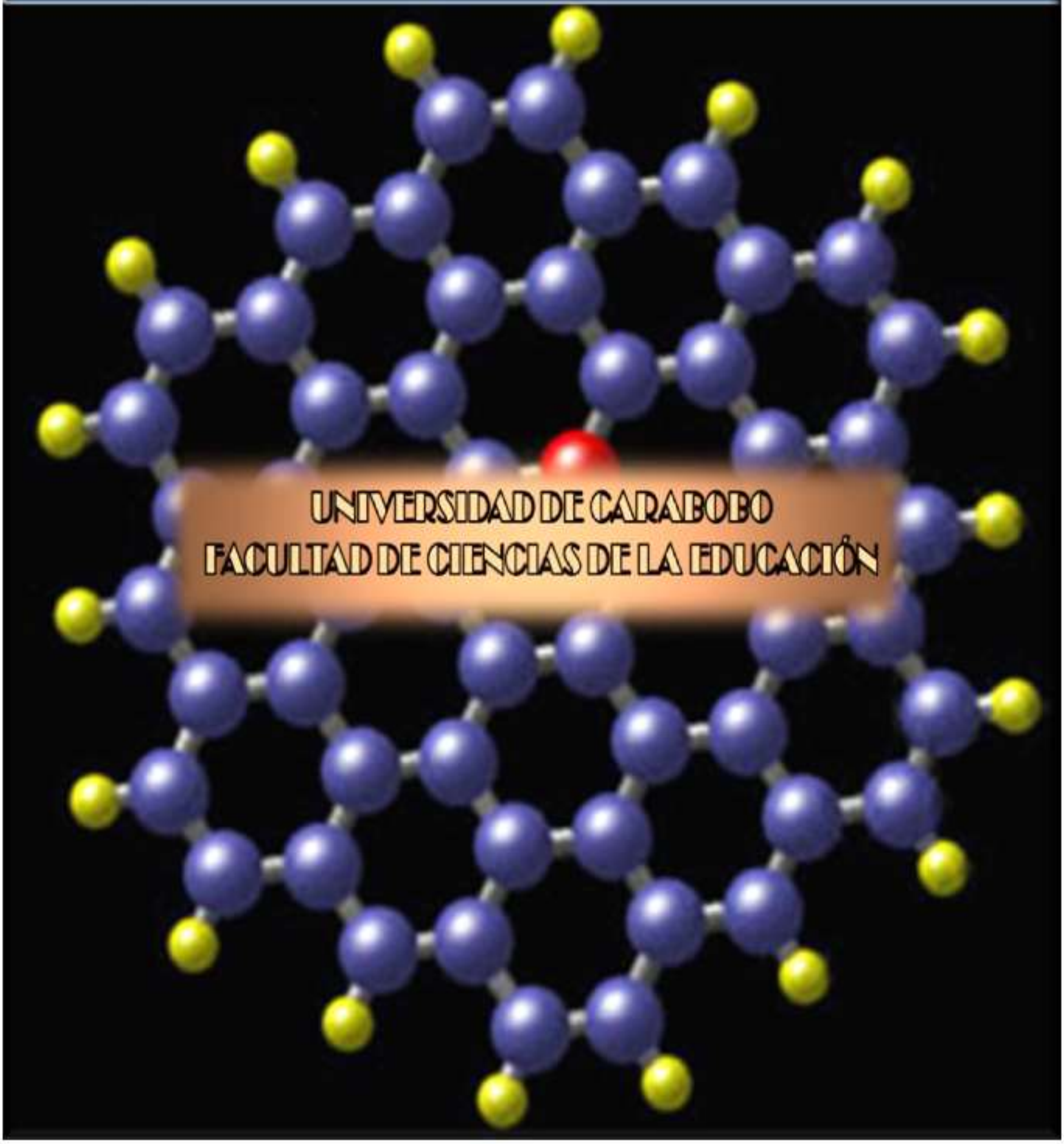
HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

 Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 11 – AÑO 17 Valencia, Viernes 1° de Noviembre de 2019



HOMOTECIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC

ADVENTUS NOVUS CALCULUS

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Editorial..........	1-2
Grandes Matemáticos: **JOHN BONNYCASTLE**..........	3-5
Aportes al conocimiento. Elementos Básicos del Cálculo Integral (17). Integrales Impropias. Integrales Impropias con integrando discontinuo. Ejercicios resueltos. Integrales Impropias con limites de integración infinitos. Ejercicios resueltos. Resolución de integrales impropias definidas en intervalos de integración que contienen discontinuidades y son infinitos. Ejercicios propuestos. Por: **Prof. Rafael Ascanio Hernández-Prof. Próspero González Méndez**..........	6-21
Martin Gardner y la diversión matemática. "El placer de los retos matemáticos". Por: **ANDREA ARNAL**..........	22-23
Físicos Notables: **WILLIAM BRADFORD SHOCKLEY**..........	24
Físicos Notables: **JOHN BARDEEN**..........	25
Físicos Notables: **WALTER HOUSER BRATTAIN**..........	26-27
Químicos Destacados: **FREDERICK SANGER**..........	28
La guerra del teléfono: ¿Fue un invento de Graham Bell?..........	29-31
La última supernova de la Vía Láctea..........	32
5 destinos para turistas científicos. Por: **LAURA CHAPARRO**..........	33-34
Miles de relojes biológicos mantienen en hora el cuerpo humano. Por: **BIBIANA GARCÍA**..........	35-36
Craig Venter, el hombre que se conoció a sí mismo. Por: **JAVIER YANES**..........	37-38
¿Cómo se miden los terremotos? Por: **JAVIER YANES**..........	39-40
Venezuela, personajes, anécdotas e historia. **Antonio Ricaurte**..........	41
Galería: **NEIL SIDNEY TRUDINGER**..........	42-43
Normas de Publicación de la Revista HOMOTECIA..........	44-45

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y *MSN*, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace:
http:/servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm > Sección: MULTIDISCIPLINARIAS

Revista HOMOTECIA

Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

Nº 11 - AÑO 17 - Valencia, Viernes 1º de Noviembre de 2019

EDITORIAL

En el editorial anterior nos comprometimos hablar, dentro de las artes escénicas, de la experiencia en el contexto educativo del uso del Teatro como herramienta de enseñanza, aprendizaje y evaluación. Cuando se hace teatro se hace referencia a un género literario caracterizado por la *puesta en escena de obras*, generalmente dialogadas por actores, representadas ante un público en una locación preparada para que sirva de escenario. Es decir *El Teatro* es *espacio físico* por un lado y por otro, primordialmente *actuación*.

El teatro es una de las artes escénicas más reconocida mundialmente, tiene la posibilidad de permitir su contemplación en vivo por muchos espectadores, es una vía expedita para transmitir una información deseada debido al desarrollo en forma progresiva de un determinado relato. Hacer teatro amalgama diferentes elementos como son los actores, la música, el sonido, la escenografía, y sobre todo la gestualidad a la hora de interpretar cualquier emoción. Para poder representar una obra se necesita un libreto, a las personas dedicadas a la escritura de estas obras teatrales se les otorga el nombre de *dramaturgos*. Si en un determinado lugar esta actividad se hace estable, *teatro* no solo va a ser la representación de piezas dramáticas presentadas al público, sino que el espacio físico, instalación o edificio en donde son puestas en escenas se les llama Teatro.

Por lo general, al ser la actividad del teatro fundamentalmente una interacción entre varios seres humanos que representan una historia frente a los ojos de un público, se convierte naturalmente en una actividad socializadora entre los actores y entre los actores y el público. Estos actores deben ser personas sumamente emotivas, todas las emociones deben ser totalmente marcadas así como también el momento de pasar de una emoción a otra, por tal razón la preparación otorgada a cada actor debe ser exhaustiva para que así aprenda proyectar el sentimiento involucrado en lo actuado de forma creativa y eficaz. La meta de toda obra de teatro es despertar en el público espectador las emociones transmitidas por los personajes.

Suponemos que un actor de teatro debe *construirse* como tal y que cuando lo vemos actuar como un profesional, tal actuación se corresponde con la concretización de un proceso de formación donde ha ido superando etapas. Si el teatro como herramienta de enseñanza, aprendizaje y evaluación se hace hábito en un sistema educativo desde los años de inicio de la escolarización, probablemente un estudiante al egresar del proceso escolar tenga un alto porcentaje de la formación como actor. Pero no estamos insinuando que el objetivo de usar esta herramienta sea formar actores; lo que queremos destacar son los beneficios colaterales que se originan al participar en tal actividad.

El teatro como actividad socializadora *obliga* la interacción entre personas en cuanto a organizarse y coordinar cómo desenvolverse en la realización de una obra, permite al que actúa enfrentar y superar el temor escénico, que desde el punto de vista estudiantil puede hablarse de superar tal temor cuando tiene que expresarse en público, por ejemplo al momento de realizar una ponencia. A medida que una persona *hace* teatro, tomemos el caso de un joven estudiante, posiblemente se haga desinhibido, adquiera una actitud participativa y colaboradora, tenga iniciativa, sea proclive a la innovación, invención y creatividad, se valore mejor a sí mismo, eleve su autoestima y desarrolle la más deseable personalidad.

En el aspecto propiamente educativo relacionado con la enseñanza, aprendizaje, evaluación y la formación de competencias científicas, el teatro se mueve en dos frentes: el primero, la puesta en escena de obras de autores conocidos. Educativamente esta es una etapa de preparación. Se aprende a elaborar guiones, a montar escenarios y a preparar ambientes adecuados entre otros elementos relacionados con el teatro, pero principalmente referido a la actuación como tal, a tener la disciplina de ajustarse al guión preparado para la obra.

Segundo frente. Tal como sucede en el teatro de profesionales, a nivel escolar se puede proponer la elaboración de obras originales. Es aquí cuando el estudiante puede desarrollar cualidades cognitivas como la imaginación, la innovación, la invención, la creatividad entre otras, no solo en cuanto a la elaboración de la trama literaria que ha de exponerse al público sino en la conjunción holística de todos esos elementos que caracterizan el hacer teatro y que ya hemos señalado previamente. En todo caso los docentes que orienten la actividad necesariamente *deberán ir creciendo* con sus estudiantes, promover el hábito estable del teatro dentro de las instituciones educativas, porque cada obra original nueva debe ser un aporte más a la educación de aquellos seres y en consecuencia *obligada*, directo a su cultura.

Sí hay experiencias conocidas del teatro a nivel escolar, lamentablemente han sido eventuales y no estables ni continuas pero obteniéndose resultados positivos con la realización de las mismas. A finales del siglo XX, en una modesta institución educativa privada de la ciudad de Valencia, que contaba con secciones desde el primer año de bachillerato hasta el llamado quinto año, en donde para aquel el momento de este último solo habían dos secciones pero una de la mención ciencias y la otra de humanidades. Es el caso que el profesor para ambas secciones encargado del área de lengua y literatura, planificó para el inicio del tercer lapso de ese periodo escolar como parte de la evaluación el que los alumnos montaran una obra de teatro. Debido a las limitaciones de tiempo e infraestructura, los alumnos solicitaron hacerla en conjunto las dos secciones y que además el dueño del plantel consiguiera un local donde además de facilitar la realización de la obra, pudieran asistir la mayoría de los estudiantes del plantel, y si así lo deseaban los profesores del plantel y los padres y representantes.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

La obra escogida fue *"La Cenicienta"* del gran poeta y maestro venezolano Aquiles Nazoa. Con todo y su poca experiencia en estos menesteres, la puesta en escena gustó tanto a los estudiantes, profesores, padres y representantes que asistieron, que al docente no le quedó otra alternativa, al insistentemente solicitárselo, calificar con veinte puntos a cada uno de los integrantes de las dos secciones. Aparte, durante el proceso de preparación del montaje, los estudiantes pudieron profundizar en la importancia literaria de Aquiles Nazoa para el país.

Pero esto no terminó ahí. El haber gustado tanto la actividad, los viernes del último mes del periodo escolar en referencia, por iniciativa propia de los estudiantes y sin ajustarse a ninguna evaluación, se montaron en un área común de la institución, pequeñas obras de teatro no solo con los de quinto año sino con alumnos de cursos inferiores, unas algo serias, otras tipo comedia pero caracterizada por ser libretos originales de los estudiantes. La socialización involucrada en ello significó en aquel momento, integración e inclusión dentro del plantel.

Otra experiencia la constituye la realizada en un plantel público para la Tercera Etapa (7º, 8º y 9º grados) de Educación Básica ubicado en Ciudad Alianza, Guacara, Carabobo. Los profesores de lengua y literatura de los novenos grados planificaron como evaluación única del tercer lapso del periodo escolar en transcurso, la puesta en escena de una obra de teatro por cada sección, siete en total. Lo significativamente importante de la actividad era que el libreto a relatar tenía que ser original y escrito por los mismos estudiantes, constituyendo un fuerte reto para ellos. Aquí entró en juego su iniciativa, imaginación, innovación, invención y creatividad entre otros detalles plausibles. La actividad realmente para cada sección era *privada*, es decir como el escenario se montaba en el aula correspondiente a la sección, solo podían estar dentro los responsables del montaje y realización de la obra (actores y escenógrafos), el jurado evaluador constituido por profesores donde se incluía el docente de la asignatura y en algunos casos miembros de la comunidad educativa, por ejemplo representantes expertos en el área de la actuación, y si era posible contados profesores y alumnos invitados. De las obras que se pudieron observar, aun la condición de aprendices de teatro, evidenciaron una inesperada madurez. La evaluación de los estudiantes, considerada por encima de la calidad de la obra, quedó sujeta al esfuerzo de cada sección en el montaje de la misma. Una decisión por consenso de los profesores de la asignatura los llevó a calificar en el lapso a todos y cada uno de los integrantes de las secciones con la máxima puntuación, aun así se premiaron las obras con los tradicionales primero, segundo y tercero lugares.

El Plantel tiempo después, fue convertido en uno que albergaba no solo Tercera Etapa de Educación Básica sino también 1º y 2º años de Educación Media, tanto de Ciencias como Humanidades. Aún así, esta actividad se repitió en cursos posteriores aunque no con el impacto de la primera oportunidad y más sencilla, la misma se hizo *más privada*: solo para la sección con su docente. Pero en el plantel en los actos para celebrar el Día de la Juventud, el Día del Estudiante, el Día del Maestro, la Muestra de Proyecto Científicos de los Graduandos como Bachilleres, se hizo común que estudiantes de diferentes cursos de la institución presentaran *sketches* con obras cuyos libretos y montajes eran originales de ellos. Algunos consistían en diálogos entre los actores, otros en silencio pero mostrando sentimientos y emociones mediante la mímica. Pura expresión de la educación siendo cultura.

A nivel universitario, en el caso de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, en ella se ha observado la utilización del teatro como herramienta para estrategias educativas, aunque consideramos que la misma tiene un sentido más amplio y aparentemente con carácter más estable. Hemos visto que se ha hecho usual, entre otras manifestaciones de arte escénico, el desarrollo de la actividad del teatro de títeres usando la técnica de los muñecos de guante, dentro del contexto de las asignaturas de formación general de los futuros docentes: es la formación de una muy útil competencia docente.

Posiblemente alguien plantearía que el teatro como tal no puede desarrollarse como estrategia de enseñanza, aprendizaje y evaluación en asignaturas como matemática, física, química, biología y otras de esas características. Pero todo es cuestión de objetivos de instrucción. Años atrás, en un semestre en particular en una actividad eventual, los estudiantes de la mención Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, cursantes de la asignatura Historia de la Matemática, representaron como obra de teatro la conocida historia de la "Abjuración de Galileo", aquel hecho cuando este se vio obligado por la inquisición propia del oscurantismo medieval, negar sus ideas y hallazgos científicos. Las ciencias y en particular las fácticas no siempre son *total experimentos*, también son *historia, costumbres y tradiciones*.

Reflexiones

En un vídeo sobre un niño japonés que participa en una clase de educación física, se muestra como éste falla cuatro veces al intentar el salto de una barrera formada por el apilamiento de doce colchonetas. Después del cuarto fallo, voltea a mirar cómo reaccionan sus compañeros de clase ante sus continuos fracasos; algo vio en sus rostros que vuelve a intentarlo por quinta vez, lográndolo en esta oportunidad. "La Cultura de un país es construida y desarrollada en los salones de clase".

Vídeo enviado por **Nawab Akbar Khan Bugti**, vía Facebook

Los Grandes Matemáticos

JOHN BONNYCASTLE
(1751 - 1821)

Nació el 29 de diciembre de 1751 en Hardwick, Buckinhamshire y murió el 15 de mayo de 1821 en Woolwich, Kent; ambas localidades en Inglaterra.

Los padres de John Bonnycastle fueron John Bonnycastle (1727-1781), un oficinista que trabajaba en Hardwick y Mary Toogood (1725-1779). John y Mary se casaron el 23 de abril de 1750 en Whitchurch, Buckinghamshire. Tuvieron cuatro hijos: John, personaje de esta reseña biográfica, fue el mayor, seguido por Mary (1755-1826), Robert (1757-1796) y Thomas (1761-1764). Aunque se afirma que nació el 29 de diciembre de 1751, en realidad es la fecha de su bautizo ya que no existe ningún registro de su nacimiento. John se crió en Hardwick y allí asistió a la escuela en la aldea de Weedon, dirigida por el Reverendo Dr. John Bridle, rector de Hardwick. Sin embargo, gran parte de su aprendizaje vino por iniciativa propia. Él estaba familiarizado con las obras de Horacio, Virgilio, Homero y había leído los clásicos de la literatura francesa, italiana y alemana, aunque él no hablaba estos idiomas. Parece haber tenido una memoria extraordinaria y sabía la mayoría de las obras de Shakespeare de memoria.

Después de ser educado en Hardwick, Bonnycastle viajó a Londres antes de cumplir los dieciocho años y allí él enseñó dos días a la semana en dos escuelas diferentes, una dirigida por el Reverendo Dr. James de la Academia de Greenwich y la otra en Chiswick dirigida por el Dr. Crawford. Por esa época se casó con Elizabeth Rolt el 21 de febrero de 1772 en Chesham, Buckinghamshire y vivía en Bromley, Middlesex. Elizabeth, que venía de Chesham, no tenía ningún tipo de educación lo que se notó cuando firmó con una X el acta de matrimonio. No existe registro de la muerte de Elizabeth, pero ciertamente debe haber muerto al poco tiempo de casarse.

