

Determinación de la mezcla de producción aplicando programación por metas en industria manufacturera

Determination of the production mixture applying goal programming in the manufacturing industry

Alejandra M. Esteban, Claudia N. Zarate, María B. Berardi

Palabras clave: mezcla de producción, programación por metas, investigación de operaciones

Key words: production mix, goal programming, operations research

RESUMEN

En este trabajo se aborda el problema de la determinación de la mezcla de productos en una empresa manufacturera cuyo sistema de producción está restringido por más de un recurso. Se plantea en primer lugar un modelo de Programación Lineal obteniéndose una solución que maximiza el beneficio. Considerando que, si bien siempre se busca el mayor beneficio, en la planeación de la producción en el mediano y corto plazo, existen otros factores que suelen ser tanto o más importantes que dicho criterio. En consecuencia, se aplica el modelo de Programación por Metas. Esto posibilita incorporar otros criterios derivados del análisis del sistema de producción real, tales como el ajuste de la producción a la demanda para mejorar el nivel de servicio y la disminución del uso de uno de los recursos de fabricación cuyo funcionamiento es deficiente. Se aplicaron dos variantes del modelo de Programación por Metas, la Programación por Metas Ponderadas y la Programación por Metas Lexicográficas. Los resultados se analizaron a través de indicadores de rendimiento. Las nuevas soluciones se acercan al cumplimiento de las otras metas planteadas.

ABSTRACT

This paper addresses the problem of determining the product mixture in a manufacturing company whose production system is restricted by more than one resource. In the first place, a Linear Programming model is proposed obtaining a solution that maximizes the benefit. Considering that although the greatest benefit is always pursued, other factors exist while planning the short- and long-term production, which could be as much or more important than this criterion. As a consequence, the method of Goal Programming is applied. This makes it possible to incorporate other criteria derived from the analysis of the actual production system, such as the adjustment of the production to the demand in order to improve the level of service and the decrease of the use of one of the manufacturing resources whose operation is deficient. Two variants of the Goal Programming model were applied, the Weighted Goal Programming and the Lexicographic Goal Programming. The corresponding results were analyzed through performance indicators. The new solutions are close to meeting the other goals set.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se desarrolla para el caso de una empresa que fabrica y comercializa productos destinados a gimnasios de alto rendimiento, centros de *crossfit*, y similares. Ofrece productos de diseño propio tales como bicicletas fijas, elípticas, cintas de correr, cajones, bancos de pesas y musculación, etc.

También ofrece otro tipo de productos, denominados productos RTA. Son productos que la empresa adquiere en el exterior, bajo la modalidad "listos para ensamblar". Los mismos vienen en cajas, con todas las partes componentes y el proceso de armado final es llevado a cabo por el cliente. Este proceso final, si bien no es demasiado dificultoso, generaba numerosos reclamos y devoluciones, dado que las instrucciones no siempre eran claras y de fácil entendimiento. Como resultado y a modo de solución de esta situación, se decide realizar esta tarea en las instalaciones de la organización. De esta forma, en la planta se destina un sector exclusivo para el ensamble de estos productos RTA. En esta línea son realizadas todas las operaciones requeridas hasta obtener el producto final.

Para la obtención de un producto RTA, se desarrollan cuatro procesos principales:

- la recepción y descarga de las cajas que contienen las partes;
- el almacenamiento de las mismas;
- el ensamble de los productos en la línea de ensamble;
- el despacho hacia el cliente.

En los últimos meses, y como resultado de varias acciones exitosas realizadas por la dirección destinadas a aumentar las ventas de los productos RTA, la capacidad de las instalaciones se ha visto ampliamente superada y muchos pedidos no pueden satisfacerse.

El análisis de esta situación permite entender que es necesario calcular cuál es la mezcla que, con las instalaciones actuales, más conviene realizar.

Si bien este problema supone la obtención de la mezcla de máximo beneficio, el gerente de operaciones de la organización es consciente que no siempre este criterio es el único que se debe observar.

Por un lado, existen las prioridades competitivas que indudablemente debe considerar dado que son las herramientas con que cuenta el sistema para consolidar su estrategia. La satisfacción del cliente es una de las prioridades de la organización, por lo que la producción debe tratar de ajustar estrechamente a la demanda, considerando que con la capacidad actual esto no es posible.

Otro argumento que debe observar son las eventualidades propias del sistema de operaciones que pueden afectar la capacidad real del mismo. Se ha detectado una deficiencia en el funcionamiento del puente grúa. El mantenimiento anual que debe realizarse se encuentra tercerizado y está planificado para dentro de 120 días. Si fuese necesario adelantar esta tarea, su costo será mucho más elevado. En

consecuencia, debería minimizarse su utilización para que no quede fuera de servicio antes del plazo mencionado.

Entonces, en casos como estos, es necesario planificar la producción en forma de alcanzar varios objetivos a la vez: hacer que la mezcla se acerque a la demanda y tratar de minimizar el uso del puente grúa, intentando siempre obtener el máximo beneficio posible.

El objetivo de este trabajo es encontrar la mezcla de producción que mejor se adapte a esta situación. Se utilizará como herramienta la Programación por Metas en dos de sus diferentes variantes, la Programación por Metas Ponderadas y la Programación por Metas Lexicográficas. Los resultados se evaluarán a través de tres

indicadores, definidos por la organización, que consideran el beneficio, el índice de satisfacción al cliente y las horas de utilización del puente grúa.

