HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. – 2009. Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 4 – AÑO 21 Valencia, Lunes 3 de Abril de 2023

HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Editorial..... 1

Grandes Matemáticos: **WILLEBRORD VAN ROYEN SNELL**..... 2-4

Modelo Endocrítico. Aproximaciones teórico-metodológicos del pensamiento matemático. (Parte IV). Capítulo III. Contexto metodológico. Por: **Dr. PEDRO ANGULO LANDAETA**..... 5-6

Racionalidad conceptual existente entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica. (Parte VIII y última). Capítulo VII. Conclusiones y Recomendaciones. Por: **Dr. AHMAD OSMAN C.**..... 7

Construcción de representaciones semióticas para la comprensión del concepto matemático de límite. (Parte V). Capítulo IV: Análisis e interpretación de la Información.
Por: **Msc. JAVIER BRIZUELA DÍAZ**..... 8-32

Ramanujan, el hombre que vio en sueños el número pi.
Versión del artículo original de: **BEATRIZ GUILLÉN**..... 33

Matemáticas inspiradas por la teoría de cuerdas.
Versión del artículo original de **MARIO GARCÍA FERNÁNDEZ y ÁGATA TIMÓN G. LONGORIA**.... 34-35

Físicos Notables. Ganadores del Premio Nobel en Física 1997:
STEVEN CHU, CLAUDE COHEN-TANNOUDJI y WILLIAM DANIEL PHILLIPS..... 36-37

¿Qué pasó con el gato filósofo de Schrödinger, el experimento más famoso de la física cuántica?
Versión del artículo original de **FRANSCISCO PÉREZ FERNÁNDEZ y FRANCISCO LÓPEZ-MUÑOZ**.... 38-40

Químicos Destacados. Ganador del Premio Nobel en Química 1999:
AHMED HASSAN ZEWAIL..... 41

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 23): Introducción al cálculo tensorial.
Publicado por: **ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ**..... 42-47

El agujero negro fotografiado en 2019 lanza chorros casi a la velocidad de la luz..... 48

¿Por qué las lunas súper extrañas de Marte fascinan a los científicos?
Versión del artículo original de **ROBIN GEORGE ANDREWS**..... 49

¿Y si Aristóteles tenía razón sobre la composición del universo?
Versión del artículo original de **PABLO G. PÉREZ GONZÁLEZ y PATRICIA SÁNCHEZ BLÁZQUEZ**..... 50-51

Coronavirus: De dónde viene la antigua tradición de la "cuarentena" que seguimos adoptando ante males sin remedio. Versión del artículo original de **DALIA VENTURA**..... 52-55

Los monos infinitos. Versión del artículo original de **MIGUEL-ANXO MURADO**..... 56

ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (IV)..... 57-58

Sobre la disciplina intelectual. Por: **PAULO FREIRE**..... 59-60

Lecturas de Eckhart Tolle en español... Por: **Dr. EDGAR REDONDO**..... 61

Huellas filosóficas del siglo XX en el siglo XXI.
Michel Foucault: Los cuarteles, los hospitales y las escuelas, se asemejan a las prisiones..... 62-63

El rechazo de la salvación. Por: **ALBERT CAMUS**..... 64-65

Venezuela, personajes, anécdotas e historia. **La Negra Hipólita: Nodriza del Libertador de Venezuela, Simón Bolívar (... y el origen del nombre del urbanismo «El Silencio » en Caracas)**..... 66-67

Galería: **VIKTOR ALEKSANDROVICH GORBUNOV**..... 68

Revista HOMOTECIA

© Rafael Ascanio H. – 2009

Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385
e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR-EDITOR:
Dr. Rafael Ascanio Hernández

SUB-DIRECTOR:
Dr. Próspero González Méndez

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:

Dr. Rafael Ascanio Hernández
Dr. Próspero González Méndez

COMISIÓN
ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO

Dra. María del Carmen Padrón
Dra. Zoraida Villegas
Dra. Ivel Páez

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:

Dra. Elda Rosa Talavera de Vallejo
Dra. Omaira Naveda de Fernández
Dr. José Tadeo Morales

Nº 4 - AÑO 21 - Valencia, Lunes 3 de Abril de 2023

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS.
SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H. Tema imagen: Semana Santa en Venezuela, 2023.
Descripción imagen portada: Nubes que figuran el rostro de Jesucristo en uno de los instantes de su pasión y muerte.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y MSN, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace: http://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm

EDITORIAL

En el editorial del número anterior citamos al periodista y escritor mexicano Armando Aguirre Fuentes quien en cierta oportunidad afirmara que el misterio de la vida consiste en amarla, aun cuando alguna vez la vamos a perder, opinión con la cual coincidimos pero que sobre la misma hicimos la siguiente reflexión:

Pero parece que muchas personas confunden *"amar la vida"* con *"desear vivir mucho tiempo"* pero *"vivir mucho tiempo"* no es solo cuestión de *"desearlo"*. Tampoco *"amar la vida"* es solo y simplemente un sentimiento; es además una acción: amar la vida para lograr vivir por mucho tiempo es trabajar para que esto se haga realidad.

Pero el hecho es que este *"trabajo"* se identifica más con el *"después de"* que con el *"antes de"* porque ajustar la vida al antes sería quitarle la dinámica al proceso de vivir, entiéndase este proceso como el tránsito hacia el crecimiento de la condición de humanidad de cada persona, de su integración a la convivencia en comunidad, de mejorar su aproximación al cúmulo de conocimientos producido por la mente humana hasta la época en que le ha tocado vivir, de cuidar la salud de su estado físico y sobre todo, de disfrutar de lo hermoso de vivir. Esto porque la vida de cada ser humano queda *marcada* y debe ajustarse a las circunstancias y situaciones que el vivir conduce a enfrentar; circunstancias y situaciones antes las cuales se debe reaccionar y tomar decisiones.

Pero entender lo que es vivir se hace difícil porque la más clara cualidad de la vida es que es intrincadamente compleja. Muchas personas ante lo evidente de lo anterior, asumen posiciones muy ligeras. Esto, aunque no con mucha frecuencia, ocurre en el ambiente académico y en contextos relacionados.

En ese editorial se dio un ejemplo que se contextualizaba a esta reflexión. En esta oportunidad expondremos otro caso, el de un profesor universitario que vivió una situación la cual se puede considerar grave ya que condicionó su vida futura.

El referido docente tuvo un accidente en su hogar cuando al subir la escalera que permite ir a la planta alta de su casa, al doblar hacia los escalones de la parte superior de la escalera, trastabilló y quedó tendido a lo largo en los escalones. Al tratar de incorporase girando hacia su derecha, cayó de espalda sobre los escalones de la parte inferior una altura aproximada a dos metros, golpeándose fuertemente la espalda, el cuello y la cabeza produciéndose en su cuero cabelludo una herida por la que fluyó una alarmante gran cantidad de sangre. Esta caída fue tan grave que pudo haberle ocasionado la muerte inmediata. Afortunadamente en ese momento en su casa se encontraban su esposa y sus hijos quienes luego de aplicarle primeros auxilios, lo llevaron a una reconocida clínica en la zona del municipio Naguanagua, donde le practicaron una tomografía craneal, y le tomaron radiografías en la región pectoral y cervical. Estos exámenes revelaron que aparentemente no había sufrido lesiones que lamentar. Aun así, por un poco más de dos semanas tuvo problemas de visión, para articular palabras, para controlar movimientos de la mano derecha y sumamente adolorido a nivel de tórax que le impedía moverse con facilidad o inconvenientes para levantarse de la cama o de una silla. Luego de estas dos semanas y algunos días, mejoró considerablemente retomando sus actividades normales y realizando las acostumbradas caminatas diarias que solía hacer como actividad deportiva y recreativa.

El tiempo siguió transcurriendo y su actitud daba entender que había dejado de preocuparse por el accidente sufrido. Esto fue un error porque también dejó de lado la atención y chequeos médicos. Mes y medio después de la caída, cuando en su casa había una reunión familiar matutina, volvió a tener problemas de visión, dificultad en la articulación de palabras, descontrol en el movimiento de la mano derecha y al tratar de ponerse de pie y trasladarse a otro sitio de la casa perdía la verticalidad y para que no se cayera había que sostenerlo, así como ayudarlo para ir a otro sitio del hogar. Entre los visitantes se encontraba una Médico Psiquiatra quien ante lo anormal de la situación evidenciada por el profesor, procedió hacerle una prueba: Luego, al realizarle ciertas preguntas que ameritaban respuestas construidas con amplitud de contenido, él se limitaba a dar respuestas básicas; a la solicitud de dibujar un cubo no pudo lograrlo y a la solicitud de dibujar un reloj indicando una hora determinada tampoco pudo hacerlo; entonces la psiquiatra se atrevió a manifestar que posiblemente tendría un trauma a nivel de la cabeza. Se procedió a llamar a una sobrina del profesor que es Médico Internista para que lo observara y diera su opinión; esta manifestó que probablemente la psiquiatra tenía razón y que había que llevarlo rápidamente a una clínica para que le hicieran los exámenes correspondientes.

Al llevarlo a la misma clínica de la vez anterior, le practicaron nuevamente una tomografía craneal. En esta oportunidad, esta reveló que el profesor presentaba un *hematoma subdural*, que consiste en que las pequeñas venas que están entre la superficie del cerebro y su cubierta externa (la duramadre) se estiran y se rompen, rompimientos que pueden pasar desapercibidos por varios días a semanas, permitiendo que la sangre se acumule; este hematoma subdural se puede describir más fácilmente como un derrame sanguíneo cerebral mediante el cual se acumula sangre entre la parte interior del cráneo y el cerebro, pero en el caso de este profesor estaba muy avanzado, era casi total. Se llamó a un Médico Neurocirujano quien al observar la tomografía, temió por la vida del docente ya que de seguir avanzando el derrame en poco tiempo aprisionaría más el cerebro hasta que se produjera un desenlace fatal. Recomendó operarlo urgentemente, a lo cual se procedió de inmediato.

Se le salvó la vida al docente universitario. Después de la operación, tardó más de cuatro meses en recuperarse aceptablemente aunque por un tiempo, posterior a la operación, presentó problemas de visión pero ya pudo articular mejor las palabras, controlar los movimientos de la mano derecha y mejoraba día a día el mantenerse de pie y caminar.

También procedió a chequearse mensualmente con el Médico Neurocirujano que lo operó y a realizarse tomografías periódicamente para monitorear que el problema del derrame se había superado. Tomaba los medicamentos que le habían recetado y así poco a poco su estado físico mejoró, aunque posteriormente se incrementó la falta de sensibilidad en los dedos de ambas manos y comenzaron a agudizarse sus problemas con las articulaciones de las rodillas y de los tobillos de ambas piernas, lo que le impide actualmente permanecer sentado por mucho tiempo.

Por otro lado, cuando se jubiló de la universidad donde laboraba, continuó relacionado con esa casa de estudio trabajando a nivel de postgrado pero este periodo coincidió con el incremento de las dificultades en el orden económico y de seguridad que afectaban a las universidades nacionales y a la sociedad en general. Los cursos de postgrado se realizaban los días sábados; al principio todo marchaba bien pero llegó un momento en que el profesor se quedó sin vehículo y por carecer de recursos, imposibilitado para repararlo. El gasto en taxi era demasiado alto y además el número de unidades que prestaban este servicio en la zona era escaso o nulo. En el recinto académico faltaba el servicio médico para el auxilio ante cualquier emergencia que se presentara durante la actividad y para más, en la universidad comenzó fallar el servicio de seguridad hasta su carencia total, llevando este ambiente a estar azotado constantemente por la actividad delictiva. Todo esto unido a que mentalmente el docente se sentía inseguro ante la posibilidad de morir en cualquier momento de sucederse un accidente similar al sufrido y considerando que era peligroso exponerse a estas condiciones, decidió no continuar en este desempeño.

Aquí vemos que tras la caída y la posterior operación, el docente *dejó de disfrutar plenamente la vida*, y aunque las razones que asuma pueden ser válidas, esto no debió suceder: debió ser cuidadoso al subir la escalera, pero si se cayó debió chequearse con frecuencia porque aunque de todas maneras hubiese tenido que operarse, esta no se hubiera hecho en un momento crítico para la vida del docente. Lo evidente es que el profesor estuvo a punto de fallecer en dos momentos cercanos de su vida y la inseguridad que se le produjo es consecuencia directa de las reacciones y decisiones, conscientes o inconscientes, que tomó durante todo estos acontecimientos referidos.

Reflexiones

"A veces podemos pasarnos años sin vivir en absoluto, y de pronto toda nuestra vida se concentra en un solo instante".

OSCAR WILDE (1854-1900)

Escritor, poeta y dramaturgo de origen irlandés. Considerado uno de los dramaturgos más destacados del Londres victoriano tardío; fue una celebridad de su época debido a su gran y aguzado ingenio.

Los Grandes Matemáticos

Willebrord van Royen Snell
(1580 – 1626)

Nació en 13 de junio de 1580 y falleció el 30 de octubre de 1626; ambos momentos en en Leiden, Países Bajos.
Fue un matemático holandés conocido por la Ley de Refracción, base de la óptica geométrica moderna; pero esto sólo se le reconoce cuando después de su muerte, Huygens la publicó.

Willebrord Snell aparece citado como *Snel* o *Snel van Royen*. También comúnmente lo citan como *Willebrordus Snellius*, que es la versión en latín de Willebrord Snell, siendo esta última forma la que él utilizaba para señalar la autoría de sus publicaciones. Su padre fue Rudolph Snell (1546-1613), profesor de matemáticas en Leiden, y su madre fue Machteld Cornelisdochter, proveniente de una importante familia de Oudewater. Willebrord, el mayor de los tres hijos de sus padres, fue nombrado así en honor a su abuelo paterno. Sus dos hermanos menores fueron Jacobo (quien murió en 1599 a los 16 años) y Hendrik (quien murió siendo un infante). Sobre la fecha de nacimiento de Willebrord, algunas biografías señalan el año 1591 pero esto es simplemente un error copiado de una biografía antigua. Otros dan el año 1580 o 1581, pero afirman que el día y mes son desconocidos. De hecho no existe ningún registro de su nacimiento, pero la fecha citada en esta reseña biográfica se deduce con un grado razonable de certeza por una carta que su padre escribió en el cumpleaños de su hijo.

Rudolph Snell (1546-1613), aunque fue nombrado profesor extraordinario de matemáticas en la Universidad de Leiden en 1581, era un destacado erudito pero no tenía gran habilidad matemática. Su enseñanza se basaba principalmente en las obras de Peter Ramus, aunque las autoridades universitarias trataron de persuadirlo que enseñara más sobre Euclides y menos sobre Ramus. Él había enseñado griego, latín, hebreo y temas de humanidades en una escuela secundaria a comienzos de su carrera y había estudiado medicina y las obras de Aristóteles. Además de su trabajo en la universidad, Rudolph montó su propia escuela privada y, en su casa cerca de la universidad, él trabajó con un gran número de estudiantes. Es en esta casa, llena de estudiantes, fue donde creció Willebrord. Su educación comenzó con su padre enseñándole latín, griego y filosofía. No tenía escolaridad antes de entrar a la universidad pero desde que su padre montó la escuela esto no fue necesario. Rudolph le hubiera gustado que su hijo estudiara derecho en la universidad pero Willebrord estaba dispuesto a estudiar matemáticas, y utilizando su propia casa para la actividad, se convirtió en alumno particular de Ludolph Van Ceulen. Para el año 1600, Snell estudiaba derecho y enseñaba matemáticas en la universidad en los días cuando el profesor faltaba.

A partir del año 1600, comenzó a viajar por varios países europeos, sobre todo para disertar sobre Astronomía. Él visitó a Adriaan van Roomen en Wurzburgo, donde fue profesor de medicina y "Matemático al Capítulo". Después de pasar algún tiempo en Wurzburgo, los dos matemáticos fueron a Praga donde Snell fue presentado a Tycho Brahe por van Roomen. Varios años antes, el padre de Snell había hecho arreglos para que él se educara en Praga en un intercambio con el hijo de Brahe quien se había educado en Leiden, pero el acuerdo nunca fue puesto en práctica. Snell permaneció algún tiempo con Brahe ayudándole a hacer observaciones y claramente aprendió mucho durante esta visita. Sin embargo, la valiosa experiencia llegó a su fin en octubre de 1601 cuando Brahe murió. Durante esta visita también conoció a Johannes Kepler quien en aquel tiempo era ayudante de Brahe. Snell, aún en compañía de van Roomen, continuó visitando a matemáticos en varias ciudades alemanas como Joannes Praetorius en Altdorf, Michael Mästlin en Tübingen, y Wilhelm Hatzfeld y Christophorus Vulteius en Hersfeld. Él regresó a casa de su padre en Leiden en la primavera de 1602 y comenzaron a preparar manuscritos para su publicación. En 1603 viajó a París donde continuó sus estudios de derecho pero también tuvo muchos contactos con matemáticos. Después de esta visita, dejó de estudiar derecho y pasó la mayor parte del resto de su vida en su ciudad natal de Leiden.

Aunque Snell no tenía ningún cargo oficial en la Universidad de Leiden, en este tiempo él comenzó a enseñar allí para ayudar a su padre, cuya salud estaba empezando a desmejorar. Desde hacía varios años los dos formaron un buen equipo de enseñanza de la matemática en Leiden. Poco a poco, el cargo de Snell en Leiden fue haciéndose oficial. En 1609 se le designó para que enseñara desde las 8:00 de la mañana cada sábado. En julio del año siguiente también le asignaron horas de enseñanza diariamente en las tardes y para 1612 él recibía un pago adicional por su trabajo.

En esta etapa le prometieron la Jefatura de la Cátedra de Matemáticas para cuando su padre se retirara y Snell aprovechó la oportunidad creada, al tener una carga horaria baja, para publicar las traducciones, comentarios y ediciones de varios trabajos. Éstos incluyeron comentarios y ediciones de las obras de Ramus, así como las traducciones de las obras de Stevin y Van Ceulen. Era evidente que tanto Snell como su padre, eran buenos conocedores de los trabajos de Ramus. Esto fue sin duda debido a la influencia de su padre como se lee en una carta que Snell escribió a su padre en 1607 (léase referencia [3]):

> *Porque me has estimulado desde mi juventud para aplicarme verdaderamente y plenamente aprovechar mi beca y me estimulaste cuando dudé, nada era más importante para mí que examinar más atentamente la exactitud, claridad y brevedad en las pruebas de los antiguos por medio de tus preceptos, como reglas y normas, porque tu Apolo [Ramus] resueltamente instó a hacerlo así en su "Prooemium Mathematicum".*

Otros aportes importantes que hizo en estos tiempos, que le permitió demostrar tener más y mejores habilidades matemáticas que su padre, fue el involucrarse en la restauración de los libros de Apolonio sobre lugares geométricos en el plano que se habían perdido pero un resumen de su contenido había sido preservado por Pappus. Publicó dos de estos en griego bajo el título que puede ser traducido como *The Revived Geometry of Cutting off of a Ratio and Cutting off of an Area* (La geometría revivida de intersectar un radio y la intersección fuera de un área) (1607). También publicó Apollonius Batavus (1608) que contiene una reconstrucción de un tercer trabajo de Apolonio. Otros trabajos de Apolonio que Snell produjo en aquel tiempo nunca los publicó y se perdieron.

Snell recibió el grado de Magister en Artes en Leiden el 12 de julio de 1608 después de defender su tesis sobre artes libres: gramática, retórica, lógica, aritmética, geometría, álgebra/análisis, física, óptica, astronomía, geografía, gnomónica, estática y ética. Se casó con Maria de Langhe, hija de Janneke Symons y Laurens Adriaens de Langhe, burgomaestre de Schoonhoven, en agosto de 1608. La pareja tuvo al menos siete niños (ya que parece poco probable la afirmación que se hizo en su discurso fúnebre en cuanto a que hayan tenido 18 hijos), de los que sólo tres de los cuales sobrevivieron hasta la edad adulta. El 8 de febrero de 1613 él sustituyó a su padre como profesor de matemáticas en la Universidad de Leiden. El arreglo fue que él debía asumir el control de los deberes de enseñanza de este ya que su padre estaba demasiado enfermo para continuar, pero el hecho es que su padre se recuperó y él tuvo que abandonar esta tarea. Poco tiempo después, Rudolph, su padre, murió; Snell fue requerido para seguir su enseñanza pero exigió un adecuado reconocimiento de la Universidad de Leiden. Él recibió un mayor sueldo en febrero de 1614 pero todavía este representaba entre un tercio y la mitad del salario que recibían los otros profesores. En febrero de 1615 fue nombrado Profesor Tiempo Completo de Matemática pero no le aumentaron el sueldo. Recibió lentamente los aumentos pero sólo hasta 1618 él recibió lo que consideró la remuneración adecuada para su cargo.

En 1626, a la edad de 46 años, Snell murió de un cólico que le causó fiebre y parálisis de brazos y piernas. Padeció esta enfermedad durante dos semanas (leer referencia [3]):

> *Cuando Snell cayó enfermo, los médicos... fueron consultados, pero no pudieron evitar el deterioro de su estado de salud. En la tarde del 30 de octubre, [los médicos] fueron a visitar a Snell para ver los efectos de una nueva medicina. Esta no había ayudado del todo y después de darle un supositorio para lograr algún alivio, se marcharon. Snell cenó con su esposa. Como no era capaz de caminar por sí solo, sus siervos lo ayudaron a levantarse. Entonces de repente perdió el conocimiento y murió, a los 46 años de edad. Fue sepultado el 4 de noviembre en el Pieterskerk de Leiden. Veinte estudiantes llevaron su ataúd.*

Señalando brevemente las contribuciones que él hizo después de ser nombrado como profesor de Leiden, en 1617 se publicó *Eratosthenes Batavus*, que contiene sus métodos para medir la tierra. Propuso el método de triangulación, siendo esta obra el fundamento inicial de la geodesia. Bowie escribe en la referencia [6]:

> *Willebrord Snell... hizo un gran avance sobre los métodos utilizados por sus predecesores introduciendo métodos trigonométricos en la medición de distancias en todo el país. Realmente fue el autor de la triangulación, que ahora es el método universalmente empleado en agrimensura y cartografía de áreas grandes. Publicó un libro en Leiden describiendo su trabajo en 1617. En la observación de los ángulos de los triángulos de su arco utilizó un cuadrante de un círculo de unos dos pies de radio. Esto fue graduado a dos minutos y las lecturas se estimaron en pocos minutos.*

En este trabajo Snell intentó medir la circunferencia de la tierra y así requirió un número considerable de medidas. Para hacerlas tenía que hacer numerosos viajes por todo lo ancho de los Países Bajos pero dejar su familia en Leiden no era de su agrado. Por ello, utilizó como base la distancia entre su casa y la torre de la iglesia local, entonces construyó un sistema de triángulos que le permitió determinar la distancia entre las ciudades de Alkmaar y Bergen-op-Zoom, las cuales estaban a unos 130 km. Eligió estos pueblos ya que estaban aproximadamente en el mismo meridiano (datos modernos dan Alkmaar 4° 45' 0" Este y Bergen-op-Zoom 4° 18' 0" Este).

Sus medidas fueron sorprendentemente precisas lo que le permitió deducir un buen valor para el radio de la Tierra. Dedicó el Eratosthenes Batavus a los Estados Generales lo que fue un buen movimiento para recibir un sustancioso beneficio financiero ya que a cambio le otorgaron una suma que ascendía en aquel momento, a casi la mitad de su salario anual.

Durante toda su carrera Snell se interesó en astronomía y publicó varios trabajos sobre el tema, pero no todos incluían datos de sus propias observaciones. Por ejemplo su *Observationes Hassiacae* (1618) fue un trabajo que escribió usando los datos de las observaciones de otros astrónomos como Tycho Brahe y Joost Bürgi, mientras que *Descriptio Cometae* (1619) contiene sus propias observaciones del cometa que apareció en Noviembre de 1618. En este último trabajo Snell criticó fuertemente a Aristóteles y recalcó como perjudicial para el desarrollo de la ciencia continuar tratando sus opiniones con reverencia. Por supuesto, al hacerlo Snell estaba siguiendo las enseñanzas de Ramus y de su propio padre.

A pesar de su ataque a Aristóteles, Snell no aceptó el sistema heliocéntrico de Copérnico porque cría firmemente en un sistema centrado en la tierra.

Snell también mejoró el método clásico de calcular valores aproximados de π por polígonos lo cual publicó en *Cyclometricus* (1621). Usando su método de polígonos de 96 lados da correctamente 7 lugares decimales de π mientras que el método clásico producía sólo 2 lugares. 35 lugares se pudieron encontrar con los polígonos de van Ceulen de 230 lados en lugar de 262. De hecho los 35 lugares decimales de Van Ceulen para π aparece impreso por primera vez en este libro de Snell.

Aunque descubrió la ley de refracción ahora conocida como "Ley de Snell" en 1621, la base de la moderna óptica geométrica, no la publicó y solo para 1703 llega a conocerse cuando Christiaan Huygens publicó el resultado de Snell en *Dioptrica*. Hay un manuscrito de Snell, que es un esbozo de un tratado que pretende escribir sobre óptica. Está ahora en la biblioteca de la Universidad de Amsterdam y conocido como el "Manuscrito de Amsterdam". Klaus Hentschel en la referencia [10] intenta construir el camino que condujo a Snell a descubrir la ley de Snell:

> *Debido a su trabajo de geodésica en el que fue pionero en el método de triangulación, Snell tenía ya experiencia considerable con funciones trigonométricas; indicativo de ello son las dos alusiones a geodésicas en el manuscrito de Amsterdam, uno de ellos directamente antes de la ley de la refracción... Otras observaciones en el manuscrito revelan que Snell estudió la literatura existente sobre óptica, particularmente sobre refracción; varios pasajes en el manuscrito son similares en formulación y secuencia a otros tratados, como se muestra en sus notas marginales y ocasionales referencias a otros textos intercalados en todo el manuscrito. Snell mostró especial interés en Ibn al-Haytham's experimentum elegans... Buscó una descripción geométrica de refractario... Esta búsqueda lo llevó a encontrar la ley de la refracción en la forma secante...*

Snell estudió el loxodromo, la ruta en la esfera que hace un ángulo constante con los meridianos. Esto aparece en *Tiphys batavus* publicado en 1624, una obra en la que estudió navegación. La obra fue presentada en dos partes, una pieza teórica de matemáticas, la otra dedicada a aplicaciones prácticas.

Vollgraff pone a Snell en su contexto histórico (leer referencia [16]):

> *Willebrord Snellius... es un ejemplo claro del hombre de principios del siglo XVII. No existe en su mente abrumador deseo de romper con el pasado. Él no considera que sus propios pensamientos lo conviertan en un opositor ni en un admirador ciego, sino en un discípulo inteligente y crítico. Como su padre Rudolph, ciertamente, era un seguidor de Ramus, quien era, especialmente en su juventud, un fuerte opositor a Aristóteles o a los profesores de París quienes enseñaban Lógica Aristotélica; pero no hay evidencia de haber tenido muchos problemas con la lógica, por lo que en ninguna parte se muestra su animosidad contra Aristóteles. Y Ramus [y Brahe] toman la tierra como centro del universo. En sus notas sobre óptica indiscriminadamente cita a Platón, a Aristóteles, a Cicerón, a Lucrecio, etcetera. En los trabajos de Snellius vemos física moderna procede como continuidad de la antigua física.*

Referencias.-

1. D J Struik, Biography in *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).

Libros:

2. N D Haasbroek, *Gemma Frisius, Tycho Brahe and Snellius, and their Triangulations* (Delft, 1968).
3. L C de Wreede, *Willebrord Snellius (1580-1626) : a Humanist Reshaping the Mathematical Sciences* (Doctoral Thesis, University of Utrecht, 2007).

Artículos:

4. L Beek, Willibrord Snellius, in *Dutch Pioneers of Science* (1985), 32-39.
5. F Beukers and W Reinboud, A quick sketch of Snell, *Nieuw Arch. Wiskd.* (5) **3** (1) (2002), 60-63.
6. W Bowie, Notable Progress in Surveying Instruments, *The Scientific Monthly* **29** (5) (1929), 402-406.
7. L C de Wreede, Snellius, Willebrordus (1581?-1626), in *W van Bunge, H Krop, B Leeuwenburgh, H van Ruler, P Schuurman and M Wielema (eds.), Dictionary of Seventeenth and Eighteenth-Century Dutch Philosophers* **2** (Thoemmes Press, Bristol, 2003), 373-377.
8. L C de Wreede, Willebrord Snellius: A Humanist Mathematician, in R Schnur and P Galland-Hallyn (eds.), *Acta Conventus Neo-Latini Bonnensis Proceedings of the Twelfth International Congress of Neo-Latin Studies, Bonn 3-9 August 2003* (Tempe, Arizona, 2006), 277-286.
9. F Hallyn, Kepler, Snell and the law of refraction (Dutch), *Med. Konink. Acad. Wetensch. Belgie* **56** (2) (1994), 119-134.
10. K Hentschel, Das Brechungsgesetz in der Fassung von Snellius. Rekonstruktion seines Entdeckungspfades und eine Übersetzung seines lateinischen Manuskriptes sowie ergänzender Dokumente, *Arch. Hist. Exact Sci.* **55** (4) (2001), 297-344.
11. D Huylebrouck, [Willebrord] Snellius's [1580-1626] memorial stone, *Math. Intelligencer* **17** (4) (1995), 58-59.
12. W B Joyce and A Joyce, Descartes, Newton, and Snell's law, *J. Opt. Soc. Amer.* **66** (1) (1976), 1-8.
13. K van Berkel, A note on Rudolf Snellius and the early history of mathematics in Leiden, in *Mathematics from manuscript to print, 1300-1600, Oxford, 1984* (Oxford Univ. Press, New York, 1988), 156-161.
14. P van Geer, Notice sur la vie et les travaux de Willebrord Snellius, *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles* **18** (1883), 453-468.
15. R Vermij, Mathematics at Leiden: Stevin, Snellius, Scaliger, in *Der 'mathematicus' : Zur Entwicklung und Bedeutung einer neuen Berufsgruppe in der Zeit Gerhard Mercators, Schloss Krickenbeck, 1995* (Univ. verl. Brockmeyer, Bochum, 1996), 75-92.
16. J A Vollgraff, Snellius' Notes on the Reflection and Refraction of Rays, *Osiris* **1** (1936), 718-725.
17. C De Waard, Willebrord Snell, *Nieuw Nederlandsch biographisch woordenboek* **7** (Leiden, 1927), 1155-1163.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Willebrord_Snell" (Noviembre 2010).
FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Snell.html].

Willebrord van Royen Snell

MODELO ENDOCRÍTICO

APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO. (Parte IV).
CAPÍTULO III. CONTEXTO METODOLÓGICO.

Por: Dr. PEDRO ANGULO LANDAETA
(pjoseangulo@yahoo.com)

Tomado de:

Modelo Endocrítico. Aproximaciones teórico-metodológicos del pensamiento matemático. Capítulo III. Contexto metodológico. Pp. 34-39. Tesis Doctoral. Universidad de Carabobo. Valencia, junio de 2012.

Índice:

Capítulo III: Contexto Metodológico.
Tipo y Diseño de Investigación.
Etapas de la Investigación:
Etapa 1: Referida a la elaboración del Proyecto.
Etapa 2: Referida a la Construcción del Modelo.
Etapa 3: Referida a la Prueba de Contrastación.
Etapa 4: Referida a la Presentación Final.

CAPÍTULO III:
CONTEXTO METODOLÓGICO.

Tipo y Diseño de la Investigación

El tipo de investigación fue un estudio mixto sustentado por una metodología centrada en el racionalismo crítico con adaptaciones de coordenadas teóricas basadas en posiciones filosóficas del Existencialismo, cuyo abordaje contempló tres (3) pasos metódicos: 1) el problema; 2) intento de solución; y, 3) contrastación. La trayectoria del discurrir metodológico se inicia en la ubicación y determinación puntual de expectativa(s) no alcanzada(s) o no lograda(s) en el contexto educativo sujeto a intereses sensibles (***problema***), con lo cual se propuso una solución viable en correspondencia al esquema hipotético deductivo "Modelo Endocrítico" y vinculado con el campo de competencia del investigador (***intento de solución***).

Posteriormente, se sometió a exigentes test de contrastación con el fin de convertir al investigador en su principal crítico, única lógica de evolución del conocimiento científico, Popper (1997). Además, dicha metodología se enfocó en un diseño crítico-hermenéutico, caracterizado en dos momentos: gnoseológico y epistemológico. ¿Por qué el estudio fue mixto? La investigación tipifico un enfoque mixto, porque complementó y cruzó hallazgos desde dos posiciones de estudios diferentes, tales como: documental-campo y cuantitativo-cualitativo.

La acción indagatoria documental-campo aludió a la construcción del soporte teórico bajo el esquema hipotético deductivo de conjeturas, las cuales se sometieron a pruebas mediante la realización de un ensayo empírico-experimental para contrastar teoría y práctica. En lo tocante al aspecto cuantitativo-cualitativo, se reportó la acción singularizada en el ensayo empírico-experimental, el cual asumió dos fases de interpretación sobre una muestra seleccionada: tratamiento estadístico paramétrico y un análisis de enfoque cualitativo.

¿Por qué el diseño en esta investigación tuvo connotación de crítico-hermenéutico? El diseño crítico-hermenéutico consistió en la actitud asumida por el investigador frente a la construcción de conjeturas y frente a las interpretaciones de los datos observados en la experiencia empírica del estudio local. Esta actitud, se razonó de forma abierta y sujeta a cuestionamientos tanto teóricos como prácticos a lo largo de todo el proceso. Por lo tanto, el enfoque crítico consistió en convertir al investigador en su principal cuestionador; por ello, el estudio sometió a prueba el cuerpo de conjeturas (que se registraron en un documento denominado Modelo Endocrítico) en la experiencia empírica de un trabajo escolar para contrastar las posturas teóricas a la luz de las observaciones apreciadas en los hechos educativos ensayados.

Además, se conviene que la Gnoseología es una posición filosófica a través del cual el sujeto aborda al conocimiento desde la convicción de sus creencias para hacer de ellas argumentos de juicios en el marco de una racionalidad de sentidos existenciales; es decir, se comienza con un acto de fe basado en la creencia de cómo se comprendieron las cosas, posteriormente se atiende a su valor suspendiendo sus atributos y propiedades para examinar profundamente la información registrada en el acto de fe y con ello convertirla en una razón de referencia sustentada por postulados sistémicos de ciencia organizada, ***es reflexionar sobre lo que se cree***.

Y, la Epistemología atiende los asuntos de interés desde las proposiciones y métodos del seno de las ciencias para examinar y transformar un aspecto gnoseológico en referencia científica; de allí que, el investigador propone dos momentos. El gnoseológico caracterizado como una tarea reflexivo-sistémico-deductivo y se implementó en el curso documental de la investigación y el epistemológico que tuvo el tino de hermenéutico-dialéctico-empírico cuya ejecución se llevó a cabo en el desenlace del estudio local con sus instrumentos, procedimientos y validaciones.

Es de hacer notar que, el estudio local se sometió a detallados test cualitativos (observación participante y entrevista en profundidad) entre el cuerpo de conjeturas del Modelo Endocrítico y los hechos observados durante el período de análisis que se contempló como problema sensible del cuestionamiento en el rendimiento estudiantil de los contenidos: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier (serie y transformada) de la asignatura Transformadas Integrales, ubicado y situado en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada (UNEFA), núcleo Tinaquillo, V semestre de Ingeniería de Telecomunicaciones, período 1-2010.

Básicamente, la expectativa debatida fue el bajo rendimiento de la asignatura Transformadas Integrales, porque el rasgo cognitivo en los estudiantes se examinó al margen de las dudas de los profesores que imparten dicha asignatura, las cuales sostenían que los estudiantes no tenían dominio adecuado y ello influía en futuros desempeños (teoría de sistema/señales, redes, comunicación digital, entre otros); además, dicho juicio se corroboró con informaciones registradas en el período 2-2009 y suministradas por el departamento de evaluación, ello dieron cuenta de: 1) bajo rendimiento; 2) alto índice de repitencia; 3) alto índice de deserción; y, 4) marcado movimiento de cambio de carrera. Es por eso que, el hilo conductor del estudio local se orientó en: *determinar las proyecciones de los estudiantes al término de una práctica-teorizada educativa conforme a los postulados del Modelo Endocrítico.*

El estudio local (2.1) se basó en elaborar una práctica-teorizada en virtud de las conjeturas del Modelo Endocrítico que se supone resultó una experiencia dinámica, flexible y dialéctica, muy adaptada al campo socioeducativo en cuestión. Consecuentemente, se concibió un programa de acción alternativo fundamentado en tres (3) etapas: 2.1.1) planeación; 2.1.2) diseño; y 2.1.3) experimentación. La planeación consistió en un espacio de apertura con visión global para crear un marco teórico capaz de explicar y predecir los pormenores de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje en los contenidos: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier.

El diseño constituyó la obra didáctica basada en selección, despersonalización y descontextualización de los contenidos matemáticos con el fin de convertirlo en objetos de aprendizajes para el dominio cognitivo de los estudiantes; así mismo, se programó unas secuencias de eventos y acciones educativas con el objeto de renovar prácticas socioeducativas convencionales, su ejecución tuvo cuatro (4) roles: 2.1.2.1) epistemología; 2.1.2.2) cognición; 2.1.2.3) didáctica; y, 2.1.2.4) social. En este sentido, el siguiente esquema ilustra el discurrir metodológico del proceso indagatorio,

1. **Problema**
2. **Intento de solución** (momento gnoseológico – Modelo Endocrítico)
   - 2.1. Estudio local (momento epistemológico – Ensayo empírico)
     - 2.1.1. Planeación
     - 2.1.2. Diseño (elaboración del programa educativo en virtud al modelo)
       - 2.1.2.1. Epistemología
       - 2.1.2.2. Cognición
       - 2.1.2.3. Didáctica
       - 2.1.2.4. Social
     - 2.1.3. Experimentación
3. **Contrastación**

El estudio está ubicado en la línea de investigación: Epistemología en Educación Matemática del programa Doctorado en Educación de la Universidad de Carabobo, ya que la sistematización del trabajo científico es el de proponer constructos teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar sobre la base del sentido crítico que pretenderá contrastar las postulaciones del Modelo Endocrítico con respectos a los hechos educativos experimentados en el estudio local.