Bonnycastle comenzó a contribuir con el Departamento de Matemática de la *London Magazine* tan pronto después de que este departamento fuera fundado en octubre de 1774. De las referencias que él dio sobre sus aportaciones se sabe que fue "Maestro de la Academia en Hackney" en 1776 y "Profesor de Matemáticas", en Leman Street, Londres al año siguiente. Alexander Chalmers nos dice que en 1777 Bonnycastle notificó que eran contribuciones matemáticas a la *London Magazine* de George Anderson, un joven trabajador de Buckinghamshire. Él fue [3]:

> *... no menos satisfecho que sorprendido en este intento de un joven del mismo condado consigo mismo, de quien nunca había oído hablar. El señor Bonnycastle, por consiguiente, en su visita siguiente a Buckinghamshire, procuró una entrevista con el joven genio, a quien encontró trillando en un granero, cuyas paredes estaban cubiertas con triángulos y paralelogramos. Tal era el empacho del joven Anderson, sin embargo, que el señor Bonnycastle no podría dibujarlo en la conversación, hasta que ganó su corazón por el préstamo de "Fluxiones" de Simpson y dos o tres libros.*

En 1782 Bonnycastle actuó como tutor de los dos hijos del Segundo Conde de Pomfret, en Easton Neston, Northamptonshire. En este trabajo permaneció seis meses. En noviembre de ese año él aplicó en la Academia Militar Real, en Woolwich, para el cargo de Maestro de Matemáticas en el Salón de la Torre. Lo designaron al cargo con un sueldo de £100 al año, en diciembre de 1782. La Academia Militar Real era un único establecimiento educativo en este tiempo, se enseñaban métodos científicos y matemáticos a los estudiantes que estaban entrenando para una carrera en el ejército. En particular, preparaban a los estudiantes para convertirlos en ingenieros militares con experiencia en fortificaciones, carreteras, construcción de puertos y canales, así como dándoles herramientas para realizar cartografía. Bonnycastle permaneció en este cargo de Woolwich por el resto de su carrera. Además de enseñar en la Academia Militar Real, colaboró también con Matthew Thomas Francis Hommey en el funcionamiento de una Academia en Charlton, cerca de Woolwich, que preparaba a jóvenes caballeros para el ejército. En mayo de 1803 el siguiente aviso apareció en la Gaceta de Londres:

> *Instrucción militar, Comunidad de Woolwich.*
>
> *El señor Bonnycastle, Maestro de Matemáticas de la Academia Militar Real de Woolwich, y el señor Hommey, continúa, con asistentes adecuados para instruir a jóvenes caballeros, lo diseñado para el ejército, en las diversas ramas de la educación militar. El Plan de estudios consta de todos las partes de matemáticas y filosofía natural tal como están conectados con una profesión militar; también geografía, fortificación, artillería, tácticas, plan de dibujo, agrimensura, nivelación, reconocimiento con el método de seguimiento de obras en tierra, y los principios y práctica de los idiomas alemán y francés. NOTA: Dos vacaciones en el año de un mes cada una, una en Navidad y otra en San Juan; tiempo durante el cual, sin embargo, cualquiera de los jóvenes caballeros son permitidos, si es más conveniente a sus amigos, a permanecer en la casa, donde reside un maestro en matemática para asistirlos todos los días y otros maestros para atenderlos ocasionalmente.*

La asociación entre Bonnycastle y Hommey terminó el 3 de marzo de 1810, y Hommey continuó dirigiendo la Academia sin Bonnycastle.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

El 7 de octubre de 1786, Bonnycastle se casó por segunda vez; el matrimonio tuvo lugar en St. Martin Ludgate, en Londres. Su esposa fue Bridget Newell de Lewisham, hija de William Newell, maestro de la antigua taberna de Jerusalén en Clerkenwell y Hephzibah Apletree. Se conocen seis hijos de este matrimonio: Charlotte (nacida en 1788), Mary (nacida en 1790), Richard Henry (nacido en 1791), William Joseph (nacido en 1793), Humphrey (nacido en 1795) y Charles (nacido en 1796). Richard Henry Bonnycastle estudió en la Academia Militar Real y se unió a los ingenieros reales. Sirvió en los Países Bajos, Canadá y Francia y es famoso por escribir numerosos libros. Charles Bonnycastle se convirtió en profesor de filosofía natural y matemáticas en la recién inaugurada Universidad de Virginia en los Estados Unidos.

La mayor contribución a la matemática de Bonnycastle, a saber, fueron los libros que escribió. El primero, escrito al inicio de su carrera, fue *The Scholar's Guide to Arithmetic* (La guía del erudito en aritmética) (1780). La popularidad del libro se ve claramente en el hecho de que en 1851 se publicó la edición 18. No menos popular fue *Introduction to Algebra* (Introducción al álgebra) (1782). La 13ª edición de esta obra, con adiciones hechas por su hijo Charles Bonnycastle, se publicó en 1824. El prefacio a la primera edición es interesante y a continuación se citan algunos extractos:

> *Los poderes de la mente, como las del cuerpo, se aumentan por el esfuerzo frecuente; la aplicación y la industria es el lugar fuente del genio y la invención; y aun la facultad creativa se puede fortalecer y mejorar por el uso y la perseverancia. ... Libros de rudimentos, por lo tanto, sucintamente escritos, bien digeridos y metódicamente arreglados, son tesoros de valor inestimable; y no se pueden hacer demasiados intentos de hacerlos perfectos y completos. ... De estas consideraciones, he sido inducido para conformar un curso introductorio de la ciencia matemática; y de la clase de estímulo que he recibido hasta ahora, no estoy sin esperanzas de una continuación de la misma franqueza y aprobación. La práctica considerable como maestro y una larga atención a las dificultades y obstáculos que retardan el progreso de los estudiantes en general, me han permitido acomodarlos más fácilmente a sus capacidades y entendimientos.*

No fue el único libro que Bonnycastle publicó en 1782 en los mismos años en que apareció impreso *Introduction to Mensuration and Practical Geometry* (Introducción a la medición y a la geometría práctica). Esta fue otra obra exitosa con una 18ª edición publicada en 1823. Algunos fragmentos del prefacio dan una buena indicación del enfoque exitoso de Bonnycastle al escribir libros de texto:

> *El arte de medir, como todos los otros inventos útiles, parece haber sido descendiente de la miseria y la necesidad; y han tenido su origen en aquellos tiempos remotos de la antigüedad, que están ahora fuera del alcance de la historia creíble y auténtica. ... Al Dr. Hutton yo estoy particularmente agradecido y estoy tan lejos de desear reemplazar el uso de su actuación en esta publicación, que deseo solamente pensar en una introducción útil al texto. En libros escolares y los diseñados para el uso de los alumnos, siempre me han parecido, que las reglas claras y concisas, con ejercicios adecuados, son enteramente suficientes para el propósito. En la ciencia, así como en la moral, el ejemplo siempre será aplicar e ilustrar preceptos; por esta razón, una operación, forjada fuera de su extensión, es de más servicio a los principiantes que todas las tediosas instrucciones y observaciones que pueden posiblemente dársele.*

Su próximo libro *Introduction to Astronomy* (Introducción a la astronomía) (1786) fue escrito para aquellos sin conocimientos previos en matemática. También fue muy popular con una 8ª edición en 1822:

> *En un momento cuando las ciencias son generalmente cultivadas, y un amor por la literatura y la información útil ha impregnado cada rango y orden de la sociedad, una cuenta fácil y familiar de las partes más interesantes de la astronomía, se presume, encuentra un rendimiento aceptable. Muchas personas que no han adquirido un volumen suficiente de conocimientos matemáticos a leer, con satisfacción, los trabajos de Newton y otros eminentes escritores sobre este tema, aún están muy deseosas de obtener una idea que les permitirá comprender los principales principios sobre los que se funda...*

Elements of geometry (Elementos de geometría) de Bonnycastle (1789) contiene las proposiciones de los libros de los elementos de Euclides, 1-6, 11 y 12 con "notas críticas y explicativas" de Bonnycastle. Él creyó que el acercamiento a la geometría de Euclides proporcionaba un método de enseñanza a los jóvenes para pensar de modo lógico y preciso. Por lo tanto siguió la presentación de Euclides algo cerca. El libro funcionó a varias ediciones, siendo la 5ª edición publicada en 1811. (Puede haber otras ediciones posteriores de esta y de otras obras de Bonnycastle pero simplemente se señala aquí la última edición que se conoce de cada libro). Publicó otro libro de geometría casi 20 años más tarde, *A Treatise on Plane and Spherical Geometry* (Un tratado sobre geometría plana y esférica) (1806). Una 3ª edición apareció en 1818. Finalmente *A Treatise on Algebra* (Un tratado sobre álgebra) (2 volúmenes) se publicó en 1813. Este libro era una traducción del «Essai sur l ' Histoire générale des mathématique" de Charles Bossut.

Hay que destacar algunos de los amigos de Bonnycastle. Un amigo cercano fue Henry Fuseli, pintor y escritor sobre arte. A través de Fuseli conoció a Leigh Hunt, un ensayista, poeta y escritor, que pinta (describe) el siguiente cuadro de Bonnycastle en [4]:

> *Bonnycastle fue un buen compañero. Era un hombre alto, flaco, cabeza alargada, de rasgos grandes y con lentes y una voz interna profunda, con una vibración de rusticidad y él torcía sus ojos sobre su hombro, como un caballo. A menudo he pensado que una bolsa de maíz habría colgado en él. Su risa era equina y mostraba sus dientes hacia arriba y a los lados. ... Bonnycastle fue un apasionado de citar a Shakespeare y contar historias; y si la Edinburgh Review acababa de salir, nos daría todos los chistes en la misma. Él una vez tuvo un desorden hipocondríaco de larga duración, sino enteramente había lo sobrevivió. ... Quizás pensó más en la calidad de su talento que en la cantidad de ellos estrictamente garantizados; un error en el que los hombres científicos parecen ser más responsables que otros... Pero la ilusión no es sólo perdonable, sino deseable, en un hombre tan celoso en el cumplimiento de sus deberes: así era en gran parte como ser humano el Señor Bonnycastle.*

La “enfermedad hipocondríaca” que se mencionó padeció fue la depresión. Mientras sufrió de esto vivió en Bath y durante este período él escribió *Introduction to Astronomy* (Introducción a la astronomía) (1786). Otros amigos cercanos a Bonnycastle fueron su editor Joseph Johnson, Joseph Priestley, William Cowper, Erasmus Darwin y el matemático Charles Hutton.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Bonnycastle fue enterrado en el St. Luke, Charlton, Kent, una semana después de su muerte. En la inscripción de su lápida se lee:

> Consagrado a la memoria de John Bonnycastle, Esq., último profesor de matemáticas en la Academia Militar Real de Woolwich, nacido en enero de 1752, murió el 15 de mayo de 1821. También el cuerpo de Bridget, su esposa, quien partió de esta vida 19 de octubre de 1825, de 73 años de edad.

Referencias.

1. Biography by T Whittaker rev. Adrian Rice, in *Dictionary of National Biography* (Oxford, 2004).

Artículos:

2. John Bonnycastle, Esq. obituary, *The Annual Biography and Obituary for the Year 1822* (Longman, Hurst, Rees, Orme and Brown, London, 1822), 437.
3. A Chalmers, John Bonnycastle, in *The General Biographical Dictionary* (J Nichols and Son, London, 1812), 180.
4. L Hunt, Mr Bonnycastle, in *Lord Byron and some of his Contemporaries* Vol II (Henry Colburn, London, 1828), 32-36.
5. J Kolthammer, John Bonnycastle, *Bonnycastle genealogy*. http://genealogy.kolthammer.org/Bonnycastle-o/p10.htm
6. Military Instruction, Woolwich Common, *The London Gazette* (15589) (31 May 1803), 9.
7. T T Wilkinson 'Notae Mathematicae', *The Mechanics Magazine* LXI (1854), 122.

John Bonnycastle

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "John Bonnycastle" (Noviembre 2010).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bonnycastle.html].

Aportes al conocimiento

Elementos Básicos del Cálculo Integral (17)

Por: Prof. Rafael Ascanio Hernández - Prof. Próspero González Méndez

ÍNDICE

Integrales Impropias.
- **Integrales Impropias con integrando discontinuo. Ejercicios resueltos.**
- **Integrales Impropias con límites de integración infinitos. Ejercicios resueltos.**
- **Resolución de integrales impropias definidas en intervalos de integración que contienen discontinuidades y son infinitos.**
- **Ejercicios propuestos.**

INTEGRALES IMPROPIAS

La integral definida $\int_a^b f(x)dx$ constituye una ***integral impropia*** si ocurre alguna de las siguientes situaciones:

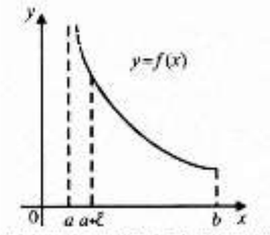
1. El integrando *f(x)* tiene uno o más puntos de discontinuidad en el intervalo $a \le x \le b$ (integrando discontinuo). Estos puntos donde hay discontinuidad se llaman s***ingulares***.
2. Al menos uno de los límites de integración es infinito (límites infinitos de integración).

INTEGRALES IMPROPIAS CON INTEGRANDO DISCONTINUO.-

Caso 1: Si *f(x)* es continua en el intervalo $a \le x < b$ pero discontinua en *x* = *b* (no acotada en *b*), se define $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)\,dx,$ siempre y cuando el límite exista. Se agrega el *"siempre y cuando el límite exista"* porque el límite puede ser finito, infinito o no existir. Si existe y es finito la integral impropia es ***convergente.*** Si el límite es infinito o no existe, la integral es ***divergente***.

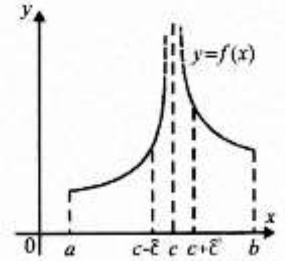
(función no acotada en el extremo b)

Caso 2: **Si** *f(x)* es continua en el intervalo $a < x \le b$ pero discontinua en *x* = *a* (no acotada en *a*), se define $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx,$ siempre y cuando el límite exista.



(función no acotada en el extremo *a*)

Caso 3: Si *f(x)* es continua en todo *x* del intervalo $a \le x \le b$ excepto en *x* = *c* (no acotada en *c*), se define $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \lim_{\varepsilon' \to 0^+} \int_{c+\varepsilon'}^b f(x)dx,$ siempre y cuando ambos límites existan.



(función no acotada en $c \in (a,b)$)

En este caso 3, si al menos una de las dos integrales sumandos es divergente, toda la integral inicial es divergente. Si ambas son convergentes, toda la integral inicial será convergente.

Como la resolución de integrales impropias conlleva la utilización del cálculo de límites, entonces pueden presentarse indeterminaciones que deben resolverse según los métodos conocidos, incluso la Regla de L´Hôpital.

EJERCICIOS RESUELTOS.-

1. – Estudiar la convergencia de $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Solución:

Como el integrando es discontinuo en x=3, se puede considerar:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{3-\varepsilon}\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[Arcsen\left(\frac{x}{3}\right)\right]_0^{3-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[Arcsen\left(\frac{3-\varepsilon}{3}\right)\right] = Arcsen(1) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{\pi}{2}}$$

Como el límite existe la integral es ***convergente***.

2. - Determinar la convergencia de la integral $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$.

Solución:

El integrando es discontinuo en *x=2* por lo que se puede considerar que:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{2-\varepsilon}\frac{dx}{2-x} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[Ln\frac{1}{2-x}\right]_0^{2-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(Ln\frac{1}{\varepsilon} - Ln\frac{1}{2}\right)\to\infty \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{2-\varepsilon}\frac{dx}{2-x}\to\infty}$$

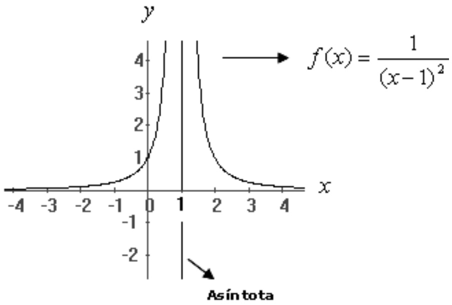
Al tender el límite a ∞ la integral es ***divergente***.

3. - Probar que la integral $\int_0^4 \frac{dx}{(x-1)^2}$ no tiene sentido.

Solución:

Para dar respuesta a la interrogante planteada se debe considerar que si una integral impropia es divergente, es decir, el límite tiende a ∞, este límite *no existe*, por lo que la integral no tendría sentido.

En la integral dada, el integrando es discontinuo en x=1, un valor que está entre los límites de integración 0 y 4.



GRÁFICA DE LA FUNCIÓN $f(x)$

Considerando la discontinuidad en x =1, se tiene que:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{1-\varepsilon}\frac{dx}{(x-1)^2} + \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{1+\varepsilon}^{4}\frac{dx}{(x-1)^2} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\frac{-1}{x-1}\right]_0^{1-\varepsilon} + \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\frac{-1}{x-1}\right]_{1+\varepsilon}^{4} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right) + \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{\varepsilon}\right)\to\infty$$

Al ser divergente la integral, la misma no tiene sentido.

Además, si se pasara por alto la discontinuidad en x=1, se obtendría por resultado que: $\int_0^4 \frac{dx}{(x-1)^2} = \left[-\frac{1}{x-1}\right]_0^4 = -\frac{4}{3}$, que es absurdo puesto que $\frac{1}{(x-1)^2}$ siempre es positivo.

4. – Estudie la convergencia de $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$.

Solución:

Como el integrando es discontinuo en x=1, se puede considerar que:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{1-\varepsilon}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} + \lim_{\varepsilon'\to 0^+}\int_{1+\varepsilon'}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}\right]_0^{1-\varepsilon} + \lim_{\varepsilon'\to 0^+}\left[\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}\right]_{1+\varepsilon'}^{4} =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\frac{3}{2}\cdot\left((-\varepsilon)^{\frac{2}{3}}-1\right)\right] + \lim_{\varepsilon'\to 0^+}\frac{3}{2}(\sqrt[3]{9}-\varepsilon'^{\frac{2}{3}}) = \frac{3}{2}(\sqrt[3]{9}-1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int_0^4\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{3}{2}(\sqrt[3]{9}-1)}$$

La integral es convergente.

5. - Probar que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Secx\, dx$ no tiene sentido.

Solución:

El integrando es discontinuo en $x = \frac{\pi}{2}$ por lo que se puede considerar que:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} Secxdx = \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left[Ln(Secx + Tgx)\right]_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon\to 0^+} Ln\left[Sec\left(\frac{1}{2}\pi - \varepsilon\right) + Tg\left(\frac{1}{2}\pi - \varepsilon\right)\right] \to \infty$$

Al ser *divergente* la integral el límite no existe y la integral no tiene sentido.

6. – Estudie si la $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cosx}{\sqrt{1-Senx}}dx$ converge o diverge.

Solución:

El integrando es discontinuo en $x = \frac{\pi}{2}$. Se puede considerar que:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} \frac{Cosx}{\sqrt{1-Senx}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left[-2\cdot(1-Senx)^{\frac{1}{2}}\right]_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} = -2\cdot \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\left[1-Sen\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right)\right]^{\frac{1}{2}} - (1-Sen\ 0)^{\frac{1}{2}}\right\} =$$

$$= -2\cdot\left[(1-1)^{\frac{1}{2}} - (1-0)^{\frac{1}{2}}\right] = -2\cdot(-1) = 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cosx}{\sqrt{1-Senx}}dx = 2}$$

La integral converge.

7.- Determine la convergencia de la integral: $\int_0^1 x^x(Ln|x|+1)dx$.

Solución:

El integrando es discontinuo en x=0 porque para este valor x^x es una indeterminación de la forma 0^0.
Entonces:

$$I_0 = \int_0^1 x^x(Ln|x|+1)dx = \int_0^1 e^{xLnx}(Ln|x|+1)dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^1 e^{xLnx}(Ln|x|+1)dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^1 d(e^{xLnx}) = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[e^{xLnx}\right]_{0+\varepsilon}^1 =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[e^{1\cdot Ln1} - e^{\varepsilon\cdot Ln\varepsilon}\right] = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(e^0 - e^{\varepsilon\cdot Ln\varepsilon}\right) = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(1 - e^{\varepsilon\cdot Ln\varepsilon}\right) = 1 - \lim_{\varepsilon\to 0^+}(e^{\varepsilon\cdot Ln\varepsilon}) = 1 - e^{\lim_{\varepsilon\to 0^+}(\varepsilon Ln\varepsilon)} = (*)$$

Resolviendo aparte el límite que queda:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}(\varepsilon Ln\varepsilon) = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{Ln\varepsilon}{\frac{1}{\varepsilon}} = \frac{Ln0}{\infty} = \frac{\infty}{\infty} \to \quad Indeterminación$$

Eliminando la indeterminación: Aplicando la Regla de L´Hôpital.

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{Ln\varepsilon}{\frac{1}{\varepsilon}} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{\frac{1}{\varepsilon}}{\frac{1}{\varepsilon^2}} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\varepsilon = 0$$

Volviendo a (*):

$$(*) = 1 - e^0 = 1 - 1 = 0$$

Luego:

$$\boxed{I_0 = \int_0^1 x^x(Ln|x|+1)dx = 0}$$

La integral converge.

8.- Estudiar la convergencia de: $\int_0^1 \frac{1}{x^p}dx \quad (p>0 \wedge p\neq 1)$.