La estructura del trabajo es la siguiente:

En la próxima sección se presenta el marco teórico y revisión bibliográfica que permitieron el análisis y propuesta de soluciones válidas a la problemática planteada.

En la sección de desarrollo se presentan los principales datos de costos y del uso de recursos necesarios para la producción. Se plantean los escenarios de soluciones halladas, utilizando las variantes de Programación por Metas.

Finalmente se hace un análisis de resultados y conclusiones.

MARCO TEÓRICO

La Programación por Metas (PM) fue propuesta por Charnes y Cooper en 1961 como un método sencillo para resolver los problemas lineales de programación multiobjetivo que eran infactibles. Desde entonces se han desarrollado numerosos trabajos que abordan tanto los aspectos teóricos como los operativos de la técnica, abarcando un amplio campo de aplicación (Jones y Tamiz, 2010).

La PM es para Tamiz, Jones y Romero (1998) "Una metodología flexible y pragmática especialmente adecuada para resolver problemas con variables decisionales complejas en los que diversos objetivos al igual que muchas de las variables y de las restricciones, están involucrados".

Buscar lo "aceptable" antes que lo "óptimo" constituye el lema de esta técnica, siendo su objetivo final llegar a encontrar una solución que satisfaga a un decisor o a un grupo de expertos. Filosóficamente la PM se apoya en el concepto de soluciones satisficentes, introducido por Herbert Simon (Cristóforo, 2017). El término satisficente intenta fusionar los términos "satisfactorio" y "suficiente" (Romero, 1991). En otras palabras, el decisor intenta obtener una solución que se aproxime, en lo posible, a unos niveles de satisfacción denominados "niveles de aspiración" que han sido prefijados de antemano para cada uno de los objetivos. La "mejor" solución, es decir, la que más se acerca a la consecución de los deseos del decisor o

grupo de expertos (solución satisfactoria), se define en PM como aquella que minimiza las desviaciones no deseadas del conjunto de objetivos o niveles de aspiración.

Estructura formal de los modelos de PM

Los objetivos múltiples y en conflicto, las restricciones y las metas son elementos característicos de los modelos de PM. Dentro de este contexto, las "metas" representan las restricciones no rigurosas que el decisor desea que se satisfagan, pero que al mismo tiempo pueden ser violadas en caso de no existir puntos que las verifiquen, considerándose a estas soluciones como admisibles.

En PM los objetivos se transforman en restricciones meta, las que se añaden al conjunto de restricciones fijas, propias del sistema. Las restricciones meta representan limitaciones no rigurosas, debido a que el nivel de aspiración deseado puede ser o no alcanzado. Para ello, se precisa introducir variables de desviación positivas (p_i) y negativas (n_i), que midan el exceso o la falta de cumplimiento de cada meta con respecto al nivel de aspiración deseado.

Para tratar de alcanzar el nivel de logro requerido se debe minimizar una función de las desviaciones no deseadas. A este arreglo se lo denomina funcional. Una variable de desviación se dice no deseada cuando se necesita que alcance su valor más pequeño, preferentemente cero. Se pueden presentar tres posibilidades:

-La meta debe alcanzar el mayor nivel de aspiración de un atributo, $f_i(x) \geq t_i$. En este caso la variable no deseada será la n_i .

-La meta espera el menor valor de un atributo, $f_i(x) \leq t_i$. En este caso la variable no deseada será la p_i .

-La meta pretende alcanzar exactamente el nivel de aspiración, $f_i(x) = t_i$ las variables no deseadas son n_i y p_i .

La estructura general de un modelo de PM con "q" metas, "m-q" restricciones del sistema o restricciones técnicas y "n" variables decisionales se presenta en ecuaciones 1 a 5 (Kliestik et al., 2015; Cortés Rodríguez, 2016):

Modelo General de PM

Función de logro

$$\min Z = g(n_i, p_i) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i \quad \forall i \in \{1, \dots, q\} \quad (\text{metas}) \quad (2)$$

$$h_i(x) \leq b_i \quad \forall i \in \{q + 1, \dots, m\} (\text{restricciones}) \quad (3)$$

$$n_i * p_i = 0^1 \quad \forall i \in \{1, \dots, q\} \quad (4)$$

$$x, n_i, p_i \geq 0 \quad (5)$$

Donde:

n_i, p_i = desviaciones negativas y positivas, que cuantifican la falta o exceso de logro respectivamente;

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathfrak{R}^n$ vector de variables de decisión

t_i = nivel de aspiración asociado al atributo i -ésimo.

¹ Es importante tener en cuenta que un nivel de aspiración no puede sobrepasarse y quedar por debajo de él simultáneamente, al menos una de las dos variables de desviación tomará siempre el valor cero.

