



# HOMOTECIA

Tiraje: 100 ejemplares

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO PUBLICACIÓN PERIODICA Nº 3 - AÑO 3 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 1º de Marzo de 2005



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - FACE - UC  
CÁTEDRA DE CÁLCULO

## EDITORIAL

De docente a educador. Sorprende el planteamiento. Pero indudablemente "docente" se refiere más a la parte "técnica": ser responsable, trabajador, honesto, sincero, leal y comprometido con la institución educativa que lo alberga, con la comunidad, con los alumnos y con los compañeros de trabajo.

Pero "educador" es el constructor de conocimientos y también de sueños. Es quien entiende que enseñar es dar parte de la vida para que crezcan otras vidas. Sin este principio no se puede querer ni sentir siempre alegría ni disfrutar lo que se hace, impide realizarse.

Lo ideal de por sí, debe ser que en el "ser-maestro" converjan lo docente y lo educador, y aunque el contexto social nos presente esto como utopía, en nuestro ser interior debe existir la esperanza que al final del camino, no tengamos cuentas que saldar.

## REFLEXIONES

*"Hay un pasado que se fue para siempre, pero hay un futuro que todavía es nuestro."*

**F.W. Robertson**

*"He fallado una y otra y otra vez en mi vida, es por eso que he triunfado."*

**Michael Jordan**

**Prof. Elda Rosa Talavera de Vallejo**  
Jefe del Departamento de Matemática

**Prof. Rafael Ascanio H.**  
Jefe de la Cátedra de Cálculo

**Prof. Próspero González M.**  
Adjunto al Jefe de Cátedra

**Coordinadores de la publicación de HOMOTECIA:**

Prof. Rafael Ascanio H.  
Prof. Próspero González M.

## COLABORADORES DE HOMOTECIA

Br. Adabel Disilvestre  
Br. Key L. Rodríguez  
Br. Domingo Urbáez  
Br. Daniel Leal L.  
Br. Adrián Olivo  
Br. Luís Velásquez  
Br. Salvador Martínez  
Br. Luís Orozco  
Br. Eduard Chaviel  
Br. Luís Medina

## LOS PROBLEMAS FUTUROS DE LA MATEMÁTICA

**David Hilbert** (Texto histórico)

Versión y traducción: José Ramón Ortiz

Esta traducción es una versión de la conferencia original dada por el Prof. David Hilbert en el Segundo Congreso Internacional de Matemática realizado en París del 6 al 12 de Agosto de 1900. La versión original fue publicada, en alemán, en el *Göttinger Nachrichten*, y un año más tarde, en 1901, en el *Archiv der Mathematik und Physik*, 3d ser., vol 1. Hay una versión en francés publicada en *L'Enseignement mathématique*, vol. 2, 1900. En 1902 fue publicada una traducción en inglés realizada por Dra. Mary Winston Newton, refrendada por el propio Hilbert, en el *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 8, 1902.



David Hilbert

¿Quién de nosotros no quisiera levantar el velo tras el cual yace escondido el futuro, y asomarse, aunque fuera por un instante, a los próximos avances de nuestra ciencia y a los secretos de su desarrollo ulterior en los siglos futuros? ¿Cuáles serán las metas particulares que tratarán de alcanzar los líderes del pensamiento matemático de las generaciones futuras? ¿Qué nuevos métodos y nuevos hechos nos depararán los siglos por venir en el ancho y rico campo del pensamiento matemático?

La historia nos enseña la continuidad del desarrollo de la ciencia. Sabemos que cada época tiene sus propios problemas, y dependerá de la próxima generación, ya sea, resolverlos o bien, desecharlos por considerarlos improductivos y remplazarlos por nuevos problemas. Si queremos darnos una idea del desarrollo probable del conocimiento matemático en el futuro inmediato, debemos plantear a nuestras mentes aquellas cuestiones dudosas al observar los problemas que la ciencia de hoy nos propone y cuya solución la esperamos del futuro. El momento presente, marcado por el encuentro de dos siglos, me parece una buena ocasión para presentar una revisión de estos problemas. Porque el cierre de una gran época no sólo nos invita a mirar al pasado, sino que también dirige nuestros pensamientos hacia el futuro.

No podemos negar el profundo significado que representan ciertos problemas tanto para el avance de la ciencia matemática en general, como por el importante papel que juegan estos problemas en el trabajo del investigador particular. Siempre que una rama de la ciencia nos ofrezca una abundancia de problemas, permanecerá siempre viva; una carencia de problemas pronosticaría una extinción o cesantía en su desarrollo independiente. Así como cada empresa humana persigue ciertos objetivos, así también la investigación matemática requiere sus problemas. Es por medio de la solución de problemas que se templará la fuerza del investigador, descubriendo nuevos métodos y nuevos enfoques, y ganando un horizonte más vasto y más libre.

Es muy difícil y casi imposible juzgar correctamente, de antemano, el valor de un problema, porque la recompensa final depende de la ganancia que obtenga la ciencia de dicho problema. Sin embargo, podemos preguntar si existen criterios generales que puedan caracterizar lo que es un buen problema matemático.

Un matemático francés de tiempos pasados dijo: "Una teoría matemática no debe ser considerada completa hasta que sea tan clara de entender que pueda ser explicada al primer hombre que pase por la calle". Esta claridad y facilidad de comprensión, que aquí se le exige a una teoría matemática, yo la exigiría, aún con más razón, para un problema matemático perfecto; porque lo que es claro y fácil de comprender nos atrae, lo complicado nos repele.

Más aún, un problema matemático debería ser lo suficientemente difícil como para retornos, pero sin ser inabordable, ya que burlaría nuestros esfuerzos. Por el contrario, debería ser una señal-guía para conducirnos por el laberinto de las ocultas verdades, recompensando nuestros esfuerzos con el placer que nos depara la solución hallada.

Los matemáticos de siglos pasados se ocuparon de resolver con gran fervor y pasión los problemas más difíciles. Ellos sabían el valor de estos problemas. Sólo citaré, a manera de ejemplo, el Problema de la braquistócrona de Jean Bernoulli. La experiencia nos enseña, nos explica Bernoulli en el anuncio público de este problema, que los espíritus nobles nunca cesan de trabajar por el progreso de la ciencia, por medio del planteamiento de problemas difíciles y al mismo tiempo útil. Y de esta forma él esperaba merecer el reconocimiento del mundo matemático, siguiendo el ejemplo de Mersenne, Pascal, Fermat, Viviani y otros, al plantear, ante los más distinguidos analistas de su época, un problema, por medio del cual, como con una piedra de toque, podrían ensayar la excelencia de sus métodos y al mismo tiempo valorarlos entre sí. Es así, a partir del problema de Bernoulli y de otros problemas similares, que tiene su origen el cálculo de variaciones. Fermat ha propuesto, como es bien conocido, que la ecuación diofántica (Diophanto):  $x^n + y^n = z^n$ , es imposible de resolver para números enteros  $x, y, z$ , -salvo en casos evidentes-. El problema de la demostración de esta imposibilidad nos ofrece un ejemplo convincente de la influencia que puede tener sobre la ciencia un problema tan especial y en apariencia tan poco importante.

(continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

En efecto, es el problema de Fermat el que lleva a Kummer a introducir los números ideales y al descubrimiento del teorema de la descomposición unívoca de los números de un campo ciclotómico en factores ideales primos, teorema que, junto a la extensión a cualquier campo algebraico, hecha por Dedekind y Kronecker, se ha convertido en el punto central de la teoría moderna de números, y cuya significación se extiende más allá de los límites de la teoría de números, dentro de las regiones del álgebra y la teoría de funciones.

Pasando a un campo muy diferente de investigación, me referiré al Problema de los tres cuerpos. Poincaré, al tratar de forma novedosa tan difícil problema y acercarse tanto a una solución, descubrió los métodos fecundos de una gran parte de la mecánica celeste y que hoy en día son reconocidos y aplicados por la astronomía práctica.

Estos dos problemas, el de Fermat y el de los tres cuerpos, nos parecen polos opuestos, el primero, la creación libre de la razón pura, perteneciente a la región de la teoría de números abstracta; el segundo, propuesto por los astrónomos y necesario para el conocimiento de los fenómenos más simples y fundamentales de la naturaleza.

Pero como sucede a menudo, el mismo problema especial encuentra aplicaciones en las más disímiles ramas del conocimiento matemático. Así, por ejemplo, el problema de las geodésicas juega un papel fundamental desde un punto de vista histórico, en los fundamentos de la geometría, en la teoría de curvas y superficies, en mecánica y en el cálculo de variaciones. Felix Klein, en su obra sobre el icosaedro, ha destacado convincentemente la importancia del problema de los poliedros regulares en la geometría elemental, en la teoría de grupos, en la teoría de ecuaciones y en la teoría de ecuaciones diferenciales lineales.

Para arrojar más luz sobre la importancia de ciertos problemas, voy a referirme a Weierstrass, quien consideró como un gesto providencial, el haber encontrado, en el comienzo de su carrera, un problema tan importante para su futuro trabajo como el problema de inversión de Jacobi.

Una vez expuesta la importancia general de los problemas de la matemática, vamos a pasar a la cuestión de las fuentes de donde surgen estos problemas. Seguramente, los primeros y más antiguos problemas de cada rama de la matemática surgen de la experiencia y son sugeridos por el mundo de los fenómenos externos. Aún las reglas para calcular con números enteros debe haber sido descubierta de esta manera, en un estadio primitivo de la civilización humana, justamente como los niños de hoy día aprenden las aplicaciones de estas leyes a través de métodos empíricos. Lo mismo podemos decir de los primeros problemas de la geometría, propuestos en la antigüedad, como la duplicación del cubo, la cuadratura del círculo; así como los más antiguos problemas de la teoría de resolución de ecuaciones numéricas, en la teoría de curvas, en el cálculo diferencial e integral, en el cálculo de variaciones, la teoría de las series de Fourier y la teoría del potencial -sin mencionar la abundancia y riqueza de los problemas propios de la mecánica, la astronomía y la física.

Pero, en el desarrollo progresivo de una disciplina matemática, el espíritu humano, motivado por el éxito de las soluciones, se hace consciente de su independencia. Por medio de la combinación lógica, la generalización y la especialización, por medio de la separación y la recolección de ideas -a veces sin apreciable influencia del exterior- ésta evoluciona y a partir de ella misma produce nuevos y más fecundos problemas, y aparece, entonces, como la cuestionadora de verdad. Así surgieron, el problema de los números primos y los otros problemas de la aritmética, la teoría de Galois, de las ecuaciones, la teoría de los invariantes algebraicos, la teoría de las funciones abelianas y automorfias; de forma general, podemos decir que casi todos los problemas especiales de las teorías modernas de números y de funciones se originan de esta manera.

Así, mientras trabaja la fuerza creativa de la razón pura, el mundo exterior hace sentir de nuevo su influencia, nos impone nuevos problemas a partir de la experiencia, creando nuevas disciplinas matemáticas; y mientras buscamos conquistar estos nuevos campos del conocimiento para el acervo de la razón pura, nos encontramos, frecuentemente, con las respuestas a antiguos problemas y así, al mismo tiempo, hacemos avanzar las viejas teorías de la forma más ventajosa. Y me parece a mí, que esta repetida interacción entre la razón y la experiencia es la causa de las más sorprendentes analogías, así como la siempre preestablecida armonía con la cual el matemático percibe los problemas, los métodos y las ideas en los diversos dominios de su ciencia.

Examinaremos a continuación, someramente, las exigencias y las condiciones generales que debemos considerar para resolver un problema matemático. Primero que nada, debería ser posible establecer la exactitud de la solución por medio de un número finito de pasos basados sobre un número finito de hipótesis, las cuales están implicadas en el enunciado del problema y deben ser formuladas con precisión. Esta exigencia de deducción lógica por medio de un número finito de procesos, constituye, simplemente, la exigencia necesaria de rigor. En efecto, el rigor en la demostración, condición que hoy en día es de importancia proverbial para la matemática, corresponde a una necesidad filosófica general de nuestro entendimiento; por otra parte, sólo satisfaciendo esta exigencia, el pensamiento y la sugestividad del problema alcanzan su máxima fecundidad. Un nuevo problema, especialmente cuando proviene del mundo exterior de la experiencia, es como una joven rama, que crece y nos da frutos sólo cuando ha sido cuidadosamente injertada, de acuerdo con las estrictas reglas de la horticultura, sobre el viejo tronco, los logros establecidos de la ciencia matemática.

Es un error creer que el rigor en la demostración es enemigo de la simplicidad. Por el contrario, encontramos numerosos ejemplos en los cuales el método más riguroso es al mismo tiempo el más simple y el más fácil de entender. La mera búsqueda del rigor nos fuerza a descubrir métodos más simples de demostración. También, frecuentemente, esta búsqueda de rigor nos conduce hacia métodos con mayor capacidad de desarrollo que los viejos métodos de menor rigor. Así, la teoría de curvas algebraicas ha experimentado una simplificación considerable y ha alcanzado una mayor unidad a través de métodos teórico-funcionales más rigurosos y la introducción consistente de consideraciones auxiliares transcendentales. Más aún, la prueba de que una serie de potencias permite la aplicación de las cuatro operaciones elementales de la aritmética así como la diferenciación y la integración término a término, y el consecuente reconocimiento de la utilidad de las series de potencias basada en esta demostración, contribuyó enormemente a la simplificación de todo el análisis, particularmente de la teoría de la eliminación y la teoría de ecuaciones diferenciales, así como las pruebas de existencia que exigieron estas teorías.