Solución:

Hay discontinuidad en el integrando cuando x=0. Luego:

$$I_0 = \int_0^1 \frac{1}{x^p}dx = \int_0^1 x^{-p}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^1 x^{-p}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\frac{x^{-p+1}}{-p+1}\right]_{0+\varepsilon}^1 = \frac{1}{-p+1}\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[x^{-p+1}\right]_{0+\varepsilon}^1 =$$

$$= \frac{1}{-p+1}\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left(1-\varepsilon^{-p+1}\right) = \frac{1}{-p+1}\cdot\left(1 - \lim_{\varepsilon\to 0^+}\varepsilon^{-p+1}\right) = (*)$$

Estudiando el límite que queda.

Se debe considerar que $\lim\limits_{\varepsilon\to 0^+} \varepsilon^{-p+1} = \begin{cases} 0 \ si \ p<1 \\ \infty \ si \ p>1 \end{cases}$; por lo tanto resulta que:

$$\boxed{I_0 = \int_0^1 \frac{1}{x^p}dx = \begin{cases} converge \ a \ \dfrac{1}{-p+1} & si \ p<1 \\ diverge \ si \ \ p>1 \end{cases}}$$

9.- Determine si la integral $\int_{-1}^{1} \frac{1}{e^x-1}dx$ converge o diverge.

Solución:

El integrando es discontinuo en x=0. Luego, al ser un valor intermedio, la integral se puede separar así:

$$I_0 = \int_{-1}^{1}\frac{1}{e^x-1}dx = \underbrace{\int_{-1}^{0}\frac{1}{e^x-1}dx}_{(I_1)} + \underbrace{\int_{0}^{1}\frac{1}{e^x-1}dx}_{(I_2)} = (*)$$

Resolviendo primero a I_1:

$$I_1 = \int_{-1}^{0}\frac{1}{e^x-1}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{-1}^{0-\varepsilon}\frac{1}{e^x-1}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{-1}^{0-\varepsilon}\frac{1\cdot e^{-x}}{(e^x-1)\cdot e^{-x}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{-1}^{0-\varepsilon}\frac{e^{-x}dx}{1-e^{-x}} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{-1}^{0-\varepsilon} d\left[Ln(1-e^{-x})\right] =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[Ln(1-e^{-x})\right]_{-1}^{0-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\left[Ln(1-e^{\varepsilon})\right]-\left[Ln(1-e)\right]\right\} = Ln0 - Ln\,(1-e) = \infty - Ln(1-e) \to \infty$$

Al ser divergente I_1, también es divergente I_0. No es necesario evaluar a I_2.

Luego:

$$\boxed{I_0 = \int_{-1}^{1}\frac{1}{e^x-1}dx \ \ es \ \ divergente}$$

10.- Estudiar la convergencia (o divergencia) de la integral: $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\ x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx$.

Solución:

El integrado es discontinuo en x=1. Luego la integral se puede separar así:

$$I_0 = \int_0^{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\,x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx = \underbrace{\int_0^{1}\frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\,x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx}_{(I_1)} + \underbrace{\int_1^{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\ x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx}_{(I_2)} = (*)$$

Resolviendo a I_1:

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\,x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx = \int_0^1 (ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{1-\varepsilon}(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\frac{3}{2}\cdot\int_0^{1-\varepsilon} d\left[\left(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\} =$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{\frac{2}{3}}\right]_0^{1-\varepsilon} = \frac{3}{2}\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\left[ArcTg(1-\varepsilon)-\tfrac{\pi}{4}\right]^{\frac{2}{3}} - \left[(ArcTg\ 0-\tfrac{\pi}{4})^{\frac{2}{3}}\right]\right\} =$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\left[ArcTg(1-\varepsilon)-\tfrac{\pi}{4}\right]^{\frac{2}{3}} - \left[(-\tfrac{\pi}{4})^{\frac{2}{3}}\right]\right\} = \frac{3}{2}\cdot\left[\left(ArcTg\ 1-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}\right] =$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\left[\left(\tfrac{\pi}{4}-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}\right] = \frac{3}{2}\cdot\left(-\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}} \quad\Rightarrow\quad \boxed{I_1 = -\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}}$$

Ahora se resuelve a I_2:

$$I_2=\int_{1+\varepsilon}^{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\,x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx=\int_{1+\varepsilon}^{\sqrt{3}}(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx=$$

$$=\lim_{\varepsilon\to0^+}\int_{1+\varepsilon}^{\sqrt{3}}(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx=\lim_{\varepsilon\to0^+}\left\{\frac{3}{2}\cdot\int_{1+\varepsilon}^{\sqrt{3}}d\left[\left(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\}=$$

$$=\frac{3}{2}\cdot\lim_{\varepsilon\to0^+}\left[(ArcTg\,x-\tfrac{\pi}{4})^{\frac{2}{3}}\right]_{1+\varepsilon}^{\sqrt{3}}=\frac{3}{2}\lim_{\varepsilon\to0^+}\left\{\left(ArcTg\sqrt{3}-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}-\left[ArcTg(1+\varepsilon)-\tfrac{\pi}{4}\right]^{\frac{2}{3}}\right\}=$$

$$=\frac{3}{2}\cdot\lim_{\varepsilon\to0^+}\left\{\left(\tfrac{\pi}{3}-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}-\left[ArcTg(1+\varepsilon)-\tfrac{\pi}{4}\right]^{\frac{2}{3}}\right\}=\frac{3}{2}\cdot\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)^{\frac{2}{3}}-\left(ArcTg\,1-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\right]=$$

$$\frac{3}{2}\cdot\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)^{\frac{2}{3}}-\left(\tfrac{\pi}{4}-\tfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\right]=\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{\pi}{12}\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{144}}\quad\Rightarrow\quad\boxed{I_2=\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{144}}}$$

Volviendo a (*):

$$(*)=I_0=I_1+I_2=-\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}+\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{144}}=\frac{3}{2}\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{144}}-\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{16}}\right)$$

La integral converge.

11.- ¿Hacia dónde converge: $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(Sen\ x)^x\left[xCotg\ x+Ln\,(Sen\ x\right]dx$?

Solución:

El integrando es discontinuo para x=0 pero es necesario demostrarlo.

Debe estudiarse si el siguiente límite: $\lim_{x\to0^+}\left\{(Sen\,x)^x\left[xCotg\,x+Ln(Sen\ x)\ \right]\right\}$ es indeterminado.

Luego:

$$\lim_{x\to0^+}\left\{(Sen\,x)^x\cdot\left[xCotg\,x+Ln(Sen\,x\right]\right\}=\lim_{x\to0^+}(Sen\,x)^x\cdot\lim_{x\to0^+}\left[xCotg\,x+Ln(Sen\,x)\right]=$$

$$=\lim_{x\to0^+}[xLn(Senx)]\cdot\left[\lim_{x\to0^+}(x\cdot Cotg\,x)+\lim_{x\to0^+}Ln\,(Senx)\right]=$$

$$=\lim_{x\to0^+}\frac{Ln\,(Senx)}{\frac{1}{x}}\cdot\left[\lim_{x\to0^+}\left(\frac{x}{Senx}\cdot Cosx\right)+(-\infty)\right]=$$

$$=\lim_{x\to0^+}\frac{\frac{Cosx}{Senx}}{\frac{1}{x^2}}\cdot\left(\lim_{x\to0^+}\frac{x}{Senx}\cdot\lim_{x\to0^+}Cosx-\infty\right)=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{Senx}\cdot\lim_{x\to0^+}\left(x\cdot Cosx\right)\cdot(1\cdot1-\infty)=$$

(Aplicando Regla de L´Hôpital y propiedades de los límites)

$$=1\cdot0\cdot(1-\infty)=0\cdot1-0\cdot\infty\to Indeterminación$$

$$\Rightarrow\qquad\lim_{x\to0^+}\left\{(Senx)^x\left[xCotg\,x+Ln\,(Senx\right]\right\}\quad es\ \ indeterminado.$$

Se comprueba que la integral es discontinua para x=0.

Ahora se procede de la siguiente manera:

$$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (Sen x)^x \left[x Cotg\, x + Ln\,(Sen x)\right] dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^{\frac{\pi}{4}} (Sen x)^x \left[x Cotg\, x + Ln\,(Sen x)\right] dx =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^{\frac{\pi}{4}} e^{xLn(Senx)} \cdot \left[x Cotg\, x + Ln\,(Sen x)\right] dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{0+\varepsilon}^{\frac{\pi}{4}} d\left(e^{xLn(Senx)}\right) = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[e^{xLn\,(Senx)}\right]_{0+\varepsilon}^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[e^{\frac{\pi}{4}Ln(Sen\frac{\pi}{4})} - e^{\varepsilon Ln(Sen\varepsilon)}\right] = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[e^{\frac{\pi}{4}Ln(\frac{\sqrt{2}}{2})} - e^{\varepsilon Ln(Sen\varepsilon)}\right] = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - e^{\varepsilon Ln(Sen\varepsilon)}\right] =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - e^{\lim_{\varepsilon\to 0^+}\varepsilon Ln(Sen\varepsilon)} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - e^0 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - 1 \quad\Rightarrow\quad \boxed{I_0 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - 1}$$

Converge a $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{\pi}{4}} - 1$

12.- Estudie la convergencia de la siguiente integral: $\int_0^3 \left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\right] dx$.

__Solución__:

Esta integral tiene dos discontinuidades: en x=1 y en x=2. Entonces:

$$I_0 = \int_0^3\left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\right] dx = \int_0^3 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,dx + \int_0^3 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\,dx =$$

$$= \underset{(I_1)}{\int_0^1 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,dx} + \underset{(I_2)}{\int_1^3 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,dx} + \underset{(I_3)}{\int_0^2 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\,dx} + \underset{(I_4)}{\int_2^3 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\,dx} = (*)$$

Se resuelve por separado cada integral:

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,dx = \int_0^1 (x-1)^{-\frac{2}{3}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_0^{1-\varepsilon}(x-1)^{-\frac{2}{3}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[3\cdot(x-1)^{\frac{1}{3}}\right]_0^{1-\varepsilon} =$$

$$= 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(x-1)^{\frac{1}{3}}\right]_0^{1-\varepsilon} = 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(1-\varepsilon-1)^{\frac{1}{3}} - (0-1)^{\frac{1}{3}}\right] = 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(-\varepsilon)^{\frac{1}{3}} + 1\right] = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \int_0^1 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}dx = 3}$$

$$I_2 = \int_1^3 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}dx = \int_1^3 (x-1)^{-\frac{2}{3}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{1+\varepsilon}^3 (x-1)^{-\frac{2}{3}}dx = \lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[3\cdot(x-1)^{\frac{1}{3}}\right]_{1+\varepsilon}^3 =$$

$$= 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(x-1)^{\frac{1}{3}}\right]_{1+\varepsilon}^3 = 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[(3-1)^{\frac{1}{3}} - (1+\varepsilon-1)^{\frac{1}{3}}\right] = 3\cdot\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left[2^{\frac{1}{3}} + \varepsilon\right] = 3\cdot\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = \int_{1+\varepsilon}^3 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,dx = 3\cdot\sqrt[3]{2}}$$

$$I_3 = \int_0^2 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}dx = \int_0^2 (x-2)^{-\frac{2}{3}}dx = \underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\int_0^{2-\varepsilon}(x-2)^{-\frac{2}{3}}dx = \underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[3(x-2)^{\frac{1}{3}}\right]_0^{2-\varepsilon} =$$

$$= 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[(x-2)^{\frac{1}{3}}\right]_0^{2-\varepsilon} = 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[(2-\varepsilon-2)^{\frac{1}{3}} - (0-2)^{\frac{1}{3}}\right] = 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[(-\varepsilon)^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right] = 3\cdot\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_3 = \int_0^2 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}dx = 3\cdot\sqrt[3]{2}}$$

$$I_4 = \int_2^3 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}dx = \int_2^3 (x-2)^{-\frac{2}{3}}dx = \underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\int_{2+\varepsilon}^{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}}dx = \underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[3(x-2)^{\frac{1}{3}}\right]_{2+\varepsilon}^{3} =$$

$$= 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[(x-2)^{\frac{1}{3}}\right]_{2+\varepsilon}^{3} = 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[(3-2)^{\frac{1}{3}} - (2+\varepsilon-2)^{\frac{1}{3}}\right] = 3\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[1+\varepsilon\right] = 3$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_4 = \int_{2+\varepsilon}^3 \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}dx = 3}$$

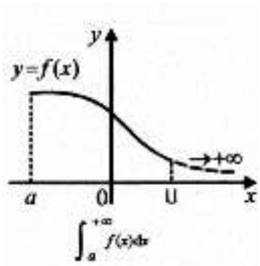
Volviendo a (*):

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 3 + 3\cdot\sqrt[3]{2} + 3\cdot\sqrt[3]{2} + 3 = 6 + 6\cdot\sqrt[3]{2} = 6\cdot(1+\sqrt[3]{2})$$

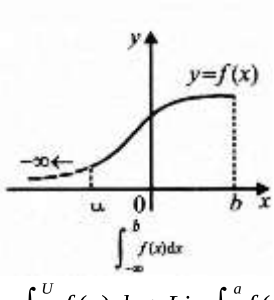
La integral es convergente.

INTEGRALES IMPROPIAS CON LÍMITES DE INTEGRACIÓN INFINITOS.-

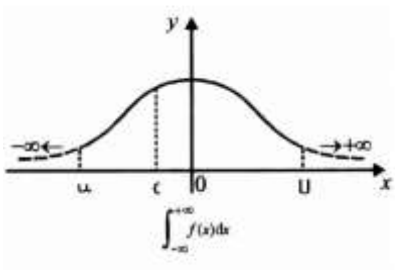
Caso 1: Si *f(x)* es continua en todo intervalo $a \le x \le U$, se define $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_a^U f(x)dx$ siempre y cuando el límite exista.



Caso 2: Si *f(x)* es continua en todo intervalo $u \le x \le b$, se define $\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^b f(x)\,dx$ siempre y cuando el límite exista.



Caso 3: Si *f(x)* es continua, se define $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_a^U f(x)\,dx + \underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^a f(x)dx$ siempre y cuando ambos límites existan.



Para los casos 1 y 2 se considera que la integral converge si el límite existe, y se considera que diverge si el límite no existe. Para el caso 3, si ambas integrales sumandos convergen entonces la integral inicial también converge, pero si al menos una es divergente, entonces la integral original es divergente.

EJERCICIOS RESUELTOS.-

1. – Estudiar la convergencia de $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4}$.

Solución:

Como el límite superior de integración es infinito, se puede considerar que:

$$\lim_{U\to+\infty} \int_0^U \frac{dx}{x^2+4} = \lim_{U\to+\infty} \left[\frac{1}{2}ArcTg\left(\frac{1}{2}x\right)\right]_0^U = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4} = \frac{\pi}{4}}$$

2.- Determine la convergencia de $\int_{-\infty}^{0} e^{2x}dx$.

Solución:

El límite inferior de integración es infinito, por lo que se puede considerar que:

$$\lim_{u\to-\infty} \int_u^0 e^{2x}dx = \lim_{u\to-\infty}\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_u^0 = \frac{1}{2}\cdot 1 - \lim_{u\to-\infty}\frac{1}{2}e^{2u} = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int_{-\infty}^{0} e^{2x}dx = \frac{1}{2}}$$

3. - Probar que $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ no tiene sentido.

Solución:

Como el límite superior de integración es infinito, se puede considerar que:

$$\lim_{U\to+\infty} \int_1^U \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{U\to+\infty}\left[2\sqrt{x}\right]_1^U = \lim_{U\to+\infty}(2\sqrt{u}-2) \to \infty$$

Como la integral es divergente, el límite no existe. La integral planteada no tiene sentido.

4. – Determine si la $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ es convergente o divergente.

Solución:

Acomodando la integral:

$$I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^x+e^{-x}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^{-x}}+\frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}$$

Como ambos límites de integración son infinitos se puede considerar que:

$$\lim_{U\to+\infty} \int_0^U \frac{e^x dx}{e^{2x}+1} + \lim_{u\to-\infty} \int_u^0 \frac{e^x dx}{e^{2x}+1} = \lim_{U\to+\infty}\left[ArcTg\left(e^x\right)\right]_0^U + \lim_{u\to-\infty}\left[ArcTg\left(e^x\right)\right]_u^0 =$$

$$= \lim_{U\to+\infty}\left[ArcTg\left(e^U\right) - ArcTg\left(e^0\right)\right] + \lim_{u\to-\infty}\left[ArcTg\left(e^0\right) - ArcTg\left(e^u\right)\right] =$$

$$= \lim_{U\to+\infty}\left[ArcTg\left(e^U\right) - ArcTg\left(1\right)\right] + \lim_{u\to-\infty}\left[ArcTg\left(1\right) - ArcTg\left(e^u\right)\right] =$$

$$= \lim_{U\to+\infty}\left[ArcTg\left(e^U\right) - \frac{\pi}{4}\right] + \lim_{u\to-\infty}\left[\frac{\pi}{4} - ArcTg\left(e^u\right)\right] = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^x+e^{-x}} = \frac{\pi}{2}}$$

La integral es convergente.

5. – Estudie la convergencia de $\int_0^{+\infty} e^{-x} Senxdx.$

Solución:

La integral se resuelve por integración por partes.

Como el límite superior de integración es infinito se puede considerar lo siguiente:

$$\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_0^U e^{-x}Senxdx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\left[-\frac{1}{2}e^{-x}(Senx+Cosx)\right]_0^U = \underset{U\to+\infty}{Lim}\left[-\frac{1}{2}e^{-U}(SenU+CosU)\right]+\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[-\frac{1}{2}e^{0}(Sen0+Cos0)\right]=$$

$$=\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[-\frac{1}{2}e^{-U}(SenU+CosU)\right]-(-\frac{1}{2})\cdot 1\cdot(0+1)=\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[-\frac{1}{2}e^{-U}(SenU+CosU)\right]+\frac{1}{2}$$

Cuando $U\to+\infty,\quad e^{-U}\to 0$, privando esto sobre que $SenU\ y\ CosU$ varían desde -1 hasta 1. Por lo tanto:

$$\boxed{\int_0^{+\infty} e^{-x}Senxdx=\frac{1}{2}}$$

La integral es convergente.

6.- Estudie la convergencia de la siguiente integral: $\int_1^{+\infty}\frac{x}{(x^2+1)^2}dx$.

Solución:

Resolviendo:

$$I_0=\int_1^{+\infty}\frac{x}{(x^2+1)^2}dx=\int_1^{+\infty}(x^2+1)^{-2}\cdot xdx=\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_1^U(x^2+1)^{-2}\cdot xdx=\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_1^U\left\{-\frac{1}{2}d\left[(x^2+1)^{-1}\right]\right\}=-\frac{1}{2}\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[(x^2+1)^{-1}\right]_1^U=$$

$$=-\frac{1}{2}\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[(U^2+1)^{-1}-2^{-1}\right]=-\frac{1}{2}\underset{U\to+\infty}{Lim}\left(\frac{1}{U^2+1}-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}\cdot\left(0-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ \boxed{I_0=\int_1^{+\infty}\frac{x}{(x^2+1)^2}dx=\frac{1}{4}}$$

La integral es convergente.

7.- Determine si la integral $\int_{-\infty}^{0} x\cdot e^x dx$ converge o diverge.

Solución:

Resolviendo:

$$I_0=\int_{-\infty}^0 x\cdot e^x dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^0 x\cdot e^x dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[x\cdot e^x-e^x\right]_u^0=\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[(o-e^0)-(u\cdot e^u-e^u)\right]=\underset{u\to-\infty}{Lim}\left(-1-u\cdot e^u-e^u\right)=$$

$$=-1-\underset{u\to-\infty}{Lim}(u\cdot e^u)-0=-1-\underset{u\to-\infty}{Lim}\frac{u}{e^{-u}}=-1+\underset{u\to-\infty}{Lim}\frac{1}{e^{-u}}=-1+0=-1\ \Rightarrow\ \boxed{I_0=\int_{-\infty}^0 x\cdot e^x dx=-1}$$

La integral converge.