En ecuación 6 se representa la expresión matemática de $f_i(x)$ o $h_i(x)$,

$$f_i(x) \text{ o } h_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (6)$$

Las variables de desviación negativa (n_i) y positiva (p_i) de la meta i -ésima están definidas en ecuaciones 7 y 8:

$$p_i = \max\{0, f_i(x) - t_i\} \quad \text{ó}$$

$$p_i = \frac{1}{2} [|f_i(x) - t_i| + f_i(x) - t_i] \quad (7)$$

$$n_i = \max\{0, t_i - f_i(x)\} \quad \text{ó}$$

$$n_i = \frac{1}{2} [|f_i(x) - t_i| + t_i - f_i(x)] \quad (8)$$

De acuerdo con Tamiz, Jones y El-Darzi (1995), Ignizio y Romero (2003) y Romero (2004), la función de logro detallada en ecuación 1, puede tomar diferentes configuraciones, dando origen a distintos modelos de PM. Entre los modelos más tradicionales, se pueden mencionar los siguientes:

(i) minimizar la suma ponderada de todas las desviaciones no deseadas en forma simultánea, llamado Programación por Metas Ponderadas;

(ii) minimizar las desviaciones no deseadas por orden de importancia y en un sentido lexicográfico, denominado Programación por Metas Lexicográficas;

(iii) minimizar únicamente la desviación más grande en el sentido min-max, conocido como Programación por Metas Minimax o Chebyshev.

En la próxima sección, se desarrollan brevemente los modelos de resolución mencionados en (i) y en (ii) dado que son los que posteriormente se aplicarán en el desarrollo del trabajo.

Programación por Metas Ponderadas (PMP)

La PMP también conocida como programación por metas arquimediana, busca minimizar el logro agregando las metas en una única función. Para este caso la ecuación 1 queda determinada por la ecuación 9. Las ecuaciones 2 a 5 correspondientes a las restricciones, presentadas en el modelo general, no sufren modificaciones (Cortés Rodríguez, 2016).

$$\min(\sum_{i=1}^q \alpha_i n_i + \beta_i p_i) \quad (9)$$

Siendo:

$\alpha_i = w_i/k_i$, si n_i es no deseada; en caso contrario $\alpha_i = 0$;

$\beta_i = w_i/k_i$, si p_i es no deseada; en caso contrario $\beta_i = 0$;

w_i = pesos de ponderación o de preferencia;

k_i = constantes de normalización

Los pesos w_i permiten diferenciar los distintos objetivos en orden de importancia; valores mayores representan metas más importantes.

Los objetivos inconmensurables deben ser tratados en términos de una misma unidad de medida. Por ello, es necesario afectarlos por una constante de normalización. Se pueden emplear diferentes constantes de normalización, las más utilizadas son:

- El valor objetivo o target $k_i = t_i$, (no es aplicable cuando los objetivos son cero)

- La norma Euclideana, ecuación 10, de los coeficientes técnicos del objetivo a_{ij}

$$k_i = \sqrt{\sum_j a_{ij}^2} \quad (10)$$

- La sumatoria de los valores absolutos de los coeficientes técnicos del objetivo, ecuación 11

$$k_i = \sum_j |a_{ij}| \quad (11)$$

Programación por Metas Lexicográficas (PML)

La PML también es conocida como programación por metas no-arquimediana. En este modelo, los objetivos se tratan de cumplir en un orden jerárquico determinado por las preferencias. Cada nivel de prioridad puede estar formado por uno o más objetivos, los cuales también se pueden ponderar y se deben normalizar si son inconmensurables.

Se establecen $L \leq q$ niveles de prioridad mutuamente excluyentes entre las q metas. Dichos niveles se simbolizan con P_j ($\forall j = 1, 2, \dots, L$), siendo $P_j \gg \dots \gg P_{j+1}$. Se incluyen en un mismo nivel aquellas metas cuyo logro es mayormente preferido a cualquier objetivo situado en un nivel inferior. Se considera el nivel P_{j+1} una vez que todas las metas de P_j han sido satisfechas (Taha, 2012).

Luego de definir las prioridades se construye la función de logro como un vector ordenado \bar{a} , de funciones lineales de variables de desviación $a_j \equiv g_j = (\bar{n}, \bar{p})$, cuya dimensión coincide con los niveles de prioridad L . Para este caso la ecuación 1, que define el funcional del modelo queda determinada por la ecuación 12 (Cortés Rodríguez, 2016).

La función para el nivel de prioridad j -ésimo se representa en la ecuación 13. Las ecuaciones 2 a 5 correspondientes a las restricciones, presentadas en el modelo general, permanecen sin variaciones:

$$\text{Min } \bar{a} = [a_1, a_2, \dots, a_L] \quad (12)$$

$$g_j(\bar{n}, \bar{p}) = \sum_{s \in P_j} (\alpha_s n_s + \beta_s p_s) \quad \forall j = 1, \dots, L \quad (13)$$

Las principales áreas de las organizaciones tales como comercialización, producción, recursos humanos, finanzas, han utilizado en forma exitosa la PM como una herramienta que apoya en la toma de decisiones. En particular, el problema de la determinación de la mezcla de producción utilizando PM ha sido abordado por numerosos autores entre los que es posible citar a Rodríguez Uria, et al. (2002), Tanhaie y Nahavandi (2017), Aouni y Kettani, (2000), entre otros.

Definición de los indicadores de rendimiento

Para facilitar la toma de decisiones y considerando los objetivos, se definen tres indicadores que permitirán evaluar las distintas soluciones. En este sentido la organización propone medir el beneficio, la satisfacción del cliente y las horas de utilización del puente grúa. En las ecuaciones 14 a 16 se presentan sus expresiones matemáticas.

Indicador de rentabilidad, Ir

$$I_r = \frac{\text{beneficio del modelo}}{\text{beneficio máximo}} \quad (14)$$

Este indicador, significa que será mejor modelo, aquel cuyo I_r se acerque a 1.