Pero el mejor ejemplo, a mi forma de ver, en este orden de ideas, lo constituye el cálculo de variaciones. El tratamiento de la primera y la segunda variación de las integrales definidas requieren de cálculos extremadamente complicados, y los procedimientos aplicados por los matemáticos del pasado carecían del rigor necesario. Fue Weierstrass el primero en mostrarnos el camino hacia una nueva y segura fundamentación del cálculo de variaciones. Por medio de los ejemplos de la integral simple y de la integral doble, en breve mostraré, hacia el final de mi conferencia, como esto nos conduce directamente a una sorprendente simplificación del cálculo de variaciones.

(Continúa en la siguiente página)

(viene de la página anterior)

Señalaré que en la demostración de los criterios necesarios y suficientes para la existencia de un mínimo y un máximo, el cálculo de la segunda variación y una parte de los fatigantes razonamientos relativos a la primera variación son totalmente superfluos, sin hablar del considerable progreso aportado por la eliminación de las restricciones a las variaciones para las cuales las derivadas de las funciones variaban muy poco.

Me gustaría, por otra parte, mientras insisto sobre el rigor en el razonamiento como una condición necesaria para la solución completa de un problema, presentar mi desacuerdo con la opinión de que los conceptos del análisis, o los de la aritmética, son los únicos susceptibles de un tratamiento completamente riguroso. Esta opinión, que, ocasionalmente, ha sido sostenida por hombres eminentes, la considero completamente errónea. Tal interpretación unilateral de la exigencia de rigor nos conduciría, rápidamente, a ignorar los conceptos que surgen de la geometría, la mecánica o la física, hasta llegar a paralizar el flujo de nuevo material proveniente del mundo exterior, y finalmente, como última consecuencia, al rechazo de las ideas del continuo y de los números irracionales. ¡Ignorar la fuente de la geometría y la física matemática, sería como extirpar un nervio vital para la ciencia matemática! Por el contrario, yo creo que cualquiera que sea la fuente de donde provienen las ideas matemáticas, ya sea de la teoría del conocimiento o de la geometría, o de las teorías de las ciencias físicas y naturales, el problema matemático consistirá en investigar los principios fundamentales que subyacen a estas ideas para establecerlos en un sistema simple y completo de axiomas, de tal forma que la exactitud y rigor de las nuevas ideas y su susceptibilidad de deducción no sea inferior de los antiguos conceptos aritméticos.

A los nuevos conceptos le corresponden, necesariamente, nuevos símbolos. Y estos deben ser escogidos de tal forma que nos recuerden los fenómenos que motivaron la creación de estos nuevos conceptos. De esta forma, las figuras geométricas son los símbolos que representan la intuición espacial, y son usados por todos los matemáticos. ¿Quién no ha utilizado la doble desigualdad  $a > b > c$ , visualizada como tres puntos consecutivos sobre una línea recta, como el símbolo geométrico que representa el concepto “entre”? ¿Quién, al tratar de probar un difícil teorema sobre la continuidad de funciones o sobre la existencia de puntos de condensación, no ha dibujado segmentos de recta o rectángulos encerrados unos dentro de otros? ¿Quién podría prescindir de la figura del triángulo, el círculo con su centro, o la cruz que forman los ejes de coordenadas? ¿O de la representación de un campo vectorial, o la figura de una familia de curvas o superficies con su cubrimiento, que juega un papel tan importante en la geometría diferencial, en la teoría de ecuaciones diferenciales, en los fundamentos del cálculo de variaciones, y en otras ramas de las ciencias matemáticas puras?

Los símbolos aritméticos son números escritos y los símbolos geométricos son fórmulas dibujadas; y ningún matemático podrá prescindir de estas fórmulas dibujadas, de la misma forma que no podría prescindir de los paréntesis o de cualquier otro símbolo analítico a la hora de realizar un cálculo.

La aplicación de los símbolos geométricos como método riguroso presupone el conocimiento exacto y completo de los axiomas que son el fundamento de esas figuras; y para que esas figuras geométricas puedan ser incorporadas al tesoro general de los símbolos matemáticos, se hace necesaria una rigurosa investigación de su contenido conceptual. De la misma forma que al sumar dos números, se deben colocar los dígitos uno debajo del otro en el orden correcto para que sólo las reglas de la aritmética, es decir, los axiomas de la aritmética, determinen el uso correcto de los dígitos, el uso de los símbolos geométricos debe estar determinado por los axiomas de los conceptos geométricos y sus combinaciones.

La coincidencia entre el pensamiento geométrico y el pensamiento aritmético se revela también en lo siguiente: en la investigación aritmética, lo mismo que en las consideraciones geométricas, no remontamos la cadena deductiva hasta los axiomas, y por el contrario, especialmente en el primer enfrentamiento del problema, lo abordamos por medio de una combinación de razonamientos, rápidos e inconscientes, pero no definitivos, con una confianza absoluta en un cierto sentimiento aritmético acerca del comportamiento de los símbolos aritméticos. Sin esta confianza, no podríamos hacer progresar a la aritmética, así como tampoco a la geometría sin la imaginación geométrica, la facultad que nos hace ver en el espacio. Como un ejemplo de una teoría aritmética que opera rigurosamente con los conceptos y los símbolos de la geometría, podríamos mencionar la obra de Minkowski: *Geometrie der Zahlen*. Aquí sería conveniente señalar algunas de las dificultades que podrían presentar los problemas matemáticos y la forma de superarlas.

Si no podemos resolver un problema matemático, la razón suele ser, frecuentemente, nuestra falta al no poder reconocer un punto de vista más general, en el cual nuestro problema aparece como un simple vínculo en una cadena de problemas relacionados. Después de encontrar este punto de vista, no solamente se hace el problema más accesible a nuestra investigación, sino que al mismo tiempo nos apropiamos de un método también aplicable a los problemas relacionados. Citaré como ejemplos, dentro de la teoría de las integrales definidas, la introducción por parte de Cauchy de los caminos complejos de integración y, dentro de la teoría de números, la introducción por parte de Kummer de la noción de número ideal. Esta forma de hallar métodos más generales es, sin lugar a dudas, la más accesible y la más segura; porque aquellos que buscan métodos sin tener en mente un problema determinado, buscan, la mayor parte del tiempo, en vano.

En los problemas matemáticos, según mi forma de ver, la particularización juega un papel más importante que la generalización. Quizás, en la mayoría de los casos, la causa de no haber podido hallar la solución de un problema, reside en el hecho de no haber tratado primero de resolver los problemas más sencillos y fáciles. Todo depende, entonces, en hallar estos problemas más sencillos y tratar de resolverlos por medio de los procedimientos más rigurosos con que contemos y de aquellos conceptos susceptibles de generalización.

Esta regla es una de las más importantes palancas para remover las dificultades matemáticas y, me parece, que siempre la usamos, aunque quizás, inconscientemente.

Ocasionalmente sucede que buscamos la solución bajo hipótesis incompletas o en un sentido incorrecto, y por esta razón no tenemos éxito. De aquí surge el siguiente problema: demostrar la imposibilidad de la solución bajo las hipótesis dadas, o en el sentido considerado. Tales pruebas de imposibilidad fueron realizadas por los antiguos; así, por ejemplo, demostraron que la razón entre la hipotenusa y el lado de un triángulo rectángulo isósceles es irracional. Posteriormente, las preguntas sobre la imposibilidad de ciertas soluciones juegan un papel prominente; y percibimos, de esta manera, que los problemas difíciles de la antigüedad, como la prueba del axioma de las paralelas, la cuadratura del círculo, o la resolución por radicales de las ecuaciones de quinto grado, han encontrado finalmente una solución rigurosa y satisfactoria, aunque en un sentido muy diferente a la intención original.

Y, probablemente, sea este hecho fundamental, junto con otras razones filosóficas, lo que suscite la convicción compartida por todos los matemáticos, aunque sin una prueba que la sustente, de que todo problema matemático bien definido debe ser necesariamente susceptible de una

(Continúa en la siguiente página)

solución exacta, ya sea en la forma de una respuesta directa a la pregunta planteada, o por medio de la demostración de la imposibilidad de hallar una solución, es decir, el necesario fracaso de toda tentativa de demostración futura.

Tomemos cualquier problema no resuelto, tal como la pregunta sobre la irracionalidad de la constante  $C$  de Euler-Mascheroni o la existencia de un número infinito de números primos de la forma  $2n+1$ . Por más que estos problemas parezcan inabordables, y nos sintamos incapaces ante ellos, sin embargo, tenemos la firme convicción de que su solución debe seguir un número finito de deducciones lógicas.

¿Es este axioma de la posibilidad de resolver todo problema una característica particular del pensamiento matemático, o es consecuencia de una ley general inherente a la naturaleza de nuestro entendimiento, la creencia de que toda pregunta planteada por nuestro entendimiento debe ser susceptible de una solución? En otras ciencias también encontramos problemas antiguos que han sido resueltos por medio de la demostración de su imposibilidad. Podemos citar, como ejemplo, el problema del movimiento perpetuo. Después de muchos fracasos al tratar de construir una máquina de movimiento perpetuo, los científicos investigaron las relaciones que deben existir entre las fuerzas de la naturaleza si tal máquina fuera imposible; y esta pregunta inversa llevó al descubrimiento de la ley de la conservación de la energía, la cual, al mismo tiempo, explicaba la imposibilidad del movimiento perpetuo en el sentido original.

Esta convicción en la resolución de todo problema matemático es un gran incentivo para el investigador. Siempre escuchamos dentro de nosotros la llamada perenne: He aquí el problema. Busca la solución. La puedes hallar usando el razonamiento puro, porque el matemático nunca dirá: "ignorabimus".

(A continuación, en un esfuerzo por acortar la conferencia como le habían sugerido Minkowski y Hurwitz, Hilbert se vio precisado a presentar sólo 10 problemas de un total de 23 que había enumerado en su manuscrito, los cuales fueron ilustrando con pequeñas sinopsis de sus orígenes y significado).

Los tres primeros correspondían a los fundamentos de la matemática:

1. Probar la hipótesis de Cantor sobre el "continuo". Todo conjunto de números reales puede ser puesto en correspondencia biunívoca, o bien con un conjunto de números naturales o con el conjunto de todos los números reales (el continuo).
2. Investigar la consistencia (no-contradicción) de los axiomas de la aritmética.
6. Axiomatizar las ciencias físicas.

Hasta aquí -continuó Hilbert- sólo hemos considerado problemas relacionados con los fundamentos de la ciencia matemática. Desde luego, que el estudio de los fundamentos de una ciencia siempre son importantes, y el análisis de estos fundamentos siempre estará entre los problemas más importantes para el investigador. Weierstrass dijo: "El objetivo final que siempre debemos tener presente es llegar al conocimiento correcto de los fundamentos. . . Pero para progresar en las ciencias es indispensable resolver los problemas individuales". De hecho, un acucioso conocimiento de sus teorías especiales es necesario para el tratamiento satisfactorio de los fundamentos de la ciencia. Sólo aquel arquitecto que conoce el propósito y todos los detalles de la estructura está en la posición de construir unas fundaciones seguras.

Los cuatro problemas siguientes fueron seleccionados de la aritmética y el álgebra.

7. Establecer la trascendencia, o al menos la irracionalidad, de ciertos números.
8. Problemas sobre los números primos.
13. Probar la imposibilidad de la resolución de la ecuación general de séptimo grado por medio de funciones de sólo dos argumentos.
16. Problemas sobre topología de curvas y sobre superficies algebraicas.

Los últimos tres problemas seleccionados por Hilbert para cerrar su conferencia correspondía a la teoría de funciones:

19. Determinar si las soluciones de los problemas "regulares" del cálculo de variaciones son necesariamente analíticas.
21. Probar que siempre existe una ecuación diferencial lineal de clase fuchsiana, dados sus puntos singulares y su grupo monodrómico.
22. Generalizar un teorema probado por Poincaré, en el sentido que siempre es posible uniformizar cualquier relación algebraica entre dos variables por medio de funciones automorfas de una variable.

Los problemas mencionados -Hilbert expresó a su audiencia- son apenas algunos ejemplos de problemas, pero creo que son suficientes para mostrarnos lo rico, variado y extenso de la ciencia matemática de hoy; lo cual nos hace pensar si acaso la matemática no estará destinada, como otras ciencias que se han dividido en numerosas ramas, y sus representantes han terminado sin entenderse unos con otros, haciendo muy difícil su vinculación. Pero no creo que sea este nuestro caso, ni lo deseo. En mi opinión, la ciencia matemática es un todo indivisible, un organismo cuya vitalidad esta condicionada por la conexión de sus partes. Porque, a pesar de toda la variedad del conocimiento matemático, estamos conscientes de la similitud de sus procedimientos lógicos, el parentesco de las ideas matemáticas como un todo y las numerosas analogías en sus diferentes dominios. Más aún: cuanto más se desarrolla una teoría matemática, más gana en armonía y en uniformidad, y surgen inesperadas relaciones entre sus diferentes ramas. De aquí que, con el crecimiento de la matemática, su carácter orgánico no disminuye, sino que se manifiesta más clara y evidentemente.