8.- Determine la convergencia de la siguiente integral: $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{e^x+1}dx$.

Solución:

Como ambos límites son infinitos, entonces:

$$I_0=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{e^x+1}dx=\underbrace{\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{e^x+1}dx}_{(I_1)}+\underbrace{\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{e^x+1}dx}_{(I_2)}=(*)$$

Resolviendo en primer lugar a I_1:

$$I_1=\int_{-\infty}^0\frac{1}{e^x+1}dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^0\frac{1}{e^x+1}dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^0\frac{1\cdot e^{-x}}{(e^x+1)\cdot e^{-x}}dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^0\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}dx=\underset{u\to-\infty}{Lim}\int_u^0\left\{-d\left[Ln(1+e^{-x})\right]\right\}=$$

$$=\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[Ln(1+e^{-x})\right]_u^0=\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[Ln\,2-Ln\left(e^{-u}\right)\right]=Ln\,2-\underset{u\to-\infty}{Lim}e^{-u}\to\infty\ \Rightarrow\ \boxed{I_1=\int_{-\infty}^0\frac{1}{e^x+1}dx\to\infty}$$

Como I_1 es divergente, también lo es I_0. No es necesario estudiar la convergencia de I_2.

Luego:

$$\boxed{I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^x+1}dx \text{ es divergente}}$$

9.- Determine si la integral $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx$ es convergente o divergente.

Solución:

Como ambos límites son infinitos, se tiene que:

$$I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{2x}+9}dx}_{(I_1)} + \underbrace{\int_{0}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx}_{(I_2)} = (*)$$

Se resuelve primero I_1:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \underset{u\to-\infty}{Lim}\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \underset{u\to-\infty}{Lim}\int_{u}^{0} \frac{1}{(e^x)+3^2}dx = \underset{u\to-\infty}{Lim}\int_{u}^{0} d\left[\frac{1}{3}\cdot ArcTg\left(\frac{e^x}{3}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[ArcTg\left(\frac{e^x}{3}\right)\right]_u^0 = \frac{1}{3}\cdot\underset{u\to-\infty}{Lim}\left[ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) - ArcTg\left(\frac{e^u}{3}\right)\right] = \frac{1}{3}\cdot\left[ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) - ArcTg\ 0\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\left[ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) - 0\right] = \frac{1}{3}ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \frac{1}{3}ArcTg\left(\frac{1}{3}\right)}$$

Ahora se resuelve I_2:

$$I_2 = \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{0}^{U} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{0}^{U} \frac{1}{(e^x)+3^2}\,dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{0}^{U} d\left[\frac{1}{3}\cdot ArcTg\left(\frac{e^x}{3}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[ArcTg\left(\frac{e^x}{3}\right)\right]_0^U = \frac{1}{3}\cdot\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[ArcTg\left(\frac{e^U}{3}\right) - ArcTg\left(\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1}{3}\cdot\left[\frac{\pi}{2} - ArcTg\left(\frac{1}{3}\right)\right] =$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\cdot ArcTg\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_2 = \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx = \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\cdot ArcTg\left(\frac{1}{3}\right)}$$

Volviendo a (*):

$$\boxed{I_0 = I_1 + I_2 = \frac{1}{3}ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}ArcTg\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{6} \quad \Rightarrow \quad I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^{2x}+9}dx \text{ es convergente}}$$

10.- Determinar la convergencia o divergencia de $\int_{1}^{+\infty} \frac{Cos\frac{1}{x}}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)x^2}dx$.

Solución:

Se tiene que:

$$I_0 = \int_{1}^{+\infty} \frac{Cos\frac{1}{x}}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)x^2}dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{1}^{U} \frac{Cos\frac{1}{x}}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)x^2}dx = \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{1}^{U} \frac{1}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)}\cdot Cos\tfrac{1}{x}\cdot\frac{1}{x^2}dx =$$

$$= \underset{U\to+\infty}{Lim}\int_{1}^{U}\left\{-d\left[Ln(Sen\tfrac{1}{x}+1\right]\right\} = -\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[Ln(Sen\tfrac{1}{x}+1\right]_1^U = -\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[Ln(Sen\tfrac{1}{U}+1) - Ln\left(Sen\,(1)+1\right)\right] =$$

$$= -\left[Ln\,(0+1) - Ln\left(Sen\,(1)+1\right)\right] = -\left[Ln\,1 - Ln\left(Sen\,(1)+1\right)\right] = Ln\left(Sen\,(1)+1\right)$$

$$\Rightarrow \quad I_0 = \int_{1}^{+\infty} \frac{Cos\frac{1}{x}}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)x^2}dx = Ln\left(Sen\,(1)+1\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_0 = \int_{1}^{+\infty} \frac{Cos\frac{1}{x}}{\left(Sen\frac{1}{x}+1\right)x^2}dx \text{ es convergente}}$$

11.- Determine si la integral $\int_1^{+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x \cdot \left[Ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right]dx$ **es convergente.**

Solución:

Se tiene que:

$$I_0=\int_1^{+\infty}\left(1+\tfrac{1}{x}\right)^x \cdot \left[Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right]dx=\int_1^{+\infty} e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)} \cdot \left[Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right]dx=$$

$$=\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_1^{+\infty} e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}\cdot d\left[x\cdot Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)\right]=\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_1^{+\infty} e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}\cdot d\left[x\cdot Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)\right]=$$

$$=\underset{U\to+\infty}{Lim}\int_1^{+\infty} d\left[e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}\right]=\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}\right]_1^U=\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[e^{U\,Ln\left(1+\frac{1}{U}\right)}-e^{Ln2}\right]=$$

$$=\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[e^{U\,Ln\left(1+\frac{1}{U}\right)}\right]-e^{Ln2}=e^{\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[U\,Ln\left(1+\frac{1}{U}\right)\right]}-2=e^{\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[\frac{Ln\left(1+\frac{1}{U}\right)}{\frac{1}{u}}\right]}-2=e^{\underset{U\to+\infty}{Lim}\left[\frac{1}{1+\frac{1}{u}}\right]}-2=$$

$$=e^1-2=e-2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{I_0=\int_1^{+\infty}\left(1+\tfrac{1}{x}\right)^x \cdot \left[Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right]=e-2}$$

$$\boxed{I_0=\int_1^{+\infty}\left(1+\tfrac{1}{x}\right)^x \cdot \left[Ln\left(1+\tfrac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right] \quad es \quad convergente}$$

RESOLUCIÓN DE INTEGRALES IMPROPIAS DEFINIDAS EN INTERVALOS DE INTEGRACIÓN QUE CONTIENEN DISCONTINUIDADES Y SON INFINITOS.-

1.- Determine si $\int_0^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx$ **es convergente o divergente.**

Solución:

Como puede observarse, el límite de integración superior es infinito y en cuanto al inferior, el integrando presenta una discontinuidad para este valor. Para una solución, es posible plantear:

$$I_0=\int_0^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx=\underbrace{\int_0^{1}\frac{1}{x(1+x)}dx}_{(I_1)}+\underbrace{\int_1^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx}_{(I_2)}=(*)$$

Resolviendo a I_1:

$$I_1=\int_0^1\frac{1}{x(1+x)}dx=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\int_{0+\varepsilon}^1\frac{1}{x(1+x)}dx=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\int_{0+\varepsilon}^1\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{1+x}\right)dx=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left(\int_{0+\varepsilon}^1\frac{dx}{x}-\int_{0+\varepsilon}^1\frac{dx}{1+x}\right)=$$

$$=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\int_{0+\varepsilon}^1\frac{dx}{x}-\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\int_{0+\varepsilon}^1\frac{dx}{1+x}=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left[Lnx\right]_{0+\varepsilon}^1-\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left[Ln(1+x)\right]_{0+\varepsilon}^1=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left[Ln1-Ln\varepsilon\right]-\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left[Ln2-Ln(1+\varepsilon)\right]=$$

$$=\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left(Ln\frac{1}{\varepsilon}\right)-\underset{\varepsilon\to0^+}{Lim}\left(Ln\frac{2}{1+\varepsilon}\right)=\infty-Ln2\to\infty$$

Como I_1 es divergente, I_0 también lo es. No es necesario calcular a I_2.

Luego:

$$\boxed{I_0=\int_0^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx \quad \text{es divergente}}$$

2.- Estudie si la siguiente integral es convergente o divergente: $\int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$.

Solución:

El intervalo de integración es infinito y el integrando es discontinuo para *x*=2. Entonces se puede proceder de la siguiente manera:

$$I_0 = \int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}} = \underbrace{\int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}}_{(I_1)} + \underbrace{\int_{-3}^{-2} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}}_{(I_2)} = (*)$$

Resolviendo a I_1:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}} = \int_{-\infty}^{-3} (x+2)^{-\frac{1}{3}} dx = \lim_{u\to-\infty} \int_{u}^{-3} (x+2)^{-\frac{1}{3}} dx = \lim_{u\to-\infty} \int_{u}^{-3} \left\{ d\left[\tfrac{3}{2}(x+2)^{\frac{2}{3}}\right]\right\} =$$

$$= \frac{3}{2} \lim_{u\to-\infty} \left[(x+2)^{\frac{2}{3}}\right]_u^{-3} = \frac{3}{2} \lim_{u\to-\infty} \left[(-1)^{\frac{2}{3}} - (u+2)^{\frac{2}{3}}\right] = \frac{3}{2} - \lim_{u\to-\infty} (u+2)^{\frac{2}{3}} \to -\infty$$

Como I_1 es divergente, también lo es I_0. No es necesario estudiar a I_2. Luego:

$$\boxed{I_0 = \int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}} \quad \text{es divergente}}$$

3.- Estudie si la integral $\int_0^{+\infty} f(x)dx$, es convergente o divergente cuando el integrando está definido así:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{5-x}} & si \quad x < 5 \\ \dfrac{1}{e^x} & si \quad x \geq 5 \end{cases}$$

Solución:

La integral presenta una discontinuidad para *x*=5. Entonces se puede escribir de esta forma:

$$I_0 = \int_0^{+\infty} f(x)dx = \underbrace{\int_0^5 f(x)dx}_{(I_1)} + \underbrace{\int_5^{+\infty} f(x)dx}_{(I_2)} = (*)$$

Resolviendo a I_1:

$$I_1 = \int_0^5 f(x)dx = \int_0^5 \frac{1}{\sqrt{5-x}} dx = \lim_{\varepsilon\to0^+} \int_0^{5-\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{5-x}} dx = \lim_{\varepsilon\to0^+} \int_0^{5-\varepsilon} (5-x)^{-\frac{1}{2}} dx = \lim_{\varepsilon\to0^+} \int_0^{5-\varepsilon} \left\{-2d\left[(5-x)^{\frac{1}{2}}\right]\right\} =$$

$$= -2 \lim_{\varepsilon\to0^+} \left[(5-x)^{\frac{1}{2}}\right]_0^{5-\varepsilon} = -2 \lim_{\varepsilon\to0^+} \left[\varepsilon^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}}\right] = 2\sqrt{5} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = \int_0^5 f(x)dx = \int_0^5 \frac{1}{\sqrt{5-x}} dx = 2\sqrt{5}}$$

Resolviendo a I_2:

$$I_2 = \int_5^{+\infty} f(x)dx = \int_5^{+\infty} \frac{1}{e^x} dx = \lim_{U\to+\infty} \int_5^U e^{-x} dx = \lim_{U\to+\infty} \int_5^U \left[-d(e^{-x})\right] = -\lim_{U\to+\infty} \left[e^{-x}\right]_5^U = -\lim_{U\to+\infty} \left[e^{-U} - e^{-5}\right] = -(0 - e^{-5}) = e^{-5}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_2 = \int_5^{+\infty} f(x)dx = \int_5^{+\infty} \frac{1}{e^x} dx = e^{-5}}$$

Volviendo a (*):

$$\boxed{I_0 = I_1 + I_2 = 2\sqrt{5} + e^{-5}}$$

Luego:

$$\boxed{I_0 = \int_0^{+\infty} f(x)dx \text{ es convergente}}$$

4.- Dada la siguiente integral impropia: $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$, determine su dominio o campo de existencia y luego compruebe que converge a π.

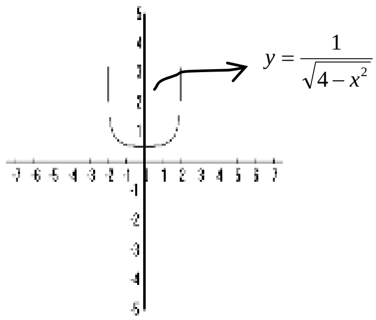
Solución:

Determinando el dominio de la función.

La función es $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$. Es una función racional con un radical en el denominador. Por estas condiciones se tiene que:

$$\begin{aligned}&4-x^2>0\\&-x^2>-4\\&x^2<4\\&x<\pm 2\\&-2<x<2 \qquad \Rightarrow \qquad Dom_f=(-2,2)\end{aligned}$$

Es decir, la función *f(x)* está definida únicamente para todo valor de $x\in(-2,2)$, como lo muestra la gráfica de dicha función:



Esto obliga a replantear la integral; es decir:

$$I_0=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\int_{-2}^{2}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

Luego, para resolverla, se debe considerar que la función no está definida para -2 y 2.

Así que:

$$I_0=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\int_{-2}^{2}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\int_{-2}^{0}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}+\int_{0}^{2}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\int_{-2+\varepsilon}^{0}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}+\underset{\varepsilon'\to 0^+}{Lim}\int_{0}^{2-\varepsilon'}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=$$

$$=\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[ArcSen\left(\frac{x}{2}\right)\right]_{-2+\varepsilon}^{0}+\underset{\varepsilon'\to 0^+}{Lim}\left[ArcSen\left(\frac{x}{2}\right)\right]_{0}^{2-\varepsilon'}=$$

$$=\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[ArcSen(0)-ArcSen\left(\frac{-2+\varepsilon}{2}\right)\right]+\underset{\varepsilon'\to 0^+}{Lim}\left[ArcSen\left(\frac{2-\varepsilon'}{2}\right)-ArcSen(0)\right]=$$

$$=\underset{\varepsilon\to 0^+}{Lim}\left[-ArcSen\left(\frac{-2+\varepsilon}{2}\right)\right]+\underset{\varepsilon'\to 0^+}{Lim}\left[ArcSen\left(\frac{2-\varepsilon'}{2}\right)\right]=-ArcSen(-1)+ArcSen(1)=$$

$$=ArcSen(1)+ArcSen(1)=2ArcSen(1)=2\cdot\frac{\pi}{2}=\pi$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=\pi} \qquad \text{La integral converge a } \pi \qquad (\text{L.Q.Q.C.})$$

EJERCICIOS PROPUESTOS.-

I.- Comprobar que:

1) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2$

2) $\int_0^4 \frac{dx}{4-x}$ *no existe*

3) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}} = 4$

4) $\int_0^4 \frac{dx}{(4-x)^{\frac{3}{2}}}$ *no existe*

5) $\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \pi$

6) $\int_{-1}^8 \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{9}{2}$

7) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} = 6\sqrt[3]{2}$

8) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$ *no existe*

9) $\int_0^1 Lnx dx = -1$

10) $\int_0^1 xLnx dx = -\frac{1}{4}$

11) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} = 1$

12) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(4-x)^2} = \frac{1}{4}$

13) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = 1$

14) $\int_{-\infty}^6 \frac{dx}{(4-x)^2}$ *no existe*

15) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{xLn^2 x} = \frac{1}{Ln2}$

16) $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{e}$

17) $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-x^2} dx = 0$

18) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+4x^2} = \pi$

19) $\int_{-\infty}^0 xe^x dx = -1$

20) $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x} dx = 6$

21) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 4$

22) $\int_1^2 \frac{dx}{x-1}$ *es divergente*

23) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{ArcSen\, 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx = \frac{\pi^2}{16}$

24) $\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \pi$

25) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}}} = 2$

26) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ *es divergente*

27) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \pi$

28) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = 0$

29) $\int_0^{+\infty} Sen\, x\, dx = 1$

30) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} = \pi$

II.- Determine si las siguientes integrales son convergentes o divergentes:

1) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}$

2) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$

3) $\int_0^9 \frac{dx}{\sqrt{9-x}}$

4) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^{\frac{3}{5}}}$

5) $\int_0^{+\infty} e^{-x} Senx\, dx$

6) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\frac{1}{8}x^3+1}$

7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Tg\, 3x\, dx$

8) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

9) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{16+x^2}$

10) $\int_{-3}^3 \sqrt{\frac{3+x}{3-x}}\, x$

11) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^3}$

12) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{3x}}$

13) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2-4x+3}$

14) $\int_0^2 xLn\frac{x}{2} dx$

15) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} Tg\, 2x\, dx$

16) $\int_0^4 \frac{dx}{x(x-2)}$

17) $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

18) $\int_0^{+\infty} x\, Sen 2x\, dx$

19) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{Cos 2x}$

20) $\int_0^1 \frac{dx}{|x-1|}$

21) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[7]{3+5x^4}}$

22) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{9+x^2} dx$

23) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{3x+x^3}+\sqrt[5]{3+x^7}}$

24) $\int_5^{+\infty} \frac{dx}{x[Ln(2x)]^2}$

25) $\int_{10}^{+\infty} \frac{dx}{x-\sqrt[3]{x+1}}$

26) $\int_0^1 xLnx dx$

27) $\int_{-1}^1 \frac{2x+5}{\sqrt[5]{x^3+1}}$

28) $\int_{10}^{+\infty} \frac{dx}{x+Cos^2 x}$

29) $\int_2^{+\infty} Lnx\, dx$

30) $\int_{-3}^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx$

31) $\int_{2}^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{4+x^3}\,dx$

32) $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{3+e^x}$

33) $\int_{1}^{+\infty} \frac{Sen\left(\frac{1}{x}\right)\cdot Cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}\,dx$

34) $\int_{0}^{+\infty} \frac{3x^2+1}{x^3+x+1}\,dx$

35) $\int_{1}^{+\infty} \frac{(ArcTg\,x)^{\frac{1}{3}}}{x^2+1}\,dx$

36) $\int_{3}^{+\infty} \left(1+\frac{2}{x}\right)^x \left[Ln\left(1+\frac{2}{x}\right)-\frac{2}{x+2}\right] dx$

37) $\int_{4}^{+\infty} \left(1-\frac{3}{x}\right)^x \left[Ln\left(1-\frac{3}{x}\right)+\frac{3}{x-3}\right] dx$

38) $\int_{\frac{4}{\pi}}^{+\infty} \left(Cos\,\frac{1}{x}\right)^x \left[\frac{Tgx}{x}+Ln\left(Cos\,\frac{1}{x}\right)\right] dx$

39) $\int_{1}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^3}\,dx$

40) $\int_{0}^{+\infty} \frac{x^2+x}{(x^3+3x+4)^{\frac{2}{3}}}\,dx$

41) $\int_{1}^{+\infty} \frac{Lnx}{x^2}\,dx$

42) $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x}+9}$

43) $\int_{-\infty}^{0} \frac{x}{x^2+9}\,dx$

44) $\int_{-\infty}^{1} \frac{x^3}{(x^4+1)^4}\,dx$

45) $\int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\,y}{Sen\,y+4}\,dy$

46) $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{e^{-y}+4}\,dy$

47) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{w^2}{w^6+9}\,dw$

48) $\int_{-\infty}^{1} \frac{dw}{w\sqrt{w^2-1}}$

49) $\int_{-\infty}^{1} \frac{dw}{w\left[Ln^2(w^2)+4\right]}$

50) $\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{\sqrt{e^{-2x}-\frac{1}{9}}}$

51) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{Ln\left(\frac{1}{r}+1\right)}{r+r^2}\,dr$