Indicador de satisfacción al cliente, Isc

$$I_{sc} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{P_i}{D_i} \quad (15)$$

Siendo:

i = producto

D_i = Demanda del producto i

P_i = Valor de producción de i arrojado por el modelo

Este indicador así definido significa que será mejor modelo aquel cuyo Isc sea mayor. Para ello, es importante que todos los productos formen parte de la mezcla.

RESULTADOS

Tal como se mencionó en la introducción, se determinará la mejor mezcla de producción de los productos RTA, utilizando la programación por metas. Para ello y considerando la situación actual de la organización, se definen las dos metas a cumplir como:

1. *Ajustar la producción a la demanda*
2. *Disminuir las horas de uso del puente grúa (HPG).*

Se proponen para esto, 2 modelos de PM, el de programación por metas ponderadas (PMP) y el de programación por metas lexicográficas (PML).

Se utiliza Excel – Solver para la resolución de los modelos.

Se presenta seguidamente una caracterización del sistema operativo de la empresa, y a partir de estos datos, los distintos modelos a considerar. En primer término, se analiza por programación lineal, a efectos de obtener la mezcla que maximiza el beneficio. A partir de los resultados de la misma, se plantean los modelos de programación por metas.

Indicador que mide el uso del puente grúa, IPG

$$IPG = \frac{\text{horas de uso de PG}}{\text{horas disponibles de PG}} \quad (16)$$

Este indicador, significa que será mejor modelo aquel cuyo IPG sea menor.

Características técnico económicas de la planta

Los productos RTA forman una familia de alrededor de 30 productos. No obstante, el 80% de la facturación es generada por 4 productos, que se denominarán X_1 , X_2 , X_3 y X_4 .

Como se mencionó, los productos se adquieren prefabricados, listos para ensamblar, en cajas individuales. Se descargan en lotes utilizando autoelevador – en caso de los productos X_2 y X_4 - y puente grúa – para los productos X_1 y X_3 -. Se almacenan, también por lotes, en estanterías. Cuando son requeridos se transportan en forma individual en carros hasta el área de procesamiento donde se ensamblan. Finalmente, se transportan en carros hasta la zona de despacho, donde se cargan en camión utilizando autoelevador. Las características técnicas de producción de este proceso se presentan en Tabla 1. Respecto de la capacidad de producción disponible, la empresa posee 20 operarios en planta distribuidos en los distintos puestos, según se detalla en la Tabla 2. En Tabla 3 se presentan las características económicas de los productos analizados.

Tabla 1. Características técnicas de producción de los productos.

		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Actividad DESCARGA (DC)					
Tamaño de lote	[U]	15	6	5	10
Tiempo de actividad/lote	[h/L]	0,5 (PG)	0,252	0,35(PG)	0,25
Tiempo de actividad /u	[h/U]	0,033	0,042	0,07	0,025
Actividad ALMACENAMIENTO (AL)					
Tamaño de lote	[U]	15	6	20	10
Tiempo de actividad/lote	[h/L]	0,25	0,15	0,1	0,4
Tiempo de actividad/u	[h/U]	0,0167	0,025	0,005	0,04
Actividad ENSAMBLE (EN)					
Tiempo de actividad /unidad	[h/U]	0,490	0,361	0,320	0,560
Actividad DESPACHO (DP)					
Tiempo de actividad /unidad	[h/U]	0,25	0,15	0,25	0,1

Fuente: elaboración propia, sobre datos de la empresa

Tabla 2. Capacidad de las instalaciones. (*) Cada operario trabaja 8 h/día, 20 días/mes)

Actividad	Nº de operarios	H/mes [*]
DC	2	320
AL	2	320
EN	12	1920
DP	4	680

Tabla 3. Características económicas de los productos analizados

		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
PV	[\$/U]	850	730	950	950
Costo unitario	[\$/U]	348, ⁷⁵	270, ³⁷⁵	335	560
Beneficio unitario	[\$/U]	501, ⁵	459, ⁶³	615	390
Demanda pronosticada	[U]	800	450	1500	2000

Análisis de la capacidad de la instalación

A partir de los datos de la demanda (Tabla 3), de las capacidades de producción de las instalaciones (Tabla 2), y del consumo de

los recursos (Tabla 1), se realiza un análisis de las cargas de trabajo que suponen atender a la demanda pronosticada. En la Tabla 4 se presentan los resultados.

Tabla 4. Consumo de recursos totales para satisfacer la demanda

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Hs. Necesarias	Hs. Disponibles	%utilización
DC[H]	26,7	18,8	105	50	200,4	320	62,6
AL[H]	13,3	11,3	7,5	80	112,1	320	35
EN[H]	392	162,5	480	1120	2154,5	1920	112,2
DP[H]	200	67,5	375	200	842,5	680	131,6
PG[h]	26,7	-	105		131,7	160	82,3

Los valores de la tabla indican que la operación de DP representa el cuello de botella con un porcentaje de utilización del 131,6%. Asimismo, se desprende de la misma tabla que la operación de EN también resulta en una restricción del sistema productivo.

Obtención de la mezcla que maximiza el beneficio

A partir del análisis de capacidad, se puede afirmar que se está en presencia de un sistema de múltiples cuellos de botella, por lo que para obtener la mezcla que maximice el beneficio será necesario utilizar Programación Lineal (PL).