La actividad indagatoria no pretendió crear políticas educativas a nivel macro, más bien, estuvo orientada a desarrollar la actitud crítica del docente investigador frente a los elementos innovadores propuestos en la tesis del Modelo Endocrítico para constatar con la praxis los asuntos atendidos; y con ello, permitir sensibilizar un espacio de reflexión de interés a la Educación Matemática.

Etapas de la Investigación

La planificación en acciones puntuales y concretas de la investigación quedó discriminada bajo la tipología de etapas, cuya distribución en asignaciones y duración se presentan a continuación:

Etapa 1

Referida a la elaboración del proyecto de Tesis Doctoral

Durante este período se elaboró un reporte escrito para dar a conocer ante la comisión del programa Doctorado en Educación de la Universidad de Carabobo, el problema de investigación, los objetivos, justificación, marco teórico y metodológico.

Fecha de entrega: marzo de 2010.

Etapa 2

Referida a la construcción del Modelo Endocrítico

En esta fase el estudio se realizó una revisión longitudinal de la evolución y tendencia del constructo Educación Matemática desde 1957 hasta el presente, con el objeto de examinar necesidades y requisitos de las expectativas educativas en las tramas socio-culturales. Estas referencias permitieron al investigador reflexionar profundamente sobre argumentos teórico-metodológicos que articularon el tejido de supuestos científicos del Modelo Endocrítico. La forma física del modelo teórico-didáctico se consolidó en un documento escrito a lo largo del proceso indagatorio.

Fecha: agosto de 2010 y permanentemente ajustado durante el proceso indagatorio.

Etapa 3

Referida a la prueba de contrastación del Modelo Endocrítico

La prueba de contrastación es entendida en este estudio como una situación de refutabilidad entre las teorías del Modelo Endocrítico y los hechos empíricos observados en el estudio local, las cuales demarcaron posiciones de compresión en las interpretaciones de los hallazgos. Esas posiciones se caracterizó en los siguientes términos: 1) considerar aceptada la(s) conjetura(s) en la dirección correcta de una práctica educativa teorizada, pero se debe continuar examinándola en otras dimensiones de análisis; o, 2) refutar la conjetura y replantear facultades críticas en el esquema hipotético-deductivo del Modelo Endocrítico. Al respecto Popper (1997) sostiene que la única lógica de evolución del conocimiento científico es la crítica perenne en el método de ensayo y error, adaptando conjeturas o refutándolas.

Fecha: noviembre de 2010

Etapa 4

Referida a la presentación del documento final ***Tesis Doctoral***

Corresponde a la presentación de la redacción final del documento Tesis Doctoral ante la Comisión Evaluadora.

Fecha: febrero de 2012.

REFERENCIA.-

- POPPER, K. (1997). **El mito del marco común**. En defensa de la ciencia y la racionalidad. Barcelona, España: Editorial Paidós.

Continuará en el próximo número…

RACIONALIDAD CONCEPTUAL EXISTENTE ENTRE LA GEOMETRÍA FRACTAL Y LA GEOMETRÍA HIPERBÓLICA. (Parte VIII y última)

Línea de investigación: Epistemología de la Educación Matemática

Por: Dr. AHMAD OSMAN C.
(ahmadosman@gmail.com)

Tomado de:

Racionalidad conceptual existente entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica. Capítulo VII. Conclusiones y Recomendaciones. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Febrero 2014.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Con la pretensión de dar respuesta al objetivo general y por ende a los objetivos específicos, en este capítulo expresaremos de manera sintetizada las observaciones y resultados más contundentes arrojados por esta investigación.

En cuanto al objetivo general descrito como "Analizar el enlace conceptual existente entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica", se obtuvo un desarrollo bastante exhaustivo que vislumbró, no la existencia de un enlace, sino la existencia de una red conceptual energética de tipo compleja que posee características esenciales propias de los sistemas dinámicos.

Del desarrollo del primer objetivo ubicado en el capítulo 2 y descrito como " Indagar sobre el estado del arte de los cambios de concepción geométrica a través de la historia", se observó el prominente dinamismo del pensamiento geométrico, de donde de manera simultánea emergieron las direcciones de búsqueda para lograr vislumbrar los conceptos fundamentales de los modelos geométricos fractal e hiperbólico trazados por los objetivos descritos como "Identificar algunos de los conceptos fundamentales de la Geometría Fractal" e "Identificar algunos de los conceptos fundamentales de la Geometría Hiperbólica".

El objetivo número 4 descrito como "Contrastar los conceptos fundamentales de la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica resaltando algunas de sus relaciones" y el objetivo número 5 descrito como "Contrastar los conceptos fundamentales de la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica describiendo los posibles puntos de enlace", tuvo dos etapas de desarrollo; un primer desarrollo teórico plasmado en el capítulo IV titulado zona de contraste teórico conceptual y un desarrollo fenomenológico plasmado en el capítulo V.

Por último el objetivo 6 descrito como "Formular el o los criterios de enlace obtenidos a través del estudio de los conceptos fundamentales de la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica", fue desarrollado en la etapa de categorización y estructuración plasmado en el capítulo VI y descrito de manera sintetizada en los siguientes párrafos.

A continuación se enumeran de manera más específica y concreta las observaciones más significativas de los resultados o criterios de enlace obtenidos de esta investigación en sintonía con el objetivo general y los objetivos específicos:

1. Existen enlaces múltiples, teóricos y fenomenológicos, entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica.
2. Existes tres conceptos unificadores que cumplen funciones de atractor conceptual. Los conceptos son: Espacio, Tiempo y Transformación.
3. Existen tres espacios independientes en este estudio conceptual, el espacio geométrico en sí mismo, el espacio lingüístico de los conceptos geométricos y el espacio energético correspondiente al fenómeno que desencadena cada individuo en el proceso de construcción de conceptos.
4. Existe un principio de unificación de la dinámica conceptual para los tres espacios independientes, para el espacio geométrico en sí mismo, para la forma escrita de los conceptos geométricos (lingüística), y para el espacio fenomenológico (energía). Es decir, los tres espacios en estudio, el matemático, el lingüístico y el energético estarían supeditados a los principios holograméticos, recursivos y dialógicos duocomplementarios; obviamente esto último implica una dinámica de tipo fractal.
5. Se considera la posible existencia del nuevo concepto geométrico de espacio curvo irregular, producto de la modificación del injerto de curvas fractales en el quinto postulado de Lobachevski.
6. Los conceptos previos del individuo correspondientes a la geometría plana y a la geometría hiperbólica, sufre una transformación energética caótica bajo el efecto de los incentivos caotizantes de tipo fractal.
7. Se demuestra la existencia de vacíos conceptuales y vacíos de contenido en los programas de geometría correspondientes a las instituciones de educación superior en carreras como Licenciatura en Educación Matemática.

Recomendaciones

Luego de esta investigación se recomienda fundamentalmente diseñar una nueva estructura geométrica curricular tanto en educación media como en educación superior, en donde la geometría plana aparezca supeditada a un nuevo modelo geométrico en donde las competencias giren alrededor del estudio de los espacios curvos irregulares. Esto, inevitablemente requiere de impregnar el currículo de geometrías no euclidianas como la geometría fractal, la geometría hiperbólica y la geometría elíptica.

Por último y en otro orden de ideas, se recomienda desarrollar un nuevo modelo geométrico formal que enuncie definiciones y teoremas que se originen del injerto de curvas fractales en el quinto postulado de Lobachevski.

CONSTRUCCIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO DE LÍMITE. (Parte V).

Por: Msc. JAVIER BRIZUELA DÍAZ - javivi83@hotmail.com
FACE - UC

Tomado de:
Construcción de representaciones semióticas para la comprensión del concepto matemático de límite. Parte V. Capítulo IV: Análisis e interpretación de la Información. Pp. 76-132. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación (FACE). Bárbula, Junio 2012.

Índice:

Capítulo IV: Análisis e interpretación de la Información.
Análisis de textos.

CAPÍTULO IV
ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

ANÁLISIS DE TEXTOS

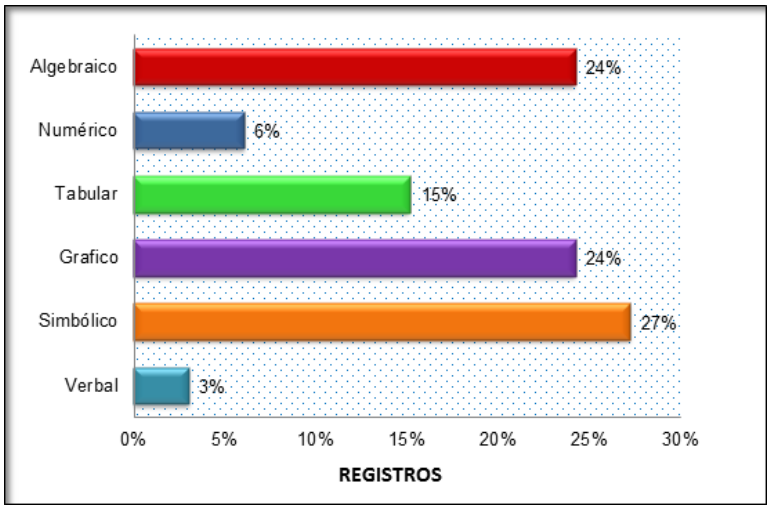
Con el fin de interpretar los procesos de tratamiento y conversión que se requieren para el paso de una representación semiótica del concepto matemático de límite a otra, se considera pertinente revisar los textos guía del curso de cálculo, con el objeto de establecer posibles relaciones entre las representaciones semióticas y la aprehensión del concepto matemático de límite.

Para ello, se realizó en primera instancia un bosquejo general de los diferentes registros de representación semiótica utilizados por los textos objeto de estudio para abordar el concepto de límite, a través de un cuadro de distribución de frecuencia y una gráfica estadística tipo barra, que a continuación se detallan:

Cuadro N° 9: Registros de Representaciones Semióticas del concepto de Límite en los textos del corpus.

Registros / Textos	Verbal	Simbólico	Grafico	Tabular	Numérico	Algebraico
T_1		x	x			
T_2		x	x			x
T_3	x	x	x			x
T_4						x
T_5		x	x	x	x	x
T_6		x				
T_7		x	x	x	x	x
T_8		x	x	x		x
T_9		x	x	x		x
T_{10}		x	x	x		x
Total	1	9	8	5	2	8
%	3%	27%	24%	15%	6%	24%

Gráfico N° 1: Registros de Representaciones Semióticas del concepto de Límite en los textos del corpus.



Fuente: Elaboración del autor (2012).

Se puede evidenciar, que entre el registro semiótico de frecuente uso en los textos de cálculo es el registro Simbólico, es decir, que para abordar el concepto de límite se construye en un 27% mediante expresiones simbólicas sustentadas por las reglas de la lógica formal, significa que los autores de estos textos seleccionados para el estudio utilizan en la definición del concepto la forma métrica empleada por Cauchy (1821) en algunos de los casos ausencia del uso de cuantificadores lógico.

Por otro lado, la mayoría de los textos abordan por lo menos dos registros de representación semiótica que es de suma importancia para el funcionamiento cognitivo que permita a los estudiantes movilizarse de manera congruente entre los registros, sin embargo, en los textos Cuatro (4) y Seis (6) la exhibición de las representaciones semióticas esta conformada por un único registro lo que pareciera una limitante para la comprensión integral del concepto; este tipo de texto se reduce prácticamente a la memorización de un procedimiento para realizar cada operación, dejando de lado la importancia de la congruencia entre las representaciones semióticas lo cual es una posible causa de la aprehensión conceptual de los estudiantes en dicho tema. Es necesario, que tanto los docentes como estudiantes se apoyen en textos que utilicen diversas representaciones semióticas y diferentes registros para que la comprensión del concepto de límite se construya mediante tareas que impliquen la utilización de diferentes sistemas de representación y promuevan la articulación coherente entre representaciones.

En cuanto el análisis del registro verbal, el gráfico N° 1 revela que sólo el 3% de los textos utilizan el lenguaje común para representar situaciones del mundo real mediante el concepto de límite, siendo este tipo de registro de representación semiótica poco utilizado por los autores de los textos, dando mayor importancia o significancia el uso de otros registros.

En cuanto el análisis de los registros algebraicos y gráfico, el cuadro muestra en ambos registros un 24% en la construcción del concepto de límite siendo los más utilizado después del simbólico. Luego aparecen respectivamente con un 15% el estudio del concepto mediante el registro tabular y en un 6% el numérico. Se puede justificar la potencialidad de este concepto de límite representado semióticamente en multiregistros, por lo que es necesario reconocer la importancia de pensar la comprensión, significación y objetivación de los saberes matemáticos a partir del trabajo con diferentes representaciones, no de manera aislada, sino estableciendo principalmente la coordinación entre ellas.

Una vez realizado la distribución de frecuencia en cuanto al uso de los registros de representación semiótica, se presenta a continuación el análisis del corpus seleccionado en esta investigación:

Texto$_1$ (T_1):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Introducción histórica: Parte 1: sesión 1.1: Los dos conceptos básicos del cálculo (diferencial e integral). Sesión1.2: El método de exhaución para el área de un segmento de parábola. Sesión 1.3: Análisis crítico del método de Arquímedes.

Conceptos básicos de la teoría de conjuntos: Parte 2: Sesión 2.1: introducción de la teoría de conjuntos. Sesión 2.2: Notaciones para designar conjuntos. Sesión 2.3: subconjuntos. Sesión 2.4: Reuniones, intersecciones, complementos.

Un conjunto de axiomas para el sistema de números reales: Parte 3: sesión 3.1: introducción. Sesión 3.2: Axioma de cuerpo. Sesión 3.3: Axiomas de orden. Sesión 3.4: números enteros y racionales. Sesión 3.5: Interpretación geométrica de los números reales como puntos de una recta. Sesión 3.6: Cota superior de un conjunto, elemento máximo, extremo superior. Sesión 3.7: La propiedad arquimediana del sistema de los números reales. Sesión 3.8: Raíces de orden superior. Potencias Racionales. Sesión 3.9: Representación de los números reales por medio de decimales.

Inducción matemática, símbolos sumatorios y cuestiones relacionadas: Parte 4. Sesión 4.1: El principio de la inducción matemática. Sesión 4.2: El principio de buena ordenación. Sesión 4.3: El símbolo sumatorio. Sesión 4.4: Valor absoluto y desigualdad triangular.

Los conceptos del cálculo integral: Parte 4. Sesión 4.1: Las ideas básicas de la geometría cartesiana. Funciones. El concepto de área como función de conjunto. Intervalos y conjuntos ordenados. Particiones y funciones escalonadas. Definición de integral para funciones escalonadas. Propiedades de la integral de una función escalonada.

Algunas aplicaciones de la integral: área de una región comprendida entre dos gráficas expresada como una integral. Funciones trigonométricas. Fórmulas de integración para el seno y coseno. Coordenadas polares. Aplicación de la integración al cálculo de volúmenes. La integral como función de límite superior.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 6. Límites.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* se presenta una definición topológica de límite funcional, en términos de entornos que no dependen de una distancia predefinida. El uso de las representaciones semióticas utilizadas para la explicación del concepto son mostradas en los registros simbólico y gráfico. Más adelante muestra una presentación inspirada en la definición de Cauchy (1821), con expresiones como arbitrariamente pequeño o suficientemente próximo a. Luego procede a una definición en términos de ε-δ.

b. *Tipo de definición:* Métrica.

c. *Secuenciación:*

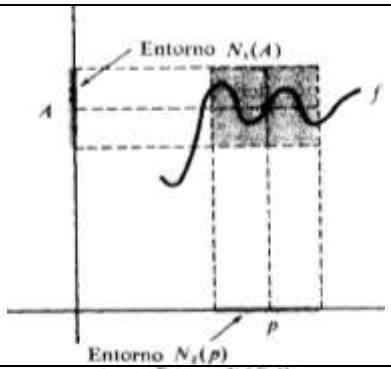
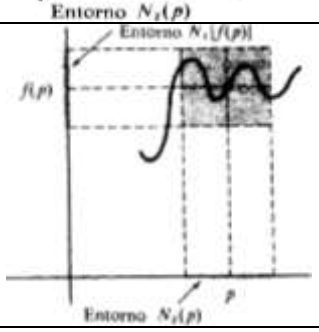
- Definición de límite de una función
- Definición de entorno en un punto
- Definición de continuidad de una función
- Teoremas fundamentales sobre límites
- Principio de intercalación
- Demostraciones de los teoremas fundamentales sobre límites
- Funciones compuestas y continuidad

d. *Tipos de ejercicios y problemas:*

- El registro de representación que domina durante el desarrollo de los ejercicios es el algebraico. (monoregistro).
- No se proponen ningún tipo de problemas vinculados con alguna otra rama de la matemática o alguna otra parte del curso ni con situaciones extramatemáticas.
- No presentan elementos históricos referidos a la construcción del concepto de límite.
- Los ejercicios resueltos no se acompañan de gráficos.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 10: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_1

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
SIMBÓLICO (r^1)	R_1^1	$\lim_{x\to p} f(x) = A$
	R_2^1	$f(x) \to A$ cuando $x \to p$
	R_3^1	$\forall N_1(A)$ siempre que $x \in N_2(p)$ y $x \neq p$
	R_4^1	$f(x) \in N_1(A)$
	R_5^1	$x \in N_2(p)$, $x \neq p$
	R_6^1	$\lvert f(x) - A \rvert < \varepsilon$
	R_7^1	$0 < \lvert x - p \rvert < \delta$
	R_8^1	$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 / \lvert f(x) - A \rvert < \varepsilon$ siempre que $0 < \lvert x - p \rvert < \delta$
GRÁFICO (r^2)	R_1^2	
	R_2^2	

Cuadro N° 11: Análisis de los Procesos de Transformación del T_1

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_2^1
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_2^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_4^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_6^1
R_5^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_7^1
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_8^1
R_2^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_8^1
R_3^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_8^1
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_2^2
R_2^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_2^2
R_3^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_2^2
R_8^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_1^2

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: Se presenta una definición topológica de límite funcional, El uso de las representaciones semióticas utilizadas para la explicación del concepto son mostradas en los registros simbólico y gráfico. La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, externa al estudiante, el rol del estudiante es el de comprenderlos, memorizarlos y aplicarlos en la resolución de ejercicios con especial énfasis en la práctica algorítmica en el caso del límite. No se presentan preguntas abiertas ni actividades de exploración para construir conceptos.

En la sección de ejercicios propuestos el registro que predomina en las actividades es el registro algebraico limitando al estudiante a un sólo monoregistro, en este sentido, la ausencia de la coordinación de varios registros de representación, no impide la comprensión, pero con la comprensión limitada al uso de un solo registro (mono-registro) no se obtienen resultados óptimos en el aprendizaje.

No hay referencias a fenómenos que puedan ser organizados mediante el límite y que sean exteriores a la propia matemática. La matemática se encierra en sí misma y se explica por ella misma. Los pocos ejemplos que se presentan son referidos a funciones racionales, se observa un deslizamiento hacia aspectos puramente formales en los que se ha perdido la vinculación de los conceptos con su significado.

Texto$_2$ (T_2):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Fundamentación del número racional: sesión 1.1: Introducción de estructuras lógicas, diversas fundamentaciones del número natural y propiedades, definición, propiedades y operaciones del número entero, símbolos numéricos y operatorios, polinomios, divisibilidad numérica, definición de número racional y operaciones definidas sobre el conjunto de los racionales.

El número real y el número complejo: Sesión 1.2: Concepto de número real, sucesiones y propiedades, potencias y logaritmos definidas en el contexto de los números reales, concepto de número complejo, potencias y raíces en el campo complejo.

Combinatoria y Álgebra lineal: Sesión 1.3: Análisis combinatorio, potencias de binomios y polinomios, determinantes, cálculo de matrices, sistemas de ecuaciones lineales.

Algoritmo algebraico: Sesión 1.4: Principio e identidad entre polinomios, operaciones racionales, divisibilidad algebraica, ceros de polinomios de una variable, teorema fundamental del álgebra, descomposición factorial, resolución elemental de ecuaciones por radicales.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

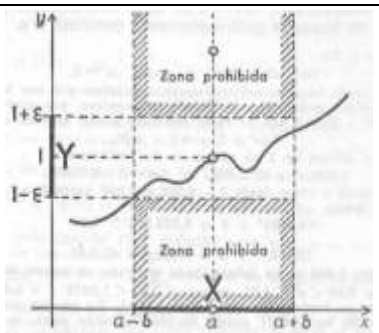
Sesión 2. Límites.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* Brinda en primer lugar una presentación inspirada en la definición de Cauchy (1821), con expresiones como arbitrariamente pequeño o suficientemente próximo a. Después de explicar una serie de ejemplos que ilustran el significado de dichas expresiones, procede a una definición en términos de ε-δ. los registros de representación utilizada son el simbólico y el grafical.
b. *Tipo de definición:* métrica, en un apartado posterior, se presenta una definición topológica de límite funcional, en términos de entornos que no dependen de una distancia predefinida.
c. *Secuenciación*:
   - Definición y ejemplos de límite funcional finito.
   - Interpretación gráfica.
   - Propiedades de los límites: conservación del signo, comparación y límite de una función comprendida entre otras dos que tienen igual límite.
   - Infinitésimos. Definición y propiedades algebraicas.
   - Cálculo de límites. Propiedades algebraicas.
   - Límite infinito y en infinito. Definición e interpretación gráfica.
   - Forma topológica de la definición de límite.
   - Criterio de convergencia de Bolzano-Cauchy.
   - Límites de oscilación.
   - Límite aritmético y límite funcional. Teoremas que vinculan el límite funcional con el límite en sucesiones.

d. *Tipos de ejercicios y problemas:*
   - Se proponen cinco ejercicios de aplicación directa de la definición de límite (demostración de que un límite es, o no, un número dado y cálculo de los δ correspondientes a un ε dado).
   - No se proponen preguntas abiertas ni situaciones problemáticas en contextos extramatemáticos.
   - No presentan elementos históricos referidos a la construcción del concepto de límite.
   - Los ejercicios resueltos no se acompañan de gráficos.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 12: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_2

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
ALGEBRAICO (r^1)	R_1^1	$\lim(x^2+2)=6 \ para \ x\to 2$
	R_2^1	$Si \ \ para \ \ cada \ \ \varepsilon>0 \ \exists\delta=\delta(\varepsilon)>0/\left\|(x^2+2)-6\right\|<\varepsilon \ con \ \ tal \ que \ \ 0<\left\|x-2\right\|<\delta$
	R_3^1	$\lim_{x\to 2} f(x)=6$
SIMBÓLICO (r^2)	R_1^2	$\lim f(x)=l \ \ para \ \ x\to a$
	R_2^2	$\lim_{x\to a} f(x)=l$
	R_3^2	$\forall\varepsilon>0\exists\delta=\delta(\varepsilon)>0/\left\|f(x)-l\right\|<\varepsilon \ \ para \ \ 0<\left\|x-a\right\|<\delta$
GRÁFICO (r^3)	R_1^3	

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 13: Análisis de los Procesos de Transformación del T_2

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_2^1
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_2^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_1^2	**TRATAMIENTO EN r^2**	R_2^2
R_1^2	**TRATAMIENTO EN r^2**	R_3^2
R_2^2	**TRATAMIENTO EN r^2**	R_3^2
R_1^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_1^3
R_2^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_1^3
R_3^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_1^3

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: Se introduce la noción de límite funcional como un concepto similar al de límite de una sucesión. Se presenta una noción coloquial, inspirada en la de Cauchy (1821) y después de una serie de ejemplos se introduce la definición en términos de ε-δ (métrica) utilizando los registros simbólicos y gráficos las actividades de transformación interna sólo se realizan en el registro simbólico. En ninguno se utilizan cuantificadores, parece evitarse la introducción de símbolos lógicos. Más adelante se presentan tres ejemplos con su correspondiente representación semiótica en el registro gráfico. En los tres ejemplos el cálculo del límite es en un valor de x que no pertenece al dominio de la función, el límite es presentado como una herramienta que permite analizar el comportamiento de la función en entornos de puntos que no pertenecen al dominio. Se proponen ejercicios y ejemplos, pero no se presentan problemas resueltos ni ejemplos que contextualicen el concepto en situaciones extramatemáticas.

Se presenta un libro en el que se pretende mostrar una exposición sistemática del organismo de una ciencia, lógicamente encadenada. Se evitan intencionalmente detalles considerados por los autores como superfluos o secundarios, relativos a la historia de la ciencia. Se busca ir a la esencia del uso de un sólo registro, el algebraico.

La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, externa al estudiante. Su rol es el de comprender las definiciones y teoremas que le son presentados, y en este caso no hay, al menos en el libro de texto, una preocupación por aplicarlos en la resolución de situaciones problemáticas. No se presentan preguntas abiertas ni actividades de exploración para construir conceptos.

Las capacidades que se pretenden desarrollar son: la construcción del conocimiento en particular del concepto de límite de una manera dirigida, adquisición del lenguaje y simbolismo propios del análisis algebraico, conocimiento de los teoremas relativos a acotación, conservación del signo y operaciones entre funciones, conocimiento del mecanismo de las demostraciones deductivas con métodos analíticos y el desarrollo de algoritmos para el cálculo de límites de expresiones algebraicas.

No hay referencias a fenómenos que puedan ser organizados mediante el límite y que sean exteriores a la propia matemática. La matemática se encierra en sí misma y se explica por ella misma. Se observa un deslizamiento hacia aspectos puramente formales en los que se ha perdido la vinculación de los conceptos con su significado.

Texto$_3$ (T_3):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Las funciones y sus gráficas: Sesión 1.1**:** Los números reales. Propiedades de las desigualdades.

Sistema de coordenadas en dos dimensiones: Sesión 1.2**:** Fórmula de la distancia entre dos puntos. Punto medio. Criterios de simetría. Ecuación de la circunferencia.

La recta: Sesión 1.3**:** Definición. Ecuación de la recta dada su pendiente y su intercepción.

Función: sesión1.4**:** Definición. Dominio y rango. Función por trozo.

Operaciones con las funciones: sesión1.4**:** Desplazamientos verticales y horizontales de gráficas. Tipos de funciones. Composición de funciones.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2. Límites de funciones.

a. Introducción del concepto en el ámbito funcional: a través de la recta tangente a una curva y la velocidad media de objetos el autor explica la versión informal del concepto del límite mediante el estudio de la $f(x)=\frac{sen\,(x)}{x}$ en donde la variable x denota un número real que es el valor en radianes de un ángulo. Luego más adelante presenta la definición formal de límite de manera simbólica y coloquial evitando el uso de cuantificadores. El resto del capítulo trata algunas propiedades importantes de los límites.

b. Tipo de definición: métrica, utilizando sólo la notación de valor absoluto.

c. Secuenciación:

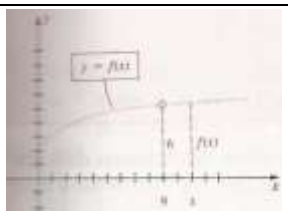
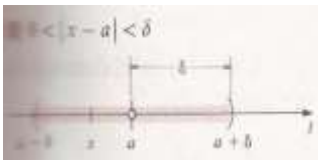
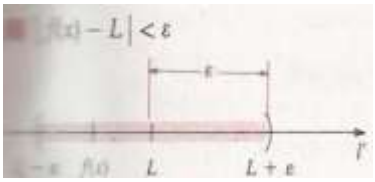
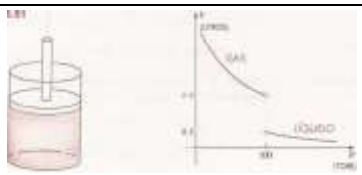
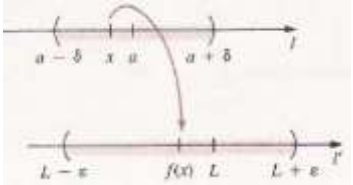
- Definición informal del límite
- Límite por la izquierda
- Límite por la derecha
- Definición formal del límite
- Definición alterna del límite
- Métodos para calcular el límite
- Teorema de la intercalación
- Funciones continuas
- Teorema del valor intermedio

d. Tipos de ejercicios y problemas:

- Los ejercicios propuestos en la primera sección sólo hacen referencia al registro algebraico, analítico y verbal. No se presentan registro gráfico en ninguno de los problemas.
- Cálculo de límites utilizando teoremas de operaciones entre funciones.
- Demostraciones de teoremas.
- Aplicaciones del concepto de límite a modelos físicos y químicos.
- Aborda aspectos históricos en la presentación del concepto de límite.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 14: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_3

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
VERBAL (r^1)	R_1^1	Un gas se mantiene (como el vapor de agua o el oxígeno) se mantiene a temperatura constante dentro del cilindro. Cuando el gas se comprime el volumen disminuye hasta que se llega a una presión crítica. Al rebasar esta presión el gas se convierte en un líquido. Cuando P se acerca a 100 tomando valores menores que 100, V disminuye y tiende a 0,8. Cuando P tiende a 100 tomando valores menores que 100 la sustancia es líquida y V aumenta muy lentamente tendiendo a 0,3.
ALGEBRAICO (r^2)	R_1^2	$lím_{x\to 9}\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}=6$
	R_2^2	$lím_{x\to 9}\sqrt{x}+3=6 \ \ con \ \ x\neq 9$
	R_3^2	$Lím_{P\to 100^-}V=0{,}8$
	R_4^2	$Lím_{P\to 100^+}V=0{,}3$
SIMBÓLICO (r^3)	R_1^3	$\lvert f(x)-L\rvert<\varepsilon$
	R_2^3	$-\varepsilon<f(x)-L<\varepsilon$
	R_3^3	$L-\varepsilon<f(x)<L+\varepsilon$
	R_4^3	$0<\lvert x-a\rvert<\delta$
	R_5^3	$a-\delta<x<a+\delta \ \ y \ \ x\neq a$
	R_6^3	$Si \ \ para \ \ todo \ \ \varepsilon>0 \ \ existe \ \ un \ \ \delta>0 \ \ tal \ \ que \ \ si \ \ 0<\lvert x-a\rvert<\delta. \ Entonces \ \ \lvert f(x)-L\rvert<\varepsilon$
	R_7^3	$Lím_{x\to a}f(x)=L$
	R_8^3	$Si \ \ para \ \ todo \ \ \varepsilon>0 \ \ existe \ \ un \ \ \delta>0 \ \ tal \ \ que \ \ siempre \ \ que \ \ x\in(a-\delta,a+\delta)\wedge x\neq a, \ entonces \ \ f(x)\in(L-\varepsilon,L+\varepsilon).$
GRÁFICO (r^4)	R_1^4	
	R_2^4	
	R_3^4	
	R_4^4	
	R_5^4	

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 15: Análisis de los Procesos de Transformación del T_3

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^2	TRATAMIENTO EN r^2	R_2^2
R_1^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_2^3
R_1^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_3^3
R_2^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_3^3
R_4^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_5^3
R_6^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_7^3
R_6^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_8^3
R_7^3	TRATAMIENTO EN r^3	R_8^3
R_1^1	CONVERSIÓN de r^1 a r^2	R_3^2
R_1^1	CONVERSIÓN de r^1 a r^2	R_4^2
R_1^2	CONVERSIÓN de r^2 a r^4	R_1^4
R_2^2	CONVERSIÓN de r^2 a r^4	R_1^4
R_1^1	CONVERSIÓN de r^1 a r^4	R_4^4
R_3^2	CONVERSIÓN de r^2 a r^4	R_4^4
R_4^2	CONVERSIÓN de r^2 a r^4	R_4^4
R_4^3	CONVERSIÓN de r^3 a r^4	R_2^4
R_1^3	CONVERSIÓN de r^3 a r^4	R_3^4
R_6^3	CONVERSIÓN de r^3 a r^4	R_5^4
R_6^3	CONVERSIÓN de r^3 a r^4	R_5^4

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: Se introduce el concepto de límite a través de un ejemplo de una función de variable real contemplando las representaciones en el registro algebraico y gráfico. Luego más adelante hace alusión en el registro simbólico presentando la definición formal del concepto de límite de forma métrica $(\varepsilon - \delta)$ utilizando exclusivamente la notación de valor absoluto, acompañada de gráficos representativos y la versión verbal de la definición (escribiéndola sin utilizar símbolos). No hay uso de los cuantificadores lógicos.

El texto presenta numerosas actividades de tratamiento y conversión, las transformaciones internas (tratamiento) se realizan únicamente en los registros algebraicos y simbólicos y las transformaciones externas (conversión) que se hacen del registro algebraico al gráfico y viceversa posteriormente del simbólico al gráfico, en los que pareciera se intentan articular los dos registros de representación. El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal.

Los ejercicios y problemas planteados son diversos permiten al estudiante movilizarse por diferentes registros lo que implica una mejor aprehensión del concepto. El registro más utilizado para los ejercicios propuestos es el registro algebraico.

Texto$_4$ (T_4):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Generalidades sobre Conjuntos: sesión 1.1: Conjunto. Pertenencia. Diagrama de Venn. Símbolos para determinar conjuntos. Inclusión. Conjuntos iguales. Operaciones con conjuntos. Conjuntos numéricos notables. Recta real.

Inecuaciones: sesión 1.2: Desigualdades. Propiedades de las desigualdades. Intervalos. Cotas. Inecuaciones. Inecuaciones fraccionarias. Valor absoluto. Teoremas relativos al valor absoluto. Ecuaciones y desigualdades con valor absoluto.

Funciones: sesión 1.3: Función real de una variable real. Clases de funciones. Función inversa. Función compuesta. Funciones: exponencial, logarítmica y trigonométrica. Productos notables y factorización. Determinación del domino de una función. Función inversa. Rango de una función. Teoremas sobre función inversa y compuesta.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2: Límite de una Función. Notación. Noción.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* Se introduce el concepto de límite a través de un ejemplo de una función de variable real contemplando las representaciones tabular y analítica sin acompañamiento de la representación gráfica. En el ejemplo utilizado para la noción de límite la función no está definida para x = 2. Sin embargo, en la notación algebraica no considera esa restricción.

$$f(x)=\frac{3x^2-12}{x-2}$$

Notación utilizada en el texto; debe indicar que el valor de la variable $x \neq 2$ por lo contrario se interpretaría como una vulgar sustitución; ocasionando un error en la interpretación y representación del concepto.

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-12}{x-2}=\frac{(x-2)\cdot(3x+6)}{(x-2)}=\lim_{x\to 2}(3x+6)=12$$

b. Tipo de definición: métrica

c. Secuenciación:

- Límite de una Función. Notación. Noción.
- Definición formal del límite.
- Teoremas sobre límites.
- Formas indeterminadas: $\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; \infty - \infty; 1^{\infty}$.
- Límites por cambio de variables.
- Límites trigonométricos: Límites notables.
- Límites laterales.
- Continuidad. Noción.
- Discontinuidad, tipos (evitables y no evitables).
- Ejercicios de la unidad.

d. Tipos de ejercicios y problemas:

- Sólo se abordan ejercicios bajo un sólo registro (mono-registro) el algebraico, tantos en los ejercicios resueltos como en los propuestos en la unidad dedicada al concepto del límite no existe el uso de más de dos registros de representación semiótica.
- No se proponen ningún tipo de problemas vinculados con alguna otra rama de la matemática o alguna otra parte del curso ni con situaciones extramatemáticas.
- No presentan elementos históricos referidos a la construcción del concepto de límite.
- Los ejercicios resueltos no se acompañan de gráficos.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 16: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_4

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
SIMBÓLICO (r^1)	R_1^1	$\lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon$
	R_2^1	$-\varepsilon < f(x)-L < \varepsilon$
	R_3^1	$L-\varepsilon < f(x) < L+\varepsilon$
	R_4^1	$\lvert x-a\rvert < \delta$
	R_5^1	$-\delta < x-a < \delta$
	R_6^1	$a-\delta < x < a+\delta$

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 17: Análisis de los procesos de transformación del T_4

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_2^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_4^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_5^1
R_4^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_6^1
R_5^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_6^1

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: en la presentación del texto los autores explicitan ilustrar con variedad de ejemplos y problemas el carácter didáctico del mismo que le permita al estudiante una mejor comprensión de los aspectos matemáticos en este caso particular el concepto de Límite; sin embargo, durante la construcción del concepto de Límite la variedad de ejemplos y ejercicios presentados carecen de representaciones semióticas abordando mediante su definición el uso del único registro algebraico limitando así la noesis del concepto de límite más que problemas sólo muestra ejercicios a la cual suele aplicársele algoritmos repetitivos memorísticos. No se presentan ejemplos que contextualicen el concepto en situaciones extramatemáticas.

El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal. La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, externa al estudiante. Si bien se presentan los conceptos a través de ejemplos y problemas, el rol del estudiante es el de memorizarlos y aplicarlos en la resolución de ejercicios con especial énfasis en la práctica algorítmica en el caso del límite. No se presentan preguntas abiertas ni actividades de exploración para construir conceptos. Durante el desarrollo de los ejercicios sólo presentan transformaciones de tratamiento interno cambios de la representación semiótica más no presenta cambios en el registro, es decir, no hay transformación de conversión.

Los ejemplos que se presentan son referidos a funciones racionales, trigonométricas, logarítmicas, otros abordados en el registro algebraico sin conexión con sus respectivas gráficas, se observa un deslizamiento hacia aspectos puramente formales en los que se ha perdido la vinculación de los conceptos con su significado. La coordinación entre registros no se presenta en los ejemplos.