52) $\int_{-\infty}^{4} \frac{2r^2+5}{(r^2+1)(r^2+4)}\,dr$

53) $\int_{-\infty}^{1} Senh\,x\,dx$

54) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

55) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx$

56) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{4+x^4}\,dx$

57) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+25)^{\frac{3}{2}}}$

58) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+37)^{\frac{3}{2}}}$

59) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x}{(e^{2x}+4)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

60) $\int_{0}^{2} x^x(Lnx+1)\,dx$

61) $\int_{0}^{4} x^{\sqrt{x}} \left[\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{Lnx}{2}+1\right)\right] dx$

62) $\int_{0}^{4} \sqrt{x^x}\,(Lnx+1)\,dx$

63) $\int_{0}^{4} \sqrt{x}^{\sqrt{x}} \left[\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{Lnx}{2}+1\right)\right] dx$

64) $\int_{0}^{4} x^{\sqrt[3]{x}} \left[\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{Lnx}{3}+1\right)\right] dx$

65) $\int_{0}^{4} x^{-\frac{3}{2}}\,dx$

66) $\int_{0}^{32} x^{-\frac{2}{5}}\,dx$

67) $\int_{0}^{8} x^{\frac{3}{2}}\,dx$

68) $\int_{0}^{3} \frac{x^3+x^7}{x^{\frac{7}{2}}}\,dx$

69) $\int_{0}^{3} \frac{x^2+x^5}{x^{\frac{7}{2}}}\,dx$

70) $\int_{1}^{2} \frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\,dx$

71) $\int_{1}^{5} \frac{1}{(x-5)^{\frac{5}{3}}}\,dx$

72) $\int_{0}^{1} \left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{1}{3}}}+\frac{1}{x+1}\right] dx$

73) $\int_{0}^{4} \left[\frac{1}{(x-4)^{\frac{10}{3}}}+\frac{1}{x+1}\right] dx$

74) $\int_{1}^{7} \left[\frac{1}{(x-7)^{\frac{2}{5}}}+x^2\right] dx$

75) $\int_{-2}^{2} (x-1)^{-\frac{2}{3}}\,dx$

76) $\int_{-5}^{2} (x-2)^{-\frac{1}{3}}\,dx$

77) $\int_{-3}^{4} (x-3)^{\frac{4}{3}}\,dx$

78) $\int_{-5}^{1} \left[(x+4)^{-\frac{3}{5}}+(x+3)^{-\frac{1}{5}}\right] dx$

79) $\int_{-2}^{3} \frac{dx}{e^x-2}$

80) $\int_{0}^{2} \frac{1}{\sqrt[3]{(ArcTg\,x)^{-\frac{\pi}{3}}}}\left(\frac{1}{1+x^2}\right) dx$

81) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (Sen\,x)^{2x}\left[x\cdot Cotgx+Ln(Senx)\right] dx$

82) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (Sen\,x)^{2x}\left[x\cdot Cotgx+Ln(Senx)\right] dx$

83) $\int_{0}^{+\infty} \frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}\,dx$

84) $\int_{-3}^{+\infty} \frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}\,dx$

85) $\int_{0}^{4} \left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{(x-2)^{\frac{1}{3}}}\right] dx$

86) $Si \quad f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{4-x}} & si \quad x<4 \\ \dfrac{1}{1+e^x} & si \quad x\geq 4 \end{cases}$

87) $\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

88) $\int_{2}^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^2-1\right)^2}$

III.- Compruebe que la siguiente integral es divergente: $\int_{-\infty}^{-2}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x+2}}\right)dx$ **.**

IV.- Estudie la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$a)\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(Sen\ x)^{x}\left[xCotg\ x+Ln\,(Sen\ x)\right]dx$ $\left[\text{Converge a }\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\pi/4}-1\right]$

$b)\int_{0}^{3}\left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\right]dx$ [Converge a $6\cdot(1+\sqrt[3]{2})$]

$c)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{e^{x}+e^{-x}}$ (Diverge)

$d)\int_{1}^{+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left[Ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right]dx$ [Converge a ($e-2$)]

V.- Compruebe que la siguiente integral impropia: $\int_{0}^{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{ArcTg\ x-\frac{\pi}{4}}}\cdot\frac{1}{1+x^{2}}\right)dx,$ **converge a** $\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^{2}}{16}}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{9}}-1\right)$.

VI.- Dada la Integral impropia: $\int_{-3}^{+\infty}\frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}dx$**, determine su dominio y luego estudie su convergencia.**

VIII.- Estudie la convergencia de la siguiente integral impropia:

$\int_{0}^{3}\left[\frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{(x-2)^{\frac{2}{3}}}\right]dx$ [*Converge a* $6\cdot(1+\sqrt[3]{2})$]

IX.- Estudie la convergencia de la siguiente integral impropia:

$$\int_{-1}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{\left|x\cdot(1-x^{2})\right|}}$$

Martin Gardner y la diversión matemática

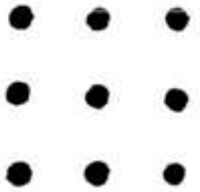
"EL PLACER DE LOS RETOS MATEMÁTICOS"

Por ANDREA ARNAL (@AndreaArnal) para Ventana al Conocimiento

MARTIN GARDNER, FILÓSOFO Y DIVULGADOR CIENTÍFICO. CRÉDITO FOTO: KONRAD JACOBS, ERLANGEN.

Los retos matemáticos han cautivado a las mentes brillantes de la historia. Y más recientemente, atraparon al público, en gran parte gracias a la labor de **Martin Gardner**, que popularizó problemas de matemática y lógica como estos:

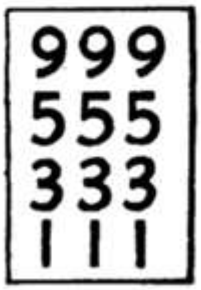
1. ¿Puedes trazar cuatro líneas rectas, sin levantar la punta del lápiz del papel, que pasen por los nueve puntos de la ilustración?



2. ¿Con cuánta rapidez puedes multiplicar estos números?

256 x 3 x 45 x 3961 x 77 x 488 x 2809 x 0

3. ¿Puedes elegir seis dígitos de la ilustración que sumados den 21?



Dejaremos para el final las soluciones. Estos acertijos se pueden resolver nada más verlos en la pantalla, si uno es capaz de pensar diferente, o desistir después de darle muchas vueltas a la cabeza… ¿Para qué sirven los problemas matemáticos? Para Martin Gardner (1914-2010) era una forma de despertar el interés de la gente por las matemáticas. Así lo contaba en la revista *Scientific American,* donde se pasó más de veinte años publicando **una columna mensual sobre juegos matemáticos**: «Con seguridad, el mejor camino para despertar a un estudiante consiste en ofrecerle un intrigante juego, puzzle, truco de magia, chiste, paradoja, pareado de naturaleza matemática… o cualquiera de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas».

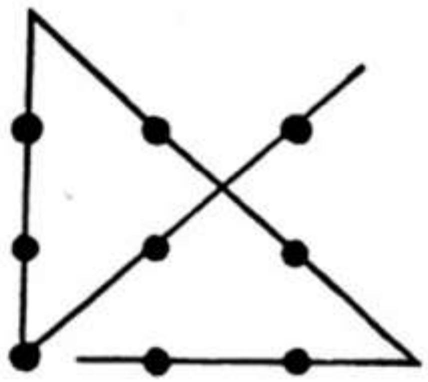
Y es que **Gardner** fue algo más que un divulgador de los juegos matemáticos. Este licenciado en filosofía dedicó gran parte de su vida al periodismo y a la divulgación científica en general. Pero de todas las cosas que hizo, la que le hizo famoso en todo el mundo fue precisamente su legendaria sección mensual de juegos matemáticos, recopilados en libros como **"¡Ajá! Paradojas que hacen pensar"** o **"Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas".**

Además, Gardner fue un escéptico incansable. Junto con sus amigos **Isaac Asimov y Carl Sagan**, fundó en 1976 el Comité para la Investigación Escéptica (CSI, antes denominado CSICOP), una organización dedicada a la **denuncia de la pseudociencia**, en la que se volcó una vez que abandonó su columna de matemática recreativa. «Los científicos y los que escriben sobre ciencia tienen la obligación de denunciar los errores de la falsa ciencia, sobre todo en el campo de la medicina», decía. Buena parte de sus textos sobre pseudociencia pueden leerse en español en sus libros **"La ciencia. Lo bueno, lo malo y lo falso", "La nueva era", "Extravagancias y disparates" y "¿Tenían ombligo Adán y Eva?".**

Pero, sin lugar a dudas, su verdadero *best-seller* fue **"Alicia anotada"**. En él, descubre los conceptos matemáticos, los mensajes codificados y las jugadas de ajedrez ocultas en la obra de **Lewis Carroll**.

Gardner, tal y como se relata en su libro "Matemática para divertirse" (1988) esperaba que los lectores pudieran «resistir la tentación de mirar la respuesta antes de haber intentado con toda sinceridad resolver el problema». E independientemente de dar con la respuesta correcta o no, deseaba que «estuvieran contentos de haber permitido que les confundieran».

Y como lo prometido es deuda, aquí están las **soluciones**:

1. 

2. ¿Viste ese cero al final antes de empezar a multiplicar? Si lo ves, sabrás inmediatamente que la respuesta final tiene que ser cero.

3. Gira el dibujo y podrás elegir tres 6 y tres 1.

FÍSICOS NOTABLES

William Bradford Shockley

Nació el 13 de febrero de 1910 en Londres, Reino Unido; y murió el 12 de agosto de 1989 en Stanford, California, EE. UU.

Ganador del Premio Nobel en Física en 1956.

Por sus investigaciones sobre semiconductores y el descubrimiento del Transistor

Compartió el premio con John Bardeen y Walter Houser Brattain.

Fuente: Biografiasyvidas - Wikipedia

WILLIAM BRADFORD SHOCKLEY (1910-1989)

Físico de nacionalidad estadounidense. Se doctoró en la Universidad de California. En 1936 ingresó en los laboratorios de Murray Hill, de la empresa Bell Telephone Company, dirigió el proyecto sobre la defensa submarina de los EEUU y prestó servicio a su nación, como asesor del servicio del secretario de la Guerra, en 1945. En 1953, al finalizar la guerra, fue nombrado director del departamento de Transistores de la citada empresa.

Colaboró con Bardeen y Brattain en la construcción de aparatos semiconductores que desplazaran a los tubos de vacío. Con sus trabajos demostraron que los cristales de germanio eran mejores rectificadores que los utilizados hasta la fecha, dependiendo su efecto de la trazas de impurezas contenidas en los mismos. Mediante el empleo de un rectificador de germanio, con contactos metálicos que incluían una aguja en conexión con el cristal, el equipo inventó el transmisor de contacto puntual.

Poco después, Shockley construyó el transistor de unión, que usaba una unión entre dos partes, tratadas de modo diferente, de un cristal de silicio. Tales semiconductores de estado sólido tienen la virtud de rectificar y amplificar la corriente que circula a través de ellos. Gracias a estos aparatos pequeños y muy fiables se abrió camino hacia la miniaturización de los circuitos de radio, televisión, y de los equipos de ordenadores. Recibió el premio Nobel de Física por sus investigaciones de los semiconductores y el descubrimiento del efecto transistor. El premio lo compartió con John Bardeen y Walter Houser Brattain.

William Bradford Shockley

Imágenes obtenidas de:

Google

FÍSICOS NOTABLES

John Bardeen

Nació el 23 de mayo de 1908 en Madison, Wisconsin; y murió el 30 de enero 1991 en Boston, Nassachusetts. Ambas localidades en EE. UU.

JOHN BARDEEN
(1908-1991)

Ganador del Premio Nobel en Física en 1956.

Por la invención del transistor.

Luego lo volvería a ganar en 1972.

Compartió el premio con William Bradford Shockley y Walter Houser Brattain.

Fuente: Biografiasyvidas - Wikipedia

Físico estadounidense. Galardonado en dos ocasiones con el Premio Nobel de Física, en 1956 y 1972, el suyo constituye un caso excepcional en el mundo de la ciencia moderna. Compartió su primer premio con William B. Shockley y Walter H. Brattain, por la invención del transistor, y el segundo, con Leon N. Cooper y John R. Schrieffer, por el desarrollo de la teoría BCS de la superconductividad.

Se licenció en ingeniería eléctrica en la Universidad de Wisconsin (Madison) y obtuvo el doctorado en física matemática en la Universidad de Princeton. Desarrolló su labor científica en primer lugar en el laboratorio del departamento de Ordenanza Naval de Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial.

Al término de la contienda pasó a dirigir los laboratorios de la Bell Telephone Inc., donde investigó las propiedades electrónicas de los materiales semiconductores, trabajos que culminaron con el invento del transistor, elemento que abrió toda una amplísima gama de nuevas perspectivas en el campo de la microelectrónica y la computación.

Desde 1951 hasta 1975 ejerció como profesor en la Universidad de Illinois. Durante este período desarrolló, en colaboración con Cooper y Schrieffer, la labor teórica en la cual se cimentaron todas las investigaciones posteriores en el terreno de la superconductividad, denominada teoría BCS por las iniciales de los apellidos de sus creadores.




JOHN BARDEEN

Imágenes obtenidas de:
Google

FÍSICOS NOTABLES

Walter Houser Brattain

Nació el 10 de febrero de 1902 en Amoy, China; y murió el 13 de octubre de 1987, en Seattle, Washington, Estados Unidos.

Ganador del Premio Nobel en Física en 1956.

Por la invención del transistor.

Compartió el premio con William Bradford Shockley y John Bardeen.

Fuente: Biografiasyvidas – Buscabiografias.com - Wikipedia

WALTER HOUSER BRATTAIN (1902-1987)

Físico estadounidense, su principal campo de investigación fue el estudio de las propiedades de las superficies de los sólidos, y en particular el de la estructura atómica de un material a nivel superficial, la cual difiere de la del interior. Registró diversas patentes y es autor de numerosos artículos sobre física del estado sólido. En 1956 compartió el Premio Nobel de Física con John Bardeen y William Shockley por el diseño del transistor de germanio, ingenio cuyo posterior desarrollo fue la base de los modernos microprocesadores.

SÍNTESIS BIOGRÁFICA

Walter Houser Brattain, nació en Amoy, China, el 10 de febrero de 1902, su padre era profesor de ciencias en Amoy, y poco tiempo después, en 1903, la familia volvió al estado de Washington en Estados Unidos.

Sus primeros estudios universitarios fueron de física en el año 1920, en el Whitman College de Walla Walla, donde obtuvo su primera licenciatura , después continuó sus estudios en la universidad de Oregón en donde obtuvo su licenciatura superior donde se graduó como Master en Ciencias, pasando después a realizar su doctorado en la Universidad de Minnesota. Participó en varios programas militares durante la II Guerra Mundial.

Trabajó como físico en la división de radio del Instituto Nacional de Modelos y Tecnología. En 1929 se incorporó a los laboratorios de la Compañía Telefónica Bell, y fue aquí donde junto a los físicos estadounidenses William Shockley y John Bardeen inventaron el pequeño dispositivo electrónico al que llamaron transistor y por el que recibieron el Premio Nobel de Física en 1956. En 1948 lo anunciaron por primera vez y lo terminaron en 1952, empleándose comercialmente en radios portátiles, audífonos y otros aparatos.

Fue Profesor de Física en la Universidad de Harvard.

Trabajos realizados

- En conjunto con Vincent E. Heaton, trabaja en el desarrollo de un dispositivo oscilador de frecuencia patrón portátil, controlado por un cristal de cuarzo.
- En 1929 ayudado por Joseph A. Becker , realizó estudios sobre la emisión termoiónica y en problemas relacionados con rectificadores de óxido de cobre.
- En 1947, Brattain junto a William Shockley, y otros, inventaron el transistor.
- En 1950, obtuvo la patente sobre el transistor de punta de contacto junto a John Bardeen
- En 1950, también llevó a cabo trabajos sobre el efecto fotovoltaico en los semiconductores, trabajos de los que obtuvo tres patentes.
- En los siguientes años Brattain siguió investigando sobre semiconductores, colaborando de una manera muy especialmente con Charles Garrett, logrando obtener varias patentes.

Muerte

Brattain falleció el 13 de octubre de 1987, a la edad de 85 años, después de cuatro años de lucha contra el Alzheimer, en Seattle, Washington, Estados Unidos.

Premios recibidos

- En 1956, recibe el Premio Nobel de Física junto a Bardeen y Shockley, por los aportes realizados sobre el transistor.
- La Medalla Stuart Ballantine del Instituto Franklin, 1952.
- La Medalla John Scott de la Ciudad de Philadelphia, 1955.
- Brattain también recibió varios doctorados honoris causa de distintas universidades, entre las que cabe citar:

    1. Universidad de Portland University, en 1952.
    2. Whitman College, Walla Walla, en 1955.
    3. Universidad de Minnesota, en 1957.
    4. Union College, Schenectady, en 1955.

WALTER HOUSER BRATTAIN

Imágenes obtenidas de:

Google

QUÍMICOS DESTACADOS

Frederick Sanger

Nació el 13 de agosto de 1918 en Rendcomb y murió el 19 de noviembre de 2013 en Cambridge; ambas localidades en el Reino Unido.

Ganador del Premio Nobel en Química en 1958.

Por su trabajo sobre la estructura de las proteínas, especialmente la de insulina.

En 1980 recibió nuevamente el Premio Nobel en Química.

FUENTES: Biografiasyvidas – Wikipedia

FREDERICK SANGER (1918-2013)

Bioquímico considerado como uno de los más relevantes de la historia de la ciencia. Dedicado al estudio de la estructura de las proteínas y de la molécula de la insulina, obtuvo dos veces el premio Nobel de Química: en 1958, por sus investigaciones sobre la insulina, y en 1980, compartido con los estadounidenses Paul Berg y Walter Gilbert, por sus contribuciones a la determinación de las secuencias de base de los ácidos nucleicos.

Sanger estudió en Bryanston y en el elitesco St. John College de la Universidad de Cambridge, donde trabajó en el Departamento de Investigaciones a partir del año 1939, hasta doctorarse en bioquímica en el año 1943. De 1943 a 1951, Sanger estuvo al frente de un pequeño grupo de colaboradores con los que trabajó, bajo la supervisión de A. Neuberger, sobre el metabolismo de algunos aminoácidos.

Auspiciado desde el año 1951 por el Medical Research Council Laboratory de biología molecular de la Universidad de Cambridge, Sanger se dedicó por entero a determinar la estructura de la molécula de la insulina, adoptando métodos de investigación que luego serían copiados por los más prestigiosos laboratorios de todo el mundo. Por fin, en el año 1955, Sanger logró descomponer la estructura de la molécula de la insulina, descubrimiento que abrió el camino para el esclarecimiento de la estructura general de la proteína, así como para la síntesis de otras sustancias que, al igual que la insulina, pudieran ser utilizadas en diversos tratamientos terapéuticos.

A la hora de esclarecer la estructura completa de la insulina, Frederick Sanger empleó el 1-fluioro-2,3-dinitrobenceno (DNFB) y enzimas proteolíticas adecuadas. Sanger pudo observar que cuando una molécula de proteína era atacada por hidrólisis ácida o por digestión enzimática, su cadena se rompía en aminoácidos, lo que permitió a Sanger constituir las cadenas A y B de la insulina (hormona del páncreas) y describir la disposición de los puentes de azufre que las unían. Por este importantísimo descubrimiento, Sanger fue galardonado en el año 1958 con el premio Nobel de Química y con las prestigiosas medallas Corday y Morgan.