A continuación, se detalla, el planteamiento del sistema de ecuaciones que requiere el Modelo de PL denominado en este trabajo "Modelo 0".

Función Objetivo

$$Z = \text{Máx}(\sum Bu_i X_i - \sum dc_i DC_i - \sum al_i AL_i)$$

Donde:

X_i = unidades de producto i

Bu_i = beneficio unitario del producto X_i

dc_i = Costo de lote de descarga para X_i

DC_i = N° de lotes de descarga para X_i ,

al_i = Costo de lote de almacenamiento para X_i

AL_i = N° de lotes de almacenamiento para X_i

Sujeto a las siguientes restricciones:

a) De capacidad

$$\sum Hdc_i DC_i \leq 320, i=1...4$$

$$\sum Hal_i AL_i \leq 320, i=1...4$$

$$\sum Hen_i X_i \leq 1920, i=1...4$$

$$\sum Hdp_i X_i \leq 640, i=1...4$$

$DC_i, AL_i, X_i \geq 0$ y entero

Siendo

Hdc_i = consumo unitario del recurso DC del producto $i, i=1...4$

Hal_i = consumo unitario del recurso AL del producto $i, i=1...4$

Hen_i = consumo unitario del recurso EN del producto $i, i=1...4$

Hdp_i = consumo unitario del recurso DP del producto $i, i=1...4$

b) De ventas

$$X_1 \leq 800$$

$$X_2 \leq 450$$

$$X_3 \leq 1500$$

$$X_4 \leq 2000$$

En la Tabla 5 se presentan los principales resultados arrojados por este modelo.

Tabla 5. Resultados del Modelo 0

BT	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	HPG	Hs DC	Hs AL	Hs EN	Hs DP
1872273,4	0	450	1490	2000	104,3	173,5	98,75	1759,3	640

Los resultados indican un beneficio de \$1872273,438 y una mezcla formada por 450 X_2 , 1490 X_3 y 2000 X_4 . Esto significa que no se produce X_1 y que se obtienen 10 unidades menos de X_3 . Es decir que el Nivel de Servicio para el cliente del producto X_1 será de 0%.

Además, se utilizan 104,3 h de puente grúa y se agotan las horas de la operación de despacho (DP).

Aplicación de los modelos de Programación por Metas

Se plantean 5 restricciones meta. Cuatro corresponden al ajuste de la producción a la demanda de los 4 productos y la quinta restricción es la requerida para modelar la restricción del uso de las HPG.

En la aplicación de los dos modelos, se establece que siempre será considerado más importante cumplir con el ajuste de la producción a la demanda que disminuir las HPG.

Modelo 1: Programación por Metas Ponderadas (PMP)

Siguiendo la expresión de la ecuación 9, para establecer el funcional es necesario definir los coeficientes α_i y β_i .

En primer lugar, se definen las ponderaciones w_i de las desviaciones $n_1...n_5 - p_1...p_5$.

Para la ponderación de las desviaciones $n_1...n_4 - p_1...p_4$, se utiliza el criterio de optimización que se aplica cuando se está en presencia de un sistema de producción con Cuellos de Botella (CB) (Ortiz y Caicedo, 2014). Para ello, se determina en primer término, el grado de interés de los

productos. Este grado de interés se evalúa a través de un índice que se calcula como el cociente entre el Bu del producto y las horas requeridas en el recurso CB, que en este caso son las horas requeridas de la operación de despacho. El de mayor índice es el de mayor grado de interés.

La Tabla 6 presenta el resultado del cálculo de índice de grado de interés (IGI).

Tabla 6. Índice de grado de interés de los productos

	X_1	X_2	X_3	X_4
Bu	501,5	459,63	615	390
HS en DP	0,25	0,15	0,25	0,1
IGI	2006,0	3064,2	2460,0	3900,0

Es necesario asignar un IGI a las HPG. Como minimizar las HPG es menos importante que ajustar la producción a la demanda, se le asigna un IGI que sea menor que el correspondiente al producto de menor grado de interés, en este caso, X_1 . En consecuencia, se determina un IGI para HPG de 1200. A partir de IGI se obtienen los w_i que se presentan en Tabla 7.

Tabla 7. Ponderación de los coeficientes de las desviaciones

	X_1	X_2	X_3	X_4	HPG
Índice	2006	3064,2	2460	3900	1200
w_i	0,158	0,241	0,194	0,397	0,1

Finalmente, para la obtención de α_i y β_i , es necesario normalizar w_i , para ello se divide por el valor objetivo o target $k_i = t_i$.

En Tabla 8 se presentan los valores de $\alpha_i = \beta_i$.