Pero, preguntamos: ¿Con el crecimiento del conocimiento matemático no se hará imposible, para cualquier investigador individual, abarcar todos los dominios de este conocimiento? Para contestar, me permito hacer referencia al perfecto engranaje de esta ciencia matemática, en la cual todo verdadero avance va acompañado de la invención de instrumentos más finos y de métodos más simples, que al mismo tiempo que nos asisten a la comprensión de nuevas teorías, nos ayudan a rechazar desarrollos más complicados. Es por ello que se hace posible para el investigador individual, una vez que domina estos finos instrumentos y estos métodos simples, encontrar su camino en los diferentes dominios de la matemática más fácilmente que para los investigadores de otras ciencias. La unidad orgánica de la matemática es inherente a la naturaleza de esta ciencia, porque la matemática es el fundamento de todo conocimiento exacto sobre los fenómenos naturales. Y si el nuevo siglo nos diera los talentosos profetas y los discípulos entusiastas, quizás pudiera satisfacerse completamente este magno destino de la matemática.

---

---

## LOS 23 PROBLEMAS DE HILBERT

1. Problema de Cantor sobre el cardinal del continuo. ¿Cuál es el cardinal del continuo?
  2. La compatibilidad de los axiomas de la aritmética. ¿Son compatibles los axiomas de la aritmética?
  3. La igualdad de los volúmenes de dos tetraedros de igual base e igual altura.
  4. El problema de la distancia más corta entre dos puntos. ¿Es la línea recta la distancia más corta entre dos puntos, sobre cualquier superficie, en cualquier geometría?
  5. Establecer el concepto de grupo de Lie, o grupo continuo de transformaciones, sin asumir la diferenciabilidad de las funciones que definen el grupo.
  6. Axiomatización de la física. ¿Es posible crear un cuerpo axiomático para la física?
  7. La irracionalidad y trascendencia de ciertos números como  $e$ ,  $2^{\sqrt{2}}$ , etc.
  8. El problema de la distribución de los números primos.
  9. Demostración de la ley más general de reciprocidad en un cuerpo de números cualesquiera.
  10. Establecer métodos efectivos de resolución de ecuaciones diofánticas.
  11. Formas cuadráticas con coeficientes algebraicos cualesquiera.
  12. La extensión del teorema de Kronecker sobre cuerpos abelianos a cualquier dominio de racionalidad algebraica.
  13. Imposibilidad de resolver la ecuación general de séptimo grado por medio de funciones de sólo dos argumentos.
  14. Prueba de la condición finita de ciertos sistemas completos de funciones.
  15. Fundamentación rigurosa del cálculo enumerativo de Schubert o geometría algebraica.
  16. Problema de la topología de curvas algebraicas y de superficies.
  17. La expresión de formas definidas por sumas de cuadrados.
  18. Construcción del espacio de los poliedros congruentes.
  19. Las soluciones de los problemas regulares del cálculo de variaciones, ¿son siempre analíticas?
  20. El problema general de condiciones de contorno de Dirichlet.
  21. Demostración de la existencia de ecuaciones diferenciales lineales de clase fuchsiana, conocidos sus puntos singulares y grupo monodrómico.
  22. Uniformidad de las relaciones analíticas por medio de funciones automórficas: siempre es posible uniformizar cualquier relación algebraica entre dos variables por medio de funciones automorfas de una variable.
  23. Extensión de los métodos del cálculo de variaciones.
- 
-

**TRABAJANDO EN CÁLCULO****Teoremas del Cálculo Diferencial. Ejemplos.-****Teorema de Rolle.-**

En el número anterior se enunció el Teorema de Rolle. Ahora mostraremos algunos ejemplos donde se aplica dicho teorema.

1) Considere la función  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  en el intervalo  $[0, 4]$ . Verificar que esta función satisface el Teorema de Rolle.

**Solución:**

Como la función en estudio es una función polinómica, las condiciones de continuidad y derivabilidad establecidas en el Teorema de Rolle se cumplen automáticamente.

Obtengamos  $f(0)$  y  $f(4)$ :

$$f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 2 = 2$$

$$\Rightarrow f(0) = f(4)$$

Se cumple también esta condición.

Entonces, el Teorema de Rolle permite considerar que, al cumplirse estas condiciones, que debe existir por lo menos un valor  $c \in (0, 4)$  que haga  $f'(c) = 0$ .

Obtengamos la derivada e igualémosla a cero:

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \in (0, 4)$$

Este valor permite afirmar que la función cumple con el Teorema de Rolle.

2) Verifique el Teorema de Rolle con la función  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 1$  en el intervalo  $[0, 2]$ .

**Solución:**

Al ser una función polinómica, las condiciones de continuidad y derivabilidad establecidas en el Teorema de Rolle se cumplen automáticamente.

Obtengamos  $f(0)$  y  $f(2)$ :

$$f(0) = 0^3 + 2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 1 = 1$$

$$\Rightarrow f(0) = f(2)$$

Se cumple también esta condición.

Obtengamos la derivada e igualémosla a cero:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 4x - 8$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 \approx 1,097 \wedge x_2 \approx -2,43$$

Estos valores permiten afirmar que la función cumple con el Teorema de Rolle.

(Viene de la página anterior)

3) Verifique la validez del Teorema de Rolle con la función  $f(x) = x^4 + x^2 + 2$  en el intervalo  $[-1, 1]$ .

**Solución:**

La función, al ser polinómica, es continua y derivable en el intervalo señalado. Además.

$$f(-1) = (-1)^4 + (-1)^2 + 2 = 4$$

$$f(1) = 1^4 + 1^2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow f(-1) = f(1)$$

Ahora, obtengamos la derivada e igualémosla a cero:

$$f(x) = x^4 + x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 2x$$

$$f'(x) = 4x^3 + 2x = 0 \Rightarrow 2x(2x^2 + 1) = 0$$

Única raíz real posible :  $x = 0$

Este valor permite afirmar que la función cumple con el Teorema de Rolle.

4) Considere la función  $f(x) = |x - 1|$ . Estudie si cumple con el Teorema de Rolle en el intervalo  $[-2, 2]$ .

**Solución:**

La función la definimos por tramos:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \\ x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Para  $x < 1$ ,  $f'(x) = -1$ ; y para  $x > 1$ ,  $f'(x) = 1$ . Estudiemos ahora si existe la derivada en  $x = 1$ .

Utilizando la definición de derivada, consideremos límites laterales:

$$\text{Por la izquierda} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x + 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-1) = -1$$

$$\text{Por la derecha} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 = 1$$

Como son diferentes los límites laterales, la derivada de  $f(x)$  en  $x = 1$  no existe.

Como la función no tiene derivada en  $x = 1$ , esto no permite que la función cumpla con el Teorema de Rolle en  $[-2, 2]$ .

**APORTE ESTUDIANTIL**

**Br. Luis Velásquez**  
Mención Matemática – FACE-UC

Durante nuestros estudios de cálculo, nos encontramos con ciertas funciones que al integrarlas, se nos hace imposible hallar su función primitiva a través de los métodos de integración conocidos. Es por ello que utilizamos funciones especiales para hallar un resultado aproximado sin pasar por la función primitiva.

Un caso conocido es la integral  $\int \sqrt{Tgx} dx$ . He aquí la propuesta de una posible solución.

Primero se plantea la ecuación diferencial ordinaria (EDO):  $y' - \sqrt{Tgx} = 0$ , y el objetivo será encontrar la solución general (sg) de dicha EDO. Apliquemos el método de variables separables:

$y' - \sqrt{Tgx} = 0$ $y' = \sqrt{Tgx}$ $\frac{dy}{dx} = \sqrt{Tgx}$ $dy = \sqrt{Tgx} dx$ $\int dy = \int \sqrt{Tgx} dx$ $y = \int \sqrt{Tgx} dx \quad (1)$	<p>Realicemos el siguiente cambio de variable (CVA):</p> $u^2 = Tgx$ $2udu = Sec^2 x dx$ $2udu = (1 + Tg^2 x) dx$ $2udu = (1 + u^4) dx$ $dx = \frac{2u}{1 + u^4} du$	<p>Sustituyendo en (1) el cambio de variable, se tiene:</p> $y = \int \sqrt{u^2} \cdot \frac{2u}{1 + u^4} du = \int \frac{2u^2}{1 + u^4} du \quad (2)$
---	--	--

El denominador en (2) es un polinomio de grado cuatro y no posee raíces reales; para factorizarlo utilizaremos una completación de cuadrado:

$$1 + u^4 = 1 + u^4 + 2u^2 - 2u^2$$

$$1 + u^4 = 1 + 2u^2 + u^4 - 2u^2$$

$$1 + u^4 = (1 + u^2)^2 - 2u^2$$

$$1 + u^4 = (1 + u^2 + \sqrt{2}u)(1 + u^2 - \sqrt{2}u)$$

$$1 + u^4 = (u^2 - \sqrt{2}u + 1)(u^2 + \sqrt{2}u + 1)$$

Sustituyendo en (2):

$$\int \frac{2u^2 du}{(u^2 - \sqrt{2}u + 1)(u^2 + \sqrt{2}u + 1)}$$

Este es un cociente que admite la aplicación del método de fracciones parciales:

$$\int \frac{2u^2 du}{(u^2 - \sqrt{2}u + 1)(u^2 + \sqrt{2}u + 1)} = 2 \int \frac{Au + B}{u^2 - \sqrt{2}u + 1} du + 2 \int \frac{Cu + D}{u^2 + \sqrt{2}u + 1} du \quad (3)$$

Luego:

$$\frac{u^2}{1 + u^4} = \frac{Au + B}{u^2 - \sqrt{2}u + 1} + \frac{Cu + D}{u^2 + \sqrt{2}u + 1}$$

$$u^2 = (Au + B)(u^2 + \sqrt{2}u + 1) + (Cu + D)(u^2 - \sqrt{2}u + 1)$$

$$u^2 = Au^3 + A\sqrt{2}u^2 + Au + Bu^2 + \sqrt{2}Bu + B + Cu^3 - C\sqrt{2}u^2 + Cu + Du^2 - \sqrt{2}Du + D$$

$$u^2 = (A + C)u^3 + (B + \sqrt{2}A - \sqrt{2}C + D)u^2 + (A + C + B\sqrt{2} - D\sqrt{2})u + (B + D)$$

$\begin{cases} A + C = 0 & (4) \\ B + \sqrt{2}A - \sqrt{2}C + D = 1 & (5) \\ A + C + B\sqrt{2} - D\sqrt{2} = 0 & (6) \\ B + D = 0 & (7) \end{cases}$	$\Rightarrow$	$\begin{cases} A = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ B = 0 \\ C = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ D = 0 \end{cases}$
--	---------------	---

Regresando a (3):

$$\begin{aligned} \int \frac{2u^2}{1+u^4} du &= 2 \int \frac{\frac{\sqrt{2}}{4}u+0}{u^2-\sqrt{2}u+1} du + 2 \int \frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}u+0}{u^2+\sqrt{2}u+1} du = \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u}{u^2-\sqrt{2}u+1} du - \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u}{u^2+\sqrt{2}u+1} du = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u-\sqrt{2}+\sqrt{2}}{u^2-\sqrt{2}u+1} du - \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u+\sqrt{2}-\sqrt{2}}{u^2+\sqrt{2}u+1} du = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u-\sqrt{2}}{u^2-\sqrt{2}u+1} du + \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{u^2-\sqrt{2}u+1} du - \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u+\sqrt{2}}{u^2+\sqrt{2}u+1} du + \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{u^2+\sqrt{2}u+1} du \\ &\qquad\qquad\qquad (I_1) \qquad\qquad\qquad (I_2) \qquad\qquad\qquad (I_3) \qquad\qquad\qquad (I_4) \end{aligned}$$

Resolviendo  $I_1$ :

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u-\sqrt{2}}{u^2-\sqrt{2}u+1} du = \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{da}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|a| + C_1 = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|u^2-\sqrt{2}u+1| + C_1 = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|Tg^2x-\sqrt{2Tgx}+1| + C_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{CVA:} \\ a = u^2 - \sqrt{2}u + 1 \\ da = (2u - \sqrt{2})du \end{array} \right.$$

Resolviendo  $I_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{u^2-\sqrt{2}u+1} du &= \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{(u-\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} du = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(u-\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{1}{2} \int \frac{dv}{v^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2v}{\sqrt{2}}\right) + C_2 \\ &= \text{(completando cuadrados)} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2(u-\frac{\sqrt{2}}{2})}{\sqrt{2}}\right) + C_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2(\sqrt{Tgx}-\frac{\sqrt{2}}{2})}{\sqrt{2}}\right) + C_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}-1) + C_2 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{CVA:} \\ v = u - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ dv = du \end{array} \right.$$

Resolviendo  $I_3$ :

$$-\frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{2u+\sqrt{2}}{u^2+\sqrt{2}u+1} du = -\frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{dh}{h} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|h| + C_3 = -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|u^2+\sqrt{2}u+1| + C_3 = -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|Tg^2x+\sqrt{2Tgx}+1| + C_3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{CVA:} \\ h = u^2 + \sqrt{2}u + 1 \\ dh = (2u + \sqrt{2})du \end{array} \right.$$

Resolviendo  $I_4$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{u^2+\sqrt{2}u+1} du &= \frac{\sqrt{2}}{4} \int \frac{\sqrt{2}}{(u+\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} du = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(u+\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{1}{2} \int \frac{db}{b^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2b}{\sqrt{2}}\right) + C_4 \\ &= \text{(completando cuadrados)} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2(u+\frac{\sqrt{2}}{2})}{\sqrt{2}}\right) + C_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}\left(\frac{2(\sqrt{Tgx}+\frac{\sqrt{2}}{2})}{\sqrt{2}}\right) + C_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}+1) + C_4 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{CVA:} \\ b = u + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ db = du \end{array} \right.$$

Luego la solución general es:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|Tg^2x-\sqrt{2Tgx}+1| + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}-1) - \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln}|Tg^2x+\sqrt{2Tgx}+1| + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}+1) + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln} \left| \frac{Tg^2x-\sqrt{2Tgx}+1}{Tg^2x+\sqrt{2Tgx}+1} \right| + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}-1) + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}+1) + C \end{aligned}$$

Así que:

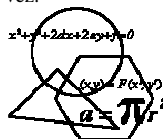
$$I = \int \sqrt{Tgx} dx = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{Ln} \left| \frac{Tg^2x-\sqrt{2Tgx}+1}{Tg^2x+\sqrt{2Tgx}+1} \right| + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}-1) + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{arcTg}(\sqrt{2Tgx}+1) + C$$

En nuestro próximo contacto a través de esta revista, presentaré una propuesta de solución para  $\int \sqrt[3]{Tgx} dx$ . Hasta esa oportunidad.