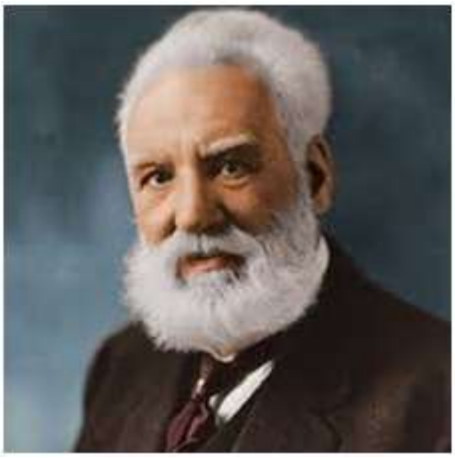
FREDERICK SANGER

Imágenes obtenidas de:

Google

La guerra del teléfono: ¿Fue un invento de Graham Bell?

FUENTE: OpenMind



ALEXANDER GRAHAM BELL (1847-1922)

Alexander Graham Bell fue un científico, inventor y logopeda británico, naturalizado estadounidense. Contribuyó al desarrollo de las telecomunicaciones y a la tecnología de la aviación. Nació el 3 de marzo de 1847 en Edimburgo, Reino Unido; y falleció el 2 de agosto de 1922 en Beinn Bhreagh, Canadá como consecuencia de la diabetes mellitus y la anemia perniciosa las cuales padecía. Estuvo casado con Mabel Gardiner Hubbard.

Alexander Graham Bell fue el hombre que se apuntó el tanto por completar la primera transmisión por teléfono. Eso dice la Historia, pero la polémica sigue viva: ¿Hubo alguna transmisión anterior? ¿Plagió Bell algún componente de su primer teléfono? ¿De verdad inventó Bell el teléfono? Graham Bell ha pasado a la historia como el inventor del teléfono, pero ¿copió la patente al ingeniero Elisha Gray? Además: ¿Quién es Antonio Meucci?

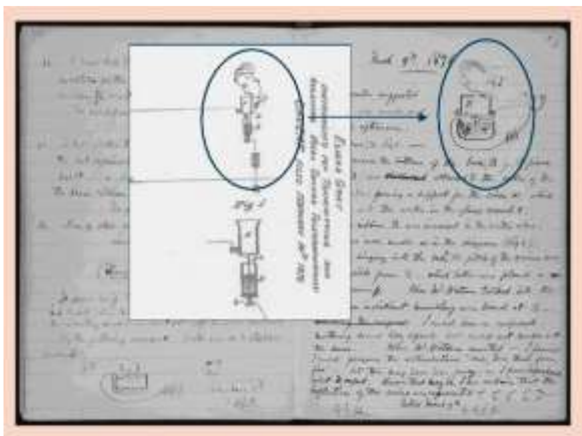
"Señor Watson, venga aquí. Quiero verle". El conocimiento popular asume que estas fueron las **primeras palabras transmitidas y escuchadas por un teléfono**, el 10 de marzo de **1876**. Quien las pronunció fue **Alexander Graham Bell**, el estadounidense nacido en Edimburgo (Reino Unido) a quien suelen citar como el **inventor del aparato telefónico**. Y quien escuchó claramente su mensaje en la habitación contigua fue su ayudante, **Thomas Watson**.

Sin embargo, resumir de esta manera el episodio de la invención del teléfono sería olvidar la historia. Suele decirse que la ciencia avanza a hombros de gigantes: **los grandes descubrimientos e invenciones raramente se producen por logros aislados de una sola mente genial**, sino que se construyen sobre múltiples progresos previos. En el caso del teléfono, fueron varios los pioneros que lograron avances hacia el objetivo de las transmisiones simultáneas de sonidos y voces. El término "teléfono" se debe al alemán **Johann Philipp Reis**, cuya primera frase en un aparato que nunca llegó a perfeccionar fue bastante más extravagante que la de Bell: "*Das Pferd frisst keinen Gurkensalat*", o "El caballo no come ensalada de pepino". Esta, y no la de Bell, debe recibir el crédito como **la primera transmisión telefónica de voz de la historia**, según precisó a OpenMind el conservador emérito de Colecciones de Electricidad del Museo Nacional de Historia de EEUU de la Smithsonian Institution, Bernard Finn. "Parece claro que Philipp Reis transmitió voz por su aparato varios años antes que Bell", apunta Finn, que es autor de varios libros sobre la historia de las tecnologías eléctricas.

TRANSMISOR LÍQUIDO Y RECEPTOR USADO POR BELL (RÉPLICA DEL INTENTO DE 1876).
IMAGEN CORTESÍA DE SPARK MUSEUM.

Tan ajustada fue la competición que, el mismo día en que Bell presentaba su solicitud de patente en la oficina de Washington, el 14 de febrero de 1876, otra persona hacía lo mismo; se trataba del ingeniero **Elisha Gray**, que en su advertencia de patente –una especie de reserva provisional por un año– incluía un transmisor líquido de resistencia variable, un avance de cara a un teléfono funcional. Aquel día comenzó una **batalla legal, técnica e histórica** que ha mantenido a los académicos ocupados durante casi siglo y medio, y que ha tratado de responder a varias preguntas: ¿Qué patente llegó primero a la oficina? **¿Cuál de las dos invenciones fue anterior?** Y sobre todo, **¿plagió Bell el transmisor de Gray tras tener acceso a la advertencia de patente de su rival?** ¿Fue esa la clave para que Bell pudiera transmitir sus primeras palabras por teléfono el 10 de marzo de 1876?

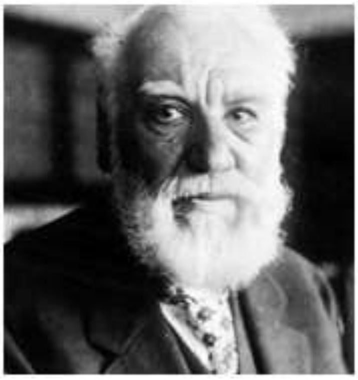
La hipótesis del plagio ha sido defendida por autores como A. Edward Evenson, que en su libro *The Telephone Patent Conspiracy of 1876* (2000) llegaba a la conclusión de que **fueron los abogados de Bell, y no el inventor, quienes copiaron el diseño de Gray** en la versión de la patente que finalmente fue depositada por el escocés. En *The Telephone Gambit* (2008), Seth Shulman documentó ampliamente el plagio, que fue posible gracias al soborno de un examinador de patentes llamado Zenas Wilber. En el bando opuesto, **los partidarios de Bell argumentan que su trabajo se basaba en sus propios logros previos** y que el transmisor de Gray no era funcional. Sea como fuere, el 7 de marzo de 1876 Bell recibió la concesión de la patente.



PARECIDOS ENTRE LA ADVERTENCIA DE PATENTE DE GRAY (14 DE FEBRERO) Y LA LIBRETA DE LABORATORIO DE BELL (8 DE MARZO).
CRÉDITO IMAGEN: SPARK MUSEUM

Para Finn, sin embargo, el plagio de Bell “puede decir algo de su carácter (o del de sus abogados), pero no tiene nada que ver con la invención”. Aunque el escocés se inspirara en el transmisor líquido de Gray, esta reivindicación de su patente no fue aceptada, y de hecho **Bell** cambió su sistema posteriormente. “Tuvo problemas con el dispositivo (debido, pienso según mis propios experimentos, a la descomposición del agua), y **regresó al transmisor de inducción**”. Por ello Finn opina que el plagio no fue crucial para el trabajo de Bell, sino “más bien una distracción”, y resuelve la polémica con un juicio salomónico: **“Bell vio más claramente que Gray las posibilidades comerciales**, solicitó la patente y continuó trabajando en su invención, que se introdujo al año siguiente”. “El hecho de que Gray depositara una advertencia sugiere que no estaba seguro del alcance de lo que hacía; no tuvo esa visión de futuro y dejó escapar el tiempo crítico”, juzga Finn, que hace unos años publicó una revisión sobre la controversia de Bell y Gray en la revista *Technology and Culture*.

La historia tampoco acaba aquí. La patente de Bell ha sido llevada cientos de veces a los tribunales. En junio de 2002, a instancias de un grupo de presión liderado por el congresista ítalo americano Vito Fossella, la Cámara de Representantes de EEUU aprobó la Resolución 269 por la cual **se reconoce el trabajo de Antonio Meucci**, un inventor nacido en Florencia y emigrado a Nueva York, que en **1871 presentó una advertencia de patente sobre un aparato llamado *telettrofono*.** Meucci no pudo renovar la reserva por su situación de penuria económica. “Si Meucci hubiera podido pagar los 10 dólares para mantener la advertencia después de 1874, no se habría concedido la patente a Bell”, afirmaba la Resolución. Por todo ello, Finn cree que la guerra del teléfono no ha acabado: “Aunque ya sabemos bastante bien cómo ocurrió todo, no cabe duda de que el debate seguirá para siempre”.



ALEXANDER GRAHAM BELL

ANTONIO MEUCCI

ELISHA GRAY

Imágenes obtenidas de:

Google

La última supernova de la Vía Láctea

TOMADO DE: Ventana al Conocimiento

Una noche en 1604, Johannes Kepler observó atónito una "nueva estrella" en la constelación de Ofiuco. No fue el primero en verla, pero sí el que la estudió con más detalle. Y aunque no entendió bien lo que pasaba, sigue siendo la envidia de los astrónomos: desde entonces nadie ha podido ver una supernova tan cercana, explotando en nuestra propia Vía Láctea.

JOHANNES KEPLER (1571 – 1630)

Astrónomos de todo el mundo esperan impacientes la aparición de la primera supernova en la Vía Láctea desde hace cuatrocientos años. La última fue la **"Estrella de Kepler"**, que en 1604 pudo observarse a simple vista sobre la constelación de Ofiuco. Aunque lleva el nombre de **Johannes Kepler** (1571-1630), no fue él quien la descubrió. Sin embargo el astrónomo alemán, más conocido por sus leyes del movimiento planetario, fue quien realizó la observación más exhaustiva de esta supernova, durante un año desde que la detectó el 17 de octubre de 1604. Kepler creyó haber detectado una nueva estrella, que brilló más que ninguna otra por la noche e incluso fue visible de día durante más de tres semanas.

IMAGEN COMPUESTA (RAYOS-X, INFRARROJOS Y ÓPTICA) DEL REMANENTE DE LA SUPERNOVA DE KEPLER.
LA SUPERNOVA DE 1604 PUDO VERSE INCLUSO DE DÍA, BRILLANDO MÁS QUE NINGUNA ESTRELLA
CRÉDITO IMAGEN: NASA/ESA

Hoy sabemos que lo que Kepler observó no fue el nacimiento de una estrella sino más bien su muerte súbita, en forma de violenta explosión. Con estas explosiones explicamos que en la Tierra haya elementos más pesados que el hierro, imposibles de producir durante la vida normal de una estrella. Además, las supernovas dejan un remanente estelar tras de sí, y su estudio ayuda mucho tanto a ampliar los conocimientos sobre los mecanismos que las producen como a que surjan cuestiones derivadas de estas investigaciones.

Una de ellas, por ejemplo, fue la de la **energía oscura.** Estudiando las supernovas, un grupo de científicos llegó a la conclusión de que, al contrario de lo supuesto hasta entonces, la expansión del universo se estaba acelerando (y por ello obtuvieron el premio Nobel de Física en 2011). El problema es que la masa del universo no puede explicar tal aceleración. Había que suponer que la gravedad actuaba de una forma distinta: alejando las masas entre sí, no atrayéndolas.

Una nueva energía entraba así en acción, una energía «oscura» que reside en el espacio vacío. Y como la energía es equivalente a la masa, esta energía oscura significaba una nueva aportación a la masa total del universo, distinta, eso sí, de la materia oscura. Ahora sabemos que alrededor del 3% del universo está formado por materia ordinaria, el 30% de materia oscura y el 67% de energía oscura.

Pese a que la supernova de Kepler no fue un fenómeno único (solo 30 años antes se vio una muy similar en la constelación de Cassiopeia), ninguna otra supernova que haya ocurrido en nuestra galaxia ha sido observada desde entonces. Según los astrónomos, hay unas cuantas estrellas candidatas en la Vía Láctea a convertirse en supernovas, como Eta Carinae, situada a unos 7.500 años-luz de la Tierra. Quizás ya haya explotado. Si lo hubiese hecho en el Neolítico, podríamos verla en un futuro próximo. Pero si se convirtiera hoy en supernova, la humanidad tardaría 7.500 años en poder observarla.

5 destinos para turistas científicos

Por: LAURA CHAPARRO (@laura_chaparro)
Enviado por José Agustín González "Pepe", vía Facebook.

Las vacaciones son un buen momento para descubrir lugares donde se hace ciencia de primer nivel. Adéntrarse en el Gran Colisionador de Hadrones con el que se demostró la existencia del bosón de Higgs o escrutar el cosmos desde el desierto de Atacama.

Si prefieres seguir las huellas de legendarios Premios Nobel, no te pierdas el pub *The Eagle*, donde Watson y Crick anunciaron el hallazgo de la estructura del ADN, o maravíllate con el laboratorio parisino de Marie Curie. Para amantes de la naturaleza, el volcán Snæfellsjökull (que Julio Verne describió en una de sus novelas) es un buen punto de partida.

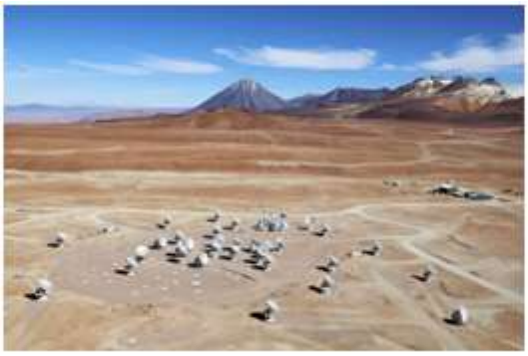
LA CATEDRAL DE LA CIENCIA.

El 4 de julio de 2012, en una multitudinaria rueda de prensa en el CERN (Suiza), se confirmaba lo que era un secreto a voces: la nueva partícula hallada en el Gran Colisionador de Hadrones se correspondía con el bosón de Higgs. El centro —en el que trabajan unas 10.000 personas de 100 nacionalidades— está abierto al público y cada año lo recorren unos 90.000 visitantes.

PETER HIGGS, DELANTE DEL DETECTOR CMS DEL GRAN COLISIONADOR DE HADRONES. CRÉDITO IMAGEN: MAXIMILIEN BRICE/CERN.

Los *tours*, gratuitos, pueden ser para estudiantes, grupos organizados o peticiones individuales. Debido a la elevada afluencia, se tienen que reservar con semanas o meses de antelación. Las visitas, que duran unas tres horas, son guiadas por miembros del CERN. En estos momentos no se puede acceder a las pruebas subterráneas y para no entorpecer el trabajo de los científicos, el centro recomienda seguir un estricto código de conducta.

RASTREANDO EL UNIVERSO.



VISTA AÉREA DEL LLANO DE CHAJNATOR, CON LAS ANTENAS DE ALMA DESPLEGADAS. CRÉDITO IMAGEN: CLEM & ADRI BACRI-NORMIER (WINGSFORSCIENCE.COM)/ESO.

Situado 5.000 metros sobre el nivel del mar, en pleno desierto de Atacama (Chile), el llano de Chajnantor es un lugar inhóspito y seco, ideal para observar el cosmos. En 2013, el Observatorio Europeo Austral inauguró allí ALMA, un telescopio con 66 antenas de alta precisión con una sensibilidad y resolución sin precedentes.

Aunque por cuestiones de seguridad no se pueden visitar las antenas, los amantes de la astronomía pueden conocer el Sitio de Apoyo a las Operaciones de ALMA, donde trabaja su personal. En una visita gratuita y con inscripción previa, los interesados podrán ver la sala de control, los laboratorios, antenas en mantenimiento y cómo se transportan. El centro se encarga de los traslados desde San Pedro de Atacama. Incluido el transporte, la visita dura unas cuatro horas.

EL SECRETO DE LA VIDA.

En un ambiente distendido, el pub *The Eagle*, en pleno centro de Cambridge (Reino Unido), era el lugar preferido por los científicos del cercano laboratorio Cavendish (el departamento de Física de la Universidad de Cambridge) para hablar de sus avances. El 28 de febrero de 1953, Francis Crick entró en el bar y le dijo a su compañero James Watson una frase que cambiaría el curso de la ciencia: "Hemos descubierto el secreto de la vida".

El biofísico y el biólogo habían hallado la estructura molecular del ADN, lo que les valdría el Premio Nobel de Medicina en 1962, junto a Maurice Wilkins. *The Eagle*, abierto en 1667, recuerda el descubrimiento con una placa al lado de la entrada y otras dos en la mesa donde se sentaban Watson y Crick. Como homenaje sirven una cerveza llamada "el ADN del Eagle".

PLACA EN EL PUB THE EAGLE QUE CONMEMORA EL HISTÓRICO ANUNCIO REALIZADO EN EL LOCAL. CRÉDITO IMAGEN: BENJAH-BMM27.

ASÍ TRABAJABA MARIE CURE.

EL LABORATORIO DE MARIE CURIE CONSERVA INSTRUMENTOS UTILIZADOS POR LA CIENTÍFICA. CRÉDITO IMAGEN: MUSEO CURIE.

Para que Marie Sklodowska Curie, que ya había sido reconocida con el Premio Nobel de Física en 1903, pudiera avanzar en sus investigaciones sobre la radiactividad, la Universidad de París y el Instituto Pasteur decidieron construir en 1909 en la capital francesa el Instituto del Radio, hoy denominado Instituto Curie. Dos años después, la investigadora recibió el Nobel de Química, convirtiéndose en la única mujer que, hasta el momento, ha logrado dos galardones.

El Museo Curie se ubica en la planta baja del Pabellón Curie, en uno de los edificios más antiguos del Instituto. El laboratorio, que se comunica con el despacho de la científica, fue descontaminado en 1981 y conserva los instrumentos químicos de principios de siglo que usó Curie en sus experimentos e incluso una de sus batas de laboratorio, que era negra debido al luto por la muerte de su marido. La entrada al museo es gratuita.

BUSCANDO EL CENTRO DE LA TIERRA.

En el capítulo III de *Viaje al centro de la Tierra* (1864), Julio Verne escribió: "Desciende al cráter del Yocul de Sneffels que la sombra del Scartaris acaricia antes de las calendas de julio, viajero audaz, y llegarás al centro de la Tierra". Esa montaña es real, se llama Snæfellsjökull (que significa "glaciar Snæfells") y es una de las joyas de Islandia.

Un glaciar cubre la cima del volcán, de unos 1.500 metros de altura y activo en la actualidad. Snæfellsjökull está dentro de uno de los parques nacionales del país, en la península Snæfellsness y, como en todos los parques, la entrada es gratuita. Los visitantes pueden recorrerlo con libertad pero sin salirse de los senderos marcados.

EL VOLCÁN SNÆFELLSJÖKULL, DE 1500 METROS DE ALTURA, ESTÁ CORONADO POR UN GLACIAR. CRÉDITO IMAGEN: AXEL KRISTINSSON.

Miles de relojes biológicos mantienen en hora el cuerpo humano.

Por: BIBIANA GARCÍA VISOS - @dabelbi - para Ventana al Conocimiento - 23 agosto 2016

Aunque nuestro 'reloj biológico' marcó un premio Nobel de Medicina, la genética ya nos ha descubierto que no tenemos uno, sino miles repartidos por todo el cuerpo. Sincronizarlos con el reloj central del cerebro ayuda a controlar el peso y optimizar tratamientos médicos. Dirigen actividades específicas en el corazón, el páncreas, la piel, los pulmones y otras.

Ya sabíamos que **nuestro cerebro esconde un eficaz reloj biológico**, que dicta que por la noche tengamos sueño o al mediodía nos entre el hambre. Pero ese no es nuestro único cronómetro interno, según nos han descubierto recientes estudios genéticos: hay miles de relojes biológicos ocultos por el resto del organismo dirigiendo actividades específicas en el corazón, el páncreas, la piel, los pulmones… Mantener sincronizados estos otros relojes con el cerebral, gracias a una puntual rutina diaria, ayuda a controlar el peso y puede optimizar tratamientos como la quimioterapia contra el cáncer.

CICLOS CIRCADIANOS.