Tabla 8. Coeficientes $\alpha_i = \beta_i$

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	HPG
T _i	800	450	1500	2000	50
$\alpha_i = \beta_i$	0,000199	0,000539	0,000130	0,000154	0,001900

A continuación, se presenta la expresión del modelo de Programación por Metas Ponderadas (modelo 1).

$$\text{Min } [0,000199 (n_1-p_1) + 0,000539 (n_2-p_2) + 0,000130 (n_3-p_3) + 0,000154(n_4-p_4) + 0,0019(n_5-p_5)]$$

Restricciones meta

1. $X_1 + n_1 - p_1 = 800$
2. $X_2 + n_2 - p_2 = 450$
3. $X_3 + n_3 - p_3 = 1500$
4. $X_4 + n_4 - p_4 = 2000$
5. $0,5 X_1 + 0,35 X_3 + n_5 - p_5 = 50$ ^(a)

1, 2, 3, 4: Ajuste de la producción a la demanda

5: Horas de uso de puente grúa

Restricciones del sistema

Tabla 9. Resultados del Modelo 1

R	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	HPG	Hs DC	Hs AL	Hs EN	Hs DP
1566126,6	800	450	335	2000	50,45	118,85	106,45	1780,05	550

Comparando con el Modelo 0, se observa que:

- La mezcla a producir indica que se fabrican 1165 unidades menos de X₃ y la totalidad de la demanda solicitada para X₁, X₂ y X₄.
- Disminuyen las horas de utilización de HPG, de 104,3 h a 50,45 h.
- El beneficio disminuye \$303115,63.

Modelo 2: Programación por Metas Lexicográfica (PML)

6. De rentabilidad

$$501,25 X_1 + 459,625 X_2 + 615 X_3 + 390 X_4 \leq 1872273,438 \quad (b)$$

7. De capacidad

$$\begin{aligned} \text{Hs DC } & 0,5 DC_1 + 0,25 DC_2 + 0,35 DC_3 + 0,25 DC_4 \leq 320 \\ \text{Hs AL } & 0,25 AL_1 + 0,15 AL_2 + 0,1 AL_3 + 0,4 AL_4 \leq 320 \\ \text{Hs EN } & 0,49X_1 + 0,361X_2 + 0,32X_3 + 0,56X_4 \leq 1920 \\ \text{Hs DP } & 0,25X_1 + 0,15X_2 + 0,25X_3 + 0,1X_4 \leq 640 \end{aligned}$$

8. X_i, DC_i, AL_i ≥ 0 y entero

$$9. n_i * p_i = 0$$

^(a) Para el caso del puente grúa, el máximo de horas que sería deseable que se utilice es de 50h. ^(b) Se considera el valor del nivel de aspiración de la restricción de rentabilidad igual al valor de Z Max obtenido como resultado del modelo de Programación Lineal.

En Tabla 9 se presentan los principales resultados de la solución a este modelo.

En la aplicación de este modelo, se realizan dos iteraciones. Para la primera iteración, se considera prioritario alcanzar la meta de adaptación de la mezcla a la demanda. En consecuencia, se minimizan las desviaciones $n_1 \dots n_4 - p_1 \dots p_4$. En la segunda iteración, tomando los resultados de la primera, se minimiza la desviación $n_5 - p_5$. Las variables se ponderaron siguiendo el mismo criterio de Bu/horas en el CB. En Tabla 10 se presentan los valores de los coeficientes de las desviaciones, ponderados y normalizados.

Tabla 10. Valores de los coeficientes para el Modelo 2a. PML 1ra. iteración

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Bu	501,5	459,63	615	390
HS en DP	0,25	0,15	0,25	0,1
IGI	2006,0	3064,2	2460,0	3900,0
w _i	0,1755	0,26807	0,21522	0,3412
t _i	800	450	1500	2000
α _i = β _i	0,000219	0,000596	0,0001439	0,0001706

A continuación, se presenta el sistema de ecuaciones que forman el modelo para la primera iteración.

$$\text{Min } [0,000219 (n_1-p_1) + 0,000596 (n_2-p_2) + 0,000144 (n_3-p_3) + 0,000171 (n_4-p_4)]$$

Restricciones meta

1. $X_1 + n_1 - p_1 = 800$
2. $X_2 + n_2 - p_2 = 450$
3. $X_3 + n_3 - p_3 = 1500$
4. $X_4 + n_4 - p_4 = 2000$
5. $0,5 X_1 + 0,35 X_3 + n_5 - p_5 = 50$

Restricciones del sistema

6. De rentabilidad
 $501,25 X_1 + 459,625 X_2 + 615 X_3 + 390 X_4 \leq 1872273,438$
7. De capacidad
Hs DC $0,5 DC1 + 0,25 DC2 + 0,35 DC3 + 0,25 DC4 \leq 320$
Hs AL $0,25 AL1 + 0,15 AL2 + 0,1 AL3 + 0,4 AL4 \leq 320$
Hs EN $0,49X1 + 0,361X2 + 0,32X3 + 0,56X4 \leq 1920$
Hs DP $0,25X1 + 0,15X2 + 0,25X3 + 0,1X4 \leq 640$
8. $X_i, DC_i, AL_i \geq 0$ y entero
9. $n_i * p_i = 0$

En Tabla 11 se presentan los resultados relevantes de la solución al Modelo 2 (1ra. iteración)

Tabla 11. Resultados relevantes del Modelo 2 – 1ra. iteración

n ₁ = p ₁	n ₂ = p ₂	n ₃	p ₃	n ₄ = p ₄
0	0	810	0	0

En la segunda iteración los valores de las desviaciones no deseadas obtenidos se introducen en el modelo como restricción.

A continuación, se presenta el sistema de ecuaciones correspondiente al modelo PML 2da. Iteración.

$$\text{Min } (n_5 - p_5)$$

Restricciones meta

1. $X_1 + n_1 - p_1 = 800$
2. $X_2 + n_2 - p_2 = 450$
3. $X_3 + n_3 - p_3 = 1500$
4. $X_4 + n_4 - p_4 = 2000$
5. $0,5 X_1 + 0,35 X_3 + n_5 - p_5 = 50$
6. $n_1 = p_1 = 0$
7. $n_2 = p_2 = 0$
8. $n_3 = 810$
9. $p_3 = 0$
10. $n_4 = p_4 = 0$

Restricciones del sistema: son las mismas a las presentadas en el Modelo 2 1era iteración.