## ÍNDICE CRONOLÓGICO DE LA MATEMÁTICA (Parte X)

La cronología entre 1650 DC y 1675 DC

- 1650:** De Witt termina de escribir *Elementa curvarum linearum*. Es el primer desarrollo sistemático de geometría analítica sobre la línea recta y las cónicas. No se publica, sin embargo, hasta 1661 en que aparece como apéndice al importante trabajo de *van Schooten*.
- 1651:** *Nicolaus Mercator* publica tres trabajos sobre trigonometría y astronomía, "*Trigonometria sphaericorum logaritmica*", "*Cosmographia*" y "*Astronomica sphaerica*". Da a conocer el desarrollo bien conocida de la serie  $\text{Log}(1+x)$ .
- 1653:** *Pascal* publica el tratado sobre el triángulo aritmético en "*Triángulo de Pascal*". Muchos matemáticos lo habían estudiado con anterioridad.
- 1654:** *Fermat* y *Pascal* comienzan a trabajar sobre las leyes que gobiernan el azar y la probabilidad en cinco cartas que se intercambian durante el verano.
- 1654:** *Pascal* publica su "*Tratado sobre Equilibrio de los Líquidos*" de la hidrostática. Reconoce que esa fuerza se transmite igualmente en todas las direcciones a través de un fluido, y enuncia la Ley de Pascal sobre la presión.
- 1655:** *Brouncker* muestra el desarrollo de la fracción continua  $\frac{4}{\square}$ . También calcula la cuadratura de la hipérbola, un resultado que publicará tres años más tarde.
- 1656:** *Wallis* publica "*Aritmética infinita*" donde usa los métodos de interpolación para evaluar integrales.
- 1656:** *Huygens* patenta el primer reloj de péndulo.
- 1657:** *Huygens* publica "*El razonamiento en los juegos de azar*". Es el primer trabajo publicado sobre teoría de probabilidades, comienza a perfilar el concepto de "*esperanza matemática*" basándose en las ideas escritas en las cartas que se intercambiaron *Fermat* y *Pascal* a partir de 1654.
- 1657:** *Neile* es el primero en encontrar la longitud del arco de una curva algebraica cuando rectifica la parábola cúbica.
- 1657:** *Frenicle del Bessy* publica "*Solutio duorm problematum*" que da soluciones a algunos de los desafíos de teoría de números de *Fermat*.
- 1658:** *Wren* encuentra la longitud de un arco de la cicloide.
- 1659:** *Rahn* publica el "*Álgebra de Teutsche*" que contiene el signo de la división  $\div$  probablemente inventado por *Pell*.
- 1660:** *De Sluze* presenta sus trabajos sobre las "escaleras de caracol", puntos de inflexión y la obtención de medias geométricas. Estudia curvas que *Pascal* nombró "Las perlas de Sluze".
- 1660:** *Hooke* descubre su conocida *Ley de Hooke* sobre elasticidad.
- 1660:** *Viviani* mide la velocidad del sonido. Determina la tangente de la cicloide.
- 1661:** *Van Schooten* publica el segundo y último volumen de la "*Geometría*" de *Rene Descartes*. Este trabajo coloca a la Geometría analítica como el principal tópico matemático. Este libro también contiene como apéndices, trabajos de los discípulos de *Van Schooten* de *Witt*, *Hudde* y *Heuraet*.
- 1662:** Es fundada la Real Sociedad de Londres, siendo *William Brouncker* su primer presidente.
- 1662:** *Graunt* y *Petty* publican "*Observaciones Naturales y Políticas*" hechas sobre los *Índices de Mortalidad*. Es uno de los primeros libros sobre estadística.
- 1663:** *Barrow* se convierte en el primer Profesor Lucasiano de Matemática de la Universidad de Cambridge de Inglaterra.
- 1665:** *Newton* descubre el teorema del binomio y comienza a trabajar sobre cálculo diferencial.
- 1666:** Es fundada la Academia de Ciencias de París.
- 1667:** *James Gregory* publica a *Vera circuli et hyperbolae quadratura* que da las bases exactas para la geometría infinitesimal.
- 1668:** *James Gregory* publica *Geometriae pars universalis* que viene a ser el primer intento de escribir un libro sobre cálculo.
- 1668:** *Pell* elabora una tabla de factores de todos los números enteros hasta el 100000.
- 1669:** *Wren* publica su resultado sobre que la hiperboloide es una superficie normada.
- 1669:** *Barrow* renuncia a su cargo de Jefe de la cátedra Lucasiana de la Universidad de Cambridge para permitir que este cargo se le otorgara a su pupilo *Isaac Newton*.
- 1669:** *Wallis* publica su trabajo *Mechanica* que viene a ser un detallado estudio matemático sobre mecánica.
- 1670:** *Barrow* publica *Lectiones Geometricae* las cuales contienen su importante trabajo sobre tangentes, punto inicial de los trabajos de *Newton* sobre cálculo.
- 1671:** *De Witt* publica "*A Treatise on Life Annuities*" que contiene la idea de *esperanza matemática*.
- 1671:** *James Gregory* descubre el Teorema de Taylor y escribe a *Collins* para informarle sobre esto.
- 1672:** *Mengoli* publica "*El problema de la cuadratura del círculo*" que es un estudio sobre series infinitas y propone para  $\pi/2$  un producto de desarrollo infinito.
- 1672:** *Mohr* publica *Euclides danicus* donde muestra que las construcciones euclidianas pueden realizarse utilizando únicamente el compás.
- 1673:** *Leibniz* muestra su máquina calculadora incompleta a la Real Sociedad. Con esta realiza multiplicaciones, divisiones y hasta extrae raíces.
- 1673:** *Huygens* publica "*Horologium Oscillatorium sive de motu pendulorum*". Así como en este trabajo el presenta investigaciones de las evolutas e involutas de las curvas, estudia las evolutas de la cicloide y de la parábola.
- 1675:** *La Hire* publica "*Secciones conicae*" siendo uno de los trabajos más importantes sobre secciones cónicas.
- 1675:** *Leibniz* utiliza la notación moderna para las integrales por primera vez.



## MATEMÁTICOS DE NUESTRO TIEMPO (2)

La matemática actual tiene abiertos fecundos campos de un gran interés. Los grandes matemáticos de la segunda mitad del siglo XX y hasta nuestros días intentan el desarrollo de una matemática acorde con el tiempo en que vivimos, capaz de afrontar el reto que representa la tendencia social tanto como el progreso de las necesidades computacionales de las nuevas ingenierías o el avance vertiginoso de algunas disciplinas como la Astrofísica y la Computación Teórica.

Mostramos aquí algunas referencias a su trabajo, utilizando diversas fuentes de datos, entre las que podemos destacar, por su excelente documentación, la base de datos de la Universidad de San Andrés, Escocia.

Es una somera indicación del quehacer en la disciplina de matemáticos de extraordinaria calidad, algunos de ellos prematuramente fallecidos, que nacieron en los primeros años de la década de los 40, en plena Segunda Guerra Mundial.



**Peter Stefan**

(1941, Bratislava, Eslovaquia - 18/07/1978, Tryfan, Snowdonia, Gales)

**Teoría del Control, Teoría matemática de la Entropía, Accesibilidad, Teoría de foliaciones.**

Llegó a Inglaterra como invitado en la Universidad de Warwick, donde decidió permanecer huyendo de la política de su país. Se doctoró en esta universidad en 1973, con una tesis sobre foliaciones y Accesibilidad. A pesar de su muerte prematura en accidente, a los 37 años, sus publicaciones han sido de gran trascendencia. Trabajó en los últimos años de su vida como profesor de la Universidad de Gales Bangor.



**David George Crighton**

(15/11/1942, Llandudno, Gales - 12/04/2000, Cambridge, Inglaterra)

**Turbulencias en Fluidos, Ecuaciones Integrales, Problemas de Matemática Aplicada, Dinámica no lineal.**

Obtuvo el doctorado en la Universidad Imperial de Londres en 1969. Sus publicaciones sobre Teoría de Turbulencias en fluidos comenzaron desde 1970. A partir de 1974 fue destinado a Cambridge, en su sección de Ingeniería, aunque trabajó fundamentalmente en la Sección de Matemática Aplicada de la Universidad de Leeds cuyo departamento dirigió eficazmente. En Cambridge dirigió la sección de Matemática Aplicada y Física Teórica en 1991. Falleció en abril del año 2000, dejando un trabajo extraordinariamente importante en el campo de la dinámica de fluidos.



**Evelyn Merle Roden Nelson**

(25/11/1943, Hamilton, Ontario, Canadá - 01/08/1987, Hamilton, Ontario, Canadá)

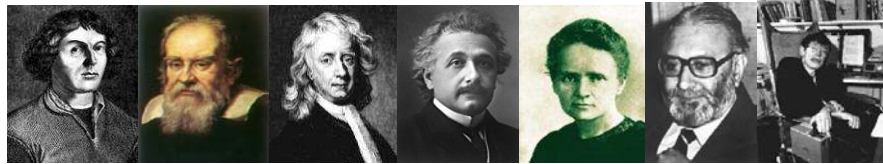
**Álgebras conmutativas, Álgebras Compactas, teoría de Redes, Teorema de Birkoff, Problemas de Computación Teórica.**

Hija de emigrantes rusos, sintió hasta su muerte un apasionado amor a la Matemática, que le hizo comprometerse fuertemente en tareas de investigación y apoyo a los estudiantes. Existen unas 48 publicaciones suyas de matemática de excelente calidad. Algunos de sus trabajos los realizó conjuntamente con Bernhard Banaschewski. Todo ello, y a pesar del deterioro creciente en su salud, sus trabajos tienen una gran influencia en el pensamiento algebrista actual. La Sociedad Matemática Canadiense concede actualmente el CMS Krieger-Nelson Lectureship para la investigación de Mujeres Matemáticas, en honor de Cecilia Krieger y Evelyn Nelson.

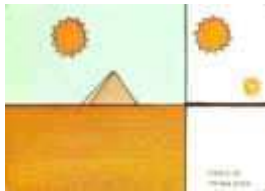
## HISTORIA DE LA FÍSICA (Parte II)

Por: Rolando Delgado y Francisco A. Ruiz

Basada en el libro "Historia de tres ciencias básicas". ISBN 959-257-044-2. Editorial Universidad de Cienfuegos.



*En la construcción de las colosales pirámides y en el propósito de vida eterna para sus moradores se integrarían los saberes y habilidades egipcios desde la Geometría, la Astronomía hasta las prácticas de la Khemeia. Imhotep constructor de la primera pirámide egipcia, unos 2700 años a.C., se considera también pionero en la medicina y precursor de la khemeia egipcia.*



*El calendario solar egipcio de 365 días, una de las aportaciones fundamentales de esta civilización nació de las observaciones al pie del Nilo cuando determinaron las estaciones del año a partir de los cambios que mostraba el río con el paso del tiempo. Sus tres estaciones: la "inundación" o época de la crecida, que duraba aproximadamente tres meses; la "aparición de los campos al retirarse el agua", con su duración de cinco meses; y la "sequía", con sus cuatro meses, para volver a repetirse el ciclo, indicaba la periodicidad buscada.*

### Prácticas y teorías físicas del Mundo Antiguo

#### Contexto socioeconómico en que se desarrollan las civilizaciones antiguas.-

Lo que reconocemos como egipcios, sumerios, o chinos es un producto cultural, con su repertorio de realizaciones materiales y espirituales, resultado de un proceso de formación en el que intervienen múltiples variables y cuya identidad se alcanza en un escenario territorial a partir de un momento determinado.

A pesar de lo irrepetible y singular de la construcción de cada cultura del llamado mundo antiguo se torna claro que ciertas regularidades presidieron esa compleja edificación histórica.