Texto$_5$ (T_5):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Funciones y sus gráficas: sesión 1.1: Definición de función (se establece al inicio como una correspondencia y luego como un conjunto de pares ordenados. *Sesión 1.2:* Gráfica de una función.
Operaciones básicas de funciones: Sesión 1.2.1 Definición de la suma, diferencia, producto y cocientes de funciones.
Función compuesta: sesión 1.2.2 función polinomial. Función cuadrática. Función cúbica. Función racional. Función algebraica.
Paridad e Imparidad: sesión 1.2.3. Definición de función par. Definición de función impar.
*Funciones como modelos matemáticos***:** *sesión 1.3.* Problemas que implican una función como modelo matemático.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 1.4. Introducción gráfica al límite de funciones.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* a través de la interpretación gráfica de funciones se pretende dar una idea intuitiva de límite en lo que la función es discontinua en un punto (en un caso el punto no está en su dominio y en el otro sí está pero su imagen no coincide con el límite). Existe una intención constructiva y después se presenta la definición formal.

b. Tipo de definición: métrica

c. Secuenciación:

- Ejercicios introductorios
- Definición de límite de una función
- Teoremas del límite: límite de una función lineal. Límite de una función constante. Límite de la función identidad. Límite de la suma y la diferencia de dos funciones. Otros. (cada teorema del límite presentado aborda de manera explícita la demostración.
- Unicidad del límite
- Límites laterales
- Limites infinitos
- Continuidad de una función en número
- Continuidad de una función compuesta
- Continuidad en un intervalo
- Continuidad de las funciones trigonométricas
- Teorema de estricción.

d. Tipos de ejercicios y problemas:

- Bosquejo de gráfica de funciones y determinación de la existencia del límite. Se trabaja con funciones: polinómicas de grado 1 y 2 e irracionales.
- Cálculo de límites utilizando teoremas de operaciones entre funciones.
- Demostraciones de teoremas.
- Obtención de modelos matemáticos y luego se determina el cálculo de límites.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 18: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_5

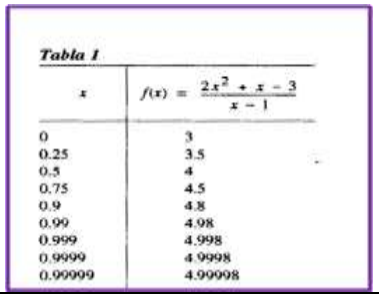
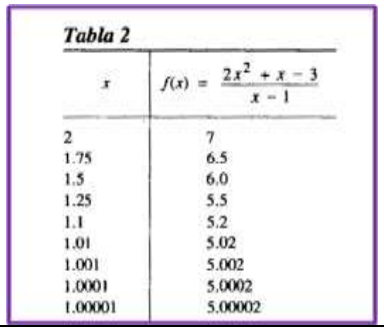
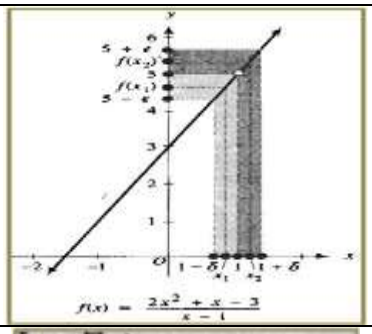
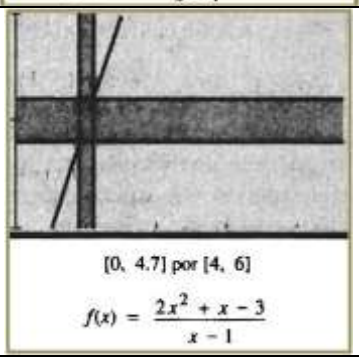
REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
ANÁLITICO (r^1)	R_1^1	$lím_{x\to 1} f(x) = 5$
	R_2^1	$lím_{x\to 1} \dfrac{2x^2+x-3}{x-1} = 5$
	R_3^1	$lím_{x\to 1} 2x+3 = 5 \ \wedge \ x \neq 1$
NÚMERICO (r^2)	R_1^2	x: 0, 0.25, 0.50, 0.75, 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999...
	R_2^2	x: 2, 1.75, 1.5, 1.25, 1.1, 1.01, 1.001, 1.0001, 1.00001...
	R_3^2	$f(x)$: 3, 3.5, 4, 4.5, 4.8, 4.98, 4.998, 4.9998, 4.99998...
	R_4^2	$f(x)$: 7, 6.5, 6.0, 5.5, 5.2, 5.02, 5.002, 5.0002, 5.00002...
TABULAR (r^3)	R_1^3	

Tabla 1

x	$f(x) = \dfrac{2x^2+x-3}{x-1}$
0	3
0.25	3.5
0.5	4
0.75	4.5
0.9	4.8
0.99	4.98
0.999	4.998
0.9999	4.9998
0.99999	4.99998

	R_2^3	
SIMBÓLICO (r^4)	R_1^4	$\forall\varepsilon>0\exists\delta>0/\lvert x-1<\delta\wedge\lvert x-1\rVert\neq 0\rightarrow\lvert f(x)-5\rvert<\varepsilon$
	R_2^4	$\forall\varepsilon>0\exists\delta>0/0<\lvert x-1\rvert<\delta\rightarrow\lvert f(x)-5\rvert<\varepsilon$
	R_3^4	$\forall\varepsilon>0\exists\delta>0/1-\delta<x<1+\delta\rightarrow 5-\varepsilon<f(x)<5+\varepsilon$
GRÁFICO (r^5)	R_1^5	
	R_2^5	

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 19: Análisis de los Procesos de Transformación del T_5

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_2^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_1^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_3^2
R_2^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_4^2
R_1^4	**TRATAMIENTO en r^4**	R_2^4
R_1^4	**TRATAMIENTO en r^4**	R_3^4
R_2^4	**TRATAMIENTO en r^4**	R_3^4
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_1^4
R_4^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_1^2
R_5^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_2^2
R_4^3	**CONVERSIÓN de r^3 a r^5**	R_1^5

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: En la sesión de introducción gráfica a los límites de funciones, se encuentra el concepto de límite de manera intuitiva que se introduce con cinco (5) situaciones contextualizadas en diferentes registros semióticos (algebraico, numérico, tabular, simbólico y gráfico). Se muestran explícitamente la definición de límite empleando conceptos de desigualdades y haciendo énfasis en la interpretación gráfica de funciones. En los tres (3) primeros ejemplos referidos a la introducción gráfica a los límites de funciones en los que se hacen conversiones del registro algebraico al gráfico y viceversa, en los que pareciera se intenta articular los dos registros de representación. Luego en los próximos ejemplos sólo se limita a un sólo registro de representación, el algebraico. Enseguida se presenta la definición métrica formal (ε-δ) utilizando exclusivamente la notación de valor absoluto, acompañada de gráficos representativos y la versión "verbal" de la definición (escribiéndola sin utilizar símbolos). En la demostración de las propiedades de acotación y algebraicas no se presentan representaciones gráficas. El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal.

Texto$_6$ (T_6):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Concepto de función: sesión 1.1: números reales. Definición de la función. Campo de existencia de la función.

Función inversa: sesión 1.2: determinación de funciones inversas.

Funciones compuesta e implícitas: sesión 1.3: representación gráfica de las funciones.

Representación gráfica de funciones elementales: sesión 1.4: Funciones lineales (líneas rectas). Funciones racionales enteras de 2° grado (parábolas). Funciones racionales enteras de grado superior al segundo (parábolas cubicas). Funciones homográficas (hipérbolas). Funciones racionales fraccionadas. Funciones trigonométricas. Funciones exponencial y logarítmica. Funciones trigonométricas inversas. Funciones en forma paramétricas. Funciones dadas en forma implícita. Sistema de ecuaciones.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2: Límites.

Es importante aclarar que sólo se considera el concepto de límite de sucesiones, no de funciones.

a. *Límite de una sucesión:* se presenta directamente la definición formal de límite finito de una sucesión (sucesión convergente). Primero se escribe en forma coloquial y después en forma simbólica introduciendo cuantificadores. A continuación se presentan ejemplos.

b. *Tipo de definición:* métrica (primero en términos coloquiales, a continuación en términos simbólicos).

c. *Secuenciación:*
- Límites infinitos de una sucesión.
- Límite de una función
- Límites laterales
- Infinitésimos e infinitos
- Infinitos
- Continuidad de funciones
- Punto de discontinuidad de una función
- Propiedades de las funciones continuas

d. Tipos de ejercicios y problemas:
- Los ejercicios y ejemplos mostrados en la sección correspondiente al concepto de límite se limitan al uso de un monoregistro, el registro algebraico.
- No se proponen ningún tipo de problemas vinculados con alguna otra rama de la matemática o alguna otra parte del curso ni con situaciones extramatemáticas.
- No presentan elementos históricos referidos a la construcción del concepto de límite.
- Los ejercicios resueltos no se acompañan de gráficos.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 20: Representaciones semióticas del concepto de límite del T_6

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
SIMBÓLICO (r^1)	R_1^1	$Límf(x) = A \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0)/ \lvert f(x) - A \rvert < \varepsilon \rightarrow \lvert x - a \rvert < \delta$ $x \rightarrow a$
	R_2^1	$Límf(x) = A \Leftrightarrow \lvert f(x) - a \rvert < \varepsilon \rightarrow \lvert x \rvert > N(\varepsilon)$ $x \rightarrow \infty$
	R_3^1	$Límf(x) = \infty \Leftrightarrow \lvert f(x) \rvert > E \rightarrow 0 < \lvert x - a \rvert < \delta(E)$ $x \rightarrow a$

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 21: Análisis de los Procesos de transformación del T_6

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_2^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: La sección del capítulo dedicada a la definición de límite de sucesiones comienza con la definición formal de límite, en su versión épsilon-n_0, sin el uso de símbolos para los cuantificadores y con la utilización de intervalos simétricos. No se presentan gráficos de ningún tipo para la introducción de la definición así como tampoco para la ilustración de los ejemplos o de los teoremas expuestos. No se presentan ejemplos que contextualicen el concepto en situaciones extramatemáticas. Las actividades de transformaciones involucradas en la construcción del concepto no están presentes durante el desarrollo de los ejercicios, se pretende realizar transformaciones de tratamiento en el único registro presentado en la construcción del concepto. Sólo presenta dos transformaciones de tratamiento en la introducción del concepto.

En ningún momento durante el desarrollo y explicación de los ejercicios resueltos y demostraciones hay presencia de procesos de conversión, es decir, el texto no expone cambios de registros. Se presenta un libro en el que se pretende mostrar una exposición sistemática del organismo de una ciencia, lógicamente encadenada. Se busca ir a la esencia del Análisis Algebraico (registro simbólico). La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, externa al estudiante. Su rol es el de comprender las definiciones y teoremas que le son presentados, y en este caso no hay, al menos en el libro de texto, una preocupación por aplicarlos en la resolución de situaciones problemáticas. No se presentan preguntas abiertas ni actividades de exploración para construir conceptos.

En cuanto a los ejercicios y problemas propuestos, se observa que para resolverlos, en algunos casos basta hacer una transferencia de los modelos mostrados en los ejemplos y en otros es suficiente usar los recuadros que el libro da como clave para solucionarlos, con lo que se resta importancia a la teoría misma. No se encuentran problemas en los que se deba hacer análisis o reflexión de características asociadas al límite.

No hay referencias a fenómenos que puedan ser organizados mediante el límite y que sean exteriores a la propia matemática. La matemática se encierra en sí misma y se explica por ella misma. Los ejemplos que se presentan son referidos a funciones racionales, trigonométricas, logarítmicas otras, se observa un deslizamiento hacia aspectos puramente formales en los que se ha perdido la vinculación de los conceptos con su significado.

Texto$_7$ (T_7):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Funciones Reales: sesión 1.1: Funciones reales y sus gráficas. Criterio de la recta vertical. Funciones definidas por trozos. Funciones pares e impares y simetría. Funciones creciente y decreciente. Tipos de funciones. Funciones como modelos matemáticos.

Nuevas funciones de funciones conocidas: sesión 1.2: Graficas nuevas de graficas conocidas. Traslaciones verticales y horizontales. Reflexiones. Estiramiento y comprensión. Algebra de funciones. Composición de funciones.

Función inversa: sesión 1.3: Criterio de la recta horizontal. Grafica de la función inversa.

Funciones trigonométricas inversas: sesión 1.4: funciones trigonométricas inversas: *arcosen, arccos, arctan, arccot, arcsec* y *arccosec*.

Funciones exponenciales sesión 1.5: leyes de los exponentes. Las funciones exponenciales. Propiedades de la función exponencial.

Funciones logarítmicas: sesión 1.6: Propiedades de la función logaritmo. Leyes de los logaritmos. Función logaritmo natural. Cambio de base logarítmica y exponencial.

*Aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas***:** *sesión 1.6*: Crecimiento exponencial. Decaimiento exponencial. Decaimiento radioactivo y vida media. Fechado con carbono. Edad del universo. Interés simple y compuesto.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2: Límites y Continuidad.

a. Introducción del concepto en el ámbito funcional:

Al igual que en los textos anteriores el autor presenta un enfoque intuitivo del concepto de límite considerando la función $y = f(x)$ definida para todo número real excepto para los valores donde la variable es igual a 1. Además muestra el uso de tres (3) registros de representación semiótica el algebraico, tabular, gráfico. Pretende realizar la coordinación de registros entre los registros gráfico y tabular.

b. Tipo de definición: métrica

c. Secuenciación:

- Introducción intuitiva a los Límites.
- Algunas Propiedades de los límites. Se presentan algunas propiedades de este concepto sin la demostración ni ejemplos del mismo.
- Límites unilaterales.
- Leyes de los límites.
- Forma indeterminada $0/0$. Todos los ejercicios resueltos para este tipo de indeterminación y ejercicios propuestos sólo se presentan en un registro el algebraico.
- Tratamiento riguroso de los Límites.
- Estrategia para ganar el juego de la prueba del Límite.
- Algunos teoremas sobre límites.
- Límites trigonométricos.
- Continuidad
- Continuidad Lateral
- Continuidad en intervalos
- Continuidad y operaciones con funciones
- Límites infinito y asíntota vertical
- Asíntotas verticales
- Otras formas de indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$; $0/0$.
- Límites en el infinito y asíntotas horizontales.
- Los límites y el número e.
- Asíntotas oblicuas.

d. Tipos de ejercicios y problemas:

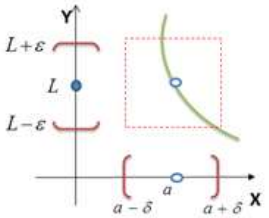
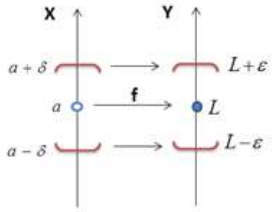
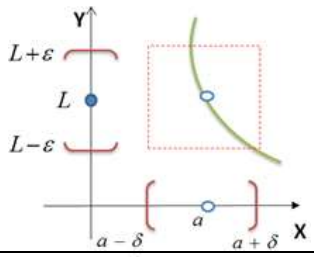
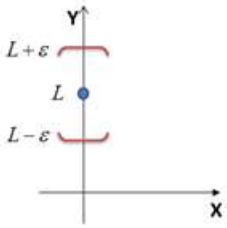
- En los problemas propuestos por el autor el registro que se aborda es el algebraico cómo único soporte para la comprensión de este concepto. No se presentan tareas o actividades donde el estudiante realice transformaciones tanto como internas como externas. En los ejercicios utilizados para la explicación del concepto se utilizan más de dos registros de representación semiótica realizando un intento para la coordinación de los mismos.
- No se proponen ningún tipo de problemas vinculados con alguna otra rama de la matemática o alguna otra parte del curso ni con situaciones extramatemáticas.
- No presentan elementos históricos referidos a la construcción del concepto de límite.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 22: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_7

REGISTRO SEMIÓTICO		REPRESENTACIÓN SEMIOTICA
ALGEBRAICO (r^1)	R_1^1	$lím_{x\to 1} f(x) = 3$
	R_2^1	$lím_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x-1} = 3$
	R_3^1	$lím_{x\to 1} x^2+x+1 = 3 \wedge x \neq 1$
NÚMERICO (r^2)	R_1^2	x: 0.8, 0.9, 0.99, 0.999
	R_2^2	x: 1.2, 1.1, 1.01, 1.001
	R_3^2	$f(x)$: 2.44, 2.71, 2.9701, 2.997001...
	R_4^2	$f(x)$: 3.64, 3.31, 3.0301, 3.003001
TABULAR (r^3)	R_1^3	

x	0,8	0,9	0,99	0,999	$\to 1 \leftarrow$	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x)=\frac{x^3-1}{x-1}$	2,44	2,71	2,9701	2,997001	$\to 3 \leftarrow$	3,003001	3,0301	3,31	3,64

GRÁFICO (r^4)	R_1^4	
	R_2^4	
	R_3^4	
	R_4^4	
SIMBÓLICO (r^5)	R_1^5	$\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$ si para cada $\varepsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que $0 < \lvert x-a\rvert < \delta \Rightarrow \lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon$
	R_2^5	$\lim\limits_{x\to a} f(x) = L \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(0 < \lvert x-a\rvert < \delta \Rightarrow \lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon)$
	R_3^5	$\lim\limits_{x\to a} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 / \lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon \Rightarrow 0 < \lvert x-a\rvert < \delta$

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 23: Análisis de los Procesos de Transformación del T_7

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_2^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_3^1
R_1^5	**TRATAMIENTO en r^5**	R_2^5
R_1^5	**TRATAMIENTO en r^5**	R_3^5
R_4^3	**CONVERSIÓN de r^3 a r^5**	R_1^5
R_4^5	**CONVERSIÓN de r^5 a r^4**	R_2^4

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: Se introduce la noción de límite funcional a través de tres (3) registros diferentes de representación semiótica, el registro algebraico, el tabular y el gráfico en el ejemplo mostrado en la primera sección se realizan actividades de transformaciones interna es decir, tratamiento, cambio de registro y en la representación semiótica, el autor pretende vincular los diferentes registros del mismo concepto, presentando una definición intuitiva de límite inspirada en la de Cauchy (1821). Además de presentar las principales leyes que gobiernan este concepto sin demostración todos los ejemplos presentados reposan en la adquisición de un sólo registro, el simbólico.

En la explicación rigurosa del concepto de límite se introduce la definición en términos de ε-δ presentando las equivalencias entre diferentes maneras de expresar los entornos (definición métrica). Las capacidades que se pretenden desarrollar son: la construcción del conocimiento en particular del concepto de límite de una manera dirigida, adquisición del lenguaje y simbolismo propios del análisis, conocimiento de los teoremas relativos a acotación, conservación del signo y operaciones entre funciones, adaptación al mecanismo de las demostraciones deductivas, aplicación de la definición y propiedades a la resolución de ejercicios y el desarrollo de algoritmos para el cálculo de límites de expresiones algebraicas. Si bien existe una voluntad expresa de introducir el concepto de límite en forma coloquial y explicitando cada paso, después de enunciada la definición se procede al desarrollo de ejercicios de manera formal rigurosa. No se presentan ejercicios que se vinculen a situaciones extramatemáticas dadas en el registro verbal.

Texto$_8$ (T_8):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

- *Presentación preliminar del cálculo:* Sesión 1.1: Problema del área. Problema de la tangente. Velocidad.
- *Funciones y modelos:* Sesión 1.2 Cuatro maneras de representar una función. Representación de la funciones. Prueba de la recta vertical. Funciones definidas por secciones. Simetría. Funciones creciente y decreciente.
- *Modelos matemáticos:* Sesión 1.3 Definición. Modelos lineales. Polinomios (funciones lineales, cuadráticas y cubicas). Funciones racionales. Funciones algebraicas. Funciones trigonométricas. Funciones exponenciales. Funciones logarítmicas. Funciones trascendentes.
- *Nuevas funciones a partir de funciones ya conocidas***:** Sesión 1.4: Transformaciones de funciones. Combinaciones de funciones. Composición de funciones.
- *Calculadora graficadoras y computadoras:* Sesión 1.5: Utilización de calculadoras y software para trazar gráficas.
- *Funciones exponenciales:* Sesión 1.6: Leyes de los exponentes**.** Aplicaciones de las funciones exponenciales.
- *Funciones inversas y logarítmicas: Sesión* 1.7: Función uno a uno. Prueba de la recta horizontal. Función inversa. Funciones logarítmicas. Leyes de los logaritmos. Logaritmos naturales.
- *Principios para la solución de problemas:* Sesión 1.8: Principio de la inducción matemática.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2. Límites y Derivadas.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* en la sección dedicada al concepto de límite se derivan problemas de tangente a una curva o la velocidad de un objeto como nociones claves para la construcción del concepto del límite funcional. Luego se presenta los límites en general y los métodos para calcularlos, los registros usados para la explicación de los ejemplos son: algebraico, tabular y gráfico. A pesar del uso diverso de registros de representación semiótica en la noción del concepto, el autor pretende realizar la coordinación entre ellos.

b. *Tipo de definición: métrica*

c. *Secuenciación:*

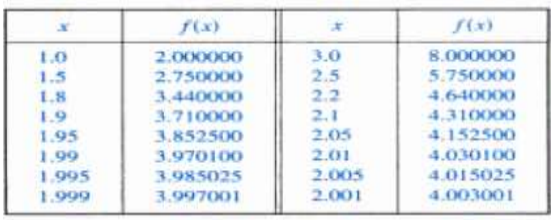
- Límite de una función.
- Límites laterales.
- Límites infinitos.
- Cálculo de límites utilizando las leyes de los límites.
- Definición precisa de límite.
- Continuidad
- Límites al infinito, asíntotas horizontales
- Tangentes, velocidades y otras razones de cambio.

d. *Tipos de ejercicios y problemas:*

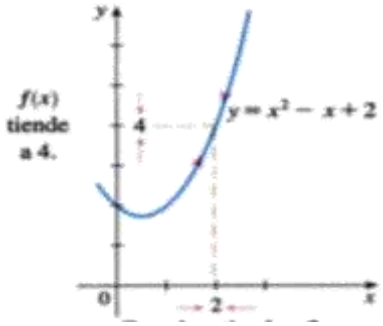
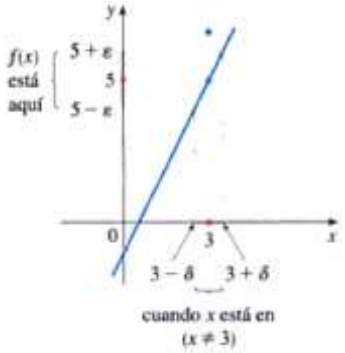
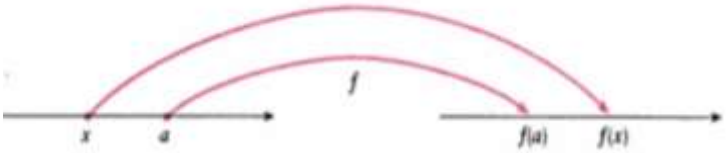
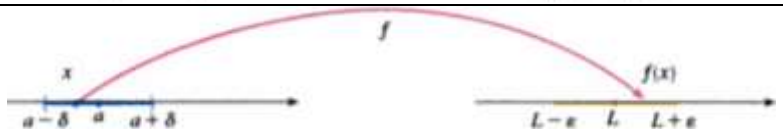
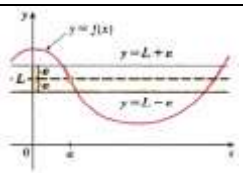
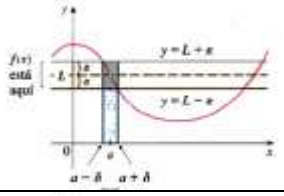
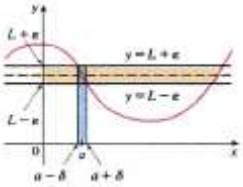
- Cálculo de límites en los registros analítico y gráfico.
- Cálculo de límites utilizando teoremas de operaciones entre funciones.
- Demostraciones de teoremas.
- Obtención de modelos matemáticos y luego se determina el cálculo de límites.
- Aproximaciones en expresiones decimales al cálculo de la pendiente de la recta tangente a una función dada aplicando la definición de límites.
- Aborda aspectos históricos en la presentación del concepto de límite.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 24: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_8

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
ALGEBRAICO (r^1)	$R_1^{\,1}$	$\lim_{x\to 2} x^2 - x + 2 = 4$
	$R_2^{\,1}$	$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$
	$R_3^{\,1}$	$\lim_{x\to 3} f(x) = 5$
	$R_4^{\,1}$	$\lvert f(x)-5\rvert < \varepsilon \;\; si \;\; 0 < \lvert x-3\rvert < \delta$
	$R_5^{\,1}$	$5-\varepsilon < f(x) < 5+\varepsilon \;\; siempre \;\; que \;\; 3-\delta < x < 3+\delta \;\; (x \neq 3)$
SIMBÓLICO (r^2)	$R_1^{\,2}$	$\lim_{x\to a} f(x) = L$
	$R_2^{\,2}$	*Si para cada* $\varepsilon > 0$ *hay un correspondiente número* $\delta > 0$ *tal que* $\lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon$ *siempre que* $0 < \lvert x-a\rvert < \delta$
	$R_3^{\,2}$	$\lvert x-a\rvert < \delta$
	$R_4^{\,2}$	$-\delta < x-a < \delta$
	$R_5^{\,2}$	$a-\delta < x < a+\delta$
	$R_6^{\,2}$	$0 < \lvert x-a\rvert$
	$R_7^{\,2}$	$x-a \neq 0 \wedge x \neq a$
	$R_8^{\,2}$	*Si para cada* $\varepsilon > 0$ *podemos encontrar* $\delta > 0 / x \in (a-\delta, a+\delta)$ *y* $x \neq a$ *entonces* $f(x) \in (L-\varepsilon, L+\varepsilon)$
TABULAR (r^3)	$R_1^{\,3}$	

x	$f(x)$	x	$f(x)$
1.0	2.000000	3.0	8.000000
1.5	2.750000	2.5	5.750000
1.8	3.440000	2.2	4.640000
1.9	3.710000	2.1	4.310000
1.95	3.852500	2.05	4.152500
1.99	3.970100	2.01	4.030100
1.995	3.985025	2.005	4.015025
1.999	3.997001	2.001	4.003001

GRÁFICO (r^4)	R_1^4	
	R_2^4	
	R_3^4	
	R_4^4	
	R_5^4	
	R_6^4	
	R_7^4	

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 25: Análisis de los Procesos de Transformación del T_8

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_3^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_4^1
R_3^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_5^1
R_4^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_5^1
R_2^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_8^2
R_3^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_4^2
R_3^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_5^2
R_4^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_5^2
R_6^2	**TRATAMIENTO en r^2**	R_7^2
R_4^4	**TRATAMIENTO en r^4**	R_7^4
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_1^3
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_1^4
R_1^3	**CONVERSIÓN de r^3 a r^4**	R_1^4
R_5^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_2^4
R_2^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^4**	R_4^4
R_8^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^4**	R_4^4
R_2^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^4**	R_7^4
R_8^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^4**	R_7^4
R_3^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_2^4

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: El texto explica los problemas de la tangente y velocidad como punto de inicio, para luego introducir el concepto de límite de manera intuitiva y coloquial después formal y coloquial y por último formal y simbólica, presentando las equivalencias entre diferentes maneras de expresar los entornos (definición métrica). Realizando diversas transformaciones de tratamientos en los registros simbólico, gráfico y analítico. La coordinación entre registro se observa en los diferentes procesos de conversión al transformar registros externos siendo el más utilizado el tránsito del registro simbólico y analítico al registro gráfico.

El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal. Utiliza el lenguaje para definir el concepto de límite y evita el uso de cuantificadores. Los ejercicios y problemas planteados son diversos permiten al estudiante movilizarse por diferentes registros lo que implica una mejor aprehensión del concepto. Involucra aspectos históricos y personajes que contribuyeron a la consolidación del concepto. La definición presentada es la de tipo métrica.

Texto$_9$ (T_9):

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Gráficas y modelos matemáticos: sesión 1.1: La gráfica de una ecuación. Intersecciones con los ejes. Simetrías de una gráfica. Punto de intersección. Modelos matemáticos.

Modelos lineales y ritmos de cambio: sesión 1.2: Pendiente de una recta. Definición de la pendiente de una recta. Ecuaciones de la recta. Razones y ritmo de cambio. Representación gráfica de modelos lineales.

Funciones y sus gráficas: sesión 1.3: Funciones y notación de funciones. Dominio y recorrido de una función. Gráfica de una función. Transformaciones de funciones. Clasificación y combinaciones de funciones.

Función compuesta: sesión 1.4: Definición. Criterios para funciones pares e impares.

Ajuste de modelos a colecciones de datos: sesión 1.5: Ajuste de un modelo lineal. Ajuste de un modelo cuadrático. Ajuste de un modelo trigonométrico.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2. Límites y sus propiedades.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* antes de introducir la noción de límite se consideran conceptos claves como el problema de la recta tangente y el problema del área propios para describir la importancia del cálculo. Luego se procede la definición nocional del concepto de límite abordando los diversos registros de representación semiótica entre los cuales se presentan el registro algebraico, gráfico y tabular se hace alusión a la coordinación de estos registros involucrados en el primer ejemplo donde la función dada presenta discontinuidad en un punto. En un caso el punto no está en su dominio y en el otro sí está pero su imagen no coincide con el límite. Existe una intención constructiva y después se presenta la definición formal.

b. Tipo de definición: métrica

c. *Secuenciación:*

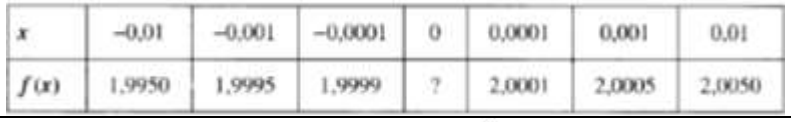
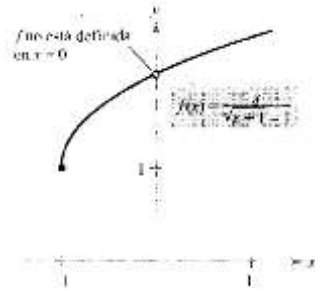
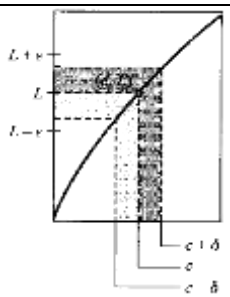
- Introducción a los límites.
- Límites que no existen.
- Definición formal de límite.
- Cálculo analítico del límite
- Propiedades de los límites
- Límites trigométricos
- Teorema del encaje
- Continuidad y límites laterales
- Continuidad en un punto y en un intervalo abierto.
- Definición de continuidad
- Límites laterales y continuidad en un intervalo cerrado
- Propiedades de la continuidad
- Teorema de valor intermedio.
- Límites infinitos.
- Asíntotas verticales
- Propiedades de los límites infinitos

d. Tipos de ejercicios y problemas:

- Cálculo de límites en los registros tabular y gráfico.
- Bosquejo de gráfica de funciones y determinación de la existencia del límite. Se trabaja con funciones: polinómicas de grado 1 y 2 e irracionales otras.
- Cálculo de límites utilizando teoremas de operaciones entre funciones.
- Demostraciones de teoremas.
- Obtención de modelos matemáticos y luego se determina el cálculo de límites.
- Actividades que presentan procesos de transformación de los registros, es decir, la conversión.
- Aborda aspectos históricos en la presentación del concepto de límite.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 26: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_9

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
ALGEBRAICO (r^1)	R_1^1	$lím_{x\to 0} f(x) = 2$
	R_2^1	$lím_{x\to 0} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1} = 2$
TABULAR (r^2)	R_1^2	
GRÁFICO (r^3)	R_1^3	
	R_2^3	
SIMBÓLICO (r^4)	R_1^4	$\lim_{x\to c} f(x) = L$ si para cada $\varepsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que $0 < \lvert x-c\rvert < \delta \Rightarrow \lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon$

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 27: Análisis de los procesos de transformación del T_9

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO en r^1**	R_2^1
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^2**	R_1^2
R_1^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_1^3
R_2^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_1^3
R_2^3	**CONVERSIÓN de r^3 a r^4**	R_1^4

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: Se presentan todos los ejemplos del concepto de límite con la articulación de tres (3) registros diversos el algebraico, el gráfico y el tabular. En la definición formal del límite sólo realiza una transformación de tratamiento, un cambio de registro interno dentro del simbólico. El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal.

Se presenta la definición métrica formal (ε-δ) utilizando exclusivamente la notación de valor absoluto, acompañada de gráficos representativos y la versión verbal de la definición (escribiéndola sin utilizar símbolos). Se desarrollan tres casos particulares: el primero consiste en intuir el límite de una función racional en un punto que no pertenece a su dominio y utilizar la definición de límite para demostrarlo. El segundo se refiere al comportamiento de la función $f(x) = x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right)$ en un entorno del 0 y el último a las funciones constantes. Se presenta la negación de la definición en forma formal simbólica, verbal y con una representación gráfica. En la demostración de las propiedades de acotación y algebraicas no se presentan representaciones gráficas.

Aborda aspectos teóricos históricos del concepto de límite en la introducción de la definición destacando algunos personajes importantes que contribuyeron a la construcción del concepto entre los cuales se mencionan: Peter Gustav Dirichlet (1805-1859), aportando al desarrollo temprano del cálculo y del concepto de función. Agustín Louis Cauchy (1789-1857), primera persona en asignar un significado matemático riguroso a la definición épsilon – delta $(\varepsilon - \delta)$ de límite la que se usa en la mayoría de los textos de cálculo hoy en día de manera estándar.

Texto$_{10}$ (T_{10})

Resumen de los capítulos previos a la introducción del concepto de límite:

Preliminares: sesión 0: Números reales, estimación y lógica.

Sistema de coordenadas rectangulares: Sesión 1.1: ejes de coordenadas, origen, cuadrantes, coordenadas cartesianas, par ordenado, fórmula de la distancia, teorema de Pitágoras, la ecuación de una circunferencia, punto medio, la forma punto pendiente.

Funciones y sus gráficas: Sesión 1.2: Definición de función, dominio y rango, gráficas de funciones, función par e impar, operaciones con funciones, composición de funciones.

Funciones trigonométricas: sesión1.3: Definición función seno y coseno, gráficas de seno y coseno, período y amplitud de las funciones trigonométricas, otras cuatros funciones trigonométricas, relación con la trigonometría del ángulo, identidades trigonométricas.

Resumen del capítulo dedicado al concepto de límite:

Sesión 2. Límites.

a. *Introducción del concepto en el ámbito funcional:* se introduce con la noción intuitiva del concepto de límite, el autor señala en la introducción del concepto que la definición del cálculo es el estudio de los límites, luego muestra el concepto de límite a través de un ejemplo de una función de variable real contemplando tres (3) registros de representación semiótica el tabular, el algebraico y el gráfico. Se presenta la definición métrica formal (ε-δ) utilizando exclusivamente la notación de valor absoluto, acompañada de gráficos representativos y la versión verbal de la definición (escribiéndola sin utilizar símbolos), es decir, no presenta el uso de los cuantificadores lógicos.

b. Tipo de definición: métrica, utilizando sólo la notación de valor absoluto.

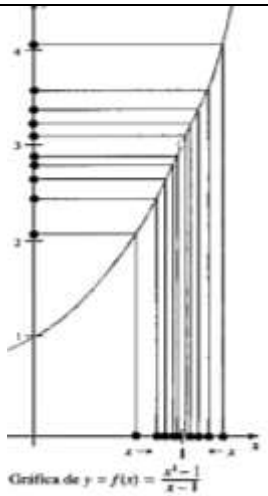
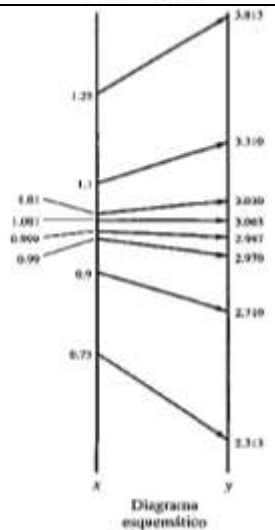
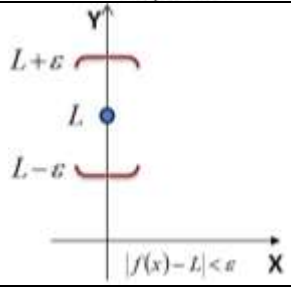
c. *Secuenciación:*
- Introducción a los límites
- Problemas que conducen al concepto de límite
- Significado intuitivo de límite.
- Límites laterales
- Estudio riguroso formal de límite
- Significado preciso de límite
- Límites unilaterales
- Teorema principal de los límites
- Aplicaciones del teorema principal de los límites.
- Teorema de sustitución
- Teorema del emparedado
- Límites que involucran funciones trigonométricas
- Límites trigonométricos especiales
- Límites al infinito; límites infinitos.
- Definición de límite de una sucesión.
- Relación con las asíntotas.
- Continuidad de funciones
- Teorema del valor intermedio

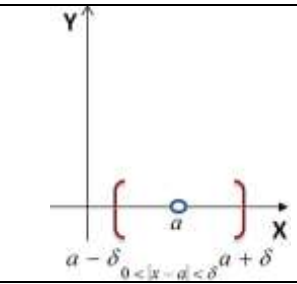
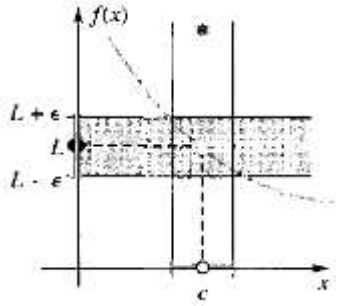
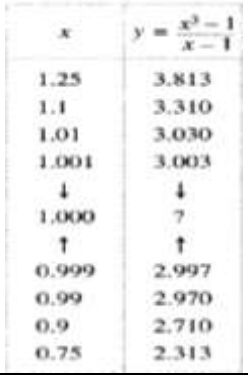
d. *Tipos de ejercicios y problemas:*

- Los ejercicios propuestos en la primera sección sólo hacen referencia al registro tabular, analítico y grafical.
- Cálculo de límites utilizando teoremas de operaciones entre funciones.
- Demostraciones de teoremas acompañadas del registro gráfico.
- Los problemas propuestos permiten al estudiante realizar actividades de transformación de tratamiento en el registro algebraico y analítico.
- No se proponen ningún tipo de problemas vinculados con alguna otra rama de la matemática ni con situaciones extramatemáticas.