En Tabla 12 se presentan los principales resultados de la solución al Modelo 2 (2ra. iteración).

Tabla 12. Resultados del modelo 2 – 2da. Iteración

R	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	HPG	Hs DC	Hs AL	Hs EN	Hs DP
1784207,8	800	450	690	2000	75,3	144	108,25	1895,25	640

Como resultado de la aplicación de la PML, se puede observar que:

- Se fabrican 810 unidades menos de X₃
- Se utilizan 75,3 HPG
- El beneficio disminuyó respecto del Modelo 0 en \$88065,625

Evaluación de los resultados por medio de indicadores

En la Tabla 13 se presentan los resultados de los distintos modelos y los indicadores correspondientes; y en la Figura 1 se representan gráficamente estos valores.

Tabla 13. Resumen de soluciones e indicadores resultantes

Modelo	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Beneficio	H PG	Ir	Isc	IPG
0	0	450	1490	2000	1.872.273	104,3	1,000	2,993	0,652
1	800	450	330	2000	1.566.127	50,1	0,836	3,220	0,313
2	800	450	690	2000	1.784.208	75,3	0,953	3,460	0,4706

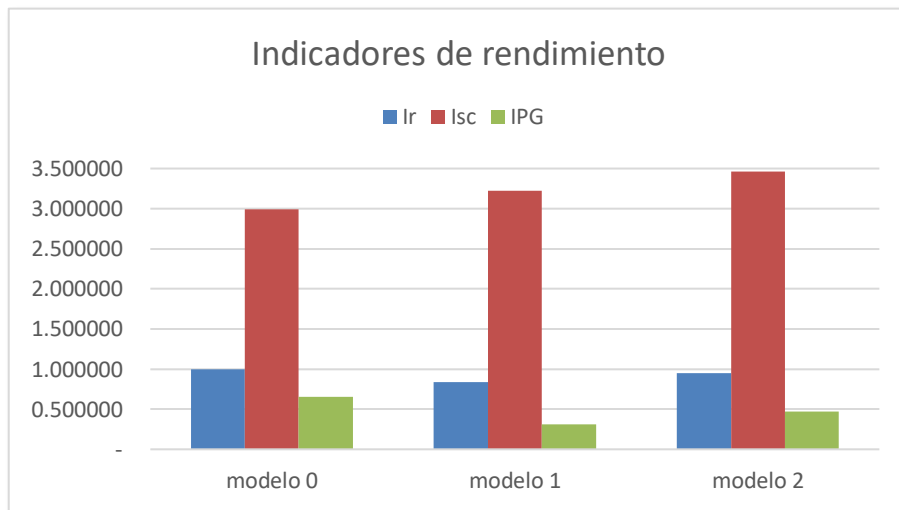


Figura 1. Indicadores de rendimiento

Se observa que: El modelo 0, resultado de la programación lineal es el que genera mayor Ir respecto de

los otros dos modelos, aunque el menor Isc y el mayor IPG.

El modelo 1 es el que presenta el mejor IPG. Sus resultados indican que llevar el uso de

horas de puente grúa a valores cercanos a los valores aspirados implican una disminución en Ir de alrededor del 16%. No obstante, si bien el Isc es mejor que el arrojado por el modelo 0, es menor que el arrojado por el modelo 2.

El modelo 2, es el que mejor adapta la producción a la demanda - obtiene el mejor Isc-, aunque implica que la mezcla disminuye su Ir de 1 a 0,953 y también provoca una disminución en IPG respecto del modelo 0. Es decir, se disminuye el beneficio, pero también disminuye el IPG. Considerando las prioridades que se tuvieron en cuenta al momento de ponderar las metas, se podría concluir que el mejor modelo es el modelo 2. No obstante, en todos los casos se deberá considerar los costos resultantes de una u otra decisión.

Por ejemplo, realizar la mezcla propuesta por el modelo 2, que mejora el Isc, trae como consecuencia que el Ir disminuirá alrededor del 5%. Si esta disminución se considera dentro de los límites aceptables, quizás sea la mejor decisión. No obstante, debe considerar también el IPG. La realización de esta mezcla implica un aumento de dicho índice, respecto de la mezcla arrojada por el modelo 1, que es el que más se acerca a la situación considerada como "deseable" respecto de esta variable, que son las 50 horas. No obstante, el Ir del modelo 1 disminuye en alrededor del 7,5% respecto del Ir del modelo 2. Nuevamente deberá analizar si esta disminución de IPG es justificada por la disminución de Ir, y comparando con el costo que implicaría tener que adelantar el servicio de mantenimiento.

CONCLUSIONES

El problema de determinación de mezcla de producción en presencia de múltiples cuellos de botella habitualmente se resuelve utilizando los clásicos modelos de Programación Lineal. Los resultados de estos modelos llevan a la obtención del máximo beneficio que habitualmente es uno de los objetivos de la planificación de cualquier sistema de producción.