El proceso de transformación de la aldea en ciudad se combina con la producción de espectaculares descubrimientos o inventos, que coinciden cronológicamente en cada región porque se dan las condiciones oportunas, pero que al mismo tiempo contribuyen decisivamente a la transformación de la realidad.

El progresivo incremento del excedente agrícola y el correspondiente incremento de la actividad comercial abren la posibilidad de una especialización o división social del trabajo.

Resultado de esta división social aparecen diferentes ocupaciones entre las que se encuentran los encargados de desarrollar e imponer una ideología, como paradigma cultural al servicio del grupo dominante. El aparato estatal está entonces en el orden del día histórico para garantizar los intereses de esta clase y supuestamente regular las normas y relaciones en beneficio de la colectividad.

Con los estados surge una mecánica de la violencia en las relaciones intercomunitarias, basada en la solución del litigio mediante la confrontación bélica. La filosofía de la guerra, alentada por el botín como fuente de adquisición de riqueza, que en un momento determinado alcanza al propio hombre esclavizado, conduce al ciclo de vida de los imperios: la expansión, el esplendor, la crisis de las contradicciones internas y, a la larga, la decadencia y desaparición.

Los sabios de estas civilizaciones debieron abordar y contribuir a resolver los problemas y necesidades sociales desde la luz que ofrece la dialéctica teoría - práctica. Investidos generalmente de atributos religiosos sus conocimientos eran mantenidos y transmitidos en comunidades cerradas, comprendidos como un instrumento más de poder.

Constituyeron tareas históricas la transmisión de la experiencia acumulada, la fijación del tiempo en una memoria perpetuada, el control del intercambio y las ganancias, y el dominio de los materiales todo lo cual exigió el desarrollo de sistemas de escritura, las vías materiales para cristalizarlo, el despliegue de los sistemas de numeración y las operaciones matemáticas que los acompañan, y las técnicas de transformación de los materiales iniciadas ya desde los albores de la humanidad.

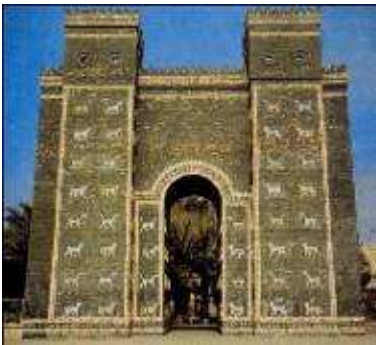
Sabios, constructores, artesanos y artistas se dieron cita histórica para la erección de templos para los dioses, palacios para la burocracia estatal, tumbas y otras construcciones funerarias generalmente para los intermediarios entre el poder terrenal y divino, y también para la decoración de sus interiores y vías de acceso. Simultáneamente debían ser levantadas murallas defensivas, construidos canales de riego, fabricadas embarcaciones y carruajes para la extensión del comercio y la guerra; desarrolladas tecnologías para el dominio de materiales más fuertes y resistentes; producidos los mitos y leyendas que

(Continúa en la próxima página)

*Este calendario, que era bastante certero, se usó desde el tercer milenio a. C. y tuvo una finalidad práctica: el control de los ciclos agrícolas. Además, partiendo de la observación de la Luna, los egipcios dividieron su año en 12 meses, con 30 días cada uno.*



*En el campo de la medición del tiempo, los primeros instrumentos que persiguen cumplir este propósito son atribuidos a los egipcios. En verdad se reportan fechas de invención muy dispares para el reloj solar y la clepsidra. Las versiones más coincidentes sitúan la fabricación de estos artefactos en el inicio del Nuevo Imperio hacia el 1 500 a.C., es decir unos treinta siglos antes de que aparecieran los relojes mecánicos en el siglo de Newton.*



*La cerámica vidriada comenzó a fabricarse 1500 años a.C. La puerta de Istar en Babilonia (575 a.C.) está construida por ladrillos vidriados. Pero el dominio de la arcilla prácticamente nace con los primeros asentamientos humanos hace unos diez mil años.*

(viene de la página anterior)

llegarían a conformar grandes sistemas religiosos.

En tales empeños sobresale la obra pionera de babilonios y egipcios en el desarrollo de disciplinas matrices como las Matemáticas y la Astronomía.

Las colosales pirámides egipcias, una de las maravillas del mundo antiguo, comenzadas a construirse hace más de 2 500 años a.C. indican la necesidad del dominio de un saber matemático que según se recoge en el papiro de Rhind, escrito unos 3 600 años atrás, llegó a abarcar desde mediciones de superficies y volúmenes hasta las reglas para cálculos aritméticos con fracciones, el cálculo de áreas, y la resolución de ecuaciones simples de primer grado. Se afirma que los egipcios debieron dominar el llamado teorema de Pitágoras para el trazado de líneas perpendiculares.

Cuando recordamos que tanto Babilonia como Egipto crecieron en los valles de grandes ríos y que el éxito en la programación de plantaciones y colectas de sus productos agrícolas constituía una necesidad social básica, comprendemos mejor que los hombres encargados de la reflexión especulativa (originalmente mística pero preteórica en fin) pronto asociaran ambos problemas con el estado de la cúpula celeste y del movimiento de los astros sobre sus cabezas.

No constituye pues mera veleidad del pensar los esfuerzos por penetrar en la descripción primitiva de mapas estelares, registrar el movimiento de los astros, construir el concepto del tiempo. Ello no significa que los hombres que debieron abordar estos aspectos, luego de emprendida la empresa, tuvieran conciencia plena de la necesidad social a la cual respondía el trabajo que desplegaban. No es difícil imaginar que inmersos en la tarea por resolver, el pensamiento reflexivo de los sabios volara en una u otra dirección sin aparente conexión con necesidades inmediatas, y a menudo rodeado por una aureola mística.

El año nuevo egipcio se celebraba cuando Sirio, la estrella más brillante del cielo, aparecía en el horizonte por el oriente, un momento antes de la aurora. Sirio indicaba que la Primavera había terminado y que muy pronto se produciría la anhelada inundación de tierras por la crecida de las aguas del Nilo. Posteriormente, a fin de ajustar el año lunar con la aparición de Sirio en el horizonte, los astrónomos agregaron cinco días a cada año. Asimismo propusieron, sin éxito, la adición de un día cada cuatro años para que el año concordara aún más con el ciclo solar.

Por esta época, hacia el 400 a.C. los babilonios comprobaron que los movimientos aparentes del Sol y la Luna de oeste a este alrededor del zodiaco no tienen una velocidad constante. La tarea de describir matemáticamente el carácter cíclico del movimiento de la Luna con su fase de velocidad creciente durante la primera mitad de su revolución y la reducción de la misma hasta el mínimo originario permitió a los astrónomos babilonios predecir la luna nueva y el día en que comenzaría el nuevo mes. Como consecuencia, conocían las posiciones de la Luna y del Sol todos los días del mes.

Los conocimientos en el área de las transformaciones físico - químicas de las sustancias que constituyeron conquistas de las civilizaciones del mundo antiguo no estuvieron acompañadas de una reflexión teórica, sino más bien de una práctica iluminada por el ensayo-error y no pocas veces asistidas por la casualidad. Esto no niega la existencia de una práctica intencional dirigida a aprovechar todos los elementos naturales o sus modificaciones para bien de la comunidad.

La inauguración hace unos diez mil años de la cultura de la cerámica, supuso el dominio de la arcilla, mineral complejo formado por un silicato de aluminio que posee una cierta naturaleza plástica y que al secar o ser sometido a calentamiento endurece.

Al aprender el hombre a trabajar el barro, se inicia la producción de ladrillos y el desarrollo del arte alfarero, que coincide en ciertas civilizaciones con el desarrollo de la agricultura y la edificación de los primeros asentamientos humanos.

La ciudad antigua de Jericó, una de las primeras comunidades agrícolas, muestra en su segundo nivel de ocupación, que data del milenio VIII a.C., un gran número de casas redondas de ladrillo de adobe.

Las técnicas involucradas en el reconocimiento de los minerales, el proceso de reducción a metales y su fundición, la forja y el templado de los metales han tenido tal repercusión en el progreso social que los historiadores han periodizado etapas de desarrollo

(Continúa en la próxima página)

(Viene de la página anterior)



*Asiria tuvo un momento de gran esplendor bajo la conducción del emperador, Asurbanipal (669 - 625 a.C.), protector de las ciencias y las artes. Al mismo tiempo que extiende las fronteras del imperio hasta las ciudades de Menfis y Tebas en el Egipto, funda la gran biblioteca de Nínive (680 a.C.); desarrolla novedosos sistemas de riego y construye las murallas de Nínive (en la imagen) que en fin de cuentas no logran impedir que a su muerte, ante la alianza de babilonios y medos (persas), caigan sus muros y desaparezca el imperio. La Historia demuestra que los muros nunca han asegurado la vida de los imperios.*



*La máscara de Agamenón representa una joya de la cultura del bronce, 1500 años a.C. perteneciente a la civilización egea. El dominio de un material por una sociedad en cada época ha encontrado reflejo en las manifestaciones del supremo arte.*

como Edad del Cobre, del Bronce y del Hierro.

El dominio de los metales se inicia por el cobre, elemento 25 en abundancia relativa en la corteza terrestre, pero que puede encontrarse en estado nativo y se reduce de sus óxidos con relativa facilidad.

Precisamente la génesis de la metalurgia se presenta cuando los hombres aprendieron que un calentamiento enérgico de una mena azulada con fuego de leña, producía un nuevo material rojizo, resistente, y que poseía una propiedad no exhibida por la piedra, su carácter maleable. Este material permitía la fabricación de instrumentos más efectivos y duraderos.

Asistimos al inicio de la Edad del Cobre en dos regiones tan distantes como el Medio Oriente y la actual Serbia, unos 4 000 años a.C.

Sorprende que descubrimientos arqueológicos demuestren la entrada en escena de un nuevo material más duro que el cobre, unos 500 años antes del inicio de la Edad del Cobre. En el sudeste asiático, en la tierra de los Thai, debieron practicar la reducción de una mezcla de minerales que diera origen a la primera aleación trabajada por el hombre: el bronce.

El bronce, una aleación constituida por cobre y estaño (y en menor proporción otros metales), es más duro y resistente que cualquier otra aleación común, excepto el acero, y presenta un punto de fusión relativamente bajo.

El desarrollo desigual que experimentaron las civilizaciones antiguas, erigidas en distintos escenarios naturales, hace que el dominio de un material y el arte o técnica de elaboración de objetos con él aparezca en fechas bien distintas. Un milenio más tarde, según lo demuestran hallazgos en la tumba del faraón Itetis, los egipcios fabricaban el bronce.

Uruk (la Erech bíblica), una de las primeras ciudades mesopotámicas levantadas en el milenio III a. C., presenta templos de adobe decorados con fina metalurgia y una ornamentación de ladrillos vidriados.

Existen los testimonios sobre la existencia de instrumentos de un nuevo material ya por el año 1 500 a. C. Los hititas, pueblo que se instala en el Asia Menor durante siglos, debieron vencer las dificultades prácticas que supone aislar el hierro de sus óxidos minerales. Se necesita ahora el fuego del carbón vegetal y una buena ventilación. Estos obstáculos debieron ser superados porque el dominio del hierro suponía herramientas y armas más fuertes y duraderas y además porque el hierro aventajaba al cobre en algo muy importante: los yacimientos de sus minerales eran más abundantes.

De cualquier forma, la tecnología del hierro no se implanta en Europa hasta el siglo VII a.C., en China se inicia un siglo después, y en el África subsahariana hacia el 500 - 400 a. C.

El avance de la civilización no sólo exigió trabajar la piedra, la arcilla y los metales. Otros desarrollos fueron indispensables para el alcance de un bienestar deseado por las clases dominantes de una colectividad que ya había conocido la división social del trabajo.

También aparecerían aquellos materiales que como la resina fósil amarillenta y quebradiza llamada ámbar, presentaban propiedades incomprendidas y eran considerados preciosos. La acción a distancia observada desde los primeros tiempos con la caída de los objetos hacia la tierra, ahora se apreciaba como una atracción ejercida sobre los cuerpos ligeros que aparecía cuando se frotaba el ámbar. Los griegos le conocieron y lo nombraron electrón; de ahí procede el término actual de electricidad.

Según una leyenda transmitida por Plinio, las propiedades del imán fueron descubiertas por el pastor Magnesos. Del nombre del pastor deriva según Plinio la palabra "magnetita" pero es más justo suponer que la palabra magnetita procede del nombre de Magnesia, ciudad de la antigua Lidia cerca de la cual se hallaban grandes yacimientos de mineral de hierro imantado.

Fueron los chinos, sin dudas, los primeros que intentaron describir y explicar la acción del imán. En el diccionario "Sho -veñ" elaborado cerca del año 120 por el sabio Jiu Chin, se define la palabra tseu (imán) como nombre "de una piedra por medio de la cual se da orientación a una aguja". Otras denominaciones chinas llaman al imán "piedra que orienta". Por lo visto, los chinos empezaron a usar la brújula desde tiempos remotos, primero para orientarse en las expediciones por tierra y para el trazado de planos en los terrenos de construcción sólo después en la navegación marina. Pero penetrar en la

(Continúa en la próxima página)

Uno de los más interesantes bajorrelieves de la cultura hitita muestra a doce dioses en marcha con la espada curva de hierro apoyada en el hombro derecho. Las armas de bronce de la cultura micénica no pudieron resistir el empuje de los dorios a los cuales llegó el secreto de los hititas, asentados a unos 1200 Km. al este de Grecia, y así fueron reducidas e incendiadas Esparta, Mecnas, Tirinto y Argos. Esto selló el fin de la Edad Micénica.