El cuerpo humano nace de serie con un reloj biológico que lo sincroniza con el ritmo de la naturaleza. Este cronómetro corporal nos ata a **los ciclos circadianos de luz y oscuridad**, debidos a la rotación de la Tierra en su recorrido alrededor del sol. Nuestro reloj interior nos pone a dormir al anochecer y nos despierta con el alba. Estos ciclos de 24 horas no solo determinan los ritmos de sueño, también repercuten en la regulación de la temperatura, la producción de hormonas o las funciones del aparato digestivo.

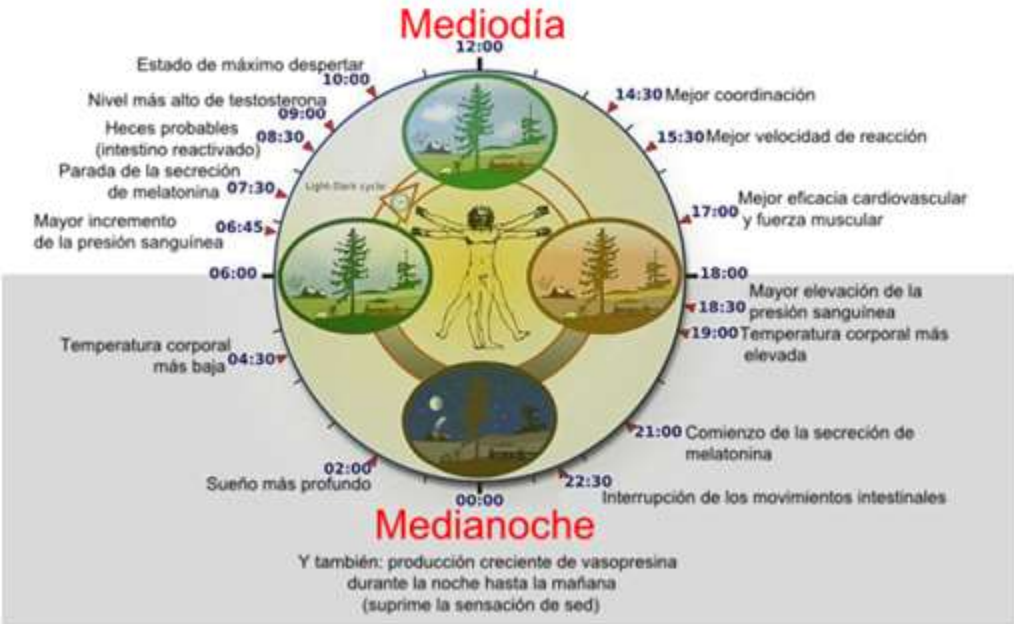
El primero en investigar sobre ritmos circadianos fue el astrofísico francés **Jean-Jacques Dortous de Mairan** en 1729, cuando diseñó un experimento para determinar si los seres vivos mantenían estos ciclos. Primero, Mairan observó como una planta de mimosa abría sus hojas durante el día y las cerraba de noche. Después, comprobó como esa misma planta seguía la pauta en la oscuridad absoluta de un armario (al menos durante un tiempo). Algo en el interior del vegetal parecía mantener aquella apertura y cierre diarios.

LA PLANTA MIMOSA FUE UNO DE LOS PRIMEROS SERES VIVOS DONDE SE DESCUBRIÓ EL RITMO CIRCADIANO. CRÉDITO IMAGEN: ELBA CABRERA.

No fue hasta la década de 1970 cuando se ubicó el reloj circadiano en humanos. Está en el núcleo supraquiasmático, una estructura cerebral localizada **detrás de los ojos, en el hipotálamo**, que detecta las señales luminosas que entran por las pupilas, distinguiendo cuando es de día y cuando es de noche. El núcleo supraquiasmático envía señales por el cerebro y el cuerpo, que controlan los cambios diarios de presión arterial, temperatura, nivel de actividad y estado de alerta, y también le indican a la glándula pineal del cerebro cuando liberar melatonina, algo que solo ocurre por la noche, para inducir el sueño.

PUNTUALIDAD GENÉTICA.

Gracias al avance en la investigación a nivel genético, hoy sabemos que además de este reloj central, situado en el cerebro, hay muchos otros relojes periféricos repartidos por todo el cuerpo, que controlan la actividad de zonas específicas. Estos miles de relojes periféricos funcionan de forma parecida al reloj central, pero de manera concreta sobre el corazón, el hígado, el páncreas o la piel, en lugar de actuar sobre todo el organismo.



EL RELOJ CIRCADIANO INFLUYE EN MUCHOS DE LOS PROCESOS FISIOLÓGICOS DEL CUERPO HUMANO.
CRÉDITO IMAGEN: WIKIMEDIA COMMONS.

Así, en respuesta a un estímulo externo, los genes del interior de las células que forman estos órganos o tejidos se activan y provocan actividad celular (despiertan funciones concretas de esos órganos o tejidos). Cada zona tiene su hora de mayor y menor ajetreo, porque como explica el cronobiólogo **John Hogenesch** de la Universidad de Pennsylvania (EEUU), que en 2014 publicó el atlas de los genes circadianos del ratón, **la actividad de casi la mitad de todos los genes de mamíferos varía de forma regular a lo largo del día.** Por ejemplo, en los pulmones reducen su actividad por la noche, por lo que entonces es más probable sufrir un ataque de asma.

En el año 2000, un estudio en ratones determinó que los relojes periféricos pueden desacoplarse del central con solo cambiar los horarios de las comidas. Para conseguirlo, alimentaron a los roedores solo de día, cuando suelen estar dormidos. Los ratones con los relojes desacoplados engordaban más, comiendo lo mismo, que los que los tenían sincronizados.

En los humanos sucede algo parecido. Según un estudio de la nutricionista **Gerda Pot**, del King's College de Londres, que analizó los hábitos de 5000 ingleses, con datos recogidos desde 1946, los adultos que no comen de forma regular tienen mayor riesgo de sufrir problemas cardiovasculares y diabetes. Además, **la presencia de diabetes, obesidad y problemas cardiovasculares entre trabajadores nocturnos es mayor**. Y las personas que no mantienen un horario regular para alimentarse, o aquellas que viven de noche y duermen de día, experimentan más alteraciones como fatiga crónica o falta de apetito.

VENTAJAS DE LA RUTINA.

Para mantener en hora todos los relojes biológicos, lo idóneo es **llevar una rígida rutina diaria respecto al descanso, la actividad física y la alimentación**. Frente a la mala prensa, en este caso una vida monótona ayuda al buen el funcionamiento del organismo. Tener los relojes corporales sincronizados controla el peso y puede ser fundamental para optimizar determinados tratamientos. Por ejemplo, tomar las pastillas para la tensión antes de irse a dormir, en lugar de por la mañana, es más efectivo.

En el caso de los tratamientos contra el cáncer, suministrar la quimioterapia según los ritmos corporales puede tener importantes ventajas. Las células cancerígenas se caracterizan por ser arrítmicas y duplicarse constantemente, en un cuerpo que bien sincronizado mantiene sus ciclos. Dar quimioterapia en el momento adecuado podría atacar el tumor con menos efectos secundarios para el resto del órgano o tejido, si no está activo. Y para eso hay que conocer al detalle el ritmo de su reloj biológico específico.

Craig Venter, el hombre que se conoció a sí mismo

Por: JAVIER YANES - @yanes68
Enviado por José Agustín González "Pepe", vía Facebook.

Revolucionó la secuenciación del genoma con un proyecto propio que lo enfrentó al estamento científico. Ahora quiere ser el primero en crear vida sintética. Considerado el "chico malo de la biología molecular", con un talento científico, unas ambiciones y un ego extraordinarios.

EL BIÓLOGO Y EMPRESARIO ESTADOUNIDENSE, CRAIG VENTER. FOTOGRAFÍA DE 2011. CRÉDITO FOTO: MAURICIO RAMIREZ, DEL CHEMICAL HERITAGE FOUNDATION.

No es habitual que los biólogos tengan yates de lujo de casi 30 metros. Y quienes los tienen, no es habitual que los dediquen a recoger muestras de microbios marinos con vistas a secuenciar sus genomas. Pero **John Craig Venter** (Salt Lake City, EEUU, 14 de octubre de 1946) no es habitual. Cuando en 2004 emprendió una expedición científica alrededor del mundo a bordo de su velero *Sorcerer II*, no lo hizo tanto para emular a Charles Darwin en su *HMS Beagle*, sino para superarlo; para "poner en su contexto todo lo que se le escapó a Darwin", según contó en 2004. Y tal vez este ejemplo resuma lo que unos alaban y otros critican en el científico y empresario: ambiciones tan altas que sólo pueden alcanzarse sobre los zancos de un ego igualmente elevado.

La rebeldía no es patrimonio de los inteligentes. Pero tal vez la inteligencia sea la salvación de los rebeldes. A Venter, su **cociente intelectual de 142** le permitió dedicar más tiempo al surf que a los estudios durante su infancia en California, sin temer que echara a perder su futuro. Y enrolado en una guerra –la de Vietnam– a la que se oponía, le permitió elegir a voluntad su función en ella, la de servidor en salud. De aquellos terribles años en la Universidad de la Muerte, como lo define en su autobiografía *Una vida descodificada* (Espasa, 2008; *A Life Decoded*, Viking, 2007), queda el relato de **un intento de suicidio nadando mar adentro, una historia que alimenta su leyenda.**

Venter comenzó a ganarse la fama de chico malo de la biología molecular durante su etapa inicial en los Institutos Nacionales de la Salud de EE UU (NIH). Allí puso a punto una técnica llamada ***Expressed Sequence Tags* (EST)** —que después han empleado miles de investigadores en todo el mundo— que permitía **obtener y almacenar copias para su estudio de todos los genes activos en una célula.** Aquel primer logro ya revelaba la orientación que ha seguido la carrera de Venter: la aplicación de técnicas rompedoras, a menudo ya existentes pero infrautilizadas, que impulsen grandes saltos hacia las fronteras pendientes de la biología. Pero también fue su primer escándalo, cuando se supo que **Venter y los NIH pretendían patentar los genes identificados a través de las EST.**

VENTER VS. EL DESCUBRIDOR DEL ADN

VENTER, A LA DERECHA, EN UNO DE SUS YATES PRIVADOS CON EL EMPRESARIO BARRY SCHULER. CRÉDITO FOTO: STEVE JURVETSON.

Mientras las protestas daban al traste con su idea de las patentes, Venter se embrolló en una nueva desavenencia con el estamento científico cuando **la técnica que propuso para el Proyecto Genoma Humano fue rechazada.** En lugar de tratar de secuenciar las largas cadenas de ADN de los cromosomas avanzando cautelosamente paso a paso sobre ellas, como se había hecho hasta entonces, Venter proponía una opción más explosiva: hacer volar el genoma por los aires en un sinfín de pequeños pedazos, leerlos, y luego dejar que los ordenadores volvieran a pegar los trozos del jarrón. James Watson, codescubridor de la estructura del ADN, descalificó la técnica sugiriendo que era propia de monos.

Claro que Venter no trató de ser más cordial. Cuando fundó la compañía **Celera Genomics** para secuenciar el genoma humano por su cuenta, rivalizando con el proyecto público, recomendó a los responsables de éste que mejor dedicaran su esfuerzo a otro organismo; más concretamente, al ratón. Se dice que Watson llegó a compararle con Hitler, pero el ego y la ambición de Venter tenían sólidos cimientos. **La técnica de secuenciación *shotgun*, que él no inventó pero sí optimizó, consiguió culminar la carrera del genoma humano** a la par con el proyecto público, pero este se vio obligado a redoblar sus esfuerzos para no acabar derrotado por la incómoda competencia de Venter.

Este triunfo le abrió la puerta a todo lo demás: notoriedad pública, respeto por parte de sus colegas, menciones en las listas de los más influyentes, nuevas empresas, dinero y, cómo no, yate. **La *Global Ocean Sampling Expedition***, completada en 2006, fue una pieza más en el gran esquema que actualmente preside el trabajo de Venter. **Secuenciar la biodiversidad de los océanos** es de por sí un objetivo de proporciones darwinianas; pero no es la meta final, sino un hito que amplía el catálogo de los microbios disponibles para convertirlos en las fábricas del futuro: **microorganismos modificados que produzcan medicamentos** o combustibles, o que se encarguen de recoger la basura que diseminamos por el planeta.

OBJETIVO: CREAR VIDA SINTÉTICA

Pero más allá de los microbios *customizados*, aún hay un propósito más elevado: Venter ansía **convertirse en el primer humano en crear vida sintética**. Así lo describió en su libro: “Quiero que vayamos lejos de la costa hacia aguas desconocidas, a una nueva fase de la evolución, al día en que una especie basada en el ADN pueda sentarse delante de un ordenador para diseñar otro”. El pasado mes de marzo publicó su última conquista hasta la fecha, **la creación de un genoma sintético mínimo**, capaz de hacer funcionar una célula con sólo 473 genes.

En persona, Venter se muestra afable, aunque distante. Su aparente intento de resultar agradable produce la sensación de ocultar un atisbo de frialdad, que se revela cuando reacciona con aspereza a las preguntas con intención, aquellas que un periodista está obligado a formular. Pero sin duda sabe que de él no sólo interesa la ciencia. Al fin y al cabo, él lo ha querido así: Venter no ha legado a la humanidad el genoma, sino *su* propio genoma.

Como siguiendo a los clásicos en el “Conócete a ti mismo”, su autobiografía viene espolvoreada con anotaciones que explican aspectos de su vida y su personalidad desde la óptica de sus genes. “Quiero descubrir si una vida descodificada es realmente una vida entendida”, escribió. “Se seguirán haciendo nuevas interpretaciones de Craig Venter, basadas en mi ADN, mucho después de que la vida haya dejado mi cuerpo. No me queda otra elección que dejar la última interpretación al lector y a la Historia”. Así, con hache mayúscula.

¿Cómo se miden los terremotos?

Por: **Javier Yanes**

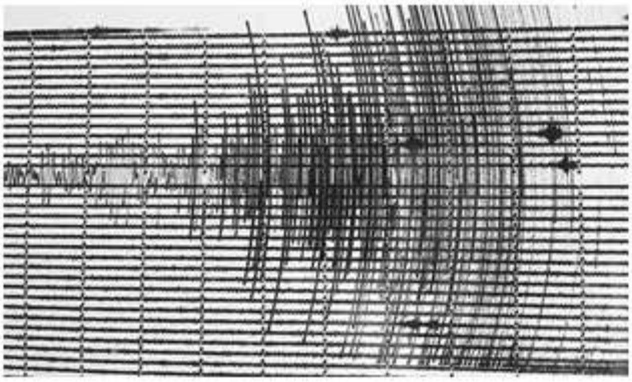
Enviado por José Agustín González "Pepe", vía Facebook.

Terremotos: ¿Por qué la escala de Richter solo es adecuada para California?
Richter se inspiró en la magnitud de las estrellas para crear su escala.

Aunque en la noticias seguimos oyendo hablar de la "escala de Richter", lo cierto es que dejó de usarse hace más de 40 años. Charles Richter, fallecido el 30 de septiembre de 1985, ideó la primera escala científica que medía las ondas sísmicas. Pero su sistema estaba hecho a la medida del terreno de California… ¿Cómo se miden ahora los terremotos?

En los años 30, el sismólogo estadounidense **Charles Francis Richter** (26 de abril de 1900 – 30 de septiembre de 1985), del Instituto Tecnológico de California (Caltech), buscaba dar solución a una cuestión pendiente en el estudio de los **terremotos: cómo compararlos entre sí según un método estandarizado.** La escala de intensidad de Mercalli, empleada entonces, se regía por los niveles de destrucción observados tras un seísmo; era útil como aproximación grosera, pero subjetiva y de escaso valor científico.

Richter pensó en **utilizar los valores de amplitud de los movimientos sísmicos** registrados por la pluma del sismógrafo sobre el papel. Para ello se basó en un trabajo de 1928 del japonés **Kiyoo Wadati, quien había representado las oscilaciones en relación a la distancia al epicentro** (el punto de la superficie directamente encima del foco del terremoto). Inspirándose en la escala de magnitudes empleada por los astrónomos para determinar el brillo aparente de las estrellas desde la Tierra, Richter fijó un valor mínimo de base al que se referirían las máximas amplitudes de cada seísmo, para dar así un valor de magnitud a cada temblor.



UN TERREMOTO MEDIDO POR UN SISMÓMETRO. CRÉDITO IMAGEN: *DARTAR.*

Pero surgió un problema: al relacionar los diferentes valores con el de referencia, la diferencia en las proporciones entre los seísmos fuertes y los débiles era tan abismal que resultaba impracticable situarlos en una misma escala lineal. La ayuda llegó de su colega y mentor en Caltech, **Beno Gutenberg, quien propuso convertir la tabla lineal en otra logarítmica de base diez.** Para Richter, las escalas logarítmicas eran "un invento del diablo", pero funcionó: el sistema permitía colocar todos los terremotos en una misma escala, teniendo en cuenta que **un aumento de un entero suponía multiplicar por diez la violencia del temblor.**

UN ESTÁNDAR CON EVIDENTES LIMITACIONES.

La escala de Richter y Gutenberg, desarrollada en 1935 y originalmente llamada de **Magnitud Local (M_L)**, sirvió durante décadas como el estándar para calificar la potencia de los seísmos. Pero tiene evidentes limitaciones, ya que se basaba en los primitivos sismógrafos de la época. **Los diferentes modelos respondían de manera distinta a un mismo temblor y sólo podían registrar movimientos cercanos.** Como es lógico, también las oscilaciones de la pluma eran mayores o menores según la proximidad de la estación sismográfica al epicentro.

CHARLES RICHTER CON SUS SISMÓGRAFOS. CRÉDITO IMAGEN: *USGS.COM.*

Para fijar estándares, Richter eligió un modelo determinado de sismógrafo, el Wood-Anderson de torsión, y una distancia concreta al epicentro como referencia, 100 kilómetros. Pero incluso con esto, **los seísmos se transmiten de diferente manera en cada terreno.** Según expone a OpenMind el sismólogo Mitch Withers, del Center for Earthquake Research and Information (CERI) de la Universidad de Memphis (EEUU), "Charles Richter desarrolló la escala de magnitud local para el sur de California; técnicamente sólo se aplica allí". Sin embargo, añade Withers, pueden aplicarse conversiones para otras ubicaciones y tipos más modernos de sismómetros.

Con el paso de los años y el desarrollo de nuevas técnicas de medición y computación, los sismólogos comenzaron a buscar un nuevo sistema que pudiera expresar un parámetro físico más objetivo, la energía liberada por el terremoto**.** Así, en los años 70 se introdujo **la escala de Magnitud de Momento (M_W)**, basada en el momento sísmico definido en 1966 por Keiiti Aki, del Instituto Tecnológico de Massachusetts, y que **considera la tensión, la deformación y el desplazamiento de las rocas en la falla.**

Aunque el momento sísmico no mide directamente la energía, ésta puede estimarse gracias a otros parámetros incluidos en el cálculo. Al igual que en la escala de Richter, un aumento en un dígito de magnitud corresponde a una cantidad de energía liberada que es superior en un factor de diez elevado a 1,5, o unas 32 veces mayor.

LA ESCALA DE INTENSIDAD DE MERCALLI SE REGÍA POR LOS NIVELES DE DESTRUCCIÓN OBSERVADOS TRAS UN SEÍSMO. CRÉDITO IMAGEN: UN PHOTO/LOGAN ABASSI

Para evitar una multiplicidad de valores, **la escala de magnitudes de momento se elaboró de modo que coincidiera con la de Richter.** Pero aunque ninguna de las escalas tiene un límite máximo teórico (aunque sí físico, que se estima en 12), la de Richter se satura a valores elevados, por lo que la equivalencia sólo se aplica a los temblores más leves. "M_W es preferible cuando está disponible porque refleja más fielmente la liberación de energía del terremoto y no se satura", apunta Withers. El sismólogo añade que existen ecuaciones para convertir otras escalas a M_W, de modo que se pueda mantener un registro histórico continuo y consistente.