Análisis de los procesos de transformación y conversión del concepto de límite:

Cuadro N° 28: Representaciones Semióticas del Concepto de Límite del T_{10}

REGISTRO SEMIÓTICO	REPRESENTACIÓN SEMIOTICA	
ALGEBRAICO (r^1)	R_1^1	$lím_{x\to 1} f(x)=3$
	R_2^1	$lím_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x-1}=3$
	R_3^1	$lím_{x\to 1} x^2+x+1=3 \ \wedge \ x\neq 1$
SIMBÓLICO (r^2)	R_1^2	$L-\varepsilon < f(x) < L+\varepsilon$
	R_2^2	$\lvert f(x)-L\rvert < \varepsilon$
	R_3^2	$0<\lvert x-c\rvert<\delta$
	R_4^2	$c-\delta < x < c+\delta \ \ y \ \ x\neq c$
	R_4^2	*Si para cada* $\varepsilon>0$ *existe una correspondiente* $\delta>0$ *tal que* $\lvert f(x)-L\rvert<\varepsilon$ *siempre que* $0<\lvert x-c\rvert<\delta$
	R_5^2	$Lím_{x\to c} f(x)=L$
GRÁFICO (r^3)	R_1^3	 Gráfica de $y=f(x)=\frac{x^3-1}{x-1}$
	R_2^3	 Diagrama esquemático
	R_3^3	

	R_4^3	
	R_5^3	
TABULAR (r^4)	R_1^4	

x	$y=\frac{x^3-1}{x-1}$
1.25	3.813
1.1	3.310
1.01	3.030
1.001	3.003
↓	↓
1.000	?
↑	↑
0.999	2.997
0.99	2.970
0.9	2.710
0.75	2.313

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Cuadro N° 29: Análisis de los Procesos de Transformación del T_{10}

REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA	PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_2^1
R_1^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_2^1	**TRATAMIENTO EN r^1**	R_3^1
R_1^2	**TRATAMIENTO EN r^2**	R_2^2
R_3^2	**TRATAMIENTO EN r^2**	R_4^2
R_4^2	**TRATAMIENTO EN r^3**	R_5^2
R_2^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_1^3
R_2^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_2^3
R_3^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_1^3
R_3^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^3**	R_2^3
R_2^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_3^3
R_3^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_4^3
R_4^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_5^3
R_4^2	**CONVERSIÓN de r^2 a r^3**	R_5^3
R_1^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_1^4
R_2^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_1^4
R_3^1	**CONVERSIÓN de r^1 a r^4**	R_1^4

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Interpretación: se introduce con la noción intuitiva del concepto de límite, presentando para la explicación del concepto el uso de tres (3) registros de representación semiótica el tabular, el algebraico y el gráfico, sólo abordando transformaciones de tratamiento en los últimos dos registros. Las transformaciones de conversión se realizan del registro analítico al gráfico, del analítico al tabular y del simbólico al gráfico, en los que pareciera se intenta articular los dos registros de representación en cada uno de los casos.

Se presenta la definición métrica formal (ε-δ) utilizando exclusivamente la notación de valor absoluto, acompañada de gráficos representativos y la versión verbal de la definición (escribiéndola sin utilizar símbolos), es decir, no presenta el uso de los cuantificadores lógicos. El desarrollo es secuencial, con un tránsito de lo intuitivo a lo formal.

Los ejercicios propuestos permiten al estudiante realizar actividades de transformación de tratamiento en el registro algebraico y analítico. Sin embargo, la coordinación de la conversión para estos ejercicios sólo se da en ese orden y no de manera recíproca. Los aspectos históricos relativos al concepto de límite no son presentados en la definición del concepto ni ejemplos y ejercicios de aplicación a situaciones de la vida real.

En el siguiente cuadro esquemático se detalla en resumen el tipo de transformación (Tratamiento, conversión) explicitado en los textos estudiados.

Cuadro N° 30: Tipos de transformación (Tratamiento, Conversión) expuestos en los textos objeto de estudio.

	TRANSFORMACIÓN			
TEXTOS	TRATAMIENTO	CONVERSIÓN		
(T_1)	• Simbólico.	• Simbólico	→	Gráfico
(T_2)	• Algebraico. • Simbólico.	• Simbólico	→	Gráfico
(T_3)	• Algebraico. • Simbólico.	• Verbal • Algebraico • Verbal • Simbólico	→ → → →	Algebraico Gráfico Gráfico Gráfico
(T_4)	• Algebraico.			
(T_5)	• Algebraico. • Numérico. • Simbólico.	• Algebraico • Algebraico • Tabular	→ → →	Simbólico Numérico Gráfico
(T_6)	• Simbólico.			
(T_7)	• Algebraico. • Simbólico.	• Tabular • Simbólico	→ →	Simbólico Gráfico
(T_8)	• Algebraico. • Simbólico. • Gráfico.	• Algebraico • Algebraico • Tabular • Simbólico	→ → → →	Tabular Gráfico Gráfico Gráfico
(T_9)	• Algebraico.	• Algebraico • Tabular • Algebraico • Gráfico	→ → → →	Tabular Gráfico Gráfico Simbólico
(T_{10})	• Algebraico. • Simbólico. • Gráfico.	• Algebraico • Simbólico • Algebraico	→ → →	Gráfico Gráfico Tabular

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

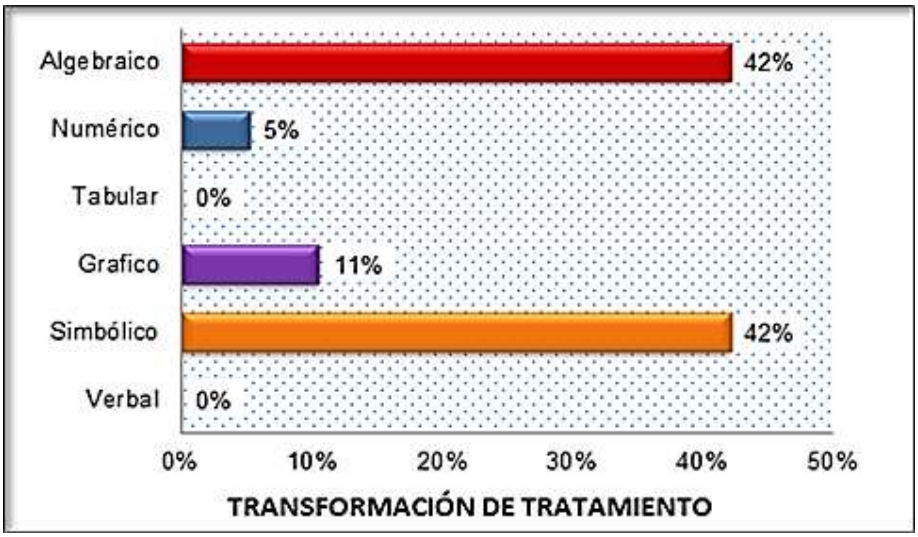
Partiendo del cuadro esquemático, se elaboraron dos (2) cuadros de distribución de frecuencia para indicar el uso de los procesos de transformación tratamiento y conversión, los cuales se presentan de la manera siguiente:

Cuadro N° 31: Transformación de Tratamiento

Transformación de Tratamiento	Cantidad	%
Verbal		0%
Simbólico	8	42%
Grafico	2	11%
Tabular		0%
Numérico	1	5%
Algebraico	8	42%
Total	**19**	**100%**

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Grafico N° 2 : Transformación de Tratamiento



Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Se puede evidenciar en el gráfica N° 2 que las transformaciones de los registros internos (tratamiento) realizadas en los textos de Cálculo carecen de los registros tabular y verbal, es decir, no hay actividades que involucren cambios de registros internos en ambos registros, lo que significa, que este tipo de cambio en el sistema semiótico posiblemente resulta compleja para abordar las actividades del concepto de límite.

Por otra parte, en cuanto a las transformaciones de tratamiento en los registros simbólico y algebraico muestran una mayor actividad en este tipo de tareas con 42% en ambos registros, sin embargo, las numerosas trasformaciones internas de las representaciones semióticas en ambos registros no siempre posibilita que los estudiantes puedan articular las interpretaciones o significados asignados a cada una ellas y puedan reconocer una equivalencia semántica.

A manera de ejemplo:

La expresión atribuida para la definición formal del concepto de límite $\lim_{\to a} f(x) = b$ es equivalente a:

$$\forall E_{b,\varepsilon}, \exists E^{*}{}_{a,\delta} \subset D(f) / \forall x \in E^{*}{}_{a,\delta,} f(x) \in E_{b,\varepsilon}$$

o

$$si \ \ solo \ \ si \ \ \forall \varepsilon \in \Re^{+} \exists r \in \Re^{+} / 0 < |x-a| < r \to |f(x) - l| < \varepsilon$$

de igual manera a la expresión

$$\forall \varepsilon \in \Re \exists r \in \Re^{+} / a - r < x < a + r \wedge x \neq a \to l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$$

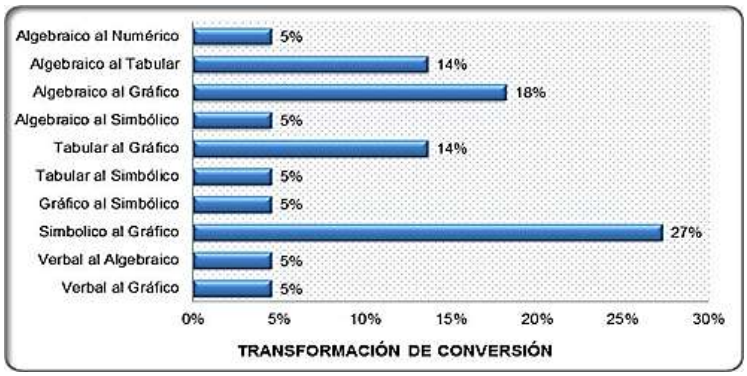
ocasionando en los estudiantes confusiones de significado. Se puede evidenciar que las transformaciones de tratamiento pueden ser tan complejas como las de conversión y, por tanto, ser fuente de dificultades en los procesos de comprensión del concepto matemático de límite.

Cuadro N° 32: Transformación de Conversión

Transformación de Conversión	Cantidad	%
Verbal al Gráfico	1	5%
Verbal al Algebraico	1	5%
Simbolico al Gráfico	6	27%
Gráfico al Simbólico	1	5%
Tabular al Simbólico	1	5%
Tabular al Gráfico	3	14%
Algebraico al Simbólico	1	5%
Algebraico al Gráfico	4	18%
Algebraico al Tabular	3	14%
Algebraico al Numérico	1	5%
Total	**22**	**100%**

Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Grafico N° 3: Transformación de Conversión



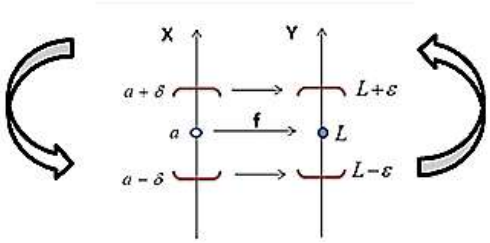
Fuente: Adaptado por el autor con aporte de Duval (1993)

Del análisis de las transformaciones externas (conversión) entre registros se evidencia que la conversión del registro simbólico al registro gráfico es de los más utilizados en la construcción del concepto de límite con un 27%, mientras que con un 18% del registro algebraico al gráfico y con 14% ambas transformaciones externas del algebraico al tabular y del tabular al gráfico en ese orden y resto de las conversiones con apenas un 5% en seis (6) situaciones del registro algebraico al numérico, del algebraico al simbólico, del tabular al simbólico, del gráfico al simbólico, del verbal al gráfico, del verbal al algebraico.

Este hecho (cambios de registro) se considera fundamental para la noesis del concepto matemático de límite, sin embargo, la conversión entre registro no se efectúa espontáneamente a menos que se traten de representaciones congruentes, es decir, en cuanto a la correspondencia entre las unidades significantes del registro de partida y el de llegada, pero según Duval (1995, 1999), puede ser un obstáculo cuando no hay congruencia.

A manera de ejemplo:

$$\lim_{x\to a} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 / |f(x) - L| < \varepsilon \Rightarrow 0 < |x - a| < \delta$$



El cambio de representación del registro gráfico al registro simbólico no presenta una correspondencia semántica entre las unidades significantes, el estudiante puede tener dificultades para la coordinación de los registros y presentar contradicciones entre el registro de partida (gráfico) y el registro de llegada (simbólico), ya que no hay univocidad semántica terminal en los registros que intervienen en el proceso.

REFERENCIAS:

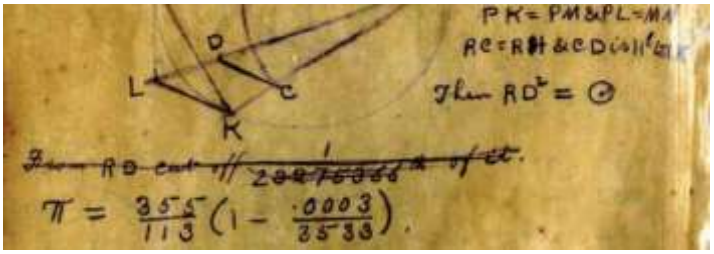
- DuvaL, R. (1993). **Sémiosis et Noésis**. Conference A.P.M.E.P, I.R.E.M., Trad. en Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela Francesa, Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV del IP.
- DuvaL, R. (1995). **Semiosis y pensamiento humano**. Peter Lang. Universidad del Valle.
- DuvaL, R. (1999). **Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking, basic issues for learning**. Actas del PME 23.

Continúa en el próximo número…

Ramanujan, el hombre que vio en sueños el número pi.

Versión del artículo original de: BEATRIZ GUILLÉN - @BeaGTorres - para Ventana al Conocimiento

Elaborado por Materia para OpenMind



EL MATEMÁTICO INDIO SRINIVASA RAMANUJAN.
CRÉDITO IMAGEN: WIKIMEDIA COMMONS.

El 16 de enero de 1913 una carta reveló a un genio de las matemáticas. La misiva procedía de Madrás, una ciudad —ahora conocida como Chennai— situada al sur de la India. El remitente era un joven empleado del puerto de aduanas, de 26 años y un salario de 20 libras anuales, que adjuntaba nueve hojas de fórmulas a primera vista incomprensibles. "Estimado señor: No he recibido educación universitaria, pero he seguido los cursos de la escuela ordinaria. He hecho un estudio detallado de las series divergentes en general y los resultados a los que he llegado son calificados como sorprendentes por los matemáticos locales", comenzaba el escrito firmado por S. Ramanujan. Un siglo más tarde, el legado de este genio indio sigue influyendo en matemáticas, física o computación.

El reputado matemático británico G. H. Hardy fue el estupefacto destinatario del documento. Contenía **120 fórmulas** entre las que identificó una para saber cuántos números primos hay entre 1 y un número determinado, y otras que permitían calcular a gran velocidad los infinitos decimales del número pi. En algunos casos, **Ramanujan había llegado sin saberlo a conclusiones ya alcanzadas por matemáticos occidentales**, como una de las fórmulas de Bauer para los decimales de pi, pero muchas otras fórmulas eran completamente nuevas. Las fórmulas venían solas, aisladas, sin demostraciones formales ni planteamientos. Esta falta de metodología casi lleva a Hardy a tirar la carta a la basura. "Deben de ser verdaderas porque, de no serlo, nadie habría tenido la imaginación necesaria para inventarlas", resolvió finalmente.

Esta afirmación dio origen al viaje de Srinivasa Ramanujan (1887-1920) a Cambridge, a donde Hardy le invitó a trasladarse para tratar de desentrañar el secreto de aquel **genio autodidacta**. Ramanujan llegó al Trinity College esa misma primavera de 1913 en una época en la que el colonialismo todavía se justificaba en base a la existencia de razas inferiores; una *certeza* que la extraordinaria capacidad del indio convertía en sinsentido. Sin embargo, durante sus casi seis años en Gran Bretaña, **Ramanujan tuvo que soportar el racismo y el desprecio de la sociedad inglesa.**

RAMANUJAN (CENTRO) JUNTO A SU COLEGA G.H. HARDY (EXTREMO DERECHO) Y OTROS CIENTÍFICOS EN EL TRINITY COLLEGE DE CAMBRIDGE.
CRÉDITO IMAGEN: WIKIMEDIA COMMONS.

CAUTIVADO POR EL NÚMERO PI

Ramanujan es el icono de la intuición matemática. Su caso es un espectacular ejemplo de cómo el lenguaje matemático está inscrito en el cerebro de todos los seres humanos. De la misma manera que Mozart visualizaba la música, **este joven indio tenía la capacidad de hacer brotar de su interior fórmulas matemáticas con las que trataba de explicar el mundo.**

Procedente de una familia paupérrima, Ramanujan formuló sus primeros teoremas a los 13 años. Y a los 23, ya era una reconocida figura local en la comunidad matemática india, a pesar de que no tenía formación universitaria. Había sido rechazado en la prueba de acceso en dos ocasiones, por dejar sin respuesta todas aquellas cuestiones que no estaban relacionadas con las matemáticas.

Sin embargo, este suceso no detuvo su formación, que a partir de 1906 se volvió estrictamente autodidacta. En este período, **Ramanujan tenía una gran obsesión, que le perseguiría hasta el final de sus días: el número pi.** De su mano salieron cientos de formas distintas de calcular valores aproximados de pi. Solo los dos cuadernos que escribió antes de llegar a Cambridge acumulan 400 páginas de fórmulas y teoremas. Gracias a los cimientos teóricos que Ramanujan colocó hace un siglo, potentes ordenadores han calculado los 10 primeros billones de decimales del número pi. Llegar más lejos se considera una prueba de fuego en el mundo de la computación.

MUERTE TEMPRANA

El método de Ramanujan, intuitivo y sin demostraciones formales, chocó con la forma de trabajo científico que exigía que el resultado fuera replicable, es decir, que otro matemático pudiera seguir el planteamiento. El matemático solía afirmar que era la diosa protectora de su familia, Namagiri, quien le mostraba en sueños las ecuaciones de sus fórmulas.

A pesar de las peculiaridades en su forma de trabajar, sus resultados y el apoyo que tuvo siempre de Hardy le llevaron a la **Royal Society** y a ser miembro del claustro del **Trinity College**. Sin embargo, no pudo disfrutar mucho de esos honores. Ramanujan, que tuvo durante toda su vida una salud muy frágil, contrajo tuberculosis y fue confinado a un sanatorio en 1918. Un año después volvió a su tierra natal, donde murió en los siguientes meses con solo 32 años. **Esta muerte temprana le impidió terminar las demostraciones completas de sus anotaciones.** Su legado, que ha sido recientemente retratado por Hollywood en el filme *El hombre que conocía al infinito*, va más allá de su exotismo y supone un pilar de la teoría de números moderna.

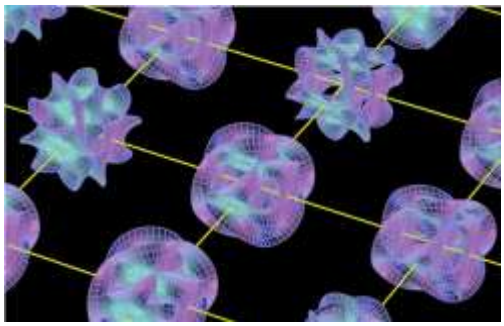
EL ACTOR INDIO DEV PATEL EN SU PAPEL DE RAMANUJAN EN LA PELÍCULA "EL HOMBRE QUE CONOCÍA EL INFINITO".
CRÉDITO IMAGEN: EL HOMBRE QUE CONOCÍA EL INFINITO.

Matemáticas inspiradas por la teoría de cuerdas.

Las matemáticas son la principal herramienta de trabajo de los físicos teóricos para avanzar en su conocimiento de la naturaleza.

Versión del artículo original de MARIO GARCÍA FERNÁNDEZ y ÁGATA TIMÓN G. LONGORIA

TOMADO DE: El País – España / 21 de diciembre de 2021



LAS VARIEDADES DE CALABI-YAU DAN FORMA AL ESPACIO PROPUESTO EN TEORÍA DE CUERDAS. CRÉDITO IMAGEN DE JEFF BRYANT Y ANDREW J. HANSON.

Mario García Fernández *es investigador en la Universidad Autónoma de Madrid y miembro del Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UCM-UC3M).*

Ágata Timón G. Longoria *es coordinadora de la Unidad de Cultura Matemática del Instituto de Ciencias Matemáticas.*

Estamos en una pequeña oficina, de luz deficiente y abarrotada de pizarras blancas apoyadas contra paredes, puertas y ventanas. Dos físicos teóricos miran intensamente una complicada ecuación escrita a mano en una de ellas, mientras suena *Eye of the Tiger*. En esta escena de la serie *Big Bang Theory*, donde un teórico de cuerdas y un cosmólogo colaboran para desvelar los misterios de la materia, falta un ingrediente importante: un matemático, no solo aportando el lenguaje adecuado, sino también tomando buenas notas.

Efectivamente, las matemáticas son la principal herramienta de trabajo de los físicos teóricos para avanzar en su conocimiento de la naturaleza. Un ejemplo es el uso del cálculo diferencial en la física newtoniana o, más recientemente, la formulación de la teoría de la relatividad general de Einstein, donde el espacio y el tiempo se funden en un único ente, a través de la complicada geometría de los *espacios curvos*. No obstante, la influencia sucede en ambas direcciones y una teoría física, surgida hace aproximadamente 40 años, ha logrado captar la atención y el interés de los matemáticos más abstractos. Hablamos de la *teoría de cuerdas*.

Esta teoría fundamental, propuesta en los años 1970 por Jöel Scherk y John Henry Schwarz, unifica la gravedad con las otras fuerzas y podría dar solución al problema de combinar la gravedad con la teoría cuántica. Para ello, se basa en objetos unidimensionales o "cuerdas", en lugar de partículas puntuales, cuyos modos de vibración singularizan los diferentes constituyentes del universo conocido. Paralelamente, Pierre Ramond, Andrè Neveu y John Henry Schwarz propusieron una modificación de la teoría que alberga supersimetría y que permite la presencia de ciertas partículas, conocidas como fermiones. Esta versión de supercuerdas requiere la existencia de seis dimensiones adicionales al espacio-tiempo cuatridimensional que observamos, enrolladas en formas compactas de un tamaño diminuto.

La forma geométrica de este espacio interno ha de ser muy particular, ya que debe permitir la buena vibración de las cuerdas fundamentales en el espacio total de diez dimensiones. En la década de 1980 Philip Candelas, Gary T. Horowitz, Andrew Strominger y Edward Witten caracterizaron la interesante forma de estos espacios internos. Y dieron, precisamente, con unas geometrías cuya existencia teórica había demostrado diez años antes el matemático y medallista fields S.-T. Yau. Son los llamados espacios o variedades Calabi-Yau.

Basándose en esta relación, el prisma de la teoría de cuerdas ha permitido abordar diversos problemas matemáticos; el primero, una cuestión de geometría enumerativa. Este tipo de problemas se remontan al griego Apolonio de Perga (262 a. C. – 190 a. C.), que se preguntó: dada una configuración de tres círculos disjuntos en el plano, ¿cuantos círculos son tangentes a estos tres dados?

DADOS TRES CÍRCULOS (LOS MARCADOS EN NEGRO), ¿CUÁNTOS CÍRCULOS TANGENTES A ELLOS EXISTEN? EN LA IMAGEN SE REPRESENTAN CON DIFERENTES COLORES. FUENTE IMAGEN: MELCHOIR.

Un problema de naturaleza similar interesó a los geómetras algebraicos desde el siglo XIX. En el problema anterior, se reemplaza el plano por un espacio algebraico, los círculos dados por puntos y los círculos que contamos por esferas con un cierto grado d asociado. La pregunta entonces es: ¿Cuántas esferas de grado fijo d, pasando por los $3d$ -1 puntos, contiene dicho espacio? Cuando este espacio es Calabi-Yau, el problema se conoce como la conjetura de Clemens. En la variedad Calabi-Yau más simple hay un total de 609 250 esferas de grado 2, según calculó el matemático Sheldon Katz en 1986.

Para total sorpresa de la comunidad matemática, en 1991 un equipo de cuatro físicos –Philip Candelas, Xenia De La Ossa, Paul Green, y Linda Parkes– llevó a cabo un cálculo que predecía el número de esferas de diferente grado *d* en un espacio Calabi-Yau. La complicada serie de cantidades de esferas, que había permanecido inaccesible para los cálculos matemáticos, se podía codificar en una elegante función que medía la probabilidad de propagación de una cuerda.

El desarrollo posterior de estas ideas ha dado lugar a todo un campo de estudio en matemáticas conocido como *simetría especular*, con importantes problemas abiertos como las conjeturas homológicas de simetría especular, formuladas por el matemático y medallista Fields Maxim Kontsevich.

Otro problema matemático en cuya solución fueron clave herramientas provenientes de la teoría de cuerdas es la *conjetura de Poincaré*, resuelta por el matemático ruso Grigori Perelman, lo que le valió en 2006 la distinción de la Medalla Fields (que rechazó). El problema trata sobre la clasificación de los espacios tridimensionales compactos. Para ello, Perelman desarrollo una nueva técnica, basada en ideas previas de Richard Hamilton y conocida como *flujo de Ricci con cirugía*, que permitía modificar estos espacios, a la vez que implementaba ciertos cortes y pegados, para descomponerlos en otros más elementales y así poder clasificarlos.

Tanto la ecuación de modificación del espacio que usó Perelman como la energía que permitía detectar el momento preciso en que realizar cada cirugía eran bien conocidos en teoría de cuerdas: se correspondían con el llamado flujo de renormalización y la acción efectiva, que permite describir la física observada en cuatro dimensiones, a partir de un modelo de cuerdas de diez dimensiones.

Estas ideas se continúan desarrollando en el llamado flujo de Ricci generalizado, recogido en un libro publicado por la American Mathematical Society. De acuerdo con una propuesta del matemático Jeffrey Streets, esta teoría puede tener futuras aplicaciones en la clasificación de una importante clase de espacios de dimensión cuatro, las superficies complejas.

Estos son solo algunos ejemplos de cómo, pese a que a lo largo de los años el interés físico en la teoría de cuerdas ha ido mermando –principalmente por su falta de carácter predictivo y porque algunos de sus postulados, como la supersimetría, no han sido observados experimentalmente–, la teoría continúa teniendo un gran valor para las matemáticas. Bien como fuente de inspiración para nuevos problemas, cuya solución requiere el desarrollo de nuevas líneas de pensamiento matemático o incluso teorías completas, o bien por su capacidad de hacer predicciones exactas sobre los problemas matemáticos más abstractos.

FÍSICOS NOTABLES

Ganadores del Premio Nobel en Física 1997:

Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji y William Daniel Phillips

Por su trabajo independiente y pionero en el enfriamiento y atrapado de átomos usando luz láser.

Fuentes: EcuRed - Wikipedia.

STEVEN CHU

Steven Chu. Profesor de física y de biología molecular y celular. Nació el 28 de febrero de 1948 en San Luis, EE. UU. Fue director del Lawrence Berkeley National Laboratory, entidad del Departamento de Energía de los Estados Unidos encargada de realizar investigaciones científicas clasificadas como no confidenciales. Ocupó el cargo de Secretario de Energía de los Estados Unidos entre los años 2009 y 2013.

Steven Chu nació en el seno de una familia de emigrantes chinos con una larga tradición académica y científica. Su padre, Ju Chin Chu, era un relevante ingeniero químico que llegó a los EE. UU. en 1943, para ampliar sus conocimientos en el prestigioso Massachusetts Institute of Technology (MIT); y su madre era una estudiante de Ciencias Económicas que, al cabo de dos años, se reunió con su marido en territorio norteamericano, donde culminó su carrera universitaria. Entre sus antepasados de generaciones anteriores figuran también un prestigioso ingeniero civil y un eminente físico que se había graduado en la Universidad de la Sorbona (París).

La familia Chu se traslada a Queens, Nueva York, debido a un trabajo como profesor que le fue dado a Ju Chin en el Instituto Politécnico de Brooklyn, era la llegada de Steven a la urbe comercial de los Estados Unidos. Luego la familia se traslada a Garden City, barriada neoyorquina mucho más próxima a Brooklyn, donde tuvo lugar la formación secundaria de todos los hermanos.

Las nuevas generaciones de los Chu fueron estudiantes aplicados y con buenas notas académicas, aunque el joven Steven Chu no fue nunca un alumno tan aventajado como sus hermanos y sus primos.

Durante sus estudios secundarios, Steven Chu desarrolló una gran afición a la Química y, sobre todo, a la Ingeniería. Desarrolló habilidades en la creación de diferentes piezas y mecanismos (maquetas de barcos y aviones, cohetes, juegos pirotécnicos, etc.) que pusieron de manifiesto su interés por la invención de dispositivos innovadores. Además, fue un excelente deportista.

Cursó su formación superior en la Universidad de Rochester de Nueva York, donde no tuvo grandes problemas para obtener los títulos de diplomado, licenciado y doctor en Física y Matemáticas. Y pasó, a continuación, a la prestigiosa Universidad de Berkeley de California, en la que, entre 1976 y 1978, amplió notablemente sus conocimientos en calidad de investigador postdoctoral.

Chu dirigió un equipo de físicos que a mediados de la década de 1980 desarrolló por primera vez un método para frenar átomos con rayos láser. Su investigación permitió el desarrollo de nuevas aplicaciones prácticas, como relojes atómicos más exactos y aparatos más precisos para medir la fuerza de la gravedad.

Debido a su fama internacional en la creación de combustibles alternativos es designado, el 11 de diciembre de 2008, por el presidente de Estados Unidos Barack Obama, como el nuevo Secretario del Departamento de Energía de los Estados Unidos, cargo que ocupo de forma oficial el 1º de enero del 2009 y que ejerció hasta el 22 de abril de 2013, cuando decide regresar a la Universidad de Stanford. Durante su secretaría, Obama le encargó dirigir los esfuerzos tendientes a lograr una transición hacia fuentes limpias de energía.

Las grandes empresas energéticas estadounidenses se opusieron a los planes del Dr. Chu sobre energía renovable y lo acusaron de ayudar a implementar la ambiciosa agenda del presidente Obama de invertir en energía limpia y reducir la dependencia estadounidense del petróleo extranjero. También apoyo la política presidencial de crear millones de nuevos puestos de trabajo apoyándose en la creación de proyectos energéticos gubernamentales.

Steven Chu está casado con la Dra. Jean Chu, quien posee un doctorado en física de la Universidad de Oxford y ha sido jefa de personal de dos de los presidentes de la Universidad de Stanford. Chu tiene dos hijos adultos, Geoffrey y Michael, de su matrimonio anterior.

CLAUDE COHEN-TANNOUDJI

Claude Cohen-Tannoudji. Físico franco-argelino. Nació el 1º de abril de 1933, en Constantine, Argelia francesa. En 1957 se graduó en Física y en 1962 se doctoró en la Escuela Normal Superior (ENS) de París, Francia. En 1960 entró a formar parte del Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), y en 1973, estando todavía asociado al CNRS, comenzó una dilatada labor como director de física atómica y nuclear en el Collège de France de París.

Fue uno de los primeros en proponer el uso del láser para ralentizar los átomos. Para ello se bombardea un átomo con la luz de un láser. Los llamados fotones, paquetes de energía de ondas de luz, aunque no tienen masa, se mueven lo suficientemente deprisa (a la velocidad de la luz) como para producir un impulso que frena los átomos con sus impactos.

En 1985 Steven Chu y su equipo enfriaron átomos a una temperatura de 240 millonésimas de un grado Celsius por encima del cero absoluto, lo que ralentizaba los átomos hasta los 0,5 km/h. En 1988 William D. Phillips y su equipo investigador enfriaron átomos a una temperatura de 40 millonésimas de un grado por encima del cero absoluto, una temperatura inferior a la que los científicos de entonces juzgaban posible. En 1995 Cohen - Tannoudji y su equipo alcanzaron una temperatura de 0,2 millonésimas de un grado por encima del cero absoluto.

La manipulación de los átomos y un estudio más profundo de los mismos permite a los científicos introducir mejoras en muchas tecnologías. El mecanismo de un reloj atómico será más preciso cuanto mayor sea el control del mismo sobre los átomos que utiliza para medir el tiempo. Una mayor exactitud de los relojes atómicos permite mejorar la navegación espacial y el Sistema de Posicionamiento Global. Atrapar átomos también resulta útil para medir la fuerza de la gravedad en un lugar determinado de la Tierra, y su control permite utilizarlos para imprimir circuitos electrónicos.

En 1996 Cohen - Tannoudji obtuvo la medalla de oro del CNRS. En 1997, junto con sus antiguos estudiantes Jacques Dupont y Gilbert Grynberg, publicó *Introducción a la electrodinámica cuántica*.

WILLIAM DANIEL PHILLIPS

William Daniel Phillips. Físico. Nació el 5 de noviembre de 1948, en Wilkes-Barre, Pensilvania, EE. UU. Vino al mundo en el seno de una familia de clase media formada por Mary Catherine Savino, descendiente de emigrantes católicos italianos y William Cornelius Phillips, miembro de una familia metodista que descendía de galeses. Sus padres, ambos universitarios, pusieron especial interés en la formación académica de todos sus hijos, a los que inculcaron a muy temprana edad su afición a la lectura.

En los primeros años de vida, su educación estuvo marcada por el ambiente que le rodeaba, en el que ejercían una poderosa influencia la Iglesia y la escuela (y, desde luego, la institución familiar). Cultivó intensamente el ejercicio físico (le apasionaba la pesca, el béisbol, el ciclismo y, entre otros muchos deportes, la equitación) y la actividad intelectual; pronto dio muestras de una precoz inclinación hacia las Ciencias, plasmada en los experimentos químicos que comenzó a realizar por su cuenta aprovechando diferentes substancias de uso doméstico.

Uno de sus entretenimientos favoritos consistía, además, en examinar cualquier cosa con el microscopio que le regalaron sus padres.

En 1956 se instaló, con los suyos, en la localidad de Butler, cerca de Pittsburgh, donde, a sus ocho años de edad, se reveló ya como un niño superdotado y fue incluido en un proyecto experimental de educación acelerada. Así, pronto adquirió unos saberes que rebasaban los conocimientos medios de cualquier niño de su edad, sobre todo en el campo de las Matemáticas. Y así, en 1959, cuando su familia llevó a cabo un nuevo traslado y se afincó en Camp Hill, cerca de Harrisburg, los profesores de su nuevo colegio (Camp Hill High School) se quedaron asombrados de su nivel de conocimientos y decidieron adelantarle varios cursos.

Alternaba, por aquel tiempo, su pasión por la práctica deportiva del tenis con largas horas de estudios y experimentos en un improvisado laboratorio que había instalado en el sótano de su casa, donde, ante el temor de sus padres -que no eran científicos y desconocían el alcance de sus trabajos-, descubrió las propiedades de la antracita, el asbesto y otros minerales, al tiempo que experimentaba con la electricidad, los rayos ultravioletas, el fuego, los explosivos, etc.

Así las cosas, al emprender sus estudios secundarios el joven William D. Phillips era ya un científico aficionado. Durante este período académico, volvió a sobresalir en las materias de Ciencias y en el estudio de las Matemáticas, pero descubrió también la importancia de la Lengua y la Literatura (que consideró primordiales a la hora de divulgar correctamente sus futuros trabajos), y aprendió a la perfección la lengua francesa (que, unos años después, habría de servirle de gran utilidad a la hora de comunicarse con su colega Claude Cohen-Tannoudji y su equipo de colaboradores). Su precocidad le permitió participar, siendo todavía alumno de enseñanzas medias, en cursos universitarios veraniegos, donde alcanzó el convencimiento de que su futuro profesional estaba íntimamente ligado a la Física experimental.

En sus años finales de instituto, William D. Phillips conoció a Jane Van Wynen, con la que comenzó a intimar en 1965, a raíz de un viaje escolar a Nueva York para visitar la New York World's Fair. Ambos compañeros de estudios habrían de contraer matrimonio en 1970.

Phillips inició sus estudios superiores en 1966, en el Juniata College, institución en la que habían estudiado sus padres, su hermana mayor y otros familiares suyos. Enseguida destacó por su excelente nivel en Física y Matemáticas, hasta el extremo de que, cuando cursaba todavía el primer año de carrera, el profesor Wilfred Norris, director del Departamento de Física, le invitó a incorporarse a las prácticas de un laboratorio de física experimental reservado a los estudiantes del tercer curso. Norris fue el director de sus primeras investigaciones serias, centradas en la mejora de los espectrómetros conocidos hasta entonces (aparatos que permiten separar las radiaciones de distintas características y medir su proporción).

Tras su paso por el Juniata College, William D. Phillips quiso completar sus estudios universitarios en Princeton; pero el ambiente que conoció en su Facultad de Física no le gustó, por lo que optó por matricularse en el prestigioso MIT (Massachusetts Institute of Technology) de la Universidad de Harvard, donde el profesor Dan Kleppner le aceptó de buen grado tras conocer sus brillantes trabajos en resonancias magnéticas. Kleppner le destinó a un programa de desarrollo del máser de hidrógeno.

Se doctoró en 1976 con una tesis sobre el momento magnético del protón en H_2O; Phillips aceptó una oferta del MIT para quedarse allí durante los dos próximos años, en calidad de investigador postdoctoral. Fue en este período cuando comenzó a adentrarse en los secretos del condensado Bose-Einstein, un estado de la materia a temperatura ultra baja, en el que los átomos se comportan como un único superátomo, siguiendo las leyes de la mecánica cuántica. Sentó, con ello, las bases de la investigación que, al cabo de veinte años, habría de granjearle el Premio Nobel.