En 1974 se descubrió en China lo que ya muchos consideran la octava maravilla del mundo antiguo. Como parte de un complejo funerario dedicado al emperador C'hin que funda el imperio feudal chino e inicia la construcción de la Gran Muralla se levanta el llamado ejército de terracota con más de seis mil figuras de tamaño natural, con rostros irrepetibles, carruajes, caballos y armas. Las espadas encontradas de una extraña aleación, conservan su filo por más de 2000 años demostrando los logros alcanzados por los chinos en el dominio de los metales.

(Viene de la página anterior)

naturaleza del electromagnetismo exigió de todo un complejo desarrollo iniciado justamente con el nacimiento del siglo XVII.

Estos conocimientos por lo visto eran recibidos y transmitidos por artesanos y técnicos mediante la tradición, pero ignoramos las reflexiones que acompañaban a sus prácticas de instrucción. Esto significa que si entendemos la ciencia no sólo como el saber hacer (arte y técnica), sino además como el conocer y poder explicar las razones por las cuales se hace así y no de otra manera, debemos admitir que ella comienza cuando ya la técnica en la cual se apoya y a la cual soporta, hace mucho tiempo ha sido establecida.

El momento en que puede considerarse se inicia la evolución de un pensamiento teórico precientífico data del siglo VI a.C. y tiene como escenario "clásico", en la Historia de la cultura occidental, la sociedad esclavista de la Grecia Antigua. La definición de este momento se avala por ser entonces cuando se inicia una reflexión teórica, metódica y productiva sobre la naturaleza. Es significativo que en la base de los sistemas filosóficos aparecidos por entonces en muy distantes escenarios culturales, con Confucio y Lao Tse en China; Buda, en la India; y Zoroastro en Persia; se aprecian ideas generales que evidencian una cierta unidad en la concepción del mundo de los pueblos de aquella época. De cualquier modo, se hace obligado la referencia específica al mundo greco- romano en el cual se alcanza la expresión más completa de la doctrina acerca de la sustancia y sus componentes. De esto trataremos en la sección que sigue...

## BIBLIOGRAFÍA:

- Eppstein D. (2002): *Egyptian Fractions*. <http://www.ics.uci.edu/~eppstein/numth/egypt/>
- Evans J. C. (1995): Chapter 3. *Mesopotamian and Egyptian Cosmology*. Physics & Astronomy Department, George Mason University. [http://www.physics.gmu.edu/classinfo/astr228/CourseNotes/ln\\_ch03.htm](http://www.physics.gmu.edu/classinfo/astr228/CourseNotes/ln_ch03.htm)
- Figurovski N.A. (1979): *Los conocimientos químicos en la Antigüedad. Historia de la Química. P 5-9*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Font Campdelacreu, Elisenda (2002): *La Matemática china. Historia. El Paraíso de las Matemáticas*. [http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/ch\\_mate.php](http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/ch_mate.php)
- García Cebrián, María J. (1998): *Los papiros matemáticos*. El Antiguo Egipto. <http://www.jimena.com/egipto/apartados/papiros.htm>
- Gombáu García C. (2002): *Aportes científicos y culturales de China. Historia. El Paraíso de las Matemáticas*. [http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/ch\\_cientif.php](http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/ch_cientif.php)
- IDEM: *La Matemática india*. [http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/in\\_mate.php](http://www.matematicas.net/php/historia.php?id=historia/in_mate.php)
- Obretenov Christos (2002): *Ahmes. Ancient Egyptian Fractions. History of Mathematics. Simon Fraser University*. <http://www.math.sfu.ca/histmath/index.html>
- O'Connor J. J., Robertson E.F. *Mathematics in Egyptian Papyri. History Topics*. [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Egyptian\\_papyri.html#s3](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Egyptian_papyri.html#s3)
- O'Connor J. J., Robertson E.F.: *An overview of Babylonian mathematics. History Topics*. [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian\\_mathematics.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_mathematics.html)
- O'Connor J. J., Robertson E.F.: *An overview of Indian mathematics. History Topics*. [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Indian\\_mathematics.html#s23](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Indian_mathematics.html#s23)
- Olle Jaime (2001): *La Edad del Bronce*. <http://www.navarrerias.com/historia/nav3-1.htm>
- Palacio S.D. (2002): *Grecia clásica 2ª parte - La edad de hierro*. <http://www.kelpienet.net/rea/grecia2.htm>
- Ribnikov K. (1987): *2. Proceso de formación de las representaciones matemáticas. Desde Egipto hasta la India antigua. Historia de las Matemáticas*. Editorial MIR. Moscú.
- Rodríguez Domínguez F. (1998): *Flora y Fauna en el Antiguo Egipto. El Antiguo Egipto*. <http://www.jimena.com/egipto/apartados/naturaleza.htm#papiro>
- Trigalia (2001): *El pan: un poco de Historia*. <http://www.trigalia.com.ar/HistPan.asp?Ing=1>
- Zonadiet (1999): *Historia del vino y de la cerveza*. <http://www.zonadiet.com/bebidas/a-vino-historia.htm>  
<http://www.zonadiet.com/bebidas/a-cerveza.htm>
- Zubov V. P. (1962): *Las ideas físicas en la antigüedad. Las ideas físicas: ensayos sobre su desarrollo*. Ediciones Pueblos Unidos. Montevideo.

## PLANCK Y LA REVOLUCIÓN CUÁNTICA

Por: JOSÉ BERNABÉU ALBEROLA  
Catedrático de Física Teórica  
Universidad de Valencia – España  
Octubre 2000



### MAX PLANCK

MAX Karl Ernst Ludwig PLANCK nació el 23 de abril de 1858 en Kiel y falleció el 3 de octubre de 1947 en Göttingen. Este físico alemán, que da nombre en la actualidad a la prestigiosa red de Institutos de investigación en Física, siguió sus estudios universitarios en Berlín y Munich, donde obtuvo su doctorado en 1880. Inició su carrera de profesor en la Universidad de Kiel y se trasladó a Berlín en 1889, siendo nombrado catedrático de física teórica en 1892, posición que mantuvo hasta su jubilación en 1928.

Aunque las investigaciones iniciales de Planck fueron en termodinámica, en 1900 publicó un trabajo "Zur Theorie der Gesetze der Energieverteilung im Normal-Spektrum" ("Sobre la teoría de la Ley de Distribución de Energía en el Espectro Continuo"), que representó el nacimiento de la teoría cuántica.

A finales del siglo XIX, un problema importante de la física consistía en explicar la radiación emitida por un cuerpo caliente. Se sabía que la intensidad de dicha radiación aumenta con la longitud de onda hasta un valor máximo y, a continuación, disminuye al aumentar la longitud de onda. También se conocía que el origen de esa radiación radica en las vibraciones de los átomos del cuerpo caliente. Para un emisor perfecto (el llamado "cuerpo negro", que emite y absorbe a todas las longitudes de onda), la termodinámica debería ser capaz de proporcionar una expresión teórica para esa radiación de cuerpo negro. Wilhelm Wien había descrito en 1896, mediante una ley empírica, el comportamiento presentado a longitudes de onda cortas. Lord Rayleigh y James Jeans dedujeron una ley capaz de explicar los resultados de longitudes de onda largas, pero predecía que el cuerpo debería tener una emisión masiva de energía a longitudes de onda cortas: un sinsentido conocido como "catástrofe ultravioleta".

Inicialmente, el problema de Planck era muy técnico: la búsqueda de una ecuación que describiera correctamente la emisión de radiación para todas las longitudes de onda. Cuando la encontró, contenía automáticamente los límites de Rayleigh-Jeans a longitudes de onda largas y de Wien a longitudes de onda cortas. !Pero sería una gran injusticia para Planck dar la impresión que su descubrimiento fue exclusivamente el resultado de interpolar datos experimentales. Incluso si Planck hubiese parado en ese punto, sería recordado eternamente como el descubridor de la ley de radiación. La grandeza científica de Planck se manifiesta en que continuó queriendo interpretar su ecuación. Siguiendo sus ideas de muchos años, planteó cómo correlacionar la entropía de un oscilador con su energía, mediante argumentos termodinámicos y estadísticos. En esa comparación, la fórmula de Planck necesitaba incorporar un ingrediente contrario a la física clásica: la energía emitida o absorbida por un oscilador sólo puede tomar valores múltiplos de una energía elemental, cuanto energético conectado a la frecuencia de la radiación mediante

$$E = h f$$

Y así es como nació la teoría cuántica. La Naturaleza es selectiva en las cantidades energéticas que un cuerpo puede absorber y emitir, permitiendo tan solo valores múltiplos de  $h$ . La introducción de la constante  $h$ , el "cuanto elemental de acción" (en palabras de Planck), que conecta el cuanto elemental de energía con la frecuencia de la vibración, fue una idea revolucionaria, una rotura radical con la física clásica.

(Viene de la página anterior)

A partir del trabajo de Planck, se produjo un movimiento irresistible que llevó a aplicar el concepto de "saltos" energéticos a los fenómenos microscópicos de los átomos y de la radiación. En 1905, Albert Einstein demandó consistencia al proponer que, si la energía de los osciladores atómicos al emitir o absorber radiación tomaba valores discretos, la propia radiación debía consistir de cuantos energéticos: los fotones. Con su existencia, Einstein fue capaz de explicar el efecto fotoeléctrico. En 1913, Niels Bohr incorporó estas ideas en su teoría del átomo de hidrógeno. En 1923, Arthur Compton explicó la dispersión de rayos X. Todos estos éxitos iniciales de las ideas cuánticas sembraron el camino para el florecimiento de la nueva teoría cuántica, formulada por de Broglie, Schrödinger, Heisenberg, Dirac, Pauli, ..., a partir de 1924.

La mecánica cuántica se ha revelado como la herramienta más poderosa para entender y predecir toda clase de fenómenos físicos y está en la base de los desarrollos tecnológicos de mayor éxito en la segunda mitad del siglo XX. Al ser aplicada a átomos y moléculas, la mecánica cuántica es la base y el futuro de la química moderna, pues permite dar una fundamentación rigurosa al enlace químico. En los sólidos, los electrones son atraídos por los iones que forman la red cristalina; al ser tratada esta interacción cuánticamente, los niveles de energía del material forman series de valores muy apretados llamadas "bandas energéticas". La teoría de bandas permite explicar el comportamiento de conductores, aislantes y semiconductores, de tanto uso en la tecnología electrónica de los tiempos actuales. El transistor es un dispositivo que permite una gran amplificación de la corriente eléctrica en pequeñas dimensiones. Las técnicas modernas de manipulación de materiales permiten la elaboración de heteroestructuras, cuyo comportamiento depende de fenómenos cuánticos. Los láseres de semiconductores microscópicos y los pozos cuánticos son manifestaciones de esta nueva tecnología, cuyos límites son aún desconocidos. Los microscopios de efecto túnel permiten, al eliminar las dificultades de difracción, resolver distancias de tamaño atómico. Bajo condiciones en que los aspectos cuánticos también se manifiestan macroscópicamente, como a bajas temperaturas, la condensación atómica o de pares de Cooper electrónicos conduce a fenómenos tan espectaculares como la superfluidez o la superconductividad, respectivamente. La conexión entre la física y la tecnología en el área de materiales es tan estrecha que una distinción real entre los dos campos ha desaparecido. Parece apropiado identificar el siglo XX como el "siglo cuántico". En física fundamental, se han explorado distancias hasta una cienmillonésima parte de las distancias atómicas, sin que se hayan detectado desviaciones de la mecánica cuántica.

Paradójicamente, a pesar del dominio con que hemos aprendido a utilizar la física y tecnología cuántica, la interpretación del núcleo básico de la teoría sigue sujeta a múltiples debates. Más allá del carácter probabilista, indeterminista, de la mecánica cuántica, cuyos límites de predictibilidad están ejemplificados en las "relaciones de incertidumbre" de Heisenberg, más allá de la evolución acausal asociada con el problema de la medida, las últimas décadas han singularizado el aspecto de no-separabilidad de los sistemas cuánticos como el más alejado de los presupuestos de la física clásica. Para sistemas de dos o más partículas correlacionadas, la física cuántica predice que el todo es bastante más que la suma de las partes y es imposible asignar una descripción objetiva separada a cada una de las partículas, un "elemento de realidad" en terminología de Einstein. Einstein enfatizó este resultado con el fin de negarle la categoría de "completitud" a la teoría cuántica. La publicación en 1964 de las "desigualdades de Bell" trasladó este debate interpretativo y filosófico al campo de la física, al demostrar el carácter observable y medible de esas correlaciones cuánticas más allá de los límites exigidos por una descripción realista separable de tipo clásico. Todos los experimentos realizados en los últimos treinta años para proceder a un test de las desigualdades de Bell han confirmado, sin asomo de duda, las predicciones de la mecánica cuántica.

Pero el último capítulo está aún por escribir. El uso de los estados cuánticos entrelazados no-separables para tecnologías de información y comunicaciones, ahora en sus balbuceos, puede abrir desarrollos en criptografía y computación cuánticas ni siquiera vislumbrados hace unos pocos años.

