frecuencia de 3GHz. No se presenta una comparación explícita con otros datos, debido a que no se encuentra un banco de datos referentes a esta estimación en (Volakis, 1993).

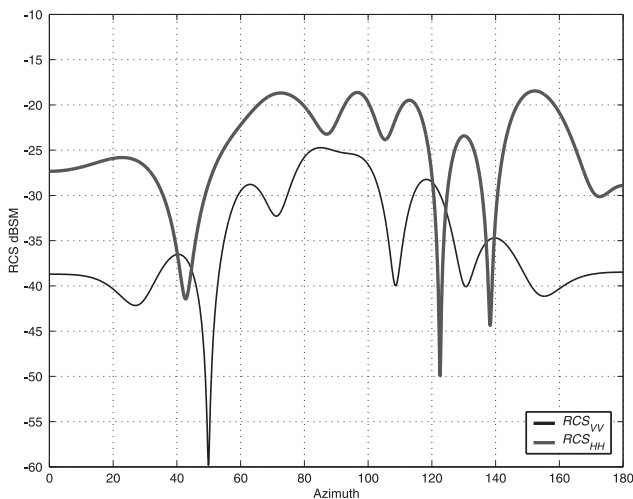


Fig. 10. RCS estimada para la Almendra Metálica de la NASA a una $f=3\text{GHz}$ y separada según polarizaciones HH y VV

Sin embargo, de acuerdo a los prometedores resultados obtenidos en la Fig. 9 y la implícita similitud entre la estimación realizada en la Fig. 10 y las reportadas en (Volakis, 1993) para una frecuencia de $f=7\text{GHz}$, se puede confiar en la validez de ésta.

4.3. Doble ojiva metálica

Al igual que la almendra, la doble ojiva metálica es un blanco especial (Volakis, 1993). Está formada por la unión de dos ojivas de tamaños diferentes. La Fig. 11 muestra la doble ojiva metálica discretizada en parches triangulares. En total son 1520 triángulos y 2280 orillas. El barrido azimutal es exactamente igual al caso de la almendra.

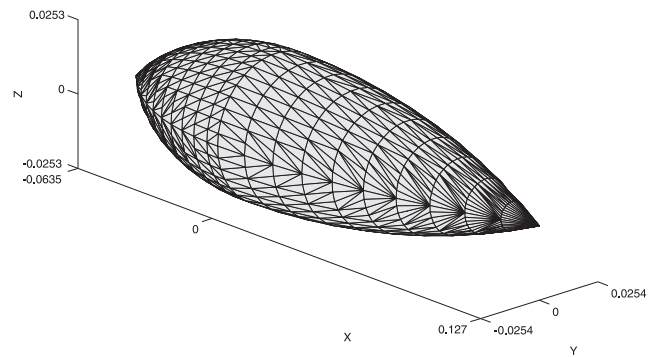


Fig. 11. Doble ojiva metálica discretizada e parches triangulares

La Fig. 12 muestra la RCS estimada para la doble ojiva en función del azimuth de incidencia de la onda electromagnética y comparada con los datos reportados en (Volakis, 1993). Los errores porcentuales para ambas estimaciones con respecto a los datos son $\epsilon_{HH} = 3,2\%$ y $\epsilon_{VV} = 2,5\%$, mostrándose una excelente correspondencia de nuevo.

5. Conclusiones

Se ha utilizado el método de los momentos en conjunción con las funciones bases RWG para diseñar, elaborar, y validar un programa computacional capaz de resolver el problema de dispersión electromagnética causada por cuerpos

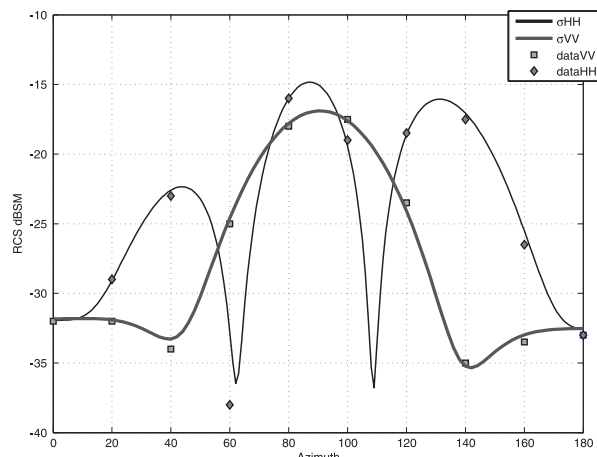


Fig. 12. RCS estimada para la Doble ojiva metálica a una $f=1.57$ GHz y separada según polarizaciones HH y VV

conductores de forma arbitraria.

Para validar los códigos, se han seleccionado tres blancos específicos:

1. La esfera metálica, por ser un blanco simétrico que permite un estudio en frecuencia.
2. La almendra metálica de la NASA, y la Doble Ojiva Metálica por ser blancos especialmente diseñado para validar programas electromagnéticos.

Se han contrastado los resultados numéricos obtenidos con otros, reportados en la literatura especializada, comprobándose una excelente correspondencia y validando los resultados obtenidos.

Si bien los resultados numéricos han sido satisfactorios, pueden realizarse ciertas observaciones. La primera de ellas son los altos recursos computacionales inherentes a los programas. La segunda viene dada por el tamaño máximo manejable para la matriz $[Z]$ que está en el orden de 4000×4000 . Esto ha imposibilitado realizar estimaciones a frecuencias superiores a 4 Ghz. No obstante, ambas observaciones son producto de los altos recursos computacionales inherentes a una programación en Matlab. Estas dificultades pueden ser superadas llevando los programas a lenguajes como Fortran y C++, y

luego ejecutarlos en un *Cluster* empleando las funciones bases RWG o aquellas de orden superior a las empleadas en este artículo.

6. Bibliografía

Cheng, D. (1997). *Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería*. Addison-Wesley Iberoamericana. Mexico

Graglia, R. D. (1993). On the numerical integration of the linear shape functions times the 3-d green's function or its gradient on a plane triangle. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 41(10): 1448–1455.

Harrington, R. F. (1961). *Time harmonic electromagnetic fields*. McGraw Hill.

Harrington, R. F. (1968). *Field computation by moment methods*. The Macmillan Company. New York.

Kamen, Y., & L. Shirman, (1998). Triangle rendering using adaptive subdivision. *IEEE Computer Graphics and Applications* 18(2): 95–103.

Makarov, S. N. (2002). *Antenna and em modeling with matlab*. Wiley-Interscience. New York.

Rao, S. M., D. R. Wilton, & A. W. Glisson, (1982). Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 30: 409–418.

Savage, J. S. & A. F. Peterson, (1996). Quadrature rules for numerical integration and tetrahedra. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 38(3): 100–102.

Skolnik, M. I. (1980). *Introduction to radar systems*. McGraw Hill. New York.

Volakis, J. L. (1993). Benchmark radar targets for the validation of computational electromagnetics programs. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 35(1): 84–89.