No obstante, en dicha planificación de corto plazo suelen existir eventualidades que no son posibles contemplarlas dentro de estos modelos, aunque es necesario tenerlas en cuenta a efectos de conseguir un

mejor resultado. En estos casos, la Programación por Metas es una herramienta sumamente versátil que permite introducir otros criterios y llegar a una mejor solución.

El caso analizado demuestra claramente cómo es posible considerar otras soluciones, en función de criterios diferentes a la obtención del máximo beneficio.

Los resultados obtenidos de los modelos, si bien no son absolutamente concluyentes le brindan herramientas al decisor para tomar la mejor decisión. Si se considera el planteo

inicial del problema, en el cual se manifiesta que lo más importante es mejorar el índice de satisfacción al cliente, el modelo 2 presentaría la mejor solución. Pero al no alcanzarse la meta deseable de las 50 horas de uso de puente grúa, ni la máxima rentabilidad posible se deberán analizar los costos que implican dicha decisión.

La PMP, a diferencia de la PML, posibilita introducir la ponderación de las metas lo que permite obtener una solución cuando la importancia relativa entre las mismas es similar. También es adecuada cuando dicha importancia es conocida o acordada

entre los distintos actores que influyen en la decisión.

El caso de la PML, al no ser arquimediana, permite arribar a una solución en la cual la primera meta es mucho más importante de cumplir que las que se consideran en las siguientes iteraciones. Cuando se está en presencia de tales situaciones, la PML es la más adecuada.

Finalmente, el modelo de programación por metas permitió considerar explícitamente otros objetivos a cumplir, además de la máxima rentabilidad, contribuyendo a sustentar sólidamente la decisión a tomar.

REFERENCIAS

- Aouni, B. y Kettani, O. (2001). Goal programming model: a glorious history and a promising future. *European Journal of Operational Research*, 133 (2), 225-231. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00294-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00294-0)
- Charnes, A. y Cooper, W. W. (1961). *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. Nueva York: John Wiley and Sons.
- Cristofaro, M. (2017). Herbert Simon's Bounded Rationality: its Historical Evolution in Management and Cross-fertilizing Contribution. *Journal of Management History*, 23(2), 170-190. <https://doi.org/10.1108/JMH-11-2016-0060>
- Cortés Rodríguez, C. (2016). *La técnica multicriterio de programación por metas en la gestión de la pesquería de chirla ("Chamelea gallina") de la región suratlántica Española*. [Tesis Doctoral]. Universidad de Huelva, España. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/12085>
- Ignizio, J.P. y Romero, C. (2003). Goal programming. En: H. Bidgoli (ed.), *Encyclopedia of information systems (vol. 2)*, pp. 489-500. San Diego, CA: Academic Press.
- Jones, D.F. y Tamiz, M. (2010). *Practical goal programming. International series in operations research and management science, vol. 141*. Nueva York: Springer Science.
- Kliestik, T., Misankova, M. y Bartosova V. (2015). Application of Multi Criteria Goal Programming Approach for Management of the Company. *Applied Mathematical Sciences*, 9, (115), 5715 – 5727. <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.57488>
- Ortiz, V. K. y Caicedo A. J. (2014). Mezcla óptima de producción desde el enfoque gerencial de la contabilidad del throughput: el caso de una pequeña empresa de calzado. *Cuadernos de Contabilidad*, 15 (37), 109-133. <https://revistas.javeriana.edu.co/index.php/cuacont/article/view/9004>
- Rodríguez Uría, M., Caballero, R., Ruiz, F. y Romero, C. (2002). Meta-goal programming. *European Journal of Operational Research*, 136,

- 422-492. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00332-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00332-5)
- Romero, C. (1991). *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*. Pergamon Press, Oxford.
- Romero, C. (2004). A general structure of achievement function for a goal programming model. *European Journal of Operational Research*, 153 (3), 675-686. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00793-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00793-2)
- Simon, H. (1956). Rational Choice and the Structure of the Environment. *Psychological Review*, 63(2), 129-138. <https://pages.ucsd.edu/~mckenzie/Simon1956PsychReview.pdf>
- Taha, H. (2012). *Investigación de Operaciones, Novena Edición*. México: Pearson.
- Tamiz, M., Jones, D. y El-Darzi, E. (1995). A review of goal programming and its applications. *Annals of Operations Research*, 58, 39-53. <https://doi.org/10.1007/BF02032309>
- Tamiz, M., Jones, D. y Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. *European Journal of Operational Research*, 111, 569-581. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00317-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00317-2)
- Tanhaie, F. y Nahavandi, N. (2017). Solving product mix problem in multiple constraints environment using goal programming. *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*, 4(1), 1-12. <https://doi.org/10.22116/JIEMS.2017.51960>

Autores

Alejandra María Esteban. Ingeniera Química. Especialista en Gestión de la Innovación Tecnológica. Profesor asociado regular de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4546-3618>

Email: aesteban@fi.mdp.edu.ar

Claudia Noemí Zarate. Ingeniera mecánica. Mg SC. en Ciencia de los materiales. Profesor asociado regular, de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2138-8759>

Email: cnzarate@fi.mdp.edu.ar

Maria Betina Berardi. Ingeniera Química. Ingeniera Industrial. Especialista en Gestión de la Tecnología y la Innovación. Ayudante Graduado regular de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1164-5421>

Email: bberardi@fi.mdp.edu.ar

Recibido: 31-01-2020

Aceptado: 04-07-2020