Todo ello empezó hace 100 años con la hipótesis de los cuantos de Planck en el año 1900. En 1918, Max Planck recibió el Premio Nobel de Física. La constante  $h$  del "cuanto de acción elemental", la constante de Planck, aparece grabada sobre la lápida de su tumba en Göttingen:  $h = 6'62 \times 10^{-27}$  erg. s.

# GALERÍA



## John Forbes Nash

**Nació: 13 de junio de 1928 en Bluefield, Virginia Occidental, EE.UU.**

Este célebre matemático fue motivo para la realización de la película "Una mente brillante"

Jhon F. Nash padre era natural de Texas. Nació en 1892 y tuvo una niñez infeliz de la cual escapó cuando estudió en Texas ingeniería eléctrica aplicada a la agricultura y la mecánica. Después del servicio militar en Francia durante la Primera Guerra Mundial, Jhon Nash padre dictó conferencias sobre ingeniería eléctrica por un año en la universidad de Texas antes de fundar la Appalachian Power Company en Bluefield, Virginia Occidental. La Madre de Jhon F Nash, Margaret Virginia Martin, era conocida como Virginia. Tenía educación universitaria, estudió idiomas en el Martha Washington College y en la universidad de Virginia Occidental. Fue profesora de escuela por diez años antes de conocer a Jhon Nash padre, con el que se casó el 6 de septiembre de 1924. Johnny Nash, como su familia lo llamó, nació en el Sanatorio de Bluefield y bautizado en la iglesia episcopal. Fue de pequeño un muchacho singular, solitario e introvertido. Pero él creció en una familia amorosa rodeada por relaciones íntimas que le mostraron mucho afecto. Después de un par de años, nació su hermana Martha. De niño mostró más interés por los libros que jugar con otros niños. Esta conducta no se debió a que le faltaran niños con quien jugar; su hermana Martha junto a sus primos realizaban los juegos usuales de esta edad: recortar figuras de libros, jugar al escondite en el ático, jugar al balompié. Sin embargo mientras los otros niños jugaban juntos, Johnny lo hacía en solitario con aviones del juguete y automóviles hechos con cajas de fósforos.

Su madre educó a Johnny con gran entusiasmo, produciendo en él un buen aprendizaje. Por su parte, el padre de Johnny lo trató como un adulto, proporcionándole libros sobre ciencia, muy diferente a otros padres que daban a sus hijos libros para colorear. Los profesores de Johnny en la escuela ciertamente no reconocieron su genio, y aparentemente él les dio muy pocas razones para que observaran en él talentos extraordinarios. Estaban más conscientes de su carencia de habilidades sociales y, debido a esto, se le etiquetó equivocadamente. Comenzó a aburrirse de la escuela y para cuando tenía doce años, mostró gran interés por los experimentos científicos, que realizaba en su hogar, siendo evidente que aprendió en casa más de lo que aprendió en la escuela.

Sus padres le animaron a que tomara parte en las actividades sociales y él no se negó, pero los deportes, los bailes, visitar a los parientes y a eventos similares lo consideró como distracciones tediosas al interés por estudiar sus libros y realizar experimentos.

El primer indicio de interés de Nash por las matemáticas fue cercano a cumplir los catorce años. Cuando leyó el libro de E. T. Bell, "*Hombres de las Matemáticas*"; lo confuso del mismo lo motivó grandemente. Intentó, y tuvo éxito, probando los resultados de Fermat que Bell indicaba en su libro. El entusiasmo que Nash encontró aquí por las matemáticas, contrastaba con su poco interés por las matemáticas que se estudiaba en la escuela.

Entró en la Universidad de Bluefield en 1941 y allí tomó tanto cursos de matemática como de ciencia, especialmente química que era uno de sus temas favoritos. Comenzó a demostrar capacidades en matemáticas, particularmente en solucionar problemas; pero teniendo pocos amigos y comportándose de una forma excéntrica; esto hizo que sus compañeros de estudio lo vieran como un ser algo peculiar. No consideraba hacer una carrera en matemáticas en este tiempo puesto que la misma era una carrera inusual. Asumió estudiar ingeniería eléctrica, siguiendo los pasos de su padre, pero siguió con sus propios experimentos de química, lo que lo implicó en la fabricación de explosivos que condujeron a un accidente que provocó la muerte de una de sus compañeras. El aburrimiento y la agresión juvenil, lo condujeron a mostrar una conducta no muy agradable para las demás personas. Caricaturizó a compañeros de clase que detestaba con raros dibujos animados, disfrutó torturando animales, y una vez intentó que su hermana se sentara en una silla que había electrizado con unas baterías.

Nash ganó una beca mediante la George Westinghouse Competition y fue aceptado en el Instituto de Carnegie de Tecnología (hoy Universidad de Carnegie-Mellon) en junio de 1945 con la intención de hacer el grado en ingeniería química. Pronto, sin embargo, su interés cada vez mayor en matemáticas hizo que tomara cursos de cálculo de tensores y relatividad. Allí entró en contacto con John Syngue que recientemente había sido designado como Jefe del Departamento de Matemática y dictaba el curso sobre relatividad. Syngue y los otros profesores de matemática reconocieron rápidamente los notables talentos matemáticos de Nash y lo persuadieron para que se especializara en matemática. Comprendieron que tenía el talento para hacerse un matemático profesional y lo animaron en este sentido.

Nash aspiró rápidamente a grandes cosas dentro de la matemática. Participó dos veces en la William Lowell Putnam Mathematics Competition, pero aunque lo hizo bien, no llegó a estar entre los cinco mejores. Para Nash esto fue un gran fracaso y lo hizo sentir muy mal. La Putnam Mathematics Competition no fue lo único malo para Nash. Aunque sus profesores de matemática se esmeraban en elogiarlo, sus compañeros de estudio lo consideraban una persona muy extraña. Físicamente era fuerte y esto lo salvó de intimidarse, pero sus compañeros se deleitaban burlándose de él porque lo veían como una persona inmadura, torpe, propensa a rabieta infantiles. Sus compañeros, se burlaban de él por esto y lo humillaban. Le jugaban bromas pesadas pero él reaccionaba retándolos a resolver problemas matemáticos. Muchas veces termino haciendo la tarea de sus compañeros.

Nash recibió un Bachelor (BA) y un magister (MA) en matemáticas en 1948. Por este tiempo lo habían aceptado en los programas de matemáticas de Harvard, Princeton, Chicago y Michigan. Consideraba que Harvard era la universidad más importante y quería ir allí. Se tomó su tiempo para tomar una decisión, mientras que Syngue y los otros profesores lo animaban para que se decidiera por Princeton. Cuando Lefschetz le ofreció la beca más prestigiosa que Princeton tenía, Nash tomó su decisión de estudiar en Princeton.

En septiembre de 1948 Nash entró en Princeton donde mostró gran interés por una amplia gama de las matemáticas puras: topología, geometría algebraica, la teoría y la lógica de juego pero evitaba asistir las conferencias. Normalmente aquéllos que deciden no aprender mediante conferencias revisan libros, pero Nash no quería aprender matemática usando referencias sino desarrollando él mismo los temas que le interesaban. Este tipo de actitud redundó en éxito para Nash porque le permitió convertirse en uno de los matemáticos más originales, producto de tratar los temas matemáticos de una forma no usual en el medio.

En 1949, mientras estudiaba para doctorarse, escribió un trabajo que 45 años más tarde lo llevó a ganar el premio Nóbel de Economía. Durante este periodo Nash estableció principios matemáticos sobre la teoría de los juegos.

Estaba seguro que sus ideas eran muy importantes. Fue a ver a Einstein apenas este llegó a Princeton y le conversó sobre lo que pensaba con respecto a la gravedad. Después de explicar en un lenguaje matemático complicado a Einstein sus ideas aproximadamente por una hora, este le aconsejó que aprendiera más física. Aparentemente, años después un físico publicó una idea similar a la de Nash.

En 1950 Nash recibió su doctorado de Princeton por una tesis sobre Juegos No-cooperativos. En el verano de ese año trabajó para la Corporación RAND donde su trabajo sobre la teoría de los juegos le hizo el principal experto en el conflicto político mundial que se llamó Guerra Fría. Durante los siguientes años, su trabajo con la Corporación fue el de intentar aplicar la teoría de los juegos al ejército y la estrategia diplomática. Regresó a Princeton en el otoño de 1950, dedicándose a trabajar únicamente en problemas matemáticos. Parecía que alguien que había introducido ideas para que un día fuese considerado digno de un Premio Nóbel, no tendría ningún problema para encontrar un cargo académico. Sin embargo, el trabajo de Nash no fue considerado de excelente importancia de inmediato, reconocimiento que llegó por otras vías. Esto no era una inclinación hacia la matemática pura porque de hecho, Nash se consideraba matemático. Él ya había obtenido resultados sobre variables múltiples algebraicas antes de realizar su tesis sobre teoría de juegos. Su famoso teorema que cualquier múltiplo real compacto es difeomorfo a un componente de una variable real-algebraica, era la alternativa de Nash si su trabajo sobre teoría de juego no fuese considerado conveniente para una tesis doctoral.

En 1952, Nash publicó su trabajo sobre variables múltiples algebraicas en el Anuario de Matemáticas. El resultado más importante de este papel de trabajo es que dos variables múltiples algebraicas reales son equivalentes si y solamente si son analíticamente homeomorfas. Aunque la publicación de este documento sobre los múltiples lo estableció como matemático principal, no todos en Princeton estaban preparados para tenerlo como compañero de trabajo. Esto no se debía a su capacidad matemática puesto que se le consideraba un matemático excepcional, sino al rechazo a su personalidad agresiva.

A partir de 1952 Nash enseñó en el Instituto de Tecnología de Massachussets (MIT) pero su forma de enseñar era inusual (e impopular con los estudiantes) y sus métodos de evaluación eran poco ortodoxos. Sus investigaciones sobre la teoría de variables algebraicas reales, Geometría de Riemann, ecuaciones parabólicas y elípticas eran, sin embargo, extremadamente profundas y significativas en el desarrollo de todos estos temas. Sus encajes isométricos sobre  $C^1$  fueron publicados en 1954 y Chern, en una revisión, observó: ... contiene algunos resultados que sorprenden sobre  $C^1$ -isométrico que encaja en un espacio euclidiano múltiple de Riemann con un  $C^0$ -métrico definido positivo.

Nash continuó desarrollando este trabajo sobre el problema de los encajes múltiples de Riemann publicado en 1956. Este trabajo contiene implícito su famoso teorema sobre funciones. Después de esto, Nash trabajó sobre las ideas aparecidas en su trabajo sobre *Continuidad de las soluciones de ecuaciones parabólicas y elípticas* que fueron publicadas en el Diario Americano de Matemáticas en 1958. Nash, sin embargo, tuvo una gran decepción cuando se enteró que E. De Giorgi había probado resultados similares por métodos totalmente diversos.

Los extraordinarios resultados obtenidos por Nash en el transcurso de unos años lo hicieron candidato a la Medalla Fields de 1958 pero como su trabajo sobre ecuaciones parabólicas y elípticas todavía era inédito cuando el Comité tomó sus decisiones, no pudo obtenerla. Era de imaginarse que para 1962 fuera virtual ganador de dicha medalla, pero la enfermedad mental que lo afectó destruyó su carrera antes de que el Comité tomara una decisión.

Durante su tiempo en el MIT Nash comenzó a tener problemas personales con su vida, además de las dificultades sociales que siempre había presentado. De su relación sentimental con Eleanor Stier nació un hijo, Jhon David Stier, el 19 de junio de 1953. Eleanor era una muchacha tímida, desconfiada, le asustaban los hombres, no se involucraba en nada. Ella encontró que Nash era incluso menos experimentado que ella y esto le atrajo: Nash buscaba una pareja que estuviera más interesada en dar que recibir, y Eleanor era este tipo de persona. Nash no quiso casarse con Eleanor aunque ella siempre intentó persuadirlo.

Una de las estudiantes de Nash en el MIT, Alicia Larde, llegó a entablar amistad con él y para el verano de 1955 se veían regularmente. Eleanor descubrió la relación con Alicia en la primavera de 1956. Al descubrir Alicia que Nash tenía un niño con Eleanor sin estar casados, dedujo que Nash no era serio con ella. En 1956, los padres de Nash descubrieron su relación con Eleanor y sobre su hijo Jhon David Stier. Esta impresión puede haber contribuido a la pronta muerte del padre de Nash. En febrero de 1957 Nash se casó con Alicia; para el otoño de 1958 ella quedó embarazada pero, un par de meses más tarde, a finales de 1958, el estado mental de Nash se agravó.

Algunos describieron su comportamiento como extraño a lo usual. El 4 de enero regresó a la universidad para enseñar sobre la teoría de juego. Su comentario de apertura a la clase fue: Se me ocurre la siguiente pregunta, ¿Por qué ustedes están aquí? ¿Uno de los estudiantes abandonó inmediatamente el aula! Nash solicitó a un recién graduado que asumiera el curso y desapareció por un par de semanas. Cuando regresó, traía una copia del Nueva York Times que según él contenía mensajes codificados del espacio exterior que solo tenían significado para él. Para algunas personas esto fue una broma previamente elaborada por Nash.