Así pues, **¿la escala de Richter ha sido abandonada?** No por completo: el problema con la magnitud de momento es que no siempre se conoce. Según explica a OpenMind el sismólogo José J. Martínez Díaz, de la Universidad Complutense de Madrid (España), "es muy difícil calcular el momento sísmico de los terremotos pequeños". Para estos casos se emplean las mediciones de los sismógrafos cercanos al epicentro, y por tanto los valores se registran en escalas como la de Richter u otras variaciones.

En la práctica, esto significa que hoy la escala de Richter y otras similares continúan utilizándose sólo para los seísmos más débiles, en torno a un valor máximo de magnitud 4, que son también los más frecuentes. En este rango, señala Withers, "las distintas medidas son estimaciones perfectamente válidas de la magnitud". Por el contrario, **para terremotos grandes y distantes el estándar dominante es la escala M_W.**

UNA ESCALA OBSOLETA PARA EL MUNDO CIENTÍFICO.

Pero dado que las informaciones en los medios de comunicación generalistas únicamente suelen cubrir los temblores más potentes y devastadores, la consecuencia de lo anterior es que en general ninguno de estos seísmos se mide en la escala de Richter. Entidades de vigilancia global como el US Geological Survey miden estos grandes terremotos en Magnitud de Momento M_W. Es por ello que **Martínez Díaz**, al igual que otros sismólogos, **opta por calificar la escala de Richter como "obsoleta". "En el mundo científico no se usa"**, añade.

Y pese a todo, en las noticias de los medios es frecuente seguir encontrando referencias a la escala de Richter en casos en que no se aplica. Para evitar caer en este error sin riesgo de incurrir en otros, la recomendación de los expertos es clara: tanto Withers como Martínez Díaz aconsejan a los medios y el público en general no mencionar la escala de Richter, pero tampoco entrar en mayores detalles sobre el sistema de medición utilizado en cada seísmo. "Creo que es mejor decir simplemente magnitud, y dejar que los sismólogos debatan qué medida es preferible", concluye Withers.

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

Antonio Ricaurte

(1786-1814)

Antonio Ricaurte Lozano nació el 10 de julio de 1786 en Villa de Leyva, Virreinato de Nueva Granada, hoy Colombia; y falleció el 25 de marzo de 1814 en San mateo, estado Aragua, Venezuela. Fue un oficial del ejército de las Provincias Unidas de la Nueva Granada que, con el grado de capitán, tuvo una destacada actuación en la Guerra de Independencia, tanto de la república de Colombia como la de Venezuela. Formó pareja marital con Juana Martínez Camacho.

Demostró interés en las actividades del movimiento independentista, incorporándose a la lucha a partir de 1810. Comenzó a participar en actividades revolucionarias y fue seleccionado para formar parte del ejército granadino que se organizó a solicitud de Simón Bolívar, para liberar a Venezuela mediante la ejecución de la llamada Campaña Admirable (1813).

Ricaurte, como miembro del primer Ejército Libertador integrado también por venezolanos, tuvo una destacada participación en los combates de La Grita (13 de abril), Carache (19 de junio), Niquitao (2 de julio), Taguanes (31 de julio) entre otros.

Desde el 25 de febrero de 1814, se libraron una serie de batallas entre patriotas y realistas en un área comprendida entre el lago de Valencia y San Mateo. En la hacienda San Mateo, propiedad de Simón Bolívar, se almacenó el parque cuya custodia fue encomendada al capitán Antonio Ricaurte, quien contaba con una pequeña tropa de 50 soldados.

Durante el ataque realista, Francisco Tomás Morales se apoderó de la hacienda. Sin embargo, el objetivo de los realistas fue frustrado, cuando Antonio Ricaurte ante la inminencia de la captura de dicho cargamento decidió prender fuego a la pólvora, durante la explosión falleció tanto él como los soldados que se encontraban dentro del recinto. Del valor de Ricaurte no se tiene duda, y su propia inmolación se tiene como un hecho cierto y trascendente de la historia de Venezuela. Aún así, el eminente Dr. Francisco Herrera Luque, ya fallecido, en su libro *"Historia Fabulada"* pone en duda que este hecho significó la muerte de Ricaurte y hasta duda de la fecha de muerte, la heroicidad que se involucra en el mismo lo considera un invento del propio Simón Bolívar porque con ello buscaba que los venezolanos vieran con buenos ojos y disminuyera la animadversión que sentían por los militares colombianos que integraban como oficiales su ejército.

GALERÍA

NEIL SIDNEY TRUDINGER

Nació el 20 de Junio de 1942 en Ballarat, Victoria, Australia.

Imágenes obtenidas de:

Google

Neil Sidney Trudinger es hijo de quien fuera Vice-Mariscal del Aire, L. Trudinger. Fue educado en la Richmond High School, en Nueva Gales del Sur, Australia; luego estudió en la Universidad de Nueva Inglaterra, en Armidale, también en Nueva Gales del Sur. En 1962 obtuvo una licenciatura y luego marchó a los Estados Unidos para emprender un trabajo como graduado en la Universidad de Stanford.

Primero procedió a obtener una maestría y un doctorado tutorado por David Gilbarg. Obtuvo el doctorado en 1966 por su tesis *Quasilinear Elliptical Partial Differential Equations in n Variables* (Ecuaciones diferenciales parciales elípticas cuasilineales en *n* Variables). Varios trabajos, basados en su tesis doctoral, aparecieron en 1967. En primer lugar *On the Dirichlet problem for quasilinear uniformly elliptic equations in n variables* (Sobre el problema de Dirichlet para ecuaciones cuasilineales uniformemente elípticas en *n* variables) en el cual él amplió el trabajo previo por su tutor David Gilbarg, Olga Ladyzhenskaya y otros sobre la resolutibidad del clásico problema de Dirichlet en dominios acotados para ciertas ecuaciones elípticas uniformemente cuasilineales de segundo orden. En segundo lugar, el trabajo *The Dirichlet problem for nonuniformly elliptic equation* (El problema de Dirichlet para ecuaciones elípticas no uniformes) donde él aprovecha al máximo el principio para formular las condiciones generales de resolutibidad del problema de Dirichlet para ciertas ecuaciones elípticas no lineales. En otro trabajo de 1967, *On Harnack type inequalities and their application to quasilinear elliptic equations* (Sobre las desigualdades tipo Harnack y su aplicación a las ecuaciones elípticas cuasilineales) Trudinger examina soluciones débiles, subsoluciones y supersoluciones de ciertas ecuaciones diferenciales de segundo orden cuasilineales. En la lista de sus trabajos de 1967 se puede mencionar finalmente *On imbeddings into Orlicz spaces and some applications* (Sobre encajes en Espacios de Orlicz y algunas aplicaciones).

Después de obtener el doctorado en la Universidad de Stanford, Trudinger se convirtió en Instructor Courant en el Instituto Courant de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Nueva York durante el curso 1966-1967. Luego regresó a Australia donde fue nombrado profesor en la Universidad Macquarie en 1967. Fue ascendido a Profesor Titular antes de trasladarse, en 1970, a la Universidad de Queensland, donde fue nombrado como Lector y luego promovido a Profesor. En 1973 se trasladó a la Universidad Nacional de Australia donde fue Jefe del Departamento de Matemáticas Puras hasta 1979. En 1977 Trudinger publicó un libro importante en colaboración con David Gilbarg. *The book Elliptic partial differential equations of second order* (El libro de las ecuaciones diferenciales parciales elípticas de segundo orden) que pretende presentar (en palabras de los autores):

> *... el desarrollo sistemático de la teoría general de ecuaciones elípticas cuasilineales de segundo orden y de la teoría lineal necesaria en el proceso.*

O. John da un resumen del libro como parte de su informe:

> *El libro está dividido en dos partes. La primera… está dedicada a la teoría lineal, la segunda… a la teoría de las ecuaciones diferenciales parciales cuasilineales. Estos 14 capítulos están precedidos por una introducción... en la que se exponen las principales ideas y puede servir como una guía para la lectura total del libro. Los autores se limitan principalmente a la teoría del problema de Dirichlet. Con excepción de los requisitos previos básicos del análisis real y el álgebra lineal, el material de este libro es casi totalmente autónomo. Casi todos los capítulos están concluidos por "Notas" (observaciones históricas y bibliográficas, más resultados) y "Problemas". Los autores han logrado admirablemente sus objetivos; es un verdadero placer leer este libro.*

Una segunda edición de este libro maravilloso apareció en 1983. Tenía dos nuevos capítulos, uno de los cuales examinaba soluciones fuertes de ecuaciones elípticas, y el otro era completamente sobre ecuaciones elípticas no lineales. Una edición más apareció en 1998. En este los autores escriben:

> *La teoría de las ecuaciones de segundo orden elípticas no lineales, ha continuado floreciendo durante los últimos quince años y, en un breve epílogo a este volumen, señalamos algunos de los mayores avances. Aunque un tratamiento apropiado requiere al menos otra monografía, es nuestra esperanza que este libro, la mayor parte de cuyo texto tiene ahora más de veinte años de edad, puede servir de fondo para estos y futuros desarrollos.*

> *Desde nuestra primera edición nos hemos endeudado con numerosos colegas, de todo el mundo. Fue particularmente agradable en los últimos años hacer y renovar la amistad con nuestros colegas rusos, especialmente Olga Ladyzhenskaya,... que han contribuido tanto a esta área. Tristemente, lamentamos el fallecimiento en 1996, de Ennio De Giorgi, cuyo descubrimiento brillante hace cuarenta años abrió la puerta a mayores dimensiones de la teoría no lineal.*

Esta edición de 1998 fue reimpresa en la serie de "Clásicos de Matemáticas" por Springer Verlag en 2001.

En las ediciones del famoso texto de Gilbarg y Trudinger se aprovecha para presentar detalles de la carrera de Trudinger. En 1981 fue honrado por la Sociedad Matemática Australiana cuando se convirtió en el primero en recibir la medalla que hoy en da otorga esta Sociedad:

> *... adjudicado a un miembro de la Sociedad menor de 40 años de edad por investigación distinguida en las ciencias matemáticas. Una porción significativa de estos trabajos de investigación se han realizado en Australia.*

En 1982 fue nombrado Director del Centro de Análisis Matemático en la ANU, ocupando este cargo hasta 1990. Después de un corto tiempo fuera de la ANU, volvió como Director del Centro para las Matemáticas y sus aplicaciones en 1991. En 1992 se convirtió en Decano de la Facultad de Ciencias Matemáticas. Trudinger fue elegido Miembro de la Academia Australiana de Ciencias en 1978 y recibió la Medalla Hannan en 1996. También fue honrado con la elección como Miembro de la Real Sociedad de Londres en 1997. El 24 de noviembre de 1995 recibió tres premios por el Institut Henri Poincaré y la editorial Gauthier-Villars, con el apoyo de la Centre National de la Recherche Scientifique. Cada premio:

> *... está acompañado de 10.000 FF, [y] reconoce artículos destacados que aparecen en cada una de las tres secciones de la revista Annales de l'Institut Henri Poincaré. En la sección de análisis no lineal, el premio va a N. S. Trudinger de la Universidad Nacional de Australia por el trabajo "Isoperimetric inequalities for quermassintegrals".*

Hoy Trudinger coordina el programa *Análisis no lineal y aplicado* en la Universidad Nacional Australiana. Se termina esta reseña biográfica citando los "destacados" de la página web del programa:

> *En los últimos años, los miembros del programa han resuelto importantes problemas abiertos en flujo de curvatura, geometría afín y transporte óptimo, utilizando técnicas de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. La primera prueba completa para más de dos dimensiones, del famoso problema de Monge de 200 años sobre la transferencia de masa, fue encontrada por miembros del programa en 2001.*

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Neil Trudinger" (Noviembre 2006).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Trudinger.html].

Normas de Publicación de la Revista HOMOTECIA

La Revista HOMOTECIA tiene como objetivo principal ser una herramienta para la enseñanza y aprendizaje, y en casos especiales, para la evaluación de estudiantes cursantes de las asignaturas de pregrado y postgrado, administradas por la Cátedra de Cálculo del Departamento de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo (UC), Valencia, República Bolivariana de Venezuela. Por ello ha adquirido un carácter de revista multidisciplinaria que la ha llevado a aceptar la colaboración académica en cuanto a producción intelectual, de los docentes y de los mismos estudiantes de pregrado y postgrado a los que están dirigidos el material en la misma publicado.

No obstante, también está abierta para recibir colaboración similar de los académicos de otros departamentos de la facultad, de otras facultades de la UC, de otras universidades nacionales y extranjeras, y de organizaciones y grupos cuyos aportes informativos, ya sean por intencionalidad directa o por divulgación en páginas Web en la red de Internet, ayudan a la formación del perfil profesional tanto en lo académico como en lo cultural, de los estudiantes bajo nuestra tutela. Como aclaratoria, esto nos lleva a recibir artículos inéditos (que debemos someter a arbitraje), otros ya divulgados en otras publicaciones pero que consideramos interesantes e importantes hacerlos conocer por nuestros estudiantes; de análisis del trabajo de otros autores (ensayos y reseñas de libros); sobre filosofía, epistemología, historia y otros aspectos de las ciencias; y sobre elementos específicos de lo humano (personajes y sus semblanzas). Los artículos enviados a la revista HOMOTECIA deben ajustarse a las siguientes condiciones:

1. Los autores que soliciten la publicación de un escrito, deben enviarlo a la dirección electrónica homotecia2002@gmail.com. No existe límite en cuanto al número de trabajos a enviar pero el que así sea, no es garantía de una total e inmediata publicación. Se aconseja limitar el número de los artículos y jerarquizarlos según el criterio particular sobre su importancia en lo que al autor le concierne.
2. Se publican trabajos realizados por investigadores y articulistas tanto nacionales como extranjeros. Deben ser artículos surgidos de investigaciones, culminadas o en proceso; de opinión sobre temas educativos, generalidad social y científicos, que es lo preferible pero no excluyente; estos relacionados con la enseñanza de la matemática, la física, la química, la biología, la informática u otra disciplina pero que consideren coadyuven a la formación del perfil docente. En la categoría generalidad social, se aceptan trabajos cuyo propósito sea promover la formación de valores y virtudes.
3. Se reciben trabajos inéditos o ya publicados. Si son inéditos, esta característica debe indicarse para que pueda ser sometido a un riguroso proceso de arbitraje siguiendo la técnica Doble Ciego, realizados por expertos en las áreas de interés. Si ha sido publicado previamente, indicar esa característica y hacer referencia a los detalles de la anterior publicación.
4. Si el trabajo está elaborado en el contexto social, debe ajustarse sus características de redacción, presentación de gráficos, citas, referencias bibliográficas y otros aspectos afines, a las Normas de la Asociación Americana de Psicología vigentes (American Psychological Association), las muy conocidas Normas APA. A los autores nacionales se recomienda en este caso, revisar las condiciones, reglas y normas contempladas por la revista de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo (FACE-UC) para la publicación de trabajos científicos. Otra opción es el Manual de Trabajos de Grado, de Especialización, Maestría y Tesis Doctorales de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador - UPEL (última edición).
5. Si el trabajo está elaborado en un contexto característico de las revistas biomédicas, debe ajustarse a las Normas Vancouver vigentes.
6. Los artículos deben estar escritos en español, utilizando el procesador de palabras Word. Las imágenes en formato jpg. Los gráficos presentados como imágenes en formato jpg. Archivo no encriptado.
7. Los trabajos pueden variar en extensión entre diez (10) y doce (12) páginas, tamaño de papel carta, tipografía Time New Roman tamaño 12, espaciado entre líneas 1,5 (espacio y medio), márgenes derecho, superior e inferior 3 cm e izquierdo 4 cm. Las condiciones finales de publicación del escrito, las deciden los coordinares de publicación de la revista.
8. Todo artículo debe incluir en el encabezado:
   - Título, no mayor de veinte (20) palabras. Conciso pero informativo, que no contenga abreviaturas a menos que sea necesario. Debe ser pertinente con la temática y los objetivos propuestos.
   - En línea posterior, nombres y apellidos del autor o los autores.
   - Posteriormente y utilizando por autor súper índices (en números arábigos), indicar en las siguientes líneas que sean necesarias, el grado académico alcanzado, el nombre de la institución a la que representa, número del celular o móvil de contacto y dirección electrónica. Si lo considera pertinente o no contraproducente, puede incluir una imagen fotográfica del autor o autores.

9. Se sugiere presentar los artículos de acuerdo al siguiente esquema, y aunque no obligatorio, orientarse con las siguientes sugerencias:

- **Resumen:** Estructurado con una extensión máxima de 250 palabras, tanto en español como en inglés (Abstract), precedidos por el título en el idioma correspondiente. Debe organizarse siguiendo estas pautas: problema-introducción, objetivo general, metodología (diseño y tipo de investigación, sujetos, métodos, análisis de los datos), resultados, conclusiones, palabras clave / key words (se aconseja incluir al pie de cada forma de resumen español/inglés de 3 a 5 palabras clave en el idioma respectivo). Debe evitarse el uso de referencias bibliográficas.
- **Introducción:** Hacer referencia a la naturaleza del problema y su importancia. Describir la finalidad o el objetivo de investigación del estudio. Incluir referencias estrictamente pertinentes, no debe contener datos ni conclusiones del trabajo que está dando a conocer.
- **Marco teórico o revisión bibliográfica:** Contexto o los antecedentes del estudio.
- **Metodología o procedimientos:** Se debe hacer mención del diseño y tipo de investigación, describir claramente los métodos, técnicas, instrumentos empleados, así como de manera detallada los procedimientos realizados. Indicar claramente la manera cómo se hizo la selección de los sujetos que participaron en la investigación.
- **Resultados, análisis e interpretación**: Estos deben ser pertinentes, relevantes y cónsonos con la temática y objetivos del estudio. Deben redactarse en pretérito (la acción enunciada se considera terminada). El texto, las Tablas y Figuras deben presentarse en secuencia lógica. No repita el contenido de las Tablas o de las Figuras en el texto, se recomienda un máximo de 6 (entre ambas). No haga juicios ni incluya referencias. Evite la redundancia.
- **Discusión y conclusiones pedagógicas:** Resaltar los aspectos nuevos e importantes del estudio y las conclusiones que se derivan de ellos, no repita pormenores de los datos u otra información ya presentada en cualquier otra parte del manuscrito, destaque o resuma solamente las observaciones importantes. Explique el significado de los resultados y sus limitaciones, incluidas sus implicaciones para investigaciones futuras. Relacione y contraste las observaciones de su estudio con publicaciones pertinentes. Establezca nexos entre las conclusiones y el objetivo del estudio. No mencione trabajos no concluidos. Esta sección debe ser clara y precisa, de extensión adecuada y concordante con los resultados del trabajo. Puede incluir recomendaciones.
- **Referencias bibliográficas.** Este será el título si se incluyen solo libros. Si se tiene que hacer uso de textos digitales, titular esta sección como **"Referencias"**.

10. Todo trabajo debe estar acompañado de la reseña curricular del autor o autores; este escrito por autor, debe elaborarse entre sesenta y cien palabras.

11. Para los trabajos inéditos, aceptados con observaciones según el criterio de los árbitros, serán devueltos a su autor o autores para que realicen las correcciones pertinentes. Una vez corregidos por el autor o autores, se reenviarán a la Comisión Revisora de Material a Publicar, quienes les asignarán un lugar en la *cola de publicaciones*.

12. Trabajo no aceptado será devuelto al autor o autores con las observaciones correspondientes, previa solicitud. El mismo no podrá se arbitrado nuevamente.

Cualquier aspecto no completado en este documento, será estudiado, decidido y dictaminado por la Coordinación de Publicación de la Revista.

Dr. Rafael Ascanio Hernández – Dr. Próspero González Méndez

Coordinadores de Publicación