En 1978, Phillips se trasladó a Gaithersburg (Maryland) para incorporarse a la NBS (National Bureau of Standards, u Oficina Nacional de Normas y Medidas), que poco después pasó a llamarse NITS (National Institute of Standards and Technology, o Instituto Nacional de Normas y Tecnología). Encargado, allí, de mejorar los instrumentos de precisión utilizados para la fabricación de láser, aprovechó el valioso equipo que tenía a su disposición para ampliar sus conocimientos sobre las técnicas de refrigeración del láser.

El Metodismo -religión que, profesada por sus padres, había dejado de practicar regularmente Phillips durante su época de estudiante- volvió a hacerse presente en el brillante científico de Pennsylvania a finales de los años setenta. Acompañado de su esposa Jane, se unió a la congregación metodista de Fairhaven, en cuyo seno desarrolló una constante y abnegada labor proselitista que, ciertamente, resulta poco habitual en científicos de su talla.

Al poco tiempo de haberse incorporado a la NBS, William Daniel Phillips comenzó a trabajar intensamente en un proyecto de refrigeración del láser, materia sobre la que ya había investigado durante sus últimos años en el MIT. Por aquel tiempo, Steven Chu había desarrollado, en los Laboratorios Bell de Holmdel (Nueva Jersey), un método para frenar los átomos por medio de rayos láser, que partía del conocimiento generalizado de la velocidad media aproximada a la que se desplazan los átomos a temperatura normal (aproximadamente, un kilómetro por segundo). Chu y su equipo habían ideado un proceso que, sirviéndose de un impacto frontal de los átomos contra los fotones de un rayo láser, daba lugar a una disminución considerable de la velocidad normal del átomo.

Steven Chu y los científicos que trabajaban con él pudieron constatar, repitiendo el proceso, se reducía cada vez más la velocidad de los átomos, de tal modo que su desplazamiento podía llegar a ser miles de veces más lento que el habitual, lo que su vez equivalía a enfriarlos a temperaturas cercanas al cero absoluto. Hecha esta comprobación, Chu creó un dispositivo (más tarde conocido como melaza óptica o trampa atómica) compuesto por seis rayos láser que convergen en un mismo punto; estos rayos están dispuestos de tal manera que forman una especie de "trampa" o "cárcel" concebida con la finalidad de frenar a los átomos de sodio que penetran en la región comprendida entre ellos, y dificultar enormemente su salida de dicha zona. Así, con la trampa atómica de Chu se consigue que los átomos de sodio "atrapados" en ella reduzcan su desplazamiento hasta velocidades asombrosamente lentas (unos treinta centímetros por segundo, lo que equivale a una temperatura de 0'00024 grados Kelvin).

Partiendo de este trabajo de Chu, William Phillips y sus colaboradores lograron alcanzar, en los laboratorios de la NBS, velocidades y temperaturas aún mucho más bajas, lo que era prácticamente inconcebible entonces (sobre todo, después de los límites a los que había llegado Steven Chu). En efecto, las temperaturas de 0,000043 grados Kelvin conseguidas por Phillips obligaron a modificar todas las teorías sobre el enfriamiento desarrolladas tras la contribución de Chu, que estaban basadas en modelos del comportamiento de los átomos demasiado simplificados.

¿Qué pasó con el gato filósofo de Schrödinger, el experimento más famoso de la física cuántica?

El principio de indeterminación o incertidumbre indica que cuanto más preciso es el conocimiento de la posición de una partícula, más imprecisa es la medida de su masa y su velocidad.

Versión del artículo original de FRANSCISCO PÉREZ FERNÁNDEZ y FRANCISCO LÓPEZ-MUÑOZ

FUENTE: BBC NEWS | MUNDO

Francisco Pérez Fernández *es profesor de Psicología Criminal, Psicología de la Delincuencia, Antropología y Sociología Criminal / Investigador., Universidad Camilo José Cela.*

Francisco López-Muñoz *es profesor Titular de Farmacología y Vicerrector de Investigación y Ciencia de la Universidad Camilo José Cela, Universidad Camilo José Cela.*

El desarrollo de la física atómica cuestionó la imagen de lo real que la modernidad erigió sobre la mecánica clásica.

Estableció que los modelos explicativos deterministas, que funcionaban con perfecta precisión en el mundo macro, se tornaban inconsistentes cuando se ahondaba en la comprensión del mundo micro.

Así, al establecer su célebre ***principio de indeterminación o de incertidumbre***, Werner Heisenberg discutió la posibilidad de una causalidad mecánica y cerrada en el ámbito de la física.

Esto rompía dramáticamente con toda explicación clausurada, en términos de causas y efectos unidireccionales, del mundo.

QUÉ MALA ES LA INCERTIDUMBRE

El principio, formulado en 1925, señala que cuanto más preciso es el conocimiento de la posición de una partícula, más imprecisa es la medida de su masa y su velocidad, y viceversa.

Así, la exactitud con la que se puede medir es limitada.

Esto no depende del aparataje empleado, que podría ser hipotéticamente perfecto, sino del hecho mismo de medir, porque la medida de algo depende de la forma en que se mide y no del objeto medido.

A la distancia, por ejemplo, le es indiferente que se mida en kilómetros o en millas porque esto no la cambia, pero el resultado varía si se utiliza un método u otro y, con ello, la valoración de la misma.

Ello no anula la validez de la física clásica, pero matiza su exactitud: **la mecánica clásica** pretende trabajar con magnitudes perfectamente medibles, por lo que supone que se puede conocer la medida exacta de lo que fuere y en cualquiera de sus aspectos. Por ello puede **postular una visión determinista e invariante de lo real**.

Se ha cuestionado la idea de que el principio de incertidumbre realmente anule el determinismo, pero ello implica la aceptación de una idea algo extraña: que en realidad no existen posiciones, masas o velocidades de partículas sino solo ondas perfectamente cuantificables mediante funciones complejas.

De este modo, la indeterminación de cualquier sistema sería solo aparente.

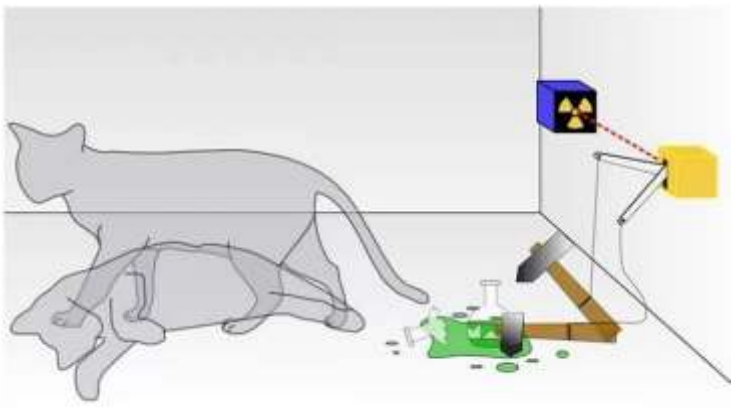
La idea, sin embargo, no modifica el problema intuitivo de la alteración de un sistema al medirlo.

Además, el cambio de partículas a ondas no resuelve la cuestión del cierre epistemológico de la física, tal y como planteó **Erwin Schrödinger, quien ideó en 1935 el archiconocido experimento mental del gato**.

AQUÍ HAY GATO ENCERRADO

Imaginemos al **animal metido dentro de una caja opaca** equipada con un dispositivo conformado por una ampolla de vidrio que contiene un veneno volátil, y un martillo sujeto sobre la ampolla, de modo que si cae sobre ella la romperá, haciendo escapar el veneno.

Para garantizar la autosuficiencia del sistema, el martillo, a su vez, ha sido conectado a un mecanismo detector de partículas alfa, de modo que si es alcanzado por una de ellas se activará y caerá.



EXPERIMENTO DEL GATO DE SCHRÖDINGER. FUENTE FOTO: WIKIMEDIA COMMONS.

Junto al detector situamos un átomo radiactivo con un 50% de probabilidades de emitir una partícula alfa en el curso de una hora. **Se cierra la caja y se espera**.

Al cabo de esa hora habrá ocurrido uno de dos sucesos posibles: o bien el átomo ha emitido una partícula alfa y activado la trampa venenosa, o bien no la ha emitido.

En consecuencia, **el gato estará vivo o muerto**. Lo interesante es que no se puede saber qué ha sucedido sin abrir la caja.

Un científico concienzudo y empeñado en garantizar la calidad predictiva de lo que hace querrá elaborar un modelo que permita anticipar qué ha sucedido con el gato antes de verlo con sus propios ojos. Recurrirá entonces a una formulación del problema en clave de mecánica cuántica.

Así, e**l gato vendrá descrito por una función de onda complicada que será resultado de la superposición de los dos estados posibles combinados al cincuenta por ciento**:

A) Gato vivo.

B) Gato muerto.

Aplicando el formalismo cuántico sucede algo que nos sume en la perplejidad: **el gato estaría vivo y muerto al mismo tiempo**.

Lo que se hace entonces es recurrir a la única forma positiva de averiguar lo que ha pasado: se abre la caja. Pero al realizar esta comprobación —medir— se altera el sistema, pues se rompe la superposición de estados descritos en la función.

En este momento es cuando, salvador, aparece el dichoso determinismo que impone el sentido común para indicarnos que, como el gato no podía estar vivo y muerto a la vez, ya debía estar vivo o muerto antes.

Sin embargo, **la mecánica cuántica nos está informando de algo más perverso**: mientras nadie abra la caja, el gato se encontrará en un estado indefinido, conformado por la superposición de los dos estados posibles: A o B.

Esto significa sencillamente que **es la forma de control que se aplica a un sistema lo que lo altera y determina, porque lo modifica**.

Hay múltiples interpretaciones de este modelo mental.

La más básica es que la interpretación cuántica muestra que no es tan "evidente" como indica el sentido común que se pueda alcanzar la certeza última sobre algo, pues existe un componente probabilístico ingobernable.

ANTICIPAR, NO PREDECIR

Se ha intentado vencer esta paradoja, a fin de avanzar hacia la idea de un modelo predictivo que permita saber qué va a ocurrir con el gato.

El más reciente ha sido aportado por Zlatko Minev, miembro del equipo que dirige Michel Devoret en Yale: el "**salto cuántico**", es decir, el momento en el que se decide si el gato vive o muere, **no es tan abrupto como se pensaba**.

Si bien no se observó experimentalmente hasta la década de 1980, la idea del salto cuántico se debe al físico danés Niels Bohr, siendo lo que ocurre cuando se mide la información cuántica de un átomo o molécula —**llamada bit o cúbit**—.

Al realizar esta medición, el átomo "salta" de un estado de energía a otro y se sabe que a largo plazo estos saltos son impredecibles.

Lo que el equipo de Yale ha establecido es que, aunque no es posible elaborar predicciones exactas acerca de los cambios de un sistema, sí sería admisible disponer de un dispositivo de monitorización que proporcionara una señal anticipada de que un salto cuántico va a ocurrir.

Ello otorgaría coherencia física a cualquier sistema que se estudiara y, en condiciones ideales, podría anticipar la muerte del gato e incluso revertirla antes de que se produjera (lo cual, dicho sea de paso, ya resulta bastante paradójico por sí mismo).

En realidad, este hallazgo no invalida la utilidad de la paradoja de Schrödinger, pues no rompe con el dogma cuántico de que el futuro es aleatorio, ni altera el fundamento del principio de indeterminación.

Solo señala —y no es poco— que es posible contar con un medio que advierta de que un cambio va a producirse en el sistema que se estudia.

EL FÍSICO DANÉS NIELS BOHR. FUENTE FOTO: FUNDACIÓN NOBEL.

Algo similar a **lo sucedido con los peces en fechas previas a la erupción del volcán de la isla de La Palma (2021)**: los pescadores informaron de que las capturas se habían reducido dramáticamente antes de la erupción porque los peces, simplemente, habían desaparecido de los caladeros habituales.

No es que los animales supieran que se iba a producir una erupción volcánica.

Simplemente anticiparon un peligro al percibir señales tempranas, como temblores de baja intensidad o cambios sutiles en la temperatura y composición del agua, que escapan a la percepción humana.

TOCA FILOSOFAR

Todo esto, y aquí viene la filosofía, abre nuevas vías interpretativas en lo que al problema mente-cuerpo respecta, que invalidan la presunción de que el dualismo sea necesariamente un planteamiento falso, anómalo o prescindible.

De hecho, frente a lo que postulan los partidarios del reduccionismo, **ni es absurdo ser dualista ni, de hecho, se puede afirmar que serlo carezca de sentido científico.**

El propio Schrödinger avanzó algunas ideas en 1944.

Atraído por la enorme complejidad observable en la materia viva, propuso que, con relación al comportamiento de esta materia viva, era necesario buscar alguna respuesta diferente, pues se debía aceptar que, quizá, funcionara de manera irreductible a las leyes ordinarias de la física.

Ello no implica que se deban descubrir leyes físicas nuevas para explicar el funcionamiento de lo vivo, sino que los diferentes niveles sistémicos superpuestos de que se constituye cualquier actividad orgánica modifican, alteran y alternan los procesos deterministas y probabilísticos que funcionan regularmente en la materia inerte.

¿CÓMO EXPLICAR LA CONCIENCIA ENTONCES?

Se puede comenzar aceptando la existencia de un alma inmaterial como respuesta simbólico-racional al hecho de la pluralidad de manifestaciones de lo consciente.

Solución de éxito histórico, pero de graves dificultades teóricas. Y si no, que se lo pregunten a René Descartes.

Otra alternativa sería entender que **la conciencia se encuentra en íntima conexión con el estado físico** de una región limitada de materia, el cuerpo, del cual depende, y que, al existir una gran pluralidad de cuerpos, habría una pluralidad de conciencias o mentes, tantas como personas.

Pero esto nos adentraría en el problema del subjetivismo y el relativismo.

Es decir, ¿cómo sería posible que las personas pudiéramos estar de acuerdo en algo con los demás, si vivimos atrapadas en nuestra propia conciencia?

A menos, claro, que se planteara una propuesta alternativa de compromiso, como el llamado emergentismo sistémico (que vamos a dejar para otro día).

Schrödinger optó, tercera opción, por una postura monista-materialista a la hora de abordar el caso, entendiendo que lo mental era un mero epifenómeno.

Pero ese tipo de explicación tampoco es enteramente funcional, en la medida que exige de un determinismo psicofísico que su propia paradoja cuestiona, pues impide que se pueda explicar la anomalía inherente a las leyes psicofísicas.

Resulta que su gato no solo estaba vivo y muerto a la vez, sino que también era filósofo.

QUÍMICOS DESTACADOS

Ganador del Premio Nobel en Química 1999:

Ahmed Hassan Zewail

Por sus estudios de los estados de transición de las reacciones químicas utilizando espectroscopia de femtosegundo.

FUENTE: Wikipedia

Ahmed Hassan Zewail. Químico. Profesor universitario estadounidense, de origen egipcio. Nació el 26 de febrero de 1946, en Damanhur, Egipto; y falleció el 2 de agosto de 2016 en Pasadena, California, EE. UU

Se licenció en química por la Universidad de Alejandría y posteriormente se trasladó a los Estados Unidos para hacer el doctorado por la Universidad de Pensilvania en 1974 en la misma disciplina. Tras trabajar dos años en la Universidad de Berkeley, se trasladó al Instituto de Tecnología de California, donde ocupó la cátedra Linus Pauling de Física Química desde 1990 hasta su muerte.

Zewail era casado y tenía cuatro hijos.

El interés de Zewail por conocer la dinámica de las reacciones químicas en tiempo real, por saber que pasa exactamente y a qué velocidad entre reactivos y productos, le llevó a proyectar pulsos de láser de muy corta duración sobre las partículas que intervienen en las reacciones.

AHMED HASSAN ZEWAIL (1946-2016)

Basándose en la capacidad de átomos y moléculas de absorber o irradiar la luz incidente distintamente, modificando el espectro de forma característica para cada uno de ellos. Zewail pretendía identificar los elementos que aparecían en los estadios intermedios de una reacción (investigaciones que inició a fines de los sesenta). Pero estos estados son extremadamente cortos: del orden de 10 a 100 femtosegundos. No fue hasta mediados de la década de los ochenta, cuando se desarrollaron láseres capaces de lanzar pulsos tan cortos, que Zewail pudo observar (por primera vez usando cianuro de yodo) la partición de una molécula y el posterior alejamiento de los fragmentos restantes.

A partir de aquí, él y su equipo proyectaron numerosos pulsos de láseres sobre distintas reacciones, estudiando en cada caso los enlaces químicos, los estados de excitación y el movimiento de los diferentes átomos y moléculas que aparecen en los sucesivos intermedios. La "filmación" de las reacciones químicas les permitió descubrir que entre reactivos y productos de una reacción suelen aparecer numerosas moléculas altamente inestables y con un tiempo de vida extremadamente corto. Esta técnica constituye la base de una nueva rama de la química, la llamada femtoquímica, cuyo desarrollo permite entender mejor las reacciones del metabolismo de los seres vivos (como la fotosíntesis o el efecto que produce la luz sobre los bastoncillos de la retina). Por estas investigaciones le fue concedido el Premio Nobel de Química en 1999.

En mayo de 2008 fue investido Doctor Honoris Causa por la Universidad Complutense de Madrid. Fue galardonado en 2011 con la medalla Priestley, concedida por la American Chemical Society.

Ahmed Hassan Zewail

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 23)

Introducción al cálculo tensorial.

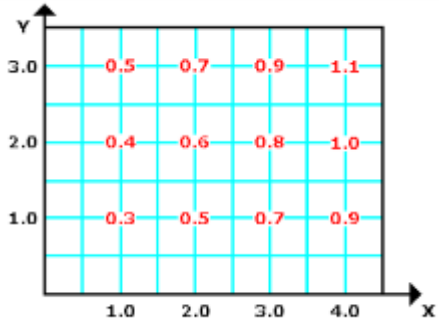
Versión de la publicación hecha por ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ el 18 Marzo de 2009
Documento en línea: http://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/18-el-calculo-tensorial

La formulación básica de la Teoría General de la Relatividad es una formulación matemática en notación *tensorial*, usando tensores, y es por ello que se vuelve necesario dar una idea de lo que son estos objetos matemáticos que llamamos tensores. En vez de empezar con una definición axiomática (formal) de lo que es un tensor, pospondremos dicha definición para después, empezando en cambio con una definición *intuitiva*.

Aunque sin algo que le corresponda en el mundo físico real, podemos definir matemáticamente en un plano de dos dimensiones un "campo de números" como el siguiente:

$$\varphi = 0{,}2x + 0{,}1y$$

De este modo, al par $(x, y) = (1,1)$ le corresponde el número $\varphi = 0{,}3$, y así sucesivamente. Tabulando algunos números y poniéndolos en el plano tendríamos una distribución de números como la que se muestra a continuación:



A cada punto en el plano x-y le corresponde un número. Así, podemos "sembrar" un campo de números, de *escalares*, con lo que tenemos un *campo de escalares* o simplemente un **campo escalar**.

Una cantidad **escalar** Q, la cual no tiene dirección ni sentido y se representa con un simple número (como la masa *m* de un cuerpo o su temperatura *T*) es un **tensor de orden cero**. Esta cantidad, por ser un simple número, permanece igual ya sea que se le considere en un espacio de dos dimensiones, de tres dimensiones, o inclusive en un espacio que posea cualquier número de dimensiones.

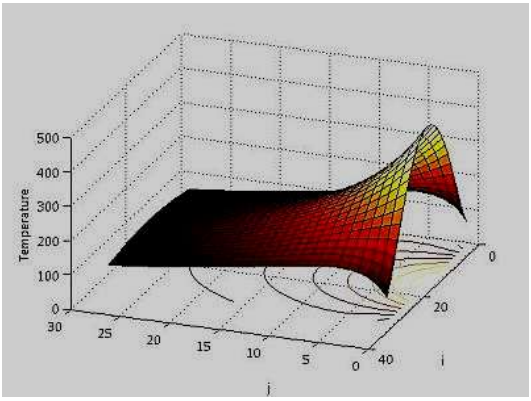
Una cantidad **vectorial *V***, a la cual definitivamente le podemos asignar dirección y sentido (como la velocidad que lleva un avión moviéndose horizontalmente hacia la derecha a una velocidad de 30 metros por segundo y hacia arriba a 40 metros por segundo) y se representa como una *n-pla* de números (un par de números ordenados cuando se trata de un vector en dos dimensiones, un triplete de números ordenados cuando se trata del mismo vector trazado en tres dimensiones, un cuádruple ordenado de números cuando se trata de un vector trazado en un espacio cuatri-dimensional, etc.) es un **tensor de orden uno** en un espacio *n*-dimensional.

Una cantidad tensorial $\boldsymbol{T_{rs}}$ en donde empleamos dos sub-índices es una extensión de los conceptos anteriores, también a un espacio *n*-dimensional, denotado como **tensor de orden dos**. Los componentes $\boldsymbol{T_{ij}}$ de un tensor de orden dos se pueden representar mediante ese arreglo rectangular de números conocido como **matriz**:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

En todo lo que hemos señalado anteriormente, hemos supuesto que al hablar de un tensor de orden cero (una cantidad escalar), un tensor de orden uno (una cantidad vectorial) o un tensor de orden dos, estamos haciendo referencia a algo que es representado en el espacio *n*-dimensional como un punto, como en el caso de la masa que se representa simbólicamente con su centro de masa especificado en cierta posición, o como el vector velocidad de un avión que en un instante dado se especifica sobre cierto punto de origen (no necesariamente el punto de origen del sistema de coordenadas utilizado para representar el vector con la flechita usual) el cual va cambiando de lugar conforme el avión se va trasladando de un punto a otro. Pero hay muchas situaciones físicas en las cuales se vuelve necesario extender las definiciones anteriores.

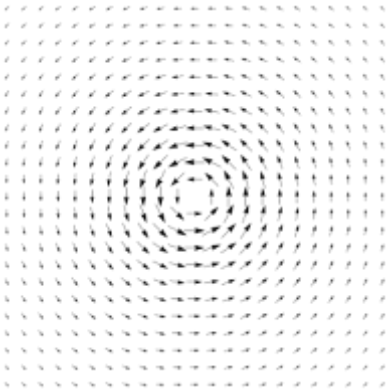
Supóngase que estamos midiendo la temperatura no de una esferita metálica muy pequeña que por su tamaño está completamente a la misma temperatura, sino de una placa metálica rectangular uno de cuyos bordes laterales está tocando un horno con los otros tres bordes tocando un recipiente de agua. Al llevarse a cabo una transmisión del calor del borde caliente a los tres bordes fríos, no podemos hablar de que toda la placa esté a una sola temperatura. Un punto de la placa estará a una temperatura $\boldsymbol{T_1}$, otro punto de la placa estará a una temperatura $\boldsymbol{T_2}$, otro punto de la placa estará a una temperatura $\boldsymbol{T_3}$, en fin, teóricamente hay una cantidad infinitamente grande de puntos dentro de la placa, y cada uno de ellos tendrá su propia temperatura en un momento dado (la distribución de temperaturas en un caso así tratándose de una placa rectangular se obtiene mediante una ecuación diferencial que involucra derivadas parciales de segundo orden conocida como la *ecuación de Laplace*). En este caso, tenemos un ejemplo de lo que viene siendo un **campo escalar** en un plano, con cada punto en el plano especificando un valor escalar distinto (que en este caso es la temperatura) para el plano. Si representamos la distribución de temperaturas en la placa rectangular poniendo a la placa en un plano de coordenadas y asignando a la tercera coordenada el valor de la temperatura en cada punto de la placa, tendremos algo como lo siguiente:



Como podemos ver, la placa tendrá su temperatura máxima de 500 grados en el punto (i, j) = (20,0), y la temperatura en cada punto de la placa va descendiendo (y con ello la altura de la superficie que une las alturas de las temperaturas) conforme nos vamos alejando de dicho punto que es el más caliente. Este es un ejemplo de un **campo escalar en dos dimensiones**.

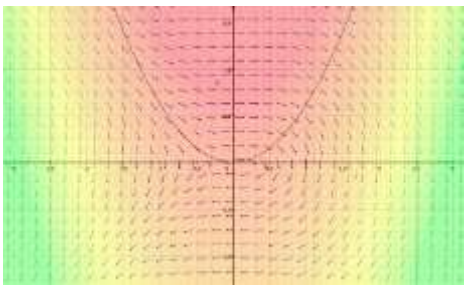
Si lo deseamos, podemos utilizar un cubo metálico en lugar de una placa metálica poniendo uno de los lados del cubo en contacto completo con el horno y los otros cinco lados en contacto con un medio frío. Nuevamente, dentro del cubo tenemos una distribución distinta de temperaturas en el espacio tridimensional, tenemos entonces un ejemplo de lo que viene siendo un **campo escalar en un espacio de tres dimensiones**.

Además de poder asignar un escalar a cada punto en el espacio para representar cierta situación física, podemos también asignar un *vector* a cada punto en el espacio para representar algo que no puede ser representado con un solo punto. Un ejemplo de ello es el flujo de una corriente de agua que está entrando de un torbellino. Obviamente, dentro de un torbellino, cada molécula del agua apuntará hacia una dirección diferente, y el comportamiento del conjunto no puede ser representado con un solo vector. Se necesita todo un enjambre de vectores para poder representar la situación. Este enjambre de vectores es lo que nos define un **campo vectorial**. A continuación tenemos la representación gráfica de tal torbellino mediante un campo vectorial:



Obsérvese que el torbellino es más intenso en el centro, por el grosor y la longitud con la que hemos representado las flechas vectoriales de la velocidad asignadas a cada uno de los puntos en el plano. Lo que tenemos arriba es la representación gráfica de un **campo vectorial en un espacio de dos dimensiones**, el cual a veces se puede representar matemáticamente como una *función vectorial* $\boldsymbol{V}(x, y)$ en la que a cada punto del plano identificado con la coordenada x y con la coordenada y se le asigna un valor específico $\boldsymbol{V}$ al vector ligado a dicho punto.

Para ciertos problemas, la interpretación del campo vectorial puede requerir un poco más de imaginación, como es el caso del siguiente campo vectorial:



En una situación física real, en donde los fenómenos ocurren no en un plano sino en un espacio de tres dimensiones, obviamente requerimos un **campo vectorial en un espacio de tres dimensiones**, representado como $\boldsymbol{V}(x, y, z)$ Si lo deseamos, aunque nuestra intuición geométrica no nos ayude, podemos extender este concepto matemáticamente a un **campo vectorial en un espacio de *n*-dimensiones**.

$$\boldsymbol{V}\,(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

Así como hemos hablado de campos escalares y de campos vectoriales, podemos hablar también acerca de **campos tensoriales**. Del mismo modo en que lo hicimos con las magnitudes escalares y las magnitudes vectoriales, a cada punto en un plano podemos asignarle un tensor. *Esta es esencialmente la idea detrás de un campo tensorial*. Si lo hacemos en un plano, estaríamos hablando de un **campo tensorial en un espacio de dos dimensiones**. Si lo hacemos en un espacio tridimensional, estaríamos hablando de un campo tensorial en un espacio de tres dimensiones. Y si lo hacemos *matemáticamente* podemos hablar de un **campo tensorial en un espacio de *n*-dimensiones**.

En la Teoría General de la Relatividad, el fondo del asunto se maneja con un campo tensorial de cuatro dimensiones.

De este modo, a cada punto en un espacio cuatri-dimensional con coordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) le podemos asignar un *tensor cuatri-dimensional*. Y cada punto, en el caso de un tensor $\boldsymbol{T_{rs}}$ en donde los sub-índices ***r*** y ***s*** corran de uno a cuatro (o de cero a tres, que es lo mismo), tendrá asignado un total de 16 valores numéricos, *las componentes del tensor*.

Frecuentemente, al manejar temas relacionados con la Teoría General de la Relatividad, se recurre frecuentemente a una simplificación notacional conocida como la **convención de sumación de Einstein**, con la cual debemos estar familiarizados si queremos entender los libros especializados sobre el tema de la Teoría General de la Relatividad.

La convención de sumación, la cual en ciertos casos reemplaza al familiar símbolo de sumación **Σ** (letra griega *sigma* mayúscula) utilizado para representar sumaciones:

$$\sum_{i=3}^{7} i^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2$$

nos propone que cuando en una expresión tengamos un término en dicha expresión con índices *repetidos* sobre los cuales se lleva a cabo una suma, en lugar de utilizar el símbolo de sumación **Σ** podemos prescindir del símbolo dejando que los índices repetidos se conviertan en los indicadores de la sumación, debiendo especificar (en caso de que no se sobreentienda) el número *n* de veces en que se habrá de llevar a cabo la sumación.

La convención sólo es válida para índices *repetidos*, de modo tal que el siguiente símbolo:

$$A_{ij}B_k$$

no representa sumación alguna, y en este caso los índices *i*, *j* y *k* son llamados **índices libres**. Cuando hay una sumación, los índices utilizados para representar dicha sumación son conocidos como **índices monigote** (*dummy indexes*).

Para adquirir destreza en tan importante simplificación notacional, a continuación veremos unos problemas de práctica.

PROBLEMA: *Expandir la fórmula a_ib_i para n=6.*

En el término tenemos repetido el índice i, y por lo tanto este es el índice monigote, de modo tal que de acuerdo a la convención de sumación aquí tenemos una sumación que debe ser expandida a:

$$a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4 + a_5b_5 + a_6b_6$$

PROBLEMA: *Escribir completamente la expresión $R^i{}_{jki}$ (n=4). ¿Cuáles son los índices libres?*

En el término tenemos repetido el índice i que es el índice sobre el cual se debe llevar a cabo la sumación:

$$R^1{}_{jk1} + R^2{}_{jk2} + R^3{}_{jk3} + R^4{}_{jk4}$$

Los índices libres son *j* y *k*, con lo cual si también para ellos se tiene *n*=4 hay un total de 16 expresiones como la anterior para todas las combinaciones posibles de números.

PROBLEMA: *Simplificar notacionalmente lo siguiente con la convención de sumación, especificando el valor de n*:

$$a_{13}b_{13} + a_{23}b_{23} + a_{33}b_{33}$$

La expresión condensada con la convención de sumación será:

$$a_{i3}b_{i3}__(n = 3)$$

Como puede verse, la convención de sumación es el equivalente de un sistema de taquigrafía con el que podemos reducir todo lo que tenemos que escribir al estar manejando un tema como el que nos ocupa.

PROBLEMA: *Escribir completamente la expresión $a_{ii}x_k$ para n=4.*

$$a_{ii}x_k = a_{11}x_k + a_{22}x_k + a_{33}x_k + a_{44}x_k$$
$$a_{ii}x_k = (a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44})\, x_k$$

PROBLEMA: *Escribir completamente la expresión $a_{ij}x_j$ para n=4.*

$$a_{ij}x_j = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + a_{i4}x_4$$

PROBLEMA: *Escribir de la manera más compacta que se pueda el siguiente sistema de ecuaciones que representan una transformación linear:*

$y_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$
$y_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$

Usando la convención de sumación, podemos llevar a cabo la primera simplificación en cada una de las ecuaciones:

$y_1 = c_{1j}x_j$
$y_2 = c_{2j}x_j$

La segunda simplificación sobre lo mismo la podemos llevar a cabo usando el *índice libre*:

$y_i = c_{ij}x_i$

PROBLEMA: *Escribir explícitamente el sistema de ecuaciones representado en forma compacta mediante la convención de sumación como*

$\overline{T}_i = a_{ir}T_r__(n = 4)$

Llevando a cabo la expansión sumatoria sobre el índice monigote r que es el índice repetido:

$\overline{T}_i = a_{i1}T_1 + a_{i2}T_2 + a_{i3}T_3 + a_{i4}T_4$

El índice libre nos proporciona cuatro ecuaciones de transformación:

$\overline{T}_1 = a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + a_{13}T_3 + a_{14}T_4$

$\overline{T}_2 = a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + a_{23}T_3 + a_{24}T_4$

$\overline{T}_3 = a_{31}T_1 + a_{32}T_2 + a_{33}T_3 + a_{34}T_4$

$\overline{T}_4 = a_{41}T_1 + a_{42}T_2 + a_{43}T_3 + a_{44}T_4$

En este último problema, si suponemos que lo que se está describiendo es algo así como una transformación de Lorentz de un marco de referencia *S* de un observador a otro marco de referencia *S*' de otro observador, el lector se habrá dado cuenta de que en lugar de utilizarse las comillas individuales para denotar cada componente transformado (por ejemplo ***z*** al ser transformado a ***z***') se están utilizado barras (líneas) horizontales puestas sobre cada componente (así T_3 es transformado a $\overline{T}_3$). Aunque en muchos textos sobre la Teoría General de la Relatividad y sobre el Cálculo Tensorial el uso de las comillas se sigue reteniendo para tal propósito, el aferrarse a la simbología de las comillas tiene sus inconvenientes. El principal inconveniente es que las comillas no sólo son más difíciles de distinguir en comparación con las barras horizontales superiores, sino que en expresiones en las cuales se utilizan junto con superíndices (por ejemplo, $\mathbf{R'^2}$) hay ocasiones en las cuales las comillas incluso se pueden confundir con el número "1". Encima de ello, está el hecho de que dentro de la Teoría General de la Relatividad, en donde se tiene que hacer uso intensivo de las herramientas del cálculo infinitesimal, la comilla se puede utilizar para indicar la *derivada* de una función como en el ejemplo siguiente:

$$y' = dy/dx$$

Es por ello que, para reducir lo más que se pueda las posibles confusiones en la lectura de las expresiones matemáticas, se ha preferido recurrir aquí al uso de las barras superiores. De cualquier manera, no debe quedar duda en el lector de que en muchos otros textos en donde se mantiene el uso de las comillas para denotar a los componentes de un objeto tras un cambio de coordenadas, la comilla es completamente equivalente a la barra horizontal superior que estamos utilizando aquí. De este modo, las siguientes dos expresiones ambas representan lo mismo:

$$\frac{\partial x^i}{\partial x'^k}\frac{\partial x'^l}{\partial x^j} = \frac{\partial x^i}{\partial \overline{x}^{\,k}}\frac{\partial \overline{x}^{\,l}}{\partial x^j}$$

Se deben formular también aquí las siguientes dos advertencias sobre la convención de sumación de Einstein:

(1) La convención de sumación solo es aplicable a índices *repetidos*, como lo es el caso de la expresión A_iA_i que no puede ser "simplificada" a $(A_i)^2$ porque pierde totalmente su sentido original que es:

$A_iA_i = A_1A_1 + A_2A_2 + A_3A_3 + A_4A_4 + ... + A_nA_n$

$A_iA_i = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + ... + A^2_n$

(2) La convención de sumación solo es aplicable a un índice que aparece *no más de dos veces* en una expresión. Un término como $A_{ii}X_i$ no representa sumación alguna. Sin embargo, un término cualquiera puede contener más de un par de índices repetidos, sobre lo cual no hay restricción alguna.

PROBLEMA: *Suponiendo que* $(dx^0,dx^1,dx^2,dx^3) = (dt, dx, dy, dz)$ *y que* $ds^2 = g_{ij}\,dx^i\,dx^j$__(n = 4), *llevar a cabo la expansión de* ds^2.

En este caso tenemos dos índices monigote, i y j. Llevando a cabo la expansión de acuerdo con lo que nos dicta la convención de sumación para índices repetidos, tendremos lo siguiente:

$ds^2 = g_{00}(dx^0)(dx^0) + g_{01}(dx^0)(dx^1) + g_{02}(dx^0)(dx^2) + g_{03}(dx^0)(dx^3) + g_{10}(dx^1)(dx^0) + g_{11}(dx^1)(x^1) + g_{12}(dx^1)(dx^2) + g_{13}(dx^1)(dx^3) + g_{20}(dx^2)(dx^0) + g_{21}(dx^2)(dx^1) + g_{22}(dx^2)(dx^2) + g_{23}(dx^2)(dx^3) + g_{30}(dx^3)(dx^0) + g_{21}(dx^3)(dx^1) + g_{32}(dx^3)(dx^2) + g_{33}(dx^3)(dx^3)$

Reemplazando los dx^r por las coordenadas que representan:

$$\begin{aligned} ds^2 = {} & g_{00}dt^2 + g_{01}dtdx + g_{02}dtdy + g_{03}dtdz \\ & + g_{10}dxdt + g_{11}dx^2 + g_{12}dxdy + g_{13}dxdz \\ & + g_{20}dydt + g_{21}dydx + g_{22}dy^2 + g_{23}dydz \\ & + g_{30}dzdt + g_{31}dzdx + g_{32}dzdy + g_{33}dz^2 \end{aligned}$$

Si hacemos $g_{ij} = 0$ para todos los casos en los que los índices son diferentes ($i \neq j$), y hacemos $g_{00} = -1$, $g_{11}=1$, $g_{22}=1$ y $g_{33}=1$, lo anterior se reduce a:

$$ds^2 = -(dt)^2 + (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$$

Esto nos debe parecer ya familiar. *Es la distancia (intervalo) infinitesimal entre dos eventos diferentes muy cercanos el uno al otro que ocurren en un espacio-tiempo relativístico plano (Lorentziano)*. Y esto solo ocurre cuando los índices en el símbolo g_{ij} son iguales y corresponden a los valores de los g_{ij} que se han indicado arriba y los valores g_{ij} son iguales a cero cuando los índices en el símbolo son diferentes ($i \neq j$). Si a estas alturas el lector está empezando a sospechar que esto es lo que produce la diferencia fundamental entre un espacio-tiempo *plano* y un espacio-tiempo *curvo*, estará en lo correcto.

Además de la convención de sumación de Einstein, tenemos un símbolo que se utiliza frecuentemente en la simplificación notacional, el **delta de Kronecker** δ_{ij}, definido de la manera siguiente:

$\delta_{ij} = 1$__para $i = j$

$\delta_{ij} = 0$__para $i \neq j$

PROBLEMA: *Llevar a cabo la expansión de* $\delta_{ij}\, x_i\, x_j$__(n = 3)

Aplicando la definición del delta de Kronecker, tenemos:

$\delta_{ij}\, x_i\, x_j = 1x_1\, x_1 + 0x_1\, x_2 + 0x_1\, x_3 + 0x_2\, x_1 + 1x_2\, x_2 + 0x_2\, x_3 + 0x_3\, x_1 + 0x_3\, x_2 + 1x_3\, x_3$

$\delta_{ij}\, x_i\, x_j = x_1\, x_1 + x_2\, x_2 + x_3\, x_3$

$\delta_{ij}\, x_i\, x_j = (x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2$

Expuestas las ideas y conceptos anteriores, definimos ahora formalmente a un **vector covariante** $\mathbf{T_r}$ en un espacio de n-dimensiones (o más rigurosamente, un **tensor coavariante de orden 1** en un espacio de n-dimensiones) como toda aquella n-pla (T_1, T_2 , T_3 , ... , T_n) de componentes que puedan ser transformados a otra n-pla de componentes (T_1, T_2 , T_3 , ... , T_n) de acuerdo con la siguiente relación:

$$\bar{T}_i = \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^i} T_r$$

en donde usamos el símbolo ∂ para denotar la diferenciación parcial de una variable con respecto a otra de varias variables que son mantenidas constantes al llevar a cabo la diferenciación parcial como lo muestra el siguiente ejemplo: $u = xy^2e^{xz}$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y^2 e^{xz} + xy^2 z e^{xz}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 2xye^{xz}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = x^2 y^2 e^{xz}$$

Obsérvese con cuidado que, en virtud de los índices repetidos que tenemos en la definición del tensor covariante de orden uno, la convención de sumación ha entrado automáticamente en acción sobre el índice monigote r. Sin la convención de sumación, esta expresión se escribe (metiendo el símbolo *sigma* de sumación) como:

$T_i = \Sigma_r\, (\partial x^r / \partial x^{\,i})\, T_r$____r=1, 2, 3, ... n

Para un espacio de dos dimensiones, la anterior definición de un vector covariante (que por lo pronto llamaremos simplemente vector) nos produce la siguiente relación de transformaciones llevando a cabo la sumación sobre el índice monigote j (el índice repetido):

$T_i = (\partial x^1 / \partial x^{\,i})\, T_1 + (\partial x^2 / \partial x^{\,i})\, T_2$

que a su vez nos produce las siguientes relaciones a través del índice libre i:

$T_1 = (\partial x^1 / \partial x^1)\, T_1 + (\partial x^2 / \partial x^1)\, T_2$___para i=1

$T_2 = (\partial x^1 / \partial x^2)\, T_1 + (\partial x^2 / \partial x^2)\, T_2$___para i=2

Consideremos un vector $\mathbf{T} = (T_1,T_2) = (4,3)$ en un espacio de *dos* dimensiones para el cual la transformación de coordenadas está dada por los siguientes valores:

$\partial x^1/\partial x^1 = 0{,}500$___ $\partial x^2/\partial x^1 = -0{,}866$

$\partial x^1/\partial x^2 = 0{,}866$___ $\partial x^2/\partial x^2 = 0{,}500$

Entonces la transformación de los componentes del vector $\mathbf{T}= (T_1,T_2) = \mathbf{T}(4,3)$ hacia los componentes del vector que le corresponde $\mathbf{T} = (T_1,T_2)$ después de la transformación estará dada por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$T_1 = 0{,}5\, T_1 - 0{,}866\, T_2$

$T_2 = 0{,}866\, T_1 + 0{,}5\, T_2$

Poniendo números:

____$T_1 = 0{,}5\, T_1 - 0{,}866\, T_2$

____$T_1 = (0{,}500)\, 4 + (-0{,}866)\, 3$

____$T_1 = 2{,}0\text{-}2{,}6 = -0{,}6$

____$T_2 = 0.866\, T_1 + 0.5\, T_2$

____$T_2 = (0{,}866)\, 4 + (0{,}500)\, 3$

____$T_2 = 3{,}464 + 1{,}5 = 4{,}964$

Es así como obtenemos el nuevo vector $\mathbf{T} = (T_1,T_2) = (-0{,}6,\ 4{,}964)$.

Los mismos cálculos los podríamos haber llevado a cabo empleando notación matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 \\ 0.866 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

Ahora calcularemos la longitud $\|\mathbf{T}\|$ del vector $\mathbf{T}= (4,3)$:

____$\|\mathbf{T}\|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

____$\|\mathbf{T}\| = 5$

Veamos ahora cuál es la longitud del vector $\|\mathbf{T}\|$:

____$\|\mathbf{T}\|^2 = (-0{,}6)^2 + (4{,}964)^2 = 0{,}36 + 24{,}64 = 25{,}0$

____$\|\mathbf{T}\| = 5$

El vector **T** *tiene la misma longitud* $\|\mathbf{T}\|$ *que la que tiene el vector* **T**. Y este resultado no aplica únicamente al vector $\mathbf{T}= (4,3)$ bajo este cambio de coordenadas. *Aplica a cualquier vector* bajo este cambio de coordenadas, lo cual no es difícil de demostrar:

$\|\mathbf{T}\|^2 = (T_1)^2 + (T_2)^2$

$\|\mathbf{T}\|^2 = [(0{,}500)\, T_1 + (-0{,}866)\, T_2]^2 + [(0{,}866)\, T_1 + (0{,}500)\, T_2)]^2$

$\|\mathbf{T}\|^2 = 0{,}25T_1^2 - 0{,}433T_1T_2 + 0{,}75T_2^{\,2} + 0{,}75T_1^2 + 0{,}433T_1T_2 + 0{,}25T_2^2$

$\|\mathbf{T}\|^2 = (T_1)^2 + (T_2)^2$

$\|\mathbf{T}\|^2 = \|\mathbf{T}\|^2$

No todas las transformaciones tienen esta propiedad de preservar intacta la longitud de un vector. El lector puede comprobarlo dando otros valores numéricos a las transformaciones y llevando a cabo sus propios cálculos.

Si ponemos énfasis en la representación *matricial* de las operaciones que hemos llevado a cabo, representando a la matriz como **M**, podemos ver a dicha matriz como un **operador** (o más propiamente dicho, como un **operador matricial**) que al ser aplicado sobre un vector **T** en un sistema de coordenadas (x_1,x_2) lo transforma en otro vector **T** relativo a otro sistema de coordenadas (x'_1,x'_2). Y como la longitud de un vector cualesquiera es preservada bajo el cambio de coordenadas ordenado por la transformación del ejemplo que acabamos de ver, no nos queda ninguna duda de que para dicho ejemplo el vector en sí permanece **invariante**. Y si un vector cualesquiera puede permanecer invariante bajo cierto cambio de coordenadas como es el caso del ejemplo que acabamos de ver, se sobreentiende que también un *campo vectorial* permanecerá invariante bajo dicha transformación. **Este es precisamente el tipo de transformaciones que necesitamos en una Teoría General de la Relatividad, aplicadas sobre los vectores de un espacio de cuatro dimensiones (4-vectores), porque bajo este tipo de transformaciones las leyes de la Naturaleza permanecen invariantes**. Este es ni más ni menos el *principio de covariancia*, extendido de la Teoría Especial de la Relatividad a la Teoría General de la Relatividad. El principio adquiere ahora una naturaleza universal.

PROBLEMA: *Expresar en notación de matriz las ecuaciones de transformación para un tensor covariante de orden uno para N = 3.*

Representando a los tensores como vectores columna, las ecuaciones de transformación se pueden representar en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \bar{x}^1} & \frac{\partial x^2}{\partial \bar{x}^1} & \frac{\partial x^3}{\partial \bar{x}^1} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \bar{x}^2} & \frac{\partial x^2}{\partial \bar{x}^2} & \frac{\partial x^3}{\partial \bar{x}^2} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \bar{x}^3} & \frac{\partial x^2}{\partial \bar{x}^3} & \frac{\partial x^3}{\partial \bar{x}^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

Con un ligero cambio de notación, introducimos ahora formalmente la definición de un **vector contravariante T^q** en un espacio de n-dimensiones (o más rigurosamente, un **tensor contravariante de orden 1**) como toda aquella n-pla $(T^1, T^2, T^3, \ldots, T^n)$ de componentes que puedan ser transformados a otra n-pla de componentes $(T^1, T^2, T^3, \ldots, T^n)$ de acuerdo con la siguiente relación:

$$\bar{T}^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r} T^r$$

Sin la convención de sumación, esto se escribe explícitamente como:

$(T)^i = \Sigma_r (\partial x^i/\partial x^r) T^r$____r=1, 2, 3, ... , n

Se hace hincapié aquí en que **los índices superscriptos en cada uno de los componentes T^i no indican exponenciación matemática, sólo denotan la posición de cada componente del vector contravariante dentro de la n-pla ordenada** (esto al principio puede ser causa de mucha confusión al igual que el empleo de la convención de sumación de Einstein para notación tensorial).

Los vectores covariantes y los vectores contravariantes siempre van de la mano juntos, y carece de sentido hablar de uno de ellos sin que haga acto de presencia el otro. En este sentido, la convención adoptada aquí de simbolizar a los componentes de los vectores covariantes con índices subscriptos y a los componentes de los vectores contravariantes con índices superscriptos utilizada en muchos libros es completamente arbitraria; igualmente podríamos haber adoptado la convención (también utilizada en muchos otros libros) de simbolizar a los componentes de los vectores covariantes con índices superscriptos y a los componentes de los vectores contravariantes con índices subscriptos. Lo importante es tener una manera simbólica de distinguir entre los vectores covariantes y los vectores contravariantes del mismo modo que en las ecuaciones de transformación de Lorentz empleadas en la Teoría Especial de la Relatividad utilizamos las comillas para distinguir los componentes del marco de referencia de un observador en movimiento con respecto al marco de referencia de un observador (en reposo); igual podríamos haber invertido la asignación de las comillas sin alterar la distinción que estamos haciendo entre los dos marcos de referencia.

En el espacio-tiempo **plano** de cuatro dimensiones propio de la Teoría Especial de la Relatividad (marco de referencia Lorentziano o inercial), no tiene objeto alguno hacer una distinción entre vectores covariantes y vectores contravariantes (se aprovecha aquí la ocasión para señalar que la palabra *covariante* utilizada para la definición de vectores con índices superscriptos no tiene nada que ver con el *principio de covariancia* mencionado en la entrada "Invariantes", lo cual lamentablemente también puede ser causa de muchas confusiones entre los principiantes); ambos son la misma cosa. Sin embargo, en el espacio-tiempo **curvo** de cuatro dimensiones propio de la Teoría General de la Relatividad, la diferencia entre un vector covariante y un vector contravariante se vuelve más que obvia. Esta es una de las complejidades inevitables que resultan de saltar de un espacio-tiempo plano a un espacio-tiempo curvo.

Un observador que esté dentro de un elevador *en caída libre* en presencia de un campo gravitacional no se dará cuenta de ello haciendo experimentos con rayos de luz *dentro de su elevador*, porque todo estará en caída libre junto con él en un marco de referencia Lorentziano, su espacio-tiempo es *plano*. Pero un observador externo alejado de dicho campo gravitacional lo verá de un modo distinto, lo verá acelerándose en un espacio-tiempo *curvo*. Este salto de un entorno linear a un entorno curvo no-linear es lo que nos obliga a recurrir al uso del cálculo infinitesimal, al uso de ecuaciones diferenciales, específicamente a las derivadas parciales que requerimos para poder analizar los cambios que toman lugar en un espacio-tiempo curvo de cuatro dimensiones. En la Teoría Especial de la Relatividad, pasamos de un espacio-tiempo *plano* (marco de referencia S) a otro espacio-tiempo *plano* (marco de referencia S') o viceversa con la ayuda de las ecuaciones de transformación de Lorentz, pero en la Teoría General de la Relatividad pasamos de un espacio-tiempo plano a un espacio-tiempo *curvo* o viceversa, o peor aún de un espacio-tiempo curvo a otro espacio-tiempo curvo complicando aún más el asunto. En la Teoría Especial de la Relatividad en donde siempre considerábamos a una partícula en movimiento rectilíneo uniforme trasladándose a velocidad constante, su *línea del universo* (world line) en un diagrama espacio-tiempo de Minkowski siempre era una línea recta para cualquier observador. Pero en la Teoría General de la Relatividad en donde la partícula puede cambiar la dirección de su movimiento a causa de una aceleración producida por un campo gravitacional (como lo es el caso de los cometas) su línea del universo deja de ser una línea recta para todos los observadores externos, y entendiblemente requerimos de las herramientas del cálculo infinitesimal para poder analizar este movimiento no-linear.

El siguiente paso en las generalizaciones (abstracciones) que estaremos llevando a cabo consistirá en extender las definiciones que se han dado arriba del tensor covariante y del tensor contravariante hacia tensores de orden superior, construyendo una aritmética de tensores en base a las definiciones básicas y buscando en todo momento considerar aquellas transformaciones que puedan preservar intactas, invariables, ciertas características no de un campo escalar o de un campo vectorial sino de un *campo tensorial*, al igual que como lo hemos encontrado en los ejemplos puestos arriba para un campo vectorial. Esto requerirá entrar en mayor detalle en las herramientas del cálculo tensorial, lo cual será cubierto en entradas posteriores.

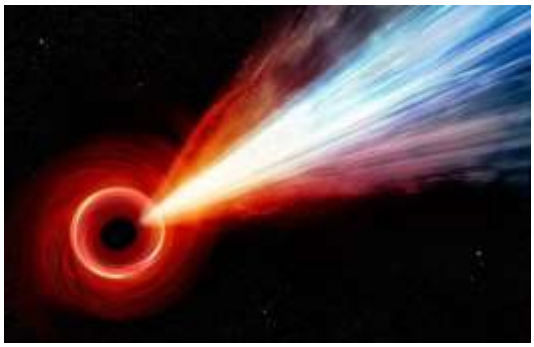
Continúa en el próximo número…

El agujero negro fotografiado en 2019 lanza chorros casi a la velocidad de la luz.

Artículo publicado en MysteryPlanet.com.ar: https://mysteryplanet.com.ar/site/el-agujero-negro-fotografiado-el-ano-pasado-lanza-chorros-casi-a-la-velocidad-de-la-luz/?fbclid=IwAR2bw5sC4Ucs_lMrdp7jryi-aNSRqUNvtSYMZ_4q7l_idl3vySSzlMRTUYk

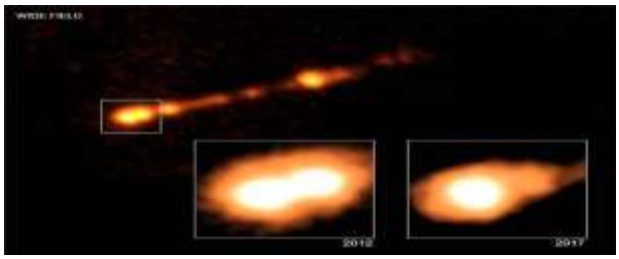
Fuente: Space.com. Edición: ABC.es
Enviado vía Facebook por Pedro Cabrera
Docente FACES – UC

El célebre pozo cósmico, el primero en ser fotografiado, emite un chorro de materia que alcanza el 99 % de la velocidad de la luz.



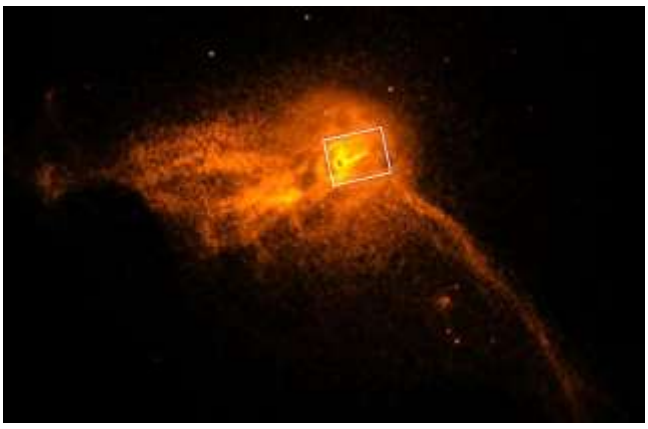
El agujero recibe el nombre de M87* y es el núcleo de la galaxia M87, situada a unos 55 millones de años luz de la Tierra. A su alrededor genera un disco de acreción de gas girando a altísimas velocidades, que actúa como un acelerador de partículas. A través de un potentísimo y complejo campo magnético, M87* lanza al espacio un chorro de partículas que alcanza una longitud de casi 5.000 años luz (en comparación, la Vía Láctea tiene una extensión de 200.000 años luz). Ahora, un grupo de científicos ha publicado nuevos resultados sobre este chorro. Investigadores del centro Harvard & Smithsonian en Cambridge, EE.UU., han averiguado que la materia expulsada por este «jet» alcanza una velocidad del 99 % de la velocidad de la luz, muy cerca del máximo posible. Sus resultados aparecieron en la revista The Astrophysical Journal. «Es la primera vez que se registran velocidades tan extremas en el chorro de un agujero negro con datos de rayos X», ha dicho en un comunicado Ralph Kraft, uno de los responsables de la investigación, presentada en un encuentro anual de la American Astronomical Society.

Esto ha sido posible gracias al telescopio Chandra, de la NASA, una de las «atalayas» más potentes para observar las fuentes de rayos X del Universo, junto al telescopio XMM-Newton, de la ESA. Gracias a que ambos son sensibles a fuentes de rayos X muy tenues, han hecho avanzar notablemente este campo de la astronomía. Se lleva años observando la radiación emitida por el chorro de M87* (que recientemente también se conoce con el nombre hawaiano Powehi). Pero en esta ocasión, los astrofísicos recurrieron a observaciones hechas por Chandra en 2012 y 2017, para estudiar la presencia de dos nudos o protuberancias en ese gran «jet» emitido por el agujero negro supermasivo. Más rápido que la velocidad de la luz Los datos presentados han mostrado que dichos nudos están a una distancia de 900 y 2.500 años luz del agujero negro. Pero lo más interesante es que las observaciones sugieren que se han movido más rápido que la velocidad de la luz: el nudo más próximo alcanzó 6,3 veces la velocidad de la luz, mientras que el segundo llegó a las 2,4. «Una de las leyes inquebrantables de la física es que nada puede moverse más rápido que la luz», ha dicho Brad Snios, otro de los coautores del estudio. «En realidad, no hemos roto las leyes de la física, hemos encontrado un ejemplo de un fenómeno fascinante que recibe el nombre de movimiento superluminal».



DOS IMÁGENES DE LOS «NUDOS» DEL CHORRO DE M87 EN 2012 Y 2017

Este fenómeno ocurre cuando un objeto que viaja casi a la velocidad de la luz viaja más o menos en la dirección en la que se encuentra el observador, y además emite radiación (que también viaja a la velocidad de la luz). El resultado es que parece que viaja incluso más rápido que la luz. Hasta ahora había dudas acerca de si los nudos estaban provocados por una especie de onda o por el movimiento de materia acelerada. Ahora, gracias a los datos de Chandra, los científicos han podido aportar sólidas evidencias de que están observando un chorro en movimiento en el que se están desplazando unas protuberancias o nudos.



EN ESTA IMAGEN DE CAMPO ANCHO DEL OBSERVATORIO DE RAYOS-X CHANDRA, EL RECUADRO BLANCO SEÑALA LA UBICACIÓN DEL CHORRO EMITIDO POR EL AGUJERO NEGRO.

En abril del año 2019 se pudo ver una imagen del horizonte de sucesos de M87*. Este tiene un diámetro cientos de millones de veces inferior a la longitud del chorro que emite el agujero negro. Sorprendentemente, la materia observada en el chorro por el telescopio Chandra fue expulsada por el agujero negro 900 y 2.500 años antes del momento en que se ha podido captar el horizonte de sucesos. Además, dada la distancia a la que está la galaxia M87, todo esto ocurrió hace 55 millones de años.

¿Por qué las lunas súper extrañas de Marte fascinan a los científicos?

Versión del artículo original de ROBIN GEORGE ANDREWS

FUENTE: clarin.com

UNA FOTO PROPORCIONADA POR LA NASA MUESTRA A FOBOS, LA MAYOR DE LAS DOS LUNAS DE MARTE. GENERACIONES DE CIENTÍFICOS PLANETARIOS HAN ESTADO ANSIOSOS POR VER DE CERCA AL DESTARTALADO DÚO DE FOBOS Y DEIMOS. CRÉDITO FOTO: NASA/JPL-CALTECH/UNIVERSIDAD DE ARIZONA VÍA THE NEW YORK TIMES. PROPORCIONADA POR CLARÍN.

Marte es el favorito de muchos científicos planetarios, que lo siguen visitando a través de exploradores robóticos cada vez más avanzados. Pero no olviden que nuestro vecino planetario está adornado con dos lunas: la diminuta Fobos (Phobos), una masa grumosa de 12 millas de diámetro; y la diminuta Deimos, de sólo 9 millas de largo. Sus nombres en griego antiguo pueden significar "miedo" y "pavor", pero la estética de estas papas espaciales liliputienses inspiran todo lo contrario.

No parecen tan interesantes como las lunas volcánicas o de hielo oceánico de Júpiter y Saturno, ni su desolación es tan extrema o diversa como la de la Tierra. Pero eso no ha impedido que generaciones de científicos planetarios estén ansiosos por ver de cerca al destartalado dúo.

La Unión Soviética y, más tarde, Rusia han intentado tres veces llegar a Fobos, pero los errores de software y los desastres de lanzamiento han condenado cada intento. Los científicos de EE.UU. han intentado y, hasta ahora, no han logrado convencer a las autoridades de la NASA de que una misión a las dos lunas valdrá la pena. La próxima gran esperanza es Japón, que pretende lanzar una misión de asalto a Fobos en 2024 que intentará robar algunas de sus rocas.

¿Por qué tanto alboroto? Para muchos, el deseo de visitar Fobos y Deimos fue galvanizado por su naturaleza profundamente misteriosa.

"Son súper raras, confusas e interesantes", dijo Abigail Fraeman, una científica planetaria que estudia Marte, Fobos y Deimos en el Laboratorio de Propulsión a Chorro de la NASA.

UNA VISTA EN COLOR DE DEIMOS, LA MÁS PEQUEÑA DE LAS DOS LUNAS DE MARTE, EN 2009. CRÉDITO FOTO: NASA/JPL-CALTECH/UNIVERSIDAD DE ARIZONA VÍA THE NEW YORK TIMES. PROPORCIONADO POR CLARÍN.

No sabemos de dónde vinieron las lunas porque parecen asteroides extraños al planeta rojo, pero se comportan como subproductos de la historia temprana y cargada de impactos de Marte. Y si la misión japonesa logra tomar algunas muestras y decodificar la química de las lunas destrozadas, podríamos ser capaces de descubrir sus orígenes. Haciendo esto, no sólo ganaremos una mejor comprensión del antiguo pasado de Marte. También podremos mirar hacia atrás en el tiempo al caos que formó el sistema solar temprano.

Mucho de lo que sabemos sobre Fobos y Deimos proviene de observaciones fortuitas. Los rovers en la superficie así como los ojos mecánicos que orbitan Marte están a veces en el lugar correcto para enfocar sus cámaras y tomar fotos de las dos lunas. Fobos, al ser más grande y estar más cerca de Marte, puede verse con mayor detalle: un desorden deforme marcado por un gran cráter y múltiples surcos que parecen hechos por las garras de un gato cósmico.

Observaciones remotas de sus superficies no han revelado ningún rasgo o textura mineral destacable que pueda detallar definitivamente la composición general de las lunas y, en última instancia, sus orígenes, dijo Laura Kerber, científica adjunta del proyecto de la nave Mars Odyssey en el Laboratorio de Propulsión a Chorro de la NASA.

"Revisan todas las casillas que concuerdan con estos asteroides capturados", dijo Fraeman - parches de escombros que se acercaron demasiado a Marte hace mucho tiempo y quedaron atrapados en la órbita del planeta.

Pero ambas lunas orbitan alrededor del ecuador de una manera circular, lo que sugiere que se fusionaron a partir de un disco de escombros que bailaba alrededor de un joven Marte. Es difícil capturar un asteroide y hacer que "termine en esta hermosa, simétrica y circular órbita", dijo Jeffrey Plaut, el científico del proyecto para la misión Mars Odyssey.

Marte, que tiene una décima parte de la masa de la Tierra, tiene una atracción gravitacional relativamente débil, por lo que parece improbable que sea capaz de capturar asteroides que pasen volando, dijo Tomohiro Usui, un experto en exploración planetaria robótica de la Agencia de Exploración Aeroespacial de Japón. Pero si se formaron a partir de un disco de escombros lanzado desde Marte después de un impacto colosal, Deimos debería estar orbitando más cerca de Marte de lo que está hoy.

Reconciliar sus apariencias con sus órbitas es difícil.

"Simplemente no deberían existir", dijo Fraeman. "No tienen ningún sentido".

Repartidas como hermanas, ambas lunas pueden no tener ni siquiera la misma historia de origen.

En menos de 100 millones de años, dijo Matija Ćuk, un científico investigador del Instituto SETI en Mountain View, California, Fobos se acercará tanto a Marte que su gravedad desgarrará la luna, transformándose en un hermoso sistema de anillos.

No será la primera vez, dicen algunos científicos. Cálculos recientes sugieren que Fobos fue una vez 20 veces más masivo. Pero, según una hipótesis, se desvió hacia Marte y se rompió en material de anillo, gran parte del cual llovió sobre Marte. El material de anillo restante se agrupó en un nuevo Fobos más pequeño. Este ciclo se ha repetido varias veces a lo largo de miles de millones de años, con Fobos encogiéndose con cada ciclo completado.

Aunque hechos de materia antigua, la Fobos que vemos hoy puede haber sido ensamblada hace sólo 200 millones de años. Si se confirmara que Fobos es una masa agrupada al azar, sería una revelación, sugiriendo que los planetas con anillos son la norma de nuestro sistema solar.

La pequeña Deimos, por otro lado, puede haber permanecido intacta durante 3.500 millones de años. Está en camino de eventualmente escapar de Marte por completo, dice Usui, para vagar en otra parte del vacío.

El Perseverance rover de la NASA, que se lanzó en 2020, es la primera etapa de una larga serie de misiones para traer muestras prístinas de Marte a la Tierra para su estudio. La atmósfera de Marte, el antiguo vulcanismo y el agua que fluía ha erosionado muchas de las primeras rocas del planeta. Pero si Fobos está hecha de restos marcianos de un impacto masivo poco después del nacimiento del planeta, entonces la luna ha conservado los primeros recuerdos de Marte.

"Muchas teorías sugieren que los planetas terrestres, incluyendo la Tierra, se formaron en seco, y que el agua fue suministrada por meteoritos helados que se dispersaron hacia el interior", dijo Usui. "Si las lunas son asteroides capturados, son evidencia de este proceso en acción y su composición muestra qué materiales fueron entregados a la Tierra primitiva". Los meteoros que chocaron contra Marte podrían haber cubierto a Fobos con una fina capa de polvo marciano proveniente de todo el planeta. Esta materia puede ser muy joven y extremadamente vieja, y tomar algo de ella ayudará a los científicos a desempacar "cómo Marte puede haber progresado de un mundo habitable a uno inhabitable", dijo Usui. Con una exitosa (aunque problemática) misión de retorno de muestras de asteroides bajo su cinturón y otra de regreso a la Tierra con más materia de asteroides, la agencia espacial japonesa tiene un "bastante buen historial" en la captura de rocas espaciales, dijo Fraeman. Las esperanzas son comprensiblemente altas para la Martian Moons eXploración, o misión MMX, que llegará a Marte en 2025. Si tiene éxito, estas enormes preguntas de la ciencia planetaria pueden finalmente tener respuestas claras. Llegaremos a ver no sólo Marte, sino también la Tierra, bajo una nueva luz. "Para mí, eso es realmente genial", dijo Fraeman.

¿Y si Aristóteles tenía razón sobre la composición del universo?

La pregunta sobre la esencia del universo es tan filosófica como científica, ambas cosas se entremezclan en las teorías cosmológicas más avanzadas.

Versión del artículo original de PABLO G. PÉREZ GONZÁLEZ y PATRICIA SÁNCHEZ BLÁZQUEZ

TOMADO DE: El País / Sección *Vacío Cósmico* / 14 julio 2020

EL UNIVERSO PROFUNDO.
CRÉDITO IMAGEN: EUROPEAN SPACE AGENCY / NASA / J.-P. KNEIB (OBSERVATOIRE MIDI-PYRÉNÉES) Y R. ELLIS (CALTECH).

Patricia Sánchez Blázquez *es profesora titular en la Universidad Complutense de Madrid (UCM).*

Pablo G. Pérez González *es investigador del Centro de Astrobiología, dependiente del Consejo Superior de Investigaciones Científicas y del Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (CAB/CSIC-INTA).*

Vacío Cósmico es una sección en la que se presenta el conocimiento sobre el universo de una forma cualitativa y cuantitativa. Se pretende explicar la importancia de entender el cosmos no solo desde el punto de vista científico sino también filosófico, social y económico. El nombre "vacío cósmico" hace referencia al hecho de que el universo es y está, en su mayor parte, vacío, con menos de 1 átomo por metro cúbico, a pesar de que en nuestro entorno, paradójicamente, hay quintillones de átomos por metro cúbico, lo que invita a una reflexión sobre nuestra existencia y la presencia de vida en el universo.

¿De qué está hecho el Universo? Calculamos que en el inmensamente grande espacio entre galaxias hay menos de un átomo por cada metro cúbico ocupando un quintillonésimo (cero, coma, 30 ceros y un 1) del volumen total. ¿Y el resto del espacio?, ¿está vacío? ¿Qué significa que está vacío? Si no hay nada diríamos que esencialmente no existe. Pero el vacío tendrá que existir porque los átomos pueden moverse por él y la radiación (es decir, un campo electromagnético, o cualquier otro campo) puede *llenarlo*. Entonces ¿el vacío no existe?, ¿qué hay en ese vacío? O, mejor dicho, ¿qué es (porque existe) el vacío cósmico? Llevamos milenios preguntándonos por la esencia del universo, y resulta que quizás tampoco hemos avanzado tanto en algunos conceptos.

Todas las culturas han ideado modelos cosmológicos para proporcionar una visión de todo lo que nos rodea, desde las plantas y animales hasta el Sol, la Luna y el firmamento, e informarnos de cuál es nuestro lugar en el universo. Nuestro modelo cosmológico actual puede concebirse como una evolución de todo el imaginario de la humanidad, de todas las ideas e interpretaciones que se han ido haciendo a lo largo de generaciones, y que han ido preparando y conduciendo a la mente humana por el camino del conocimiento hasta llegar al modelo cosmológico físico-matemático que hoy aceptamos como el más cercano a la realidad, en el sentido de que reproduce muchas de las observaciones que hacemos del universo, si bien aún cuenta con muchas y fundamentales lagunas.

Dentro de esa herencia cultural-mental, hoy hablamos de los griegos, para los que todo el cosmos era la combinación de 4 elementos: tierra, agua, fuego y aire. El universo estaría compuesto de 2 partes, y nos quedamos con la que interesa a los astrofísicos, la de los cielos. Para esa región Aristóteles puso encima de la mesa 2 conceptos que podríamos considerar como visionarios: los cielos tendrían un movimiento perfecto y estarían compuestos por algo llamado éter, un quinto elemento que más tarde se denominó, ya en latín, *quintaesencia*.

El movimiento perfecto bien podría compararse con la expansión del universo y el Principio Cosmológico, del que ya hablamos y establece que el cosmos, incluida la expansión, es homogéneo (igual en todos sitios) e isótropo (no hay una dirección o un sitio privilegiado en el Universo, da igual hacia dónde mires). *Per-fecta*, "en dos palabras".

La segunda idea es incluso más revolucionaria: para Aristóteles, y para los astrofísicos hoy, el universo no "está" vacío, podríamos decir que "es" vacío, y es que el espacio entre galaxias, lo que podríamos pensar que alberga muy poca materia, en realidad está "lleno" de algo que llamamos energía del vacío, o incluso algo un poco más complejo que hoy llamamos quintaesencia, como la de Aristóteles.

La expansión de un universo que cumple el Principio Cosmológico está descrita por las conocidas como *ecuaciones de Friedmann*, que nos dicen que la velocidad de expansión puede crecer o decrecer (y hasta hacerse negativa), según el contenido del cosmos. La materia de todo tipo, con su masa, se atrae por efectos gravitatorios y lucha contra la expansión, tiende a pararla. Toda la radiación electromagnética que existe en el universo, o los neutrinos que viajan por el cosmos, ponen su granito de arena para parar la expansión.

Cualquier otro componente del universo, conocido o desconocido, debe tener su efecto. Las ecuaciones de Friedmann vienen con una velocidad de expansión y una aceleración de serie, una constante, llamada cosmológica (y que a Einstein no le gustaba) que según su valor nos dice que el universo de manera intrínseca empezó con tendencia a expandirse (constante cosmológica positiva), o contraerse (constante negativa) o a ser estático (constante nula, que es lo que le gustaba a Einstein).

La constante cosmológica, como su nombre indica, no cambia; su valor fue, es y será siempre el mismo, de manera análoga a la constante de Gravitación Universal o la de Planck o la de los gases perfectos. Varios experimentos hechos en los últimos 20 años nos indican que su valor es positivo y que el universo está acelerando su expansión. Todo hay que decirlo, ese resultado cuenta con un nivel de certidumbre bastante "bajo" para lo que los físicos consideramos fiable: estamos seguros al 99.7%, pero normalmente consideramos algo cierto si estamos seguros al 99.9999993%.

Ahora bien, la expansión acelerada se puede explicar con una constante cosmológica o si existe algo que baña el universo y que tiene propiedades contrarias a la materia o la radiación de la que hablábamos antes, algo que lucha a favor de la expansión, lo que se conoce como energía del vacío u oscura. Sería como la *Nada de la Historia Interminable*, y va ganando la partida de extenderse por un universo que cada vez se hace más grande más rápido. Esa energía del vacío, si existe y es constante en el tiempo, sería indistinguible de la existencia de una constante cosmológica. Podría ser una especie de quinta fuerza de la naturaleza, a unirse a la gravitatoria, la electromagnética, la fuerte y la débil, pero en vez de ser atractiva sería repulsiva. O una nueva forma de materia-energía que no podría *ni calentarse ni enfriarse, ni mojarse ni secarse,* como definió Aristóteles el éter, algo completamente diferente y que no interactuaría con las 4 formas de materia-energía conocidas: materia ordinaria (la que forma lo que vemos), materia oscura (que no vemos y dominaría la masa del universo), neutrinos y radiación electromagnética (luz).

De quinta-fuerza o quinto-elemento a quinta-esencia todavía hay un paso más que dar: permitir que esa energía del vacío no sea constante, varíe con el tiempo. Esta sería la definición de quintaesencia: una forma de energía desconocida que trabaja a nivel cósmico para acelerar el universo, o podría incluso desacelerarlo si sus propiedades cambian con el tiempo. Siendo variable quizás no deberíamos llamarla quintaesencia, sino *k-esencia* o *kinescencia*, porque para Aristóteles la quintaesencia *ni cambia ni se degrada*, *es una sustancia perfecta que forma los cuerpos celestes*. Para el filósofo griego la quintaesencia también tiene en su naturaleza el movimiento perfecto mientras que la materia que forma la Tierra (e incluso parte de la Luna, que está en los cielos y debería ser pura pero presenta imperfecciones: los cráteres y mares) tiende a caer y pararse (lo que recuerda a la gravedad y a luchar contra la expansión). Y la quintaesencia sería eterna, lo cual podría fácilmente compararse con teorías cosmológicas que identifican la energía oscura como la responsable de la expansión y del comienzo del espacio-tiempo como lo conocemos.

¿Existe la energía oscura, la quintaesencia, la kinescencia? Si existe algo así, desconocemos el 70% del universo. ¿Qué experimento podemos idear para estudiar algo que no sabemos qué es, que no tiene masa, que no interactúa con la luz, que no es como ninguna otra fuerza que conocemos pero que es lo que más influye en el espacio-tiempo? Tendremos que seguir investigando porque, como decía Aristóteles, todo ser humano desea, de manera natural, el conocimiento, y nos queda mucho por adquirir, así que también habrá que usar la imaginación, la *fantasía* de Aristóteles.

Coronavirus:
De dónde viene la antigua tradición de la "cuarentena" que seguimos adoptando ante males sin remedio.

Versión del artículo original de DALIA VENTURA

FUENTE: BBC NEWS | MUNDO

LA LEPRA, MENCIONADA TANTO EN EL ANTIGUO COMO EN EL NUEVO TESTAMENTO, ES LA PRIMERA ENFERMEDAD DOCUMENTADA PARA LA CUAL SE IMPUSO LA CUARENTENA. (DETALLE DE ACUARELA DE R. COOPER). CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

Haciendo eco a prácticas antiguas, ante el nuevo y aún poco conocido coronavirus, China adoptó medidas clásicas, aunque a una escala nunca antes vista: separar a los enfermos de los sanos, una costumbre de larga data.

La lepra es la primera enfermedad documentada para la cual se impuso la cuarentena.

Ya en el Antiguo Testamento, por ejemplo, existían ese tipo de reglas (Números, 5):

1. *Yavé le dijo a Moisés:*
2. *"Manda a los hijos de Israel que echen del campamento a todos los leprosos, a los que están impuros por flujo seminal y a todos los que están impuros por haber tocado algún muerto".*

Debido a las llagas y las desfiguraciones que sufrían los afectados, y al hecho de que era incurable, durante siglos las civilizaciones creyeron erróneamente que la lepra se propagaba fácilmente, y permaneció incomprendida hasta 1873, cuando se descubrió la bacteria que la causaba, *Mycobacterium leprae*.

Pero no sólo los dioses, sino también varios colosos médicos, aconsejaron tomar medidas parecidas ante las enfermedades contagiosas.

'CITO, LONGE, TARDE'

Los griegos Hipócrates y Galeno, reconocidos por sus sabios e innovadores consejos sobre asuntos médicos, ofrecían una orientación similar, traducida en latín como '*Cito*, *Longe*, *Tarde*', queriendo decir '**vete rápido, vete lejos y tarda en regresar**'.

Cuando la peste negra se extendió por gran parte de Asia, Europa y partes de África a mediados de 1300, ese consejo era lo mejor que la medicina podía ofrecer.

Sin embargo, en ninguna parte de esos primeros registros de esta práctica aparece el término "cuarentena".

¿Cómo, entonces, el término se convirtió en parte del léxico moderno?

LA MUERTE NEGRA LLEGÓ A EUROPA EN 1347. SEGÚN CÁLCULOS, EN CUESTIÓN DE 4 AÑOS, MATÓ A ENTRE 40 Y 50 MILLONES DE EUROPEOS Y ENTRE 75 Y 200 MILLONES DE PERSONAS EN EL MUNDO. (ESTATUA DE MADERA QUE REPRESENTA A UNA VÍCTIMA DE LA PESTE, EUROPA). CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

La respuesta se puede encontrar precisamente en la historia de esa epidemia, también conocida como peste bubónica o muerte negra, que asoló a Europa.

TRENTINOS

Desde mediados del siglo XIV, repetidas oleadas de peste se extendieron por toda Europa.

Después de llegar al sur de Europa en 1347, avanzó rápidamente a Inglaterra, Alemania y Rusia en 1350.

Durante este tiempo, se estima que **un tercio de la población europea murió**.

El profundo impacto de la epidemia llevó a la institución a medidas extremas de control de infecciones. Por ejemplo, en 1374, el señor de Milán, Bernabé Visconti, declaró que todas las personas con peste debían ser sacadas de la ciudad a los campos, para que se recuperaran o murieran lejos.

Una estrategia similar se utilizó en el concurrido **puerto mediterráneo de Ragusa (Dubrovnik moderno, en Croacia)**, donde el médico jefe, Jacobo de Padua, aconsejó establecer un lugar fuera de los muros de la ciudad para el tratamiento de personas enfermas y extraños que llegaran a la ciudad buscando una cura.

Desafortunadamente, estas medidas demostraron ser solo modestamente efectivas y llevaron al Gran Consejo de esa ciudad a tomar otras más radicales para prevenir la propagación de la epidemia.

ACUARELA DE GIOVANNI GREWEMBROCH QUE APARECE EN EL MANUSCRITO DEL SIGLO XVIII MOSTRANDO A UN DOCTOR EN VENECIA EN EL MOMENTO DE LA PESTE. CRÉDITO IMAGEN: GETTY IMAGES.

En 1377, el Gran Consejo aprobó una ley que establecía un *trentino*, o **un período de aislamiento por 30 días**, para los ciudadanos o visitantes de áreas endémicas de peste antes de ser admitidos.

Durante los siguientes 80 años, se introdujeron leyes similares en Marsella, Pisa, Génova y Venecia.

Pero fue la República de Venecia la que, en 1423, dio un paso más adelante.

UN INFIERNO EN LA TIERRA

En los siglos XII y XIII, Venecia era un epicentro comercial con el Oriente.

A sus aguas llegaban barcos cargados de todo lo imaginable, desde el mundano trigo hasta sedas, gemas, tintes, especias y telas.

Pero todos **esos buques que traían lujos exóticos del Este traían también ratas y enfermedades igualmente exóticas**, como la peste bubónica.

LA SERENÍSIMA REPÚBLICA DE VENECIA ERA EL EPICENTRO DEL COMERCIO ENTRE EL ESTE Y EL OESTE. CRÉDITO IMAGEN: GETTY IMAGES.

Desde 1361 hasta 1528, en la república se registraron 22 brotes diferentes.

Las víctimas sufrirían hinchazón y sangrado dolorosos. Sus cuerpos empezaban a descomponerse incluso antes de que estuvieran muertos.

En un brote, más de la mitad de la población de la ciudad fue aniquilada.

A los venecianos se les ocurrió una solución radical: crearon **el primer hospital de aislamiento en la historia**, en una pequeña isla, justo al lado de Lido en el borde oriental de la laguna veneciana, que lleva el nombre de Lazzaretto Vecchio o Lazareto Viejo.

De acuerdo con Jane L. Stevens Crawshaw, en su libro "*Plague Hospitals: Public Health for the City in Early Modern Venice*", el término "lazareto" es una corrupción del nombre original del lugar: Santa María di Nazaret.

Sin embargo, otros relatos postulan el término **como derivado de los Evangelios**, ya sea de la historia en "Lucas" en la que Lázaro, un hombre pobre "lleno de llagas" muere fuera de la puerta de un hombre rico pero encuentra sus posiciones invertidas en la otra vida, o la historia en "Juan" donde Jesús regresa a la ciudad de Betania para sanar a Lázaro, un hombre que ha estado muerto cuatro días, que resucita.

El caso es que hasta hoy en día se les llama lazaretos a los establecimientos sanitarios que se usan para aislar a los infectados o sospechosos de enfermedades contagiosas.

LAZZARETTO VECCHIO TIENE LA APARIENCIA DE UNA ESPECIE DE COLONIA PENAL CON SUS VENTANAS CON BARROTES ALTOS.

Cualquiera que mostrara lo que se sospechara que eran síntomas de la peste bubónica era retirado inmediatamente de la ciudad y llevado a remo a la isla, que sigue siendo un lugar desolado.

Muy pocos venecianos pisan la isla... y ni siquiera se escucha el canto de los pájaros.

Lo que se ve son edificaciones que le dan la apariencia de colonia penal, con largos salones cuyas ventanas tienen barrotes.

Martino Rizzi, quien con su equipo ha estado excavando tumbas y restaurando edificios, le dijo a la BBC que muy pocas de las personas a las que enviaban a la isla lograban sobrevivir.

"No había cura para la peste bubónica...

"Cuando caminas en esta isla, créeme, caminas sobre fosas comunes**".**

En una ocasión, los arqueólogos encontraron más de 1.000 cajas con huesos humanos debajo de una pared derrumbada.

QUIÉN SABE CUÁNTOS MURIERON EN ESA ISLA.

"Aunque no había casi medicamentos -señaló Rizzi-, en la isla **los enfermos obtenían dos cosas muy importantes: primero, comida y asistencia básica y, segundo, la extremaunción** (sacramento que consiste en la unción con óleo sagrado hecha por el sacerdote a los católicos que se hallan en peligro inminente de morir)".

Es imposible saber cuántas personas perecieron en Lazzaretto Vecchio: "Decenas de miles, mínimo. Esto era un infierno en la Tierra", declaró Rizzi.

Es abrumador pensar en la gran cantidad de historias trágicas que llegaron a su fin en los largos salones del hospital de la que se conoce también como la Isla de la Muerte Negra.

Sin embargo, aunque la solución fue quizás vil, al contener la peste, debió haber salvado cientos de miles de vidas.

Medio siglo después, Venecia llevó la idea del aislamiento otro paso más allá.

OTRA ISLA

A unos 6,5 kilómetros de distancia, junto a la entrada a la laguna, hay otra isla en la que a partir de 1468 las autoridades venecianas ordenaron que todos los barcos que llegaban permanecieran durante 40 días antes de ingresar a la ciudad.

EN ESTE MAPA PUEDES VER LA UBICACIÓN DE LAZZARETTO VECCHIO Y LAZZARETTO NOUVO. CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

Todos los pasajeros y la tripulación debían desembarcar, y hasta los productos que transportaban eran descargados y llevados a una enorme bodega en el centro de la isla, donde eran desinfectados con vinagre, agua hirviendo y hierbas humeantes.

Las edificaciones de la que se conoce como Lazzaretto Nuovo fueron construidas y pagadas por el Estado veneciano, no sólo para evitar la muerte de los venecianos, sino la de la ciudad misma: si Venecia no podía mantener su comercio fluyendo, estaba muerta.

La República de Venecia estableció así el primer sistema institucionalizado de cuarentena del mundo**.**

En algún momento de esta historia, habrás notado, el período de aislamiento se extendió de 30 días a 40 días, cambiando así el nombre trentino a quarantino, un término derivado de la palabra italiana *quaranta*, que significa "cuarenta".

40 DÍAS Y NOCHES

Se desconoce la justificación precisa para el cambio.

Algunos autores sugieren que se modificó porque el período más corto era insuficiente para prevenir la propagación de la enfermedad.

Otros creen que el cambio estuvo relacionado con la religión, ya que en los libros sagrados judeo-cristianos las referencias al número 40 son múltiples: los años en que Moisés vivió como pastor en Madián, así como los años que vagó por el desierto con su pueblo y los días que permaneció en el Monte Sinaí antes de bajar con las tablas de los Diez Mandamientos; o los días que Jesucristo pasó de ayuno en el desierto; hasta la observancia de la Cuaresma comprende un período de 40 días de purificación espiritual.

NADIE SABE EL PORQUÉ DE LOS 40 DÍAS. CRÉDITO IMAGEN: GETTY IMAGES.

Otra teoría es que el número de días estuvo conectado con la teoría de los números de Pitágoras, en la que el número 4 tenía un significado particular.

Quizás la imposición de 40 días de aislamiento se derivó de la antigua doctrina griega de "días críticos", que sostenía que la enfermedad contagiosa se desarrollaba durante los 40 días posteriores a la exposición.

Pero aunque posiblemente nunca sabremos cuál fue la razón de ese cambio, el concepto fundamental sobrevivió y es la base de la práctica moderna de la cuarentena, que mantiene ese nombre a pesar de que hoy en día el período de tiempo de aislamiento varía según la patología.

Los monos infinitos.

Versión del artículo original de MIGUEL-ANXO MURADO

TOMADO DE: *La Voz de Galicia*

2 de enero de 2022

Después de en un artículo anterior hice un elogio de la máquina de escribir, una asociación de ideas me llevó a acordarme del famoso **Teorema de los Monos Infinitos**, que nació, creo yo, a raíz de la generalización de aquellos artilugios. El teorema **lo desarrolló el matemático Émile Borel en 1913 y consiste en la hipótesis de que un millón de monos tecleando por un tiempo infinito durante diez horas al día** (esto era antes de que en Francia se instaurase la jornada laboral de ocho horas), **terminarían escribiendo el Hamlet de Shakespeare**. Lo que Borel quería mostrar es que no importa lo improbable que sea un hecho, si se le da el tiempo suficiente terminará ocurriendo. Esto tiene una enorme importancia para entender, entre otras cosas, por qué existe algo tan inverosímil como la vida o el universo.

Claro está que lo de Borel era una metáfora, un ejercicio mental, porque ni existen monos que vivan eternamente, salvo quizás Sun Wukong, el mono rey de la tradición china, ni los animales tienen interés por la escritura de ficción, a no ser Arlecchino, el setter de la hija del novelista Thomas Mann, Elisabeth. A Arlecchino se le enseñó a teclear en una máquina especialmente adaptada y, aunque cometía muchas faltas de ortografía, se enviaron sus textos a un crítico de poesía que aseguró que mostraba una clara influencia del concretismo brasileño (lo que no dice mucho en favor del concretismo brasileño). **Ya decía el filósofo Gian-Carlo Rota que entrenar animales para teclear a máquina no es una técnica eficiente para escribir un libro.**

Aun así, **el Teorema de los Monos Infinitos se ha intentado demostrar en la práctica al menos tres veces,** que yo sepa. En su día, unos expertos de la Universidad de Plymouth dejaron un teclado de ordenador durante un mes en la jaula de seis macacos (monos) del zoo de Devon. El resultado fueron cinco páginas impresas casi exclusivamente con la letra «S». Luego los macacos se dedicaron a golpear el teclado con una piedra y a hacer sus necesidades en él, lo que no está claro si expresaba su opinión acerca de Shakespeare o del experimento. También hace ya bastantes años que hay una página de la red (The Monkey Shakespeare Simulator) en la que un programa simula una población de «monos» virtuales que, por el momento, ya han producido veinticuatro letras consecutivas de Enrique VI Parte 2 y treinta de Julio Cesar. Y luego está el experimento más exitoso hasta ahora, que es el de Jesse Andersen, quien también ha creado un programa de ordenador en el que su millón de «monos» ya habían escrito, en un mes, *La tempestad, Como gustéis y Trabajos de amor perdidos,* entre otras.

Pero yo diría que los monos de Andersen hacen trampa, porque lo que ocurre es que el ordenador toma cada palabra con sentido que genera el azar y la va colocando en su sitio hasta que se completa el texto. Si escribir fuese tan fácil no estaría yo aquí a las dos de la mañana tecleando, no sé si como un mono, pero desde luego solo, sin la ayuda de otros 999.999 congéneres y sin el beneficio del infinito. Así que **yo también he decidido probar suerte y para terminar este artículo voy a teclear un texto aleatorio,** como una versión en miniatura del teorema de Borel. Y el resultado es éste: Paooi ovaou vaou vou vqou ao a v oi outu ou o ii uoiu oigf g ll ldlgjd g aljd ou eoi toi hfiwy ser o no ser yuiyglspp k ou oi ogiu odiu oiu oiu douh oiu ou dsofu sodfu osud dfoius odfiu osudf nvbiw 0u tqi oiu tv oi rroiu odu oiuotyg98wye hghsliihwghgyp iytsrgy oisudf… **Que a mí me suena a concretismo brasileño.**

N del E: "… **Que a mí me suena a concretismo brasileño"**, considere esto un comentario irónico del autor.

ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (IV)

Obra: *Language and Solitude: Wittgenstein, Malinowski and the Habsbud Dilemma*.

(Traducción del editor: Lenguaje y soledad: Wittgenstein, Malinowski y el dilema de Habsbud)

AUTOR: GELLNER, Ernest. Cambridge: Cambridge University Press. 1999, p. 229.

Crítico: Gabriel Andrade. Universidad José Gregorio Hernández - Venezuela.

Tomado de: Revista de Filosofía. ISSN 0798-1171 *versión impresa*. RF v.47 n.47 Maracaibo mayo 2004.

Éste es un libro escrito por un centroeuropeo que hizo carrera académica en Inglaterra, y trata sobre dos centroeuropeos que hicieron carrera académica en Inglaterra. A través de un singular estudio comparativo de Wittgenstein y Malinowski, en esta obra publicada póstumamente, Gellner reúne buena parte de las ideas y problemas sobre los cuales pensó a lo largo de su vida. Más importante aún, Gellner consigue acercar la antropología y la filosofía, las dos disciplinas a las cuales consagró su vida académica. He aquí un autor y un libro que vale la pena traducir a nuestra lengua.

Quizás se trate del libro más autobiográfico e íntimo de Gellner. Lo que probablemente de forma original se concibió como un análisis histórico de los orígenes del nacionalismo y sus implicaciones en la academia, terminó por convertirse en uno de los ataques más vívidos a la gran vaca sagrada del siglo XX, Ludwig Wittgenstein, y en la vindicación de un hombre enterrado en el olvido, Bronislaw Malinowski. Gellner no ofrece detalles autobiográficos de ningún tipo, pero el lector puede sospechar que la vida de Gellner refleja mucho de la vida de Malinowski, y en este espíritu, decide rechazar la filosofía lingüística que resultaba y sigue resultando tan popular.

El libro empieza por hacer un recorrido histórico de dos maneras contrapuestas de ver el mundo: el universalismo-atomismo y el romanticismo. Gellner estima que, en continuación con los pensadores que han teorizado sobre el mundo moderno (Maine, Weber, De Tocqueville, Durkheim, por nombrar algunos), alrededor del siglo XVII se empezó a vivir un profundo proceso de transformación social en Europa.

Se empezó a forjar esa extraña idea que resultó ser el individualismo. El parentesco fue perdiendo prominencia, el contrato reemplazó al estatuto, la colectividad dejó de convertirse en el eje de la organización social y dio paso a la prominencia del individuo como eje del nuevo orden social. Las comunidades agrarias dieron paso al burgo que, con el tiempo, se convirtió en la gran metrópolis.

Es en esta metrópolis donde surgirían los valores cosmopolitas que caracterizaron a la Ilustración. La vida comunitaria y provinciana perdía prominencia frente a una forma de organización social donde las ciudades marcaban la pauta. Esto se hizo particularmente evidente en el Imperio de los Habsburgo, conformado por una pluralidad de regiones y grupos étnicos que, aun así, se encontraban bajo la soberanía del Imperio radicado en Viena. A esta pluralidad provinciana, los cosmopolitas opusieron un universalismo que, proclamando la igualdad del hombre, suprimía las diferencias entre ellos y desechaba cualquier intento de construir una identidad cultural propiamente dicha, puesto que, hacer esto, significaría un regreso a la vida provinciana y a la concepción holística del mundo.

Los valores cosmopolitas pronto traspasaron la esfera socio-cultural y política y se apoderaron de la filosofía del conocimiento. De acuerdo a Gellner, en Descartes se evidencia claramente esta nueva tendencia traspasada a la filosofía del conocimiento, sentando las primeras bases para un individualismo que luego crecería aún más (Gellner descuida el rol que filósofos anteriores juegan en este proceso, especialmente Ockham, cuestión que otros autores como Louis Dumont, sí lo hacen).

En la filosofía de Descartes, se sientan las bases de un individualismo en tanto el "yo" cartesiano no necesita del mundo para pensar y conocer. Si los cosmopolitas desechaban la vida comunitaria por razones socio-políticas, a partir de Descartes se desecha la prominencia de la comunidad por razones epistemológicas. Descartes desestima al Otro porque en su sistema, el Otro resulta innecesario e inclusive, peligroso. Ésta es una idea que también aparece en un libro muy poco conocido y que Gellner no referencia, pero de gran importancia; *The Puppet of Desire*, por Jean-Michel Oughourlian. En esa obra, el autor elabora mucho más que Gellner el papel que Descartes juega en el rechazo del Otro y de la influencia de la Cultura en el proceso cognitivo.

Esta primacía del "yo" individual en el conocimiento, según Gellner, se extiende a la obra de Hume y Kant, pensadores cosmopolitas que proclamaban valores universales y trascendentes. Así, el mundo moderno aparecía en un doble aspecto. Por una parte, la vida comunitaria y sus correspondientes características daban paso a un nuevo orden sustentado en la primacía del individuo, a la vez que se fortalecía un Imperio que dependía de esta cultura cosmopolita que pretendía trascender diferencias culturales, en tanto su soberanía política abarcaba una inmensa pluralidad de grupos étnicos.

Hacia el siglo XIX, sin embargo, se empezó a gestionar una nueva transformación que, en gran medida, aspiraba deshacer lo que la Ilustración y los cosmopolitas hicieron. El movimiento del Romanticismo buscaba un regreso a la vida comunitaria, resaltando los valores campesinos y muy especialmente, la organicidad. En el plano socio-político, este proceso estuvo pautado por el auge del nacionalismo. Gellner recapitula sus extensas teorizaciones sobre este fenómeno, sugiriendo que, con la Revolución Industrial, la especialización del trabajo y la movilidad laboral, se hizo necesaria la creación de una identidad colectiva a fin de facilitar la solidaridad social entre trabajadores que, probablemente, no tenían ningún lazo común entre sí pero que debían convivir en sus lugares de trabajo.

El frágil Imperio ahora se consolidaría bajo la bandera de un solo grupo étnico, pero que a la vez tenía que excluir a grupos minoritarios para fortalecer la identidad de la mayoría. Los grandes románticos alemanes incentivaron un nacionalismo que *construía, mucho más que reflejaba*, una identidad nacional. Se exaltaban valores y costumbres provincianas y particularistas, a la vez que se incentivaba una visión holística del mundo, cuyo máximo exponente fue Hegel. El "yo" cartesiano y el Ego trascendental kantiano se vieron sustituidos por el *Geist* hegeliano que reunía al individuo y a la Cultura en uno mismo, vindicando así a la comunidad.

Entrado el siglo XX, estas dos corrientes fueron las que dominaron el escenario político y académico de Europa. Gellner considera que la obra de Wittgeinstein es un drama catastrófico que se debate entre estas dos posturas.

El primer Wittgenstein, el autor del *Tractatus*, sigue la tradición universalista-atomista de los cosmopolitas. Gellner sugiere que la condición adinerada de Wittgenstein, junto con su prominencia en la sociedad vienesa influyó en la inclinación hacia esta corriente. Asimismo, su herencia judía le hizo despreciar cualquier nacionalismo o visión holística del mundo, recordando que el nacionalismo se construyó en gran medida a través de la exclusión de las minorías.

La filosofía de Wittgenstein pretende un atomismo donde se elimina cualquier vestigio de hostilidad. Hume ya había intentado esto, pero el escocés advertía ciertos matices y, más aún, valoraba la vida comunitaria en muchos de sus escritos. Gellner insiste que, por el contrario, la mente de Wittgenstein es dogmática, reflejada en su estilo literario, por lo que lleva a un extremo el universalismo-atomismo de su filosofía. Termina por construir una filosofía donde el Otro, la Cultura, juegan un papel nulo en el conocimiento. De esto se desprende que, puesto que no estamos sujetos a la influencia de los demás, todos terminamos pensando igual. En su intento de trascendencia, Wittgenstein termina por despojar de *diferencias* a la especie humano, suprimiendo de manera autoritaria la pluralidad.

Los términos en los que Gellner critica a Wittgenstein son acalorados, terminando por llamarlo un "autista". El atomismo es tal, que no existe relación entre las cosas en el mundo. Wittgenstein termina siendo un autista en tanto se niega a convivir y a reconocer al Otro.

Gellner estima que esta soledad llega a extremos desesperantes en la vida y obra de Wittgenstein. Con su célebre e inesperado giro, se adentra en la vida comunitaria y abraza el otro extremo esbozado por Gellner: el romanticismo organicista. En las *Investigaciones filosóficas*, Wittgenstein cambia radicalmente su concepción del mundo. Si antes le otorgaba primacía entera al individuo en el conocimiento y negaba por completo el papel de la comunidad, ahora Wittgenstein le otorgaba esa completa primacía a la comunidad. Con su concepción de las "formas de vida" y "juegos del lenguaje", Wittgenstein estima que sólo podemos entender el lenguaje en su relación con la comunidad en su conjunto, negando cualquier trascendencia y enfatizando la particularidad.

Gellner siempre fue conocido por su militante hostilidad al relativismo. Si el primer Wittgenstein suprimía las diferencias, el segundo las sobresaltaba, acercándose a un cierto nihilismo relativista. Este peligroso espíritu, retomado por Clifford Geertz en la antropología, pone en peligro las certezas de lo humano y se acerca a la idea de que no podemos hablar sobre nada en particular y que no existe una noción trascendente del conocimiento.

Gellner contra pone Malinowski a Wittgenstein. El antropólogo polaco tuvo una identidad cultural bien fortalecida, producto de sus raíces campesinas polacas. Mientras que Wittgenstein sufrió de una ineptitud etnográfica, al no comprender las diferencias culturales en un momento, y suprimir la universalidad de la especie en otro, Malinowski fue el maestro de la práctica etnográfica y adquirió un magistral sentido de lo que hace semejantes y diferentes a los seres humanos.

Mientras que Wittgenstein pasó catastróficamente de un extremo a otro, Malinowski supo mantener lo mejor de ambas tradiciones. Campesino y cosmopolita a la vez, encontró una satisfactoria posición intermedia en los temas que se debatían entre el universalismo-atomismo y el romanticismo-organicismo.

Por una parte, Malinowski demuestra estar muy consciente de las diferencias culturales entre diversos pueblos. Gellner no menciona, por ejemplo, la célebre refutación malinowskiana de la universalidad del complejo de Edipo, o del conocimiento de la relación coito-parto. Malinowski se muestra como un provinciano nacionalista que está al tanto de las diferencias culturales, que, a la vez, enfatiza la importancia de la vida comunitaria.

Pero, a la vez, el funcionalismo de Malinowski se centraba en la manera en que la Cultura se perfilaba para satisfacer las necesidades *individuales* que resultaban ser universales (hambre, amor, etc.). Así, en el plano teórico-etnográfico, Malinowski reunía lo mejor de ambos mundos.

En el plano de la filosofía del conocimiento, Gellner reconoce que Malinowski es ambiguo. En la mayoría de sus escritos, adopta la posición del segundo Wittgenstein, insistiendo que fuera de la comunidad no puede haber lenguaje, negando cualquier noción de trascendencia. Pero, en unos escritos marginales, Malinowski asume una posición anti-relativista que considera que *sí* existe una trascendencia del lenguaje, a la vez que hay conocimientos superiores a los otros.

Mientras que Wittgenstein no demostró ningún interés por los temas políticos y culturales, Malinowski sí lo hizo, demostrando una vez más su capacidad para reunir lo mejor de ambos mundos. Defendía el "mandato indirecto" del Imperio Británico, en el cual se respetaban las diferencias culturales, así como su libertad, pero se restringían las libertades y diferencias políticas de los súbitos, a fin de que preservaran su identidad a la vez que se controlara el despotismo y el terror de los gobernantes locales. Una vez más, Malinowski instrumentaba esa difícil unión de cosmopolitanismo y provincianismo.

Existen muchos autores que pueden ser ubicados en un extremo de ambas tradiciones, pero Wittgenstein fue el único en colocarse en los *dos extremos*. Su desesperación de soledad fue tal, que pronto saltó, convirtiéndose en un extremo relativista, fallando una vez más. Gellner ve en Malinowski una imagen de sí mismo. Para Gellner, el mundo es una combinación de ambas tradiciones, no existe un ego enteramente trascendental, así como tampoco una comunidad enteramente cerrada que no permite nada fuera de ella.

De seguro, Malinowski no es el único autor del siglo XX en conseguir reunir lo mejor de ambas tradiciones. Durkheim y Levi-Strauss, por ejemplo, también podrían incluirse en esta lista. Pero, Gellner enaltece a Malinowski porque igual que él, fue un centroeuropeo radicado en Inglaterra, lo que le permitió encontrar un punto intermedio entre ambas tradiciones.

Sobre la disciplina intelectual

Por: PAULO FREIRE

Texto del educador y filósofo brasileño, Paulo Freire, sobre el papel de la disciplina intelectual en el aula de clase. Publicado en el libro "Professora sim; tia não: cartas a quem ousa ensinar".

TOMADO DE: Bloghemia - 26 de febrero de 2021

"La educación verdadera es praxis, reflexión y acción del hombre sobre el mundo para transformarlo".

Paulo Freire

Ya me he referido a la necesidad de la disciplina intelectual que los educandos deben construir en sí mismos con la colaboración de la educadora. Sin esta disciplina no se crean el trabajo intelectual, la lectura seria de los textos, la escritura cuidada, la observación y el análisis de los hechos ni el establecimiento de las relaciones entre ellos. Y que a todo esto no le falte el gusto por la aventura, por la osadía, pero que igualmente no le falte la noción de límites, para que la aventura y la osadía de crear no se conviertan en irresponsabilidad licenciosa. Es preciso ahuyentar la idea de que existen disciplinas diferentes y separadas: una intelectual y otra del cuerpo, que tiene que ver con horarios y entrenamientos, otra disciplina ético-religiosa, etc. Lo que puede suceder es que determinados objetivos exijan caminos disciplinarios diferentes. Sin embargo, lo principal es que si la disciplina exigida es saludable, lo es también la comprensión de esa disciplina; si es democrática la forma de crearla y de vivirla, si son saludables los sujetos forjadores de la disciplina indispensable, ella siempre implica la experiencia de los límites, el juego contradictorio entre la libertad y la autoridad, y jamás puede prescindir de una sólida base ética. En este sentido, nunca pude comprender que en nombre de ética alguna la autoridad pueda imponer una disciplina absurda simplemente para ejercitar en la libertad, acomodándose a su capacidad de ser leal, la experiencia de una obediencia castradora.

No hay disciplina en el inmovilismo, en la autoridad indiferente, distante, que entrega sus propios destinos a la libertad, en la autoridad que renuncia en nombre del respeto a esa libertad. Pero esta última tampoco existe en el inmovilismo, en el que la autoridad le impone su voluntad, sus preferencias, como las mejores para ella misma. Inmovilismo al que se somete la libertad, intimidada, o movimiento de la pura sublevación. Al contrario, sólo hay disciplina en el movimiento contradictorio entre la coercibilidad necesaria de la autoridad y la búsqueda despierta de la libertad para asumirse como tal. Es por esto que la autoridad que se hipertrofia en el autoritarismo o se atrofia en libertinaje, perdiendo el sentido del movimiento, se pierde a sí misma y amenaza la libertad. En la hipertrofia de la autoridad, su movimiento se fortalece a tal punto que inmoviliza o distorsiona totalmente el movimiento de la libertad. La libertad inmovilizada por una autoridad arbitraria o chantajista es aquella que, sin haberse asumido como lo que es, se pierde en la falsedad de movimientos no auténticos.

Para que haya disciplina es preciso que la libertad no sólo tenga el derecho de decir «no», sino que lo ejerza frente a lo que se le propone como la verdad y lo cierto. La libertad precisa aprender a afirmar negando, no por el puro negar sino como criterio de certeza. Es en este movimiento de ida y vuelta como acaba por internalizar la autoridad y se transforma en una libertad con autoridad, única manera de respetarla en cuanto autoridad.

Es de indiscutible importancia la responsabilidad que tenemos, en cuanto seres sociales e históricos portadores de una subjetividad que desempeña un papel importante en la historia, en el proceso de ese movimiento contradictorio entre la autoridad y la libertad. Responsabilidad política, social, pedagógica, ética, estética, científica. Pero al reconocer la responsabilidad política superemos también la politiquería, al subrayar la responsabilidad social digamos «no» a los intereses puramente individualistas, al reconocer los deberes pedagógicos dejemos de lado las ilusiones pedagogistas, al demandar la práctica ética huyamos de la fealdad del puritanismo y entreguémonos a la invención de la belleza de la pureza. Finalmente, al aceptar la responsabilidad científica, rechacemos la distorsión cientificista.

Tal vez algún lector o lectora más «existencialmente cansados» e «históricamente anestesiados» digan que estoy soñando demasiado. Soñando, sí, puesto que como ser histórico si no sueño no puedo estar siendo. Demasiado, no. Hasta creo que soñamos poco al soñar estos sueños tan fundamentalmente indispensables para la vida o para la solidificación de nuestra democracia: la disciplina en el acto de leer, de escribir, de escribir y leer, en el de enseñar y aprender, en el proceso placentero pero difícil de conocer; la disciplina en el respeto y en el trato de la cosa pública; en el respeto mutuo.

No vale decir que como maestro o como maestra «no importa la profundidad en la que trabaje, poca importancia tendrá lo que haga o deje de hacer, tendrá poca importancia en vista de lo que pueden hacer los poderosos en favor de sí mismos y en contra de los intereses nacionales». Ésta no es una afirmación ética. Simplemente es interesada y acomodada. Lo peor es que acomodándose, mi inmovilidad se convierte en motor de más desvergüenza. Mi inmovilidad, producida o no por motivos fatalistas, funciona como acción eficaz en favor de las injusticias que se perpetúan, de los descalabros que nos afligen, del atraso de las soluciones urgentes.

No se recibe democracia de regalo. Se lucha por la democracia. No se rompen las amarras que nos impiden ser con una paciencia de buenas maneras sino con el pueblo movilizándose, organizándose, conscientemente crítico. Con las mayorías populares no sólo sintiendo que vienen siendo explotadas desde que se inventó el Brasil, sino uniendo también al sentir el saber que están siendo explotadas, el saber que les da la *raison d'être* del fenómeno, tal como alcanza preponderantemente el nivel de su sensibilidad.

Al hablar de sensibilidad del fenómeno y de aprehensión crítica del fenómeno no estoy de ninguna manera sugiriendo algún tipo de ruptura entre sensibilidad, emociones y actividad cognoscitiva. Ya dije que conozco con todo mi cuerpo: con los sentimientos, con las emociones, con la mente crítica.

Dejemos bien claro que el pueblo que se moviliza, el pueblo que se organiza, el pueblo que conoce en términos críticos, el pueblo que profundiza y afianza la democracia contra cualquier aventura autoritaria, es igualmente un pueblo que forja la disciplina necesaria sin la cual la democracia no funciona. En el Brasil casi siempre oscilamos entre la ausencia de disciplina por la negación de la libertad y la ausencia de disciplina por la ausencia de autoridad.

Nos falta disciplina en casa, en la escuela, en las calles, en el tránsito. Es asombroso el número de personas que mueren todos los fines de semana por pura indisciplina, o lo que gasta el país en estos accidentes o en los desastres ecológicos.

Otra falta de respeto evidente hacia los otros, tan nefasta como la manera como venimos siendo indisciplinados, es la licenciosidad, la irresponsabilidad con la que en este país se mata impunemente.

Dominadas y explotadas en el sistema capitalista, las clases populares necesitan —al mismo tiempo que se comprometen en el proceso de formación de una disciplina intelectual— ir creando una disciplina social cívica, política, absolutamente indispensable para una democracia que vaya más allá de la simple democracia burguesa y liberal. Una democracia que finalmente persiga la superación de los niveles de injusticia y de irresponsabilidad del capitalismo. Ésta es una de las tareas a las que debemos entregarnos, y no a la mera tarea de enseñar en el sentido equívoco de transmitir el saber a los educandos.

El maestro debe enseñar. Es preciso que lo haga. Sólo que enseñar no es transmitir conocimiento. Para que el acto de enseñar se constituya como tal es preciso que el acto de aprender sea precedido por, o concomitante de, el acto de aprehender el contenido o el objeto cognoscible, con el que el educando también se hace productor del conocimiento que le fue enseñado.

Sólo en la medida en que el educando se convierta en sujeto cognoscente y se asuma como tal, tanto como el maestro también es un sujeto cognoscente, le será posible transformarse en sujeto productor del significado o del conocimiento del objeto. Es en este movimiento dialéctico en donde enseñar y aprender se van transformando en conocer y reconocer, donde el educando va conociendo lo que aún no conoce y el educador reconociendo lo antes sabido.

Esta forma de no sólo comprender el proceso de enseñar sino de vivirlo, exige la disciplina de la que vengo hablando, que no puede a su vez dicotomizarse frente a la disciplina política indispensable para la invención de la ciudadanía. Sí, en cambio, frente a la ciudadanía, sobre todo en una sociedad como la nuestra, de tradiciones tan autoritarias y discriminadoras desde el punto de vista del sexo, de la raza y de la clase. La ciudadanía realmente es una invención, una producción política. En este sentido, su pleno ejercicio por quien sufre cualquiera de las discriminaciones, o todas al mismo tiempo, no es algo que se usufructúe como un derecho pacífico y reconocido. Al contrario, es un derecho que tiene que ser alcanzado y cuya conquista hace crecer sustantivamente la democracia. Ésta es la ciudadanía que implica el uso de la libertad —de trabajar, de comer, de vestir, de calzar, de dormir en una casa, de mantenerse a sí mismo y a su familia, de amar, de sentir rabia, de llorar, de protestar, de apoyar, de desplazarse, de participar en tal o cual religión, en tal o cual partido, de educarse a sí mismo y a la familia, la libertad de bañarse en cualquier mar de su país —. La ciudadanía no llega por casualidad: es una construcción que, jamás terminada, exige luchar por ella, exige compromiso, claridad política, coherencia, decisión. Es por esto mismo que una educación democrática no se puede realizar al margen de una educación de y para la ciudadanía.

Cuanto más respetemos a los alumnos y a las alumnas independientemente de su color, sexo y clase social, cuantos más testimonios de respeto demos en nuestra vida diaria, en la escuela, en las relaciones con nuestros colegas, con los porteros, cocineras, vigilantes, padres y madres de alumnos, cuanto más reduzcamos la distancia entre lo que hacemos y lo que decimos, tanto más estaremos contribuyendo para el fortalecimiento de las experiencias democráticas. Estaremos desafiándonos a nosotros mismos a luchar más en favor de la ciudadanía y de su ampliación. Estaremos forjando en nosotros mismos la disciplina intelectual indispensable sin la cual obstaculizamos nuestra formación así como la no menos necesaria disciplina política, fundamental para la lucha en la invención de la ciudadanía.

Lecturas de Eckhart Tolle en español...

Por: Dr. EDGAR REDONDO
Enviado vía Facebook

EDGAR REDONDO

Nació en Caracas, Venezuela. Actualmente residenciado en Madrid, España. Egresó como Bachiller del Liceo Carlos Soublette. Realizó estudios universitarios de Pre y Postgrado en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), Universidad Nacional Abierta (U.N.A.), Universidad de Carabobo, Universidad de Málaga, Universidad de Córdoba, Universidad del Sur Cancún. Se ha desempeñado como docente en Universidad de Carabobo, Universidad Central de Venezuela y Universidad Nacional Abierta.

Cuando te haces consciente del Ser, lo que en realidad ocurre es que el Ser se torna consciente de sí mismo. Y ese acto por el que el Ser toma conciencia de sí mismo es la presencia. En el Ser, conciencia y vida son términos sinónimos; podríamos decir que presencia significa conciencia haciéndose consciente de sí misma, o la vida llegando a la auto-conciencia. Pero no te quedes pegado a las palabras y no hagas un esfuerzo por entender esta descripción intelectualmente. No necesitas entender las cosas antes de poder estar presente.

Se aclararán muchos malentendidos y falsas creencias sobre Cristo si usted se da cuenta de que en Cristo no hay pasado ni futuro. Decir que Cristo fue o será es una contradicción de términos. Jesús fue. Fue un hombre que vivió hace dos mil años y realizó la presencia divina, su verdadera naturaleza. Y por lo tanto dijo: "Antes de que Abraham fuera, yo soy". No dijo: "Yo ya existía antes de que Abraham hubiera nacido".

Eso hubiera significado que estaba todavía en la dimensión de la identidad con el tiempo y la forma. Las palabras “yo soy” usadas en una frase que empieza en pasado indican un cambio radical, una discontinuidad en la dimensión temporal. Es una afirmación de tipo

Zen de gran profundidad. Jesús intentó comunicar directamente, no a través del pensamiento discursivo, el significado de la presencia, de la autorrealización. Había ido más allá de la dimensión de la conciencia gobernada por el tiempo, al reino de lo intemporal. La dimensión de la eternidad había venido a este mundo. Eternidad, por supuesto, no significa tiempo sin fin, sino negación del tiempo. Así pues, el hombre Jesús se convirtió en Cristo, un vehículo para la conciencia pura. ¿Y cuál es la definición de sí mismo que hace Dios en la Biblia? ¿Dijo Dios "Yo siempre he sido y siempre seré"? Por supuesto que no. Eso habría dado realidad al presente y al pasado. Dios dijo: "YO SOY EL QUE SOY". No hay tiempo aquí, sólo presencia.

Huellas filosóficas del siglo XX en el siglo XXI.

Michel Foucault:
Los cuarteles, los hospitales y las escuelas, se asemejan a las prisiones.

Entrevista al Filósofo francés Michel Foucault, realizada en el año 1975 por Ferdinando Scianna, donde analiza la función de las prisiones en la sociedad.

TOMADO DE: Bloghemia – 12 de enero de 2021

«La sociedad de vigilancia quiere fundar su derecho en la ciencia; esto hace posible la "suavidad" de las penas o, mejor, de los "cuidados", las "correcciones", pero con ello se extiende su poder de control, de imposición de la "norma"»

Michel Foucault

—¿Por qué la prisión, profesor?

—Tenemos vergüenza de nuestras prisiones. Esos enormes edificios que separan dos mundos de hombres, que se construían antaño con orgullo, a punto tal que a menudo se los ubicaba en el centro de las ciudades, hoy nos molestan. Las polémicas que se desatan regularmente a su respecto, y hace poco a causa de numerosos motines, dan claro testimonio de ese sentimiento. Polémicas, molestia y falta de amor que, además, acompañaron las prisiones desde que estas se consolidaron como pena universal, digamos alrededor de 1820. Y sin embargo, esta institución ha resistido ciento cincuenta años. Es un hecho bastante extraordinario. ¿Cómo, fue la pregunta que me hice, una estructura a la que tanto se ha censurado ha podido resistir tan largo tiempo?

—¿Cómo nacen las prisiones?

—Al principio, yo creía que la culpa recaía por entero en Beccaria, los reformadores y, en suma, la Ilustración. Después, al observar las cosas con más detenimiento, me di cuenta de que no había nada de eso. Los reformadores, y en particular Beccaria, que se rebelaban contra la tortura y los excesos punitivos del despotismo monárquico, no proponían en modo alguno la prisión como alternativa. Sus proyectos, en especial los de Beccaria, se basaban en una nueva economía penal que tendía a justar las penas a la naturaleza de cada delito: así, la pena de muerte para los asesinatos, la confiscación de bienes para los ladrones y, desde luego, la prisión, pero para los delitos contra la libertad.

Lo que se erigió, en cambio, fue la prisión como pena similar para todos y universal, con la salvedad exclusiva de una gradación en la duración. Si las cosas sucedieron así, no fue pues a causa de las polémicas de los reformadores; Beccaria no quería sustituir los suplicios y las torturas por la prisión.

—¿Por qué, entonces, el paso del suplicio a la prisión?

—Hasta el siglo XVIII, con el absolutismo monárquico, el suplicio no cumplía el papel de reparación moral; tenía más bien el sentido de una ceremonia política. El delito, en cuanto tal, debía considerarse como un desafío a la soberanía del monarca; trastornaba el orden de su poder sobre los individuos y las cosas.

El suplicio público, largo, aterrador, tenía la finalidad precisa de reconstruir esa soberanía; su carácter espectacular servía para hacer participar al pueblo en el reconocimiento de esta, y su ejemplaridad y sus excesos, para definir su extensión infinita. El poder del príncipe era excesivo por naturaleza. Los reformadores, con su proyecto de nueva economía penal, se inscribían en el rumbo de una sociedad en plena transformación. La propuesta de Beccaria era una especie de ley del talión, pero no por eso dejaba de ser una ley, válida para todos, razón por la cual se sustraía a la arbitrariedad de la voluntad del príncipe. La proporcionalidad de las penas en función de los delitos reflejaba y todavía refleja la nueva ideología capitalista de la sociedad: para un trabajo, un salario proporcional; para unos delitos, unas penas proporcionales. Este principio persiste en la duración variada de las penas de detención, pero lo contradice la privación de la libertad como castigo único.

—¿Cómo fue entonces que se impuso la forma punitiva?

—Las explicaciones que se han dado hasta nuestros días se relacionan en esencia con las modificaciones económicas de la sociedad. En la época de los príncipes, en una sociedad de tipo feudal, el valor de mercado del individuo como mano de obra era mínimo, y la vida misma, a causa de las violentas epidemias, la gran mortalidad infantil, etc., no tenía en absoluto el mismo precio que en los siglos siguientes. Comoquiera que sea, la finalidad del castigo no era la muerte; al contrario, el arte del suplicio consistía en demorar la muerte al máximo en una "exquisita agonía", como dice uno de sus teóricos. En ese sentido, el momento del cambio cualitativo, en la filosofía del castigo, fue la guillotina. Hoy suele hablarse de ella como un vestigio de barbarie medieval. No es así; en su época, la guillotina fue una ingeniosa maquinita que transformó el suplicio en ejecución capital, efectuada a la velocidad del rayo, de una manera casi abstracta, verdadero grado cero del sufrimiento. Se sigue convocando al pueblo para que asista al ritual teatral de la pena, pero sólo con el objeto de ratificar la conclusión y no para que participe en ella. Con la nueva estructura económica de la sociedad, la burguesía necesita organizar su llegada al poder por medio de una nueva tecnología penal mucho más eficaz que la anterior.

—Más suave, de todas maneras.

—La "suavidad" de las penas no tiene nada que ver con la eficacia del sistema penal. Hay que sacarse de encima la ilusión de que la atribución de las penas se hace con el objetivo de reprimir los delitos: las medidas punitivas no sólo tienen el papel negativo de represión, sino también el papel "positivo" de legitimación del poder que dicta las reglas. Puede incluso afirmarse que la definición de las "infracciones a la ley" sirve justamente de fundamento al mecanismo punitivo.

Con los príncipes, el suplicio legitimaba el poder absoluto, y su "atrocidad" se desplegaba sobre los cuerpos, porque el cuerpo era la única riqueza accesible. El correccional, el hospital, la prisión, los trabajos forzados, nacen con la economía mercantil y evolucionan con ella. El exceso ya no es necesario: todo lo contrario. El objetivo es la mayor economía del sistema penal. Ese es el sentido de su "humanidad". En efecto, lo verdaderamente importante en la nueva realidad social no es la ejemplaridad de la pena, sino su eficacia. Por eso el mecanismo utilizado consiste menos en castigar que en vigilar.

—Pero ¿la vigilancia no estaba excluida de la tradición penal hasta el siglo XIX?

—Sí. También puede afirmarse que, a pesar del rigor del sistema, bajo la monarquía el control de la sociedad era mucho más débil, más grandes las mallas a través de las cuales pasaban las mil y una ilegalidades populares. A menudo las condenas quedaban sin mañana, el uso las hacía dejar de lado. El contrabando, el pastoreo abusivo, la recogida de leña en tierras del rey, aunque amenazados con penas terribles, en realidad no daban prácticamente nunca lugar a un proceso. En cierto modo, entraban en el juego del sistema como siguen entrando en algunas realidades económicas y sociales particularmente atrasadas.

—Lauro decía que en Nápoles el contrabando es la Fiat del sur.

—Exactamente. Pero a fines del siglo XVIII, la burguesía, con las nuevas exigencias de la sociedad industrial, con una mayor subdivisión de la propiedad, ya no puede tolerar las ilegalidades populares. Busca nuevos métodos de coacción del individuo, de control, de encuadramiento y de vigilancia. Los reformadores de la Ilustración proponían una nueva economía penal, no la nueva tecnología que se necesitaba.

—¿En qué tradición se hunden las raíces culturales de la prisión?

—La forma prisión nace mucho antes de su introducción en el sistema penal. La encontramos en estado embrionario en toda la ciencia del cuerpo, de su "corrección", de su aprendizaje, que se adquiría en las fábricas, las escuelas, los hospitales, los cuarteles. "Pero respiran", comentaba con irritación el gran duque Miguel cuando asistía a un desfile militar. El nuevo ideal del poder pasa a ser la "ciudad apestada", que es también la ciudad punitiva. Donde hay peste, hay cuarentena; todo el mundo está controlado, catalogado, encerrado, sometido a la regla. Para defender la vida y la seguridad de la colectividad, se otorga el derecho de matar a cualquiera que circule sin autorización, salvo algunos grupos de ínfima importancia, los individuos descritos por Manzoni, aquellos a quienes se asignan las tareas más innobles, como el transporte de los cadáveres de los apestados. Bentham proporciona en 1791 la estructura arquitectónica de esta exigencia tecnológica, con su Panóptico.

—¿Qué es el Panóptico?

—Es un proyecto de construcción con una torre central que vigila toda una serie de celdas dispuestas en forma circular, a contraluz, en las cuales se encierra a los individuos. Desde el centro uno controla todas las cosas y todos los movimientos sin ser visto. El poder desaparece, ya no se representa, pero existe; incluso se diluye en la infinita multiplicidad de su mirada única. Las prisiones modernas, y hasta muchas de las más recientes, calificadas de "modelo", se basan en ese principio. Pero con su Panóptico Bentham no pensaba de manera específica en la prisión; su modelo podía utilizarse —y se utilizó— para cualquier estructura de la nueva sociedad. La policía, invención francesa que fascinó al punto a todos los gobiernos europeos, es la hermana gemela del Panóptico. La fiscalidad moderna, los asilos psiquiátricos, los ficheros, los circuitos de televisión y tantas otras tecnologías que nos rodean son su aplicación concreta. Nuestra sociedad es mucho más benthamiana que beccariana. Los lugares en los cuales existió la tradición de conocimientos que llevaron a la prisión muestran por qué los cuarteles, los hospitales y las escuelas, se asemejan a las prisiones.

—Pero la prisión fue criticada desde el principio. Se la definió como un fracaso penal, una fábrica de delincuentes.

—Lo cual, empero, no sirvió para destruirla. Después de un siglo y medio sigue en pie. Pero, por lo demás, ¿es de veras un fracaso? ¿No será más bien un éxito, y justamente por las mismas razones por las cuales se la acusa de fracasar? En realidad, la prisión es un éxito.

—¿Qué éxito?

—La prisión crea y mantiene una sociedad de delincuentes, el medio, con sus reglas, su solidaridad, su marca moral de infamia. La existencia de esta minoría delictiva, lejos de ser la medida manifiesta de un fracaso, es muy importante para la estructura del poder de la clase dominante. Su primera función es la de descalificar todos los actos ilegales que se agrupan bajo una común infamia moral. Antes no era así: en realidad, un buen número de los actos ilegales cometidos por el pueblo se toleraba. Ahora eso ya no es posible: el delincuente, fruto de la estructura penal, es ante todo un criminal como cualquiera que infringe la ley, por la razón que sea. A continuación se crea una estructura intermedia de la que se vale la clase dominante para perpetrar sus ilegalidades: la constituyen, justamente, los delincuentes. El ejemplo más patente es el de la explotación del sexo. Por un lado hay prohibiciones, escándalos y represiones en torno de la vida sexual; esto permite transformar la necesidad en "mercancía" sexual difícil y cara, y luego se la explota. Ninguna gran industria de ningún gran país industrializado puede rivalizar con la enorme rentabilidad del mercado de la prostitución. Esto es válido para el alcohol en la época de la prohibición; hoy, para la droga (véase el convenio turco-norteamericano para el cultivo de la adormidera), para el contrabando de tabaco, de armas…

—¿Cómo se mantiene la vinculación con el poder?

—Esas enormes masas de dinero suben y suben hasta llegar a las grandes empresas financieras y políticas de la burguesía. En suma, se mantiene un tablero de ajedrez donde hay escaques peligrosos y otros que son seguros. En los peligrosos están siempre los delincuentes. Esa es la ligazón. Y llegamos al otro papel de la delincuencia: la complicidad con las estructuras policiales en el control de la sociedad. Un sistema de chantajes e intercambios en el cual los roles se confunden, como en un círculo. ¿Un informante es otra cosa que un policía delincuente o un delincuente policía? En Francia, la clamorosa figura símbolo de esta realidad es Vidocq, el famoso bandido que en determinado momento se convierte en jefe de la policía. Los delincuentes tienen además otra excelente función en el mecanismo del poder: la clase en el poder se sirve de la amenaza de la criminalidad como una coartada continua para endurecer el control de la sociedad. La delincuencia da miedo, y ese miedo se cultiva. No por nada en cada momento de crisis social y económica se presencia un "recrudecimiento de la criminalidad" y el consiguiente llamado a un gobierno policial. Por el orden público, se dice; en realidad, para poner freno sobre todo a la ilegalidad popular y obrera. En suma, la criminalidad funciona como una suerte de nacionalismo interno. Así como el temor al enemigo hace "amar" al ejército, el miedo a los delincuentes hace "amar" el poder policial.

—Pero no la prisión. La prisión no consigue hacerse amar.

—Porque en los mecanismos modernos de la justicia criminal hay un fondo de suplicio que no se ha exorcizado por completo, aun cuando en nuestros días esté cada vez más incluido en la nueva penalidad de lo incorpóreo. La nueva penalidad, en efecto, en vez de castigar, corrige y cura. El juez se convierte en médico y viceversa. La sociedad de vigilancia quiere fundar su derecho en la ciencia; esto hace posible la "suavidad" de las penas o, mejor, de los "cuidados", las "correcciones", pero con ello se extiende su poder de control, de imposición de la "norma". Se persigue al "diferente". El delincuente no está fuera de la ley, pero se sitúa desde el comienzo en el centro mismo de los mecanismos en los cuales se pasa imperceptiblemente de la disciplina a la ley, de la desviación al delito, en una continuidad de instituciones que se pasan la pelota unas a otras: del orfelinato al correccional de menores y de ahí a la penitenciaría, de la ciudad obrera al hospital y de ahí a la prisión.

El rechazo de la salvación.

Por: ALBERT CAMUS

Texto del filósofo francés, Albert Camus, publicado por primera vez en su libro L'Homme révolté (El Hombre Rebelde) en 1951.

TOMADO DE: Bloghemia – 9 de abril de 2021

CRÉDITO IMAGEN: EDUARDO POLA.

"Cada generación, sin duda, se cree destinada a rehacer el mundo. La mía sabe, sin embargo, que no lo rehará. Pero su tarea acaso sea más grande. Consiste en impedir que el mundo se detenga".

ALBERT CAMUS

Si bien el rebelde romántico exalta al individuo y al mal, no toma el partido de los hombres, sino solamente su propio partido. El dandismo, cualquiera que sea, es siempre un dandismo con relación a Dios. El individuo, como criatura, no puede oponerse sino al creador. Necesita a Dios, con quien mantiene una especie de fosca coquetería. Armand Hoog tiene razón al decir que, a pesar del clima nietzscheano de esas obras, Dios no ha muerto todavía. La condenación misma, reivindicada a voz en grito, no es sino una buena jugarreta que se hace a Dios. Con Dostoievsky, por el contrario, la descripción de la rebelión va a dar un paso más. Iván Karamázov toma el partido de los hombres y pone el acento en su inocencia. Afirma que la condena a muerte que pesa sobre ellos es injusta. En su primer movimiento, por lo menos, lejos de abogar en favor del mal, aboga en favor de la justicia, a la que pone por encima de la divinidad. Por lo tanto no niega, en modo alguno, la existencia de Dios. Le refuta en nombre de un valor moral. La ambición del rebelde romántico consistía en hablar a Dios de igual a igual. El mal responde entonces al mal, la soberbia a la crueldad. El ideal de Vigny consiste, por ejemplo, en responder al silencio con el silencio. Sin duda, con ello trata de elevarse al nivel de Dios, y esto es ya blasfemia. Pero no se piensa en negar el poder ni el lugar de la divinidad. Esa blasfemia es reverente, pues toda blasfemia, finalmente, es participación en lo sagrado.

Con Iván, al contrario, cambia el tono. Dios es juzgado a su vez, y desde arriba. Si el mal es necesario para la creación divina, esta creación es inaceptable. Iván no apelará ya a ese Dios misterioso, sino a un principio más alto, que es la justicia. Inaugura la empresa esencial de la rebelión, que consiste en sustituir el reino de la gracia por el de la justicia. Al mismo tiempo, inicia el ataque contra el cristianismo. Los rebeldes románticos rompían con Dios mismo, como principio de odio. Iván niega explícitamente el misterio y, en consecuencia, a Dios como principio de amor. Sólo el amor puede hacernos ratificar la injusticia hecha a Marta, a los obreros de las diez horas, y más lejos todavía hacer que se admita la muerte injustificable de los niños. "Si el sufrimiento de los niños -dice Iván- sirve para completar la suma de los dolores necesarios para la adquisición de la verdad, yo afino desde ahora que esta verdad no vale semejante precio". Iván niega la dependencia profunda que el cristianismo ha introducido entre el sufrimiento y la verdad. El grito más profundo de lván, el que abre los abismos más trastornadores bajo los pies del rebelde, es el aunque: "Mi indignación subsistiría aunque Dios existiese, aunque el misterio ocultase una verdad, aunque el Staretz Zósimo tuviese razón, Iván no aceptaría que esta verdad fuese pagada con el mal, el sufrimiento y la muerte infligida al inocente. Iván encarna la negación de la salvación. La fe lleva a la vida inmortal. Pero la fe supone la aceptación del misterio y del mal, la resignación a la injusticia. Aquel a quien el sufrimiento de los niños impide llegar a la fe no recibirá, por lo tanto, la vida inmortal. En estas condiciones, aunque existiese la vida inmortal, Iván la rechazaría. Rechaza ese negocio. No aceptar la gracia sino incondicionalmente y por eso pone él mismo sus condiciones. La rebelión lo quiere todo o no quiere nada.

"Toda la ciencia del mundo no vale las lágrimas de los niños". Iván no dice que no existe la verdad. Dice que si existe una verdad, sólo puede ser inaceptable. ¿Por qué? porque es injusta. La lucha de la justicia contra la verdad se indica aquí por primera vez y ya nunca tendrá tregua. Iván, solitario, y por lo tanto moralista, se contentará con una especie de quijotismo metafísico. Pero pasarán algunos lustros y una inmensa conspiración política aspirará a hacer de la justicia la verdad.

Por añadidura, Iván encarna la negación de salvarse solo. Se solidariza con los condenados y, a causa de ellos, rechaza el cielo. En efecto, si creyese podría salvarse, pero otros se condenarían. El sufrimiento continuaría. No hay salvación posible para quien sufre verdadera compasión. Iván seguirá probando la sinrazón de Dios al rechazar doblemente la fe como se rechaza la injusticia y el privilegio. Un paso más y del todo o nada pasamos al todos o nadie.

Esta determinación extrema, y la actitud que supone, habrían bastado a los románticos. Pero Iván, aunque cede también al dandismo, vive realmente sus problemas, desgarrado entre el sí y el no. Desde este momento entra en la consecuencia. Si rechaza la inmortalidad, ¿qué le queda? La vida en lo que ésta tiene de elemental. Suprimido el sentido de la vida, queda todavía la-vida. "Vivo -dice Iván pesar de la lógica", y añade: "Si no tuviese ya fe en la vida, si dudase de una mujer amada, del orden universal, y estuviese persuadido, por el contrario, de que todo no es sino un caos infernal y maldito, aun entonces, a pesar de todo, querría vivir". Iván vivirá, por lo tanto, y amará también "sin saber por qué". Pero vivir es también obrar. ¿En nombre de qué? Si no hay inmortalidad no hay recompensa ni castigo, ni bien ni mal. "Creo que no hay virtud sin inmortalidad". Y también: "Sé solamente que el sufrimiento existe, que no hay culpables, que todo se encadena, que todo pasa y se equilibra". Pero si no hay virtud no hay ya ley: "Todo está permitido".

En este "todo está permitido" comienza verdaderamente la historia del nihilismo contemporáneo. La rebelión romántica no iba tan lejos. Se limitaba a decir, en suma, que todo no estaba permitido, pero que ella se permitía, por insolencia, lo que estaba prohibido. Con los Karamazov, por el contrario, la lógica de la indignación va a volver la rebelión contra sí misma y a arrojarla a una contradicción desesperada. La diferencia esencial consiste en que los románticos conceden permisos de complacencia, en tanto que Iván obligará a hacer el mal por coherencia. No se permitirá ser bueno. El nihilismo no es solamente desesperación y negación, sino sobre todo voluntad de desesperar y de negar. El mismo hombre que tomaba tan ferozmente el partido de la inocencia, que temblaba ante el sufrimiento de un niño que quería ver "con sus ojos" a la cierva durmiendo junto al león y a la víctima abrazando al asesino, desde el momento en que niega la coherencia divina Y trata de encontrar su propia regla reconoce la legitimidad del asesinato. Iván se rebela contra un Dios homicida, pero desde el instante en que razona su rebelión deduce la ley del homicidio. Sí todo está permitido, puede matar a su padre, o por lo menos sufrir que le maten. Una larga reflexión sobre nuestra situación de condenados a muerte termina únicamente con la justificación del crimen.

En efecto, aparenta razonar como si la inmortalidad no existiese, cuando se ha limitado a decir que la rechazaba aunque existiese. Para protestar contra el mal y la muerte opta, pues, deliberadamente, por decir que la virtud no existe más que la inmortalidad y por dejar que maten a su padre. Acepta a sabiendas su dilema: ser virtuoso e ilógico, o lógico y criminal. Su doble, el diablo, tiene razón cuando le apunta: "Vas a realizar una acción virtuosa y sin embargo no crees en la virtud; eso es lo que te atormenta". La pregunta que se hace por fin Iván, la que constituye el verdadero progreso de Dostoievsky hace realizar al espíritu de rebelión, es la única que nos interesa aquí: ¿se puede vivir y mantener la rebelión?

Iván deja adivinar su respuesta: no se puede vivir en la rebelión sino llevándola hasta el extremo. ¿Cuál es la extremidad de la rebelión metafísica? La revolución metafísica. El amo de este mundo, después de haber sido impugnado en su legitimidad, debe ser derribado. El hombre debe ocupar su lugar. "Como Dios y la inmortalidad no existen, al hombre nuevo se le permite convertirse en Dios". ¿Pero qué es ser Dios? Precisamente, reconocer que todo está permitido, negar toda ley que no sea la suya propia. Sin que sea necesario desarrollar los razonamientos intermediarios, se advierte así que convertirse en Dios es aceptar el crimen (idea favorita, también, de los intelectuales de Dostoievsky). El problema personal de Iván consiste, por lo tanto, en saber si será fiel a su lógica, y si, partiendo de una protesta indignada ante el sufrimiento inocente, aceptará el asesinato de su padre con la indiferencia de los hombres-dioses. Se conoce su solución: Iván dejará que maten a su padre. Demasiado profundo para contentarse con el parecer, demasiado sensible para obrar, se limitará a dejar hacer. Pero se volverá loco. El hombre que no comprendía cómo se podía amar al prójimo no comprende tampoco cómo se puede matar. Cogido entre una virtud injustificable y un crimen inaceptable, devorado por la compasión e incapaz de amar, solitario privado del cinismo caritativo, la contradicción matará a esa inteligencia soberana: "Tengo un espíritu terrestre -decía-. ¿Para qué querer comprender lo que no es de este mundo?" Pero él no vivía sino para lo que no es de este mundo, y este orgullo de absoluto le sacaba, precisamente, de la tierra, en la que nada amaba.

Este naufragio no impide, por lo demás, que, una vez planteado el problema tenga que seguir la consecuencia: la rebelión se halla en adelante en marcha hacía la acción, Dostoievsky indica ya este movimiento, con una intensidad profética, en la leyenda del Gran Inquisidor. Iván, finalmente, no separa a la creación de su creador. "No es a Dios a quien rechazo --dice-, sino a la creación". Dicho de otro modo, es a Dios padre, inseparable de lo que ha creado. Su proyecto de usurpación sigue siendo, por lo tanto, completamente moral. No quiere reformar nada en la creación. Pero siendo la creación lo que es, saca de ella el derecho a liberarse moralmente, y a los demás hombres con él. Por el contrario, desde el momento en que el espíritu de rebelión, aceptado el "todo está permitido" y el "todos o nadie", aspire a rehacer la creación para asegurar la realeza y la divinidad de los hombres, desde el momento en que la revolución metafísica se extienda de lo moral a lo político, comenzará una nueva empresa de alcance incalculable, nacida también, hay que hacerlo notar, del mismo nihilismo. Dostoievsky, profeta de la nueva religión, lo había previsto y anunciado: "Si Aliosha hubiese sacado en conclusión que no hay Dios ni inmortalidad, se habría hecho en seguida ateo y socialista. Pues el socialismo no es solamente la cuestión obrera: es, sobre todo, la cuestión de la torre de Babel, que se construye sin Dios, no para alcanzar los cielos de la tierra, sino para bajar los cielos hasta la tierra"

Después de esto, Aliosha puede, en efecto, llamar a Iván, con ternura, "verdadero bobalicón". Éste procuraba únicamente el dominio de sí mismo y no lo conseguía. Vendrán otros, más serios, que, partiendo de la misma negación desesperada, exigirán el imperio del mundo. Son los Grandes Inquisidores que encarcelan a Cristo y que le dirán que su método no es el bueno, que la dicha universal no se puede obtener mediante la libertad inmediata para elegir entre el bien y el mal, sino mediante la dominación y la unificación del mundo. Primeramente hay que reinar y conquistar. El reino de los cielos vendrá, en efecto, a la tierra, pero en él reinarán los hombres, primeramente algunos de ellos, que serán los Césares, los primeros que han comprendido, y luego, con el tiempo, todos los demás. La unidad de la creación se hará por todos los medios, pues todo está permitido. El Gran Inquisidor está viejo y cansado, pues su ciencia es amarga. Sabe que los hombres son más perezosos que cobardes y que prefieren la paz y la muerte a la libertad para discernir el bien y el mal. Siente compasión, una compasión fría, por ese paso silencioso al que la historia desmiente sin cesar. Le obliga a hablar, a reconocer sus errores y legitimar, en un sentido, la empresa de los Inquisidores y los Césares. Pero el preso se calla. La empresa proseguirá sin él; lo matarán. La legitimidad vendrá al final de los tiempos, cuando el reino de los hombres está asegurado. La cosa sólo comienza, está lejos de haber terminado, Y la tierra tendrá que sufrir mucho todavía, pero nosotros alcanzaremos nuestro objetivo, seremos Césares, y entonces pensaremos en la dicha universal.

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

La Negra Hipólita:

Nodriza del Libertador de Venezuela, Simón Bolívar (… y el origen del nombre del urbanismo «El Silencio » en Caracas).

(1763 – 1835)

La Negra Hipólita, cuyo nombre era Hipólita Bolívar, nació en agosto del año 1763 en la Hacienda de San Mateo, propiedad de Don Juan Vicente Bolívar, localidad relativamente cercana a la ciudad de Caracas. Fue una de las esclavas de la familia Bolívar Palacios. Se apellidaba Bolívar ya que los esclavos llevaban el apellido de sus amos; el apelativo era como una marca o señal de propiedad y además indicaba el destino de servirle a su señor. Para Hipólita llegó a representar alegría, satisfacción y orgullo llevar el apellido Bolívar. Hipólita murió en Caracas, el 25 de junio de 1835, a los 72 años de edad.

Cabe recordar que Hipólita se encargó de amamantar al Libertador Simón Bolívar tras la enfermedad de su madre. Doña María de la Concepción Palacios y Blanco estaba incapacitada para hacerlo. Desde entonces, Hipólita lo consideró un hijo al transmitirle todo su calor y amor materno. De hecho, el pequeño Simón perdió muy temprano a su progenitora, cuando tenía apenas 9 años de edad. A partir de allí, Hipólita asumió el rol de madre, al criar y guiar a Simón. En esta faceta también tuvo participación la Negra Matea. Ese amor de madre que Hipólita depositó en Bolívar obtuvo reconocimiento de él en una carta que escribió a su hermana María Antonia. Allí, Bolívar reveló parte del sentimiento que lo unió a su segunda madre.

OTRA VERSIÓN SOBRE LA VIDA DE LA NEGRA HIPÓLITA.

Por @luisperozopadua

Publicada en Bitácora VΞΛΞZUΞŁΛ*Plus* por Marco Jesús R F

Recibida vía Facebook

En San José de Tiznados, estado Guárico, vino al mundo el 21 de septiembre de 1773, la negra Matea Bolívar, hija y nieta de esclavos. Allí tenía como asiento el hato El Totumo, propiedad de don Juan Vicente de Bolívar y Ponte, uno de los hombres más ricos y poderosos de las colonias del imperio español, padre de Simón Bolívar.

Al igual que el resto de los esclavos, Matea adquirió el apellido de su amo.

Al nacer Simón Bolívar, el 24 de julio de 1783, su mamá sufría de tuberculosis, razón de peso para que la negra Matea, con tan sólo 10 años de edad, tomara la responsabilidad de cuidar al recién nacido Simón.

La escritora Antonia Esteller Camacho Clemente y Bolívar, quien fuera sobrina bisnieta de #SimónBolívar, condensó en una obra una biografía de Matea, refiriendo que: “Además, Matea sabía coser, bordar y planchar a la perfección. Si la bella y joven esposa de don Juan Vicente de Bolívar, tenía que asistir a algún baile, era siempre su esclava favorita, quien la ayudaba en su tocado que siempre resultaba de exquisito gusto”, describe la historiadora.

Otro de los episodios que describe, es que “Ella llevaba a Simón al patio de los esclavos a escuchar a algún viejo narrar cuentos de fantasmas y duendes.

Durante los saraos, el niño participaba con entusiasmo en el festín, codeándose con sus esclavos como si fueran parientes".

Tras la muerte de sus padres, el escenario vivido con los esclavos de San Mateo, le adecuó a Simón Bolívar, llamar en ocasiones «Mamá Matea» a su esclava de cuidos y arrullos.

Después de que Bolívar le otorga la libertad en 1821, Matea decidió vivir con María Antonia, hermana del Libertador.

La devoción de Matea por Bolívar, era tan arraigada que caminó con 103 años de edad desde la Catedral de Caracas hasta el Panteón Nacional, durante los actos de traslado de los restos del Libertador el 28 de octubre de 1876.

Allí, junto a Guzmán Blanco, Matea rompió a llorar al ver el sarcófago que guardaba los restos de su amo, mientras era aclamada por los caraqueños.

Le sobrevino la muerte el 29 de marzo de 1886, a los 113 años de edad.

UNA HISTORIA VERDADERA QUE POCO SE CONOCE DE "EL SILENCIO" DE CARACAS... Y EL PORQUÉ SE LLAMA ASÍ: LA CASA DE LA NEGRA HIPÓLITA.

Por: JAIRO H. RUIZ - Recibido vía Facebook de María Del Rosario Gessen**.**

La negra Hipólita, nodriza del Libertador Simón Bolívar, vivía en El Tartagal. Su casa quedaba en La calle de La Amargura. Aquel caserío, ahora convertido en El Silencio, era un antro de miseria y de dolor, pero la presencia de la negra Hipólita le daba esperanza a los abandonados porque ella nunca sufrió de abandono: la hermana del Libertador, María Antonia Bolívar, la visitaba constantemente.

Esa casa donde vivió la negra Hipólita fue derribada en 1942 cuando Isaías Medina Angarita ordenó la demolición de todas las edificaciones para la reurbanización de El Silencio. (El arquitecto) Carlos Raúl Villanueva se esmeró en solucionar el problema de aquel barrio caótico. Se apoyó en el escultor Francisco Narváez y en el año 1945 se inauguró la reurbanización El Silencio: siete bloques, dos plazas: la plaza O´Leary en el centro de la zona y la plaza Miranda al este de la urbanización.

LA CASA DE "LA NEGRA HIPOLITA".

Lo que ahora es El Silencio antes era un caserío llamado El Tartagal porque abundaban las matas de tártago. En el año 1658, se desató en El Tartagal una epidemia desconocida que azotó a toda Caracas. Murió tanta gente que las campanas de los templos dejaron de sonar porque no había quien las tocara. El Cabildo envió una comisión a El Tartagal, y esa comisión escribió en un acta lo que presenció: "Sólo se advierte silencio, un profundo silencio". Y desde entonces el lugar se llamó así: El Silencio.

Villanueva rescató algo que se había perdido en El Silencio: el ruido de la gente moviéndose con ganas de vivir.

GALERÍA

Viktor Aleksandrovich Gorbunov

Nació el 17 de Febrero de 1950, y murió el 29 de Enero de 1999 en Novosibirsk, localidad ubicada en Rusia.

Viktor Aleksandrovich Gorbunov estudió en la Universidad Estatal de Novosibirsk, graduándose en 1972. Permaneció en la universidad para emprender una investigación para su doctorado, pero al mismo tiempo se dedicó a la enseñanza como instructor en el Departamento de Mecánica y Matemáticas de la Universidad. Su tutor de tesis fue Dmitrii Smirnov, pero también recibió el apoyo de Konstantin Zhevlakov.

Publicó su primer trabajo en 1973 siendo un trabajo en conjunto con A. I. Budkin titulado *Implicative classes of algebras* (en ruso). La clase implicativa de álgebra es una generalización de las cuasivariedades. Las características estructurales de la clase implicativa se estudia en este trabajo. Un segundo documento en unión con Budkin *On the theory of quasivarieties of algebraic systems* (en ruso) apareció en 1975. Ivan Chajda comienza un informe de este trabajo como sigue:

> *Los autores estudian algunas propiedades de las cuasivariedades de sistemas algebraicos. Los primeros resultados se refieren a las condiciones para que las subclases sean subcuasivariedades. Los autores formulan las condiciones por medio de la no-immersabilidad algebraica.*

En el mismo año publicó *Filters of lattices of quasivarieties of algebraic systems* (en ruso), esta vez escrita en conjunto con V. P. Belkin. De hecho había escrito seis trabajos antes de su tesis doctoral presentada *On the Theory of Quasivarieties of Algebraic Systems*. Obtuvo el título en 1978. Gorbunov continuó trabajando en la Universidad Estatal de Novosibirsk, siendo promovido a Profesor. También trabajó como investigador en el Instituto de Matemáticas de la Rama Siberiana de la Academia Rusa de Ciencias.

La obra de Gorbunov apareció en muchos trabajos pero los reunió en forma de un libro de texto en 1998 cuando publicó *Algebraic theory of quasivarieties* tanto en ruso como en inglés. Gorbunov escribe en el prefacio del libro:

> *La teoría de las cuasivariedades es una rama del álgebra y de la lógica matemática que se ocupa de un fragmento de la lógica de primer orden, la lógica universal llamada Horn logic. En este libro, el autor ha tratado de representar uniformemente las direcciones principales de la teoría de las cuasivariedades sobre la base de un enfoque algebraico. Este enfoque fue desarrollado por el autor y sus estudiantes y fue presentado antes en algunos artículos. El libro contiene una serie de nuevos resultados no publicados (en particular, en cuanto a las aplicaciones de las cuasivariedades a los grafos, a la geometría convexa y lenguajes formales).*

Los contenidos del libro están indicados mediante los títulos de los seis capítulos: Nociones básicas; Estructuras presentadas finitamente; Estructuras irreducibles subdirigidas; Retículos semidistributivos unidos; Retículos de cuasivariedades; Cuasi-identidades sobre las estructuras. Los autores de la referencia [2] escriben:

> *El nombre de Viktor estuvo y siempre estará relacionado a la Escuela de Álgebra y Lógica de Siberia, la cual fue fundada por Anatoly Ivanovich Malcev. Viktor estaba orgulloso de pertenecer a esta escuela y continuar sus tradiciones. Él creó a su alrededor un equipo de brillantes jóvenes matemáticos a los que él inspiró y con quien compartió sus ideas. En el foro de Álgebra universal y teoría de redes, su grupo fue muy respetado, dentro de la escuela, así como internacionalmente.*

También en la referencia [2] se da una lista de 13 de sus estudiantes de doctorado. Uno de estos estudiantes fue Kira Adaricheva, quien obtuvo su doctorado en 1992 por su tesis *Structure of lattices of subsemilattices* y es la autora de la referencia [1] y coautora de la referencia [2]. El artículo [2] formula una introducción a la cuestión conmemorativa de Viktor Aleksandrovich Gorbunov al problema de *Algebra Universalis*. Este número contiene tres trabajos en coautoría de Gorbunov en conjunto con sus estudiantes doctorales Aleksandr Kravchenko, Kira Adaricheva y Marina Semenova. Los autores de la referencia [2] poner fin a su homenaje con estas palabras:

> *Él fue un maestro dedicado, profesor y tutor de doctorado. Fue miembro del Consejo Científico del Instituto de Matemáticas de Novosibirsk. Él fue editor de Algebra Universalis. Su nombre permanecerá con nosotros en sus teoremas, ideas matemáticas, los problemas sin resolver por él propuestos, y en nuestra memoria su genuina dedicación a las matemáticas. Este número especial de Algebra Universalis es un homenaje a su memoria por la comunidad del álgebra universal y la teoría de redes.*

Murió a la edad de 48 años.

Referencias.-

Artículos:

1. K V Adaricheva, A word about the teacher (on the fiftieth anniversary of the birth of V A Gorbunov) (Russian), *Algebra Log.* **39** (1) (2000), i-v.
2. K Adaricheva and W Dziobiak, Viktor Aleksandrovich Gorbunov 1950-1999, The Viktor Aleksandrovich Gorbunov memorial issue, *Algebra Universalis* **46** (1-2) (2001), 1-5.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Viktor Aleksandrovich Gorbunov" (Julio 2007).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gorbunov.html].