Norbert Wiener fue uno de los primeros en reconocer que las excentricidades extremas de Nash y los problemas de personalidad realmente eran síntomas de un desorden médico. Después de meses de comportamiento extraño, Alicia hospitalizó contra su voluntad a su marido en el Hospital de McLean, un hospital psiquiátrico privado en las afueras de Boston. En su descargo, Nash abruptamente se retiró del MIT, renunció a su pensión, y se fue a Europa donde pensaba renunciar su ciudadanía americana. Alicia dejó a su hijo recién nacido con su madre, y siguió al enfermo Nash. Ella tenía que hacer regresar a Nash a los Estados Unidos.

Después de su retorno, los dos se residenciaron en Princeton donde Alicia consiguió trabajo. La enfermedad de Nash continuó, transformándolo en una figura espantosa. Pasó la mayoría de su tiempo en los alrededores del campus de Princeton, hablando de sí mismo como si se tratara de otra persona a la que llamaba Johann von Nassau, escribiendo postales absurdas y llamando a sus antiguos colegas, quienes soportaban sus interminables discusiones sobre asuntos políticos mundiales y sobre numerología. El empeoramiento de la condición mental de su marido presionaba a Alicia más y más.

En enero 1961, la esposa, la madre y la hermana de Jhon, tomaron la difícil decisión de confinarlo en el hospital del estado de Trenton en Nueva-Jersey, en donde él aguantó la terapia de insulina-coma, un tratamiento agresivo y arriesgado, cinco días a la semana por un mes y medio. Un episodio largo y triste que incluyó períodos de tratamiento en el hospital, recuperación temporal, alargamiento del tratamiento. Nash se divorció de Alicia en 1962. Nash pasó un tiempo con Eleanor y Jhon David. En 1970 Alicia intentó ayudarlo recibiéndolo como huésped en su casa, pero él parecía estar perdido del mundo, alejado de la sociedad, aunque pasaba gran parte de su tiempo en las oficinas del departamento de matemáticas en Princeton.

Lentamente, luego de muchos años, Nash se recuperó. Entregó un papel de trabajo en décimo Congreso Mundial de Psiquiatría en 1996 describiendo su enfermedad. En este papel Nash señala que en 1958 fue descrito como el: ... *más prometedor matemático joven del mundo...*, pero el sentía en ese tiempo que: ... *el personal en mi universidad, el Instituto de Massachussets de Tecnología, y después todos en Boston estaban comportándose extrañamente conmigo... Yo empecé a ver a comunistas escondidos por todas partes... Comencé a pensar que yo era un hombre de gran importancia religiosa, y comencé a oír voces. Yo empecé a oír algo como llamadas telefónicas en mi cabeza, de las personas opuestas a mis ideas. El delirio era como un sueño del que nunca despertaba.*

A pesar del tiempo que pasó en el hospital debido a su condición mental, su trabajo en matemática continuó teniendo éxito tras éxito. Él afirmó: No me atrevería a decir que hay una relación directa entre las matemáticas y la locura, pero no hay duda que los grandes matemáticos sufren de características maníacas, delirio y síntomas de esquizofrenia.

En los años 90 Nash se recuperó de la esquizofrenia que había sufrido desde 1959. Su capacidad de producir matemática de alta calidad no desapareció totalmente. Sobre esto opinó: yo no me sentiría recuperado si no pudiera producir cosas buenas en mi trabajo.

A Nash se le concedió, en conjunto con Harsanyi y Selten, el premio Nóbel de 1994 en Ciencias Económicas por su trabajo sobre teoría de juego. En 1999 la sociedad matemática americana le concedió el premio de Leroy P. Steele: ... por su contribución embrionaria a la investigación.

## LECCIONES DE VIDA

### PROHIBIDO LLORAR.....

#### "La historia de Randolf"



El día que mi Hija nació, en verdad no sentí gran alegría. Por que la decepción que sentía parecía, ser más grande que el gran acontecimiento que representa tener una hija. ¡Yo quería un varón!

A los dos días de haber nacido, fui a buscar a mis dos mujeres, una lucía pálida y agotada y la otra radiante y dormilona. En pocos meses me dejé cautivar por la sonrisita de mi Carmencita y por la infinita inocencia de su mirada fija y penetrante, fue entonces cuando empecé a amarla con locura. Su carita, su sonrisita y su mirada no se apartaban ni por un instante de mis pensamientos, todo se lo quería comprar, la miraba en cada niño o niña, hacía planes sobre planes, todo sería para mi Carmencita.

Este relato era contado a menudo por Randolf, el padre de Carmencita y Yo también sentía gran afecto por la niña que era la razón más grande para vivir de Randolf según decía el mismo.

Una tarde mi familia y la de Randolf estábamos de paseo a la orilla de un río cerca de casa y la niña entabló una conversación con su papá; todos escuchábamos: Papi,... cuándo cumpla quince años ¿Cuál será mi regalo?

-Pero mi amor, si apenas tienes diez añitos, ¿No te parece que falta mucho para esa fecha?

Bueno papito,... tú siempre dices que el tiempo pasa volando, aunque yo nunca lo he visto por aquí. La conversación se extendía y todos participamos de ella. Al caer el sol regresamos a nuestras casas.

Una mañana me encontré con Randolf enfrente del colegio donde estudiaba Carmencita quien ya tenía catorce años. Randolf se veía muy contento y la sonrisita no se apartaba de su rostro. Con gran orgullo me mostraba las calificaciones de Carmencita, eran notas impresionantes, ninguna bajaba de veinte puntos y los estímulos que les habían escrito sus profesores eran realmente conmovedores, felicité al dichoso papá. Carmencita ocupaba toda la alegría de la casa, en la mente y en el corazón de la familia, especialmente en el de su papá.

Fue un Domingo muy temprano cuando nos dirigíamos a misa, cuando Carmencita tropezó con algo, eso creíamos todos y dio un traspie, su papá la agarró de inmediato para que no cayera...Ya instalados en la iglesia, vimos como Carmencita fue cayendo lentamente sobre el banco y casi perdió el conocimiento.

La tomamos en brazos, mientras su papá buscaba un taxi para llevarla al hospital. Allí permaneció por diez días y fue entonces cuando le informaron que su hija padecía una grave enfermedad que afectaba seriamente su corazón, pero no era algo definitivo, que debían practicarle otras pruebas para llegar a un diagnóstico firme.

Los días iban pasando, Randolf renunció a su trabajo para dedicarse al cuidado de Carmencita, su madre quería hacerlo pero decidieron que ella

trabajaría, pues sus ingresos eran superiores a los de él.

Una mañana Randolf se encontraba al lado de su hija, cuando ella le preguntó:

-¿Voy a morir, no es cierto? ¿Te lo dijeron los doctores?

-- No mi amor...no vas a morir, Dios que es tan grande, no permitiría que pierda lo que más he amado sobre este mundo, respondió el padre.

Pero la niña insistía: -¿Van a algún lugar? ¿Pueden ver desde lo alto a su familia? ¿Sabes si pueden volver? preguntaba su Hija.

- Bueno hija,... en verdad nadie ha regresado de allá a contar algo sobre eso, pero si yo muriera, no te dejaría sola, estando en el mas allá buscaría la manera de comunicarme contigo, en última instancia utilizaría el viento para venir a verte.

-¿Al viento? ¿Y cómo lo harías?

-No tengo la menor idea hijita, solo sé que si algún día muero, sentirás que estoy contigo, cuando un suave viento roce tu cara y una brisa fresca bese tus mejillas.

Ese mismo día por la tarde, llamaron a Randolf, el asunto era grave, su hija estaba muriendo. Necesitaban un corazón, pues el de ella no resistiría sino unos quince o veinte días más. ¡UN CORAZÓN! ¿Dónde hallar un corazón? ¡Un corazón! -¿Dónde Dios mío?

Ese mismo mes, Carmencita cumpliría sus quince años. Y fue el viernes por la tarde cuando consiguieron un donante, una esperanza iluminó los ojos de todos, las cosas iban a cambiar.

El domingo por la tarde ya Carmencita estaba operada, todo salió como los médicos lo habían planeado. ¡Éxito total! Sin embargo, Randolf todavía no había vuelto por el hospital y Carmencita lo extrañaba muchísimo, su mamá le decía que ya todo estaba muy bien y que su papito sería el que trabajaría para sostener la familia.

Carmencita permaneció en el hospital por quince días más, los médicos no habían querido dejarla ir hasta que su corazón estuviera firme y fuerte y así lo hicieron.

Al llegar a casa todos se sentaron en un enorme sofá y su mamá con los ojos llenos de lágrimas le entregó una carta de su padre:

"Carmencita, hijita de mi corazón: Al momento de leer mi carta, ya debes tener quince años y a la cual no respondí. Decidí hacerte el regalo más hermoso que nadie jamás haría por mi hija... Te regalo mi vida entera sin condición alguna, para que hagas con ella lo que quieras. ¡¡Vive hija!! ¡¡Te amo con todo mi corazón!! "

Carmencita lloró todo el día y toda la noche. Al día siguiente fue al cementerio y se sentó sobre la tumba de su papá; lloró como nadie lo ha hecho y susurró:

"Papi,... ahora puedo comprender cuanto me amabas yo también te amaba y aunque nunca te lo dije, ahora comprendo la importancia de decir "Te Amo" y te pediría perdón por haber guardado silencio tantas veces".

En ese instante las copas de los árboles se mecieron suavemente, cayeron algunas hojas y florecillas, y una suave brisa rozó las mejillas de Carmencita, alzó la mirada al cielo, intentó secar las lágrimas de su rostro, se levantó y emprendió regreso a su hogar.

**Autor: Anónimo.**

### LA ENERGÍA DE DIOS (El gran secreto)

Por **Br. Adrián Olivo**  
FACE – Mención Matemática

Cuando se cita en La Biblia que Dios dijo: ¡Que se haga la luz!, estas fueron palabras claves para que el gran científico croata Nikola Tesla (1857-1943), a comienzos del siglo pasado descubriera una energía totalmente revolucionaria que sobrepasa la del Sol o a los Rayos Cósmicos y que llamó Energía Radiante, aun más poderosa que la energía atómica. Tesla no se conformó con formular esta teoría sino que la demostró, en su laboratorio de Colorado Spring, en E. E. U. U.. Realizó muchos experimentos creando, y patentando, más de 800 inventos, con la ayuda de las teorías de J.C. Maxwell, sobre energía Electromagnética y Energética. Observó que su invento la "bobina Tesla" (el "flyback" de los T. V.), auto transformador de alto voltaje y alta frecuencia, tomaba una cierta energía del medio ambiente, amplificando un voltaje mínimo de entrada en el dispositivo a un voltaje de salida abrumador; por ejemplo por cada un voltio el dispositivo generaba 1000 voltios. Luego de varias investigaciones, formula que esta infinita energía es proveniente del vacío mismo, algo que para entonces y hasta ahora se cree que es un lugar donde no obra ninguna fuerza o materia conocida.

Nikola Tesla formuló que esta energía colosal e infinitamente poderosa causada por fuertes campos electromagnéticos, aprovechada para el bien, llevaría a una nueva era de la humanidad. Tesla buscó comprobar que estaba en lo cierto y así llegó a la invención de la energía libre, gratis e inalámbrica para todos los confines de La Tierra, un rayo láser poderoso, el desintegrador atómico capaz de evaporizar el circonio, rubies y diamantes, máquinas antigraavedad (levitación), y hasta máquinas capaces de romper la barrera inexpugnable del espacio-tiempo (tele transportación de materia a través del tiempo). Pareciera ciencia-ficción pero para Tesla era cierto.

El gobierno de los E. E. U. U. debió considerar estos inventos de alto riesgo, ya que al morir Tesla el 7 de enero de 1943, todos sus experimentos fueron considerados patrimonio de E. E. U. U. y con una ley formulada se impidió al público común tener acceso a los mismos.

Algunas teorías de Tesla se han comprobado: superar la velocidad de la luz, la tele transportación de materia (tele transportación de un átomo sin pérdida de propiedades), experimentos para controlar el clima. ¡Ironía!, Toda la tecnología conocida en nuestros tiempos fue inventada por Tesla, desde la radio hasta las computadoras. Y no se le reconoce.

Implicaciones inmediatas que generaría esta tecnología basada en ondas longitudinales: cambiaría el mundo que conocemos. La esperanza es que se utilice para el bien de la humanidad y no para su destrucción. Con ella se tendría: solución a la crisis energética y al problema del petróleo, disponibilidad interminable y gratis de energía, cura para el cáncer y el SIDA, y otras enfermedades. Todos podríamos estar y permanecer sanos.

### AMENIDADES

- ¿Cuál es el segundo idioma más hablado del mundo? El inglés.
- ¿Qué representan las siglas P.A.M.D.B.? Patronato de apuestas mutuas deportivo benéficas.
- ¿Qué es más valioso un brillante o un diamante? Un brillante.
- ¿Qué rasgo facial no tiene la Mona Lisa? Las cejas.
- ¿Cuál es el signo de puntuación más usado? La coma.
- ¿Cómo se transmiten más rápidamente las ondas sonoras, a través del agua o del aire? A través del agua.
- ¿Cuál fue la primera ave domesticada? La oca.
- ¿Cómo se conoce vulgarmente el cerebro? Sesos.
- ¿Cuáles son los dos elementos esenciales del acero? Hierro y carbono.
- ¿Cuál es el único mamífero que no puede saltar? El